基于层次分析法下的旅游地选择

摘要

在当今学子高考毕业后，往往有着一个漫长的假期来供自己所支配，在这之中便有一些人选择了旅游。而本文便采取了层次分析法来进行相关的分析与研究。该问题的研究可以为高考毕业后想要去旅游的学子提供一个参考性意见。

在这个问题中我们采取了层次分析法进行相关的研究，对此我们最后挑出了景色、花费、居住、饮食和交通等五个因素来对苏杭、北戴河和桂林等地进行分析，最后我们得到的结论是，忽略一切外部非客观条件，最终对于小明，旅游地的选择顺序是桂林 $>$ 苏杭 $>$ 北戴河。

最后，本文对该模型的优、缺点进行了评价及模型推广，得出该模型还可以在高考后志愿的选择等问题上进行再一步的研究。

关键词：毕业学子的旅游地选择　层次分析法

1 问题的重述

在高考完之后，小明打算利用这个假期去外旅游，经过一系列的筛选之后，小明初步确定了三个目的地来供选择，它们分别是苏杭、北戴河和桂林。但是小明却对这三个目的地最终去哪而感到抓狂。请你通过相关的分析、研究来为小明确定最终旅游的目的地。

2 模型的假设

1. 假设旅游的预算充足。
2. 假设目的地的天气等客观条件都良好。
3. 无其它主观因素

3 符号说明

表 1: 符号说明

符号	说明
O	目标层
M	准则层
P	方案层
λ_{max}	最大特征值
ω	权重
CI	一致性指标
RI	一致性比例

4 模型的建立与求解

4.1 问题分析

由于题目中并没有给出明确的数据支持，且针对此问题也具有着很多的影响因素，所以我们通过询问相关专家及上网查询 [2]，最终确定了景色、花费、居住、饮食和交通等五个因素来进行相关研究。

4.2 层次分析法构建评价体系

4.2.1 建立层次分析结构模型

将决策问题分为三个层次：最上层为目标层 O，即选择最合适的旅游地；中间层为准则层 M，即景色 M_1、花费 M_2、居住 M_3、饮食 M_4 和交通 M_5 五个指标；最后一层为方案层，即对于苏杭 P_1、北戴河 P_2 和桂林 P_3 的选择, 如图所示：

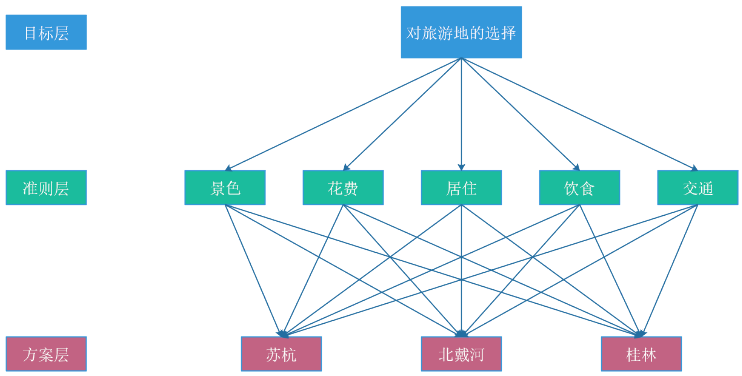

图 1: 层次分析图示

4.2.2 模型求解

(1) 构造判断矩阵 $O-M$：将准则层的五个元素通过专家询问等方式两两进行比较，得到判断矩阵，如表二所示：

表 2: $O-M$ 判断矩阵

	景色	花费	居住	饮食	交通
景色	1	1/2	4	3	3
花费	2	1	7	5	5
居住	1/4	1/7	1	1/2	1/3
饮食	1/3	1/5	2	1	1
交通	1/3	1/5	3	1	1

简单计算可得上述 $O-M$ 判断矩阵的 λ_{max} 为 5.071，且权重向量 ω_i 为 $(0.263, 0.475, 0.053, 0.098, 0.108)$ 由公式 $CI = \dfrac{\lambda_{\max}-1}{n-1}$ 及 $CR = \dfrac{CI}{RI}$，计算得到 $CR = 0.01609 < 0.1$ 通过了一致性检验。

表 3: 平均随机一致性指标 RI

n	1	2	3	4	5	6	7	8
RI	0	0	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41

(2) 构建判断矩阵：

表 4: $M_1 - P$ 判断矩阵

景色	苏杭	北戴河	桂林
苏杭	1	2	5
北戴河	1/2	1	2
桂林	1/5	1/2	1

表 5: $M_2 - P$ 判断矩阵

花费	苏杭	北戴河	桂林
苏杭	1	1/3	1/8
北戴河	3	1	1/3
桂林	8	3	1

表 6: $M_3 - P$ 判断矩阵

居住	苏杭	北戴河	桂林
苏杭	1	1	3
北戴河	1	1	3
桂林	1/3	1/3	1

表 7: $M_4 - P$ 判断矩阵

饮食	苏杭	北戴河	桂林
苏杭	1	3	4
北戴河	1/3	1	4
桂林	1/4	4	1

表 8: $M_5 - P$ 判断矩阵

交通	苏杭	北戴河	桂林
苏杭	1	1	1/4
北戴河	1	1	1/4
桂林	4	4	1

同样，经过一致性检验，得到它们的 CR 结果如下表所示：

表 9: CR_i 计算结果

CR_1	CR_2	CR_3	CR_4	CR_5
0.0053222	0.0014823	0.00	0.0088488	0.00

从上表中我们可以看出矩阵 $M_i - P$ 都通过了一致性检验。

4.2.3 模型结果与分析

根据上述数据，我们最终计算出 M 层的各个影响因素所占的总权重，并汇总至下表：

表 10: 权重矩阵

	指标权重	苏杭	北戴河	桂林
景色	0.2636	0.5954	0.2764	0.1283
花费	0.4758	0.0819	0.2363	0.6817
居住	0.0538	0.4286	0.4286	0.1429
饮食	0.0981	0.6337	0.1919	0.1744
交通	0.1087	0.1667	0.1667	0.6667

根据上面的权重表，我们计算出了三个目的地的最终得分：

表 11: 最终得分表

旅游地	苏杭	北戴河	桂林
得分	0.299	0.245	0.455

由上表可知，最终旅游地的选择顺序是 桂林 > 苏杭 > 北戴河。

5 模型的评价与推广

5.1 模型的评价与优化

5.1.1 层次分析法的评价

层次分析法它较合理地解决了定性问题定量化的处理过程。它体现了人类决策思维的基本特征，即分解、判断、综合，克服了其他方法回避决策者主观判断的缺点，保证了了决策的有效性、可靠性和可行性 [1]。

5.1.2 在此例中的优化

我们发现，在上述权重的计算当中，我们只采用了一种方法，对此我们可以采取多种方法计算然后取其平均值，这样可以更好的保证结果的稳健性，从而使得最终得出的结论更全面有效。详情请见附录 A。

5.2 模型的推广

此种分析方法可以广泛的应用到生活中的方方面面，比如：高考后志愿的选择、大学生购买电脑时的比较等等。

参考文献

[1] 司守奎，孙玺菁. 数学建模算法与应用. 国防工业出版社, 2011.

[2] 学峰葛. 旅游目的地选择意向影响因素研究. 博士, 大连理工大学, 2012.

A　权重的计算方法

A.1　算术平均法

第一步: 将判断矩阵按照列归一化。(每一个元素除以其所在列的和)

第二步: 将归一化的各列相加 (按行求和)

第三步: 将相加后得到的向量中每个元素除以 n 即可得到权重向量。

假设判断矩阵 $A=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$,

那么算术平均法求得的权重向量 $\omega_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{aij}{\sum_{k=1}^{n}a_{kj}}\ (i = 1,2,\cdots,n)$

A.2　几何平均法

第一步: 将 A 的元素按照行相乘得到一个新的列向量。

第二步: 将新的向量的每个分量开 n 次方。

第三步: 对该列向量进行归一化即可得到权重向量。

假设判断矩阵 $A=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$,

那么几何平均法求得的权重向量 $\omega_i = \frac{\left(\prod_{j=1}^{n}a_{ij}\right)^{\frac{1}{n}}}{\sum_{k=1}^{n}\left(\prod_{j=1}^{n}a_{kj}\right)^{\frac{1}{n}}}$

A.3　特征值法

第一步：求出矩阵 A 的最大特征值以及其对应的特征向量。

第二步：对求出的特征向量进行归一化即可得到我们的权重。

B　层次分析法代码

```
% 设置输出格式
% format rat
% 运行前先清屏
clear ,clc;
% 层次分析法
```

```
disp("请输入一个方阵：");
ori_mat=input('ori_mat␣=␣');
% 检查输入情况
% 假设输入的矩阵没有错误
errno = 0;
% 1 是否为方阵
[row ,col]=size(ori_mat);
if row ~= col
    errno = 1;
end

% 2 检验矩阵中是否有负数或零出现
if errno == 0 % 如果已经有错误出现就不再进行判断
    check_mat = ori_mat <= 0;
    no_zero_sum = sum(sum(check_mat));
    if no_zero_sum > 0
        errno = 2;
    end
end

% 3 检验所输入的矩阵是否为正互反矩阵
if errno == 0 % 如果已经有错误出现就不再进行判断
    % aij*aji = 1
    check_mat = ori_mat .* ori_mat';
    result_mat = check_mat ~= ones(row,col);
    result = sum(result_mat(:)) ~= 0;
    if result ~= 0
        errno = 3;
    end
end

% 4 检验矩阵行数是否超过了15 —— 因为后续要进行 RI 的判断
if errno == 0 % 如果已经有错误出现就不再进行判断
    if col >= 15
        errno = 4;
    end
end

% 5 要是矩阵只有一个元素，那将毫无意义
if errno == 0 % 如果已经有错误出现就不再进行判断
   if row == 1
       errno = 5;
   end
end

% 对错误码进行校验
if errno == 0 % 说明所输入的矩阵符合规则
    flag = 1;% 进行标志位的设置
    % 先进行一致性检验
    RI=[0 0.00001 0.52 0.89 1.12 1.26 1.36 1.41 1.46 1.49 1.52 1.54 1.56 1.58 1.59];
    % 由于一些原因所以把RI的第二个元素改为了一个接近与0的数 —— 防止分母为 0
    [V,D] = eig(ori_mat);
    % V —— 特征向量，
    % D —— 由特征值构成的对角矩阵
    max_eig = max(D(:));% 找到最大特征值
    CI = (max_eig - row)/(row - 1);% 求出一致性指标
    CR = CI/RI(row);% 一致性比例
    disp(['一致性指标␣CI␣=␣',num2str(CI)]);
    disp(['一致性比例␣CR␣=␣',num2str(CR)]);
    if CR < 0.1
        disp('通过一致性检验');
    else
        disp('未通过一致性检验，需要对一致性判断矩阵进行修改！')
        flag = 0;
    end

    if flag
        % 三种方法计算权重
```

```
        % 1 算数平均法求权重
        col_sum = sum(ori_mat);% 求每一列的和
        check_mat = repmat(col_sum,row,1);% 构造以列和为扩展的新的矩阵
        ari_result = sum((ori_mat./check_mat),2)/row;% 进行归一化处理
        disp('算术平均法求权重的结果为：');
        disp(ari_result);

        % 2 几何平均法求权重
        temp_mat = prod(ori_mat,2);% 进行每一行元素的相乘
        check_mat = temp_mat.^(1/col);% 对所得到的数值进行开n次方
        geo_result = check_mat ./ sum(check_mat);% 归一化处理
        disp('几何平均法求权重的结果为：');
        disp(geo_result);

        % 3 特征值法求权重
        [Row ,Col] = find(D == max_eig ,1);% 找到最大特征值所在的行和列
        eig_result = V(:,Col)./sum(V(:,Col));% 进行归一化处理
        disp('特征值法求权重的结果为：');
        disp(eig_result);
    end
else
    if errno == 1
        disp('所输入的矩阵不是方阵')
    elseif errno == 2
        disp('所输入的矩阵中出现了负数')
    elseif errno == 3
        disp('所输入的矩阵不满足正互反矩阵的要求')
    elseif errno == 4
        disp('所输入的矩阵行数及列数超过了15，此种方法判断会出现错误')
    elseif errno == 5
        disp('所输入的矩阵中只有一个元素')
    end

    disp('请检查输入！');
end
%% 还原默认显示格式
% format short
```