LAPORAN TUGAS BESAR

IF-5162 / Metode Numerik Lanjut

Penyelesaian Persoalan Numerik

Dipersiapkan oleh:

Gugy Lucky Khamdani / 23517041

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika - Institut Teknologi Bandung

Jl. Ganesha 10, Bandung 40132

	Sekolah Teknik Elektro dan Informatika ITB	**Nomor Dokumen**		**Halaman**
		IF5162/23517041		*27*
		-	-	*23 Mei 2018*

Daftar Isi

1 Pendahuluan

Laporan ini berisi hasil implementasi, penjelasan dan analisis untuk penyelesaian berbagai macam persoalan numerik. Laporan ini dibuat sebagai syarat kelulusan untuk mata kuliah IF5162 Metode Numerik Lanjut. Setiap subbab selanjutnya akan berisi penjelasan mengenai hal-hal berikut.

1. Deskripsi persoalan numerik yang diselesaikan.
2. *Source code* yang sebenarnya berada di bab terpisah (bab 8)
3. *Screenshot* hasil eksekusi program berupa grafik
4. Diskusi dan analisis hasil.

2 Pencarian Akara pada Persamaan Nirlanjar

Ada dua persoalan yang harus dikerjakan pada permasalahan ini. Solusi sejati didapatkan dengan menggunakan Symbolab[1].

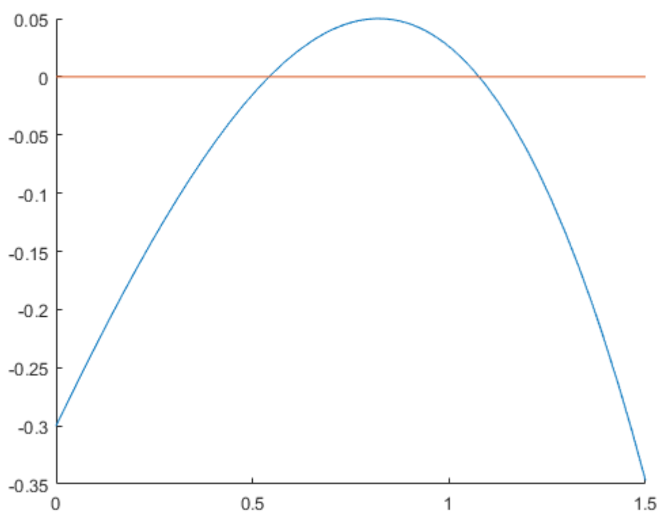
1. Tentukan akar-akar pada persamaan (1) fungsi nirlanjar dari fungsi

$$f(x) = \sin(x) - 0.3e^{x}, x > 0$$

didapatkan dua akar sejati dari persamaan tersebut yaitu

$x_1 \approx 0.541948113\ldots$

$x_2 \approx 1.076464034\ldots$



Gambar 2.1 Grafik persamaan (1)

2. Tentukan akar-akar pada persamaan (2) fungsi nirlanjar dari fungsi

$$g(x) = 16x^5 - 20x^3 + x^2 + 5x - 0.5 = 0$$

didapatkan lima akara sejati dari persamaan tersebut yaitu

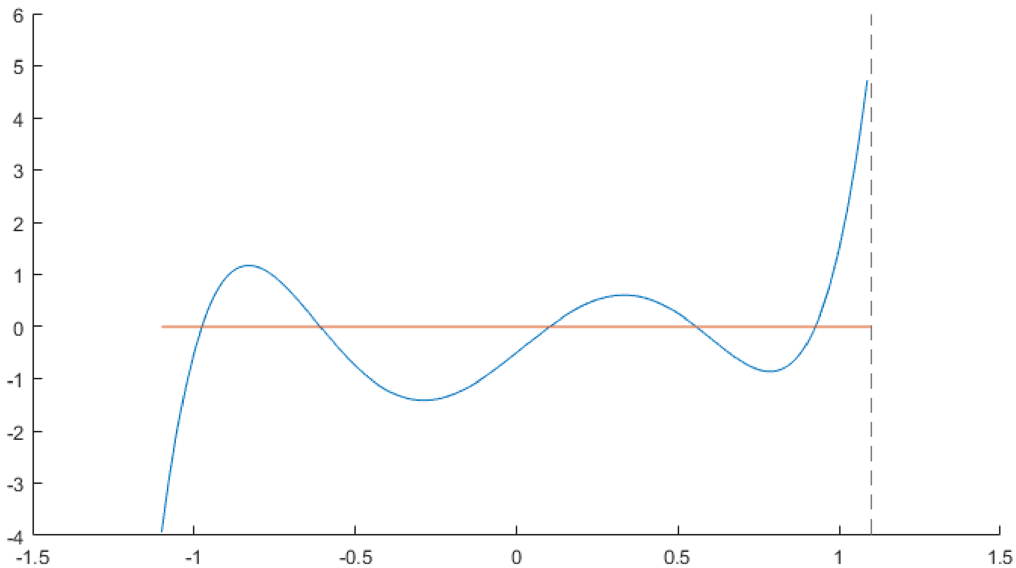
$x_1 \approx -0.975831357\ldots$

$x_2 \approx -0.608611859\ldots$

$x_3 \approx 0.102140270\ldots$

$x_4 \approx 0.556352738\ldots$

$x_5 \approx 0.925950211\ldots$



Gambar 2.2 Grafik persamaan (2)

Metode numerik yang digunakan pada permasalahan ini adalah metode bagidua dan metode Newton-Raphson.

Hasil akar-akar yang didapatkan jika menggunakan metode bagidua untuk persamaan (1).

Batas awal	**Batas akhir**	**Nilai akar**
0,5	0,6	0.524999999254942
1	1,1	1.049999999254942

Hasil akar-akar yang didapatkan jika menggunakan metode bagidua untuk persamaan (2).

Batas awal	**Batas akhir**	**Nilai akar**
-1,2	-0,8	-1.000000000745058
-0,8	-0,4	-0.700000000745058
0	0,3	0.074999999441206
0,3	0,7	0.499999999254942
0,7	1,0	0.849999999441206

Selanjutnya permasalahan diselesaikan dengan menggunakan metode Newton-Raphson. Untuk menggunakan metode ini diperlukan turunan dari persamaannya.

Turunan pertama dari persamaan (1) adalah sebagai berikut.

$$f'(x) = cos(x) - 0.3e^{x}, x > 0$$

Turunan pertama dari persamaan (2) adalah sebagai berikut.

$$g(x) = 80x^{4} - 60x^{2} + 2x + 5 = 0$$

Selanjutnya adalah hasil akar-akar yang didapatkan jika menggunakan metode Newton-Raphson untuk persamaan (1).

Titik awal	**Nilai akar**
0	0.541948113962968
1	1.076464034742759

hasil akar-akar yang didapatkan jika menggunakan metode Newton-Raphson untuk persamaan (2).

Titik awal	**Nilai akar**
-1	-0.975831349590963
-0.5	-0.608611856725739
0	0.102140267149237
0.5	0.556352728918709
1	0.925950210248757

3 Pencarian Solusi Sistem Persamaan Lanjar

Ada dua persoalan yang harus dikerjakan dalam permasalahan ini.

1. Tentukan solusi sistem persamaan lanjar pada persamaan (3) berikut.

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 9 & -1 & -2 \\ 1 & 3 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

   Solusi sejati dari sistem persamaan lanjar persamaan (3) tersebut adalah sebagai berikut.

$$x = \begin{bmatrix} -0.17027027\,... \\ 0.27702702\,... \\ 0.96621621\,... \\ -0.40675675\,... \end{bmatrix}$$

2. Tentukan solusi sistem persamaan lanjar berikut.

   A merupakan matriks Hilbert berukuran 10x10, dengan yang setiap elemennya dapat dihitung gengan menggunakan rumus berikut.

$$a_{ij} = \frac{1}{i + j - 1}$$

   yang dalam hal ini i merupakan nilai baris dan j merupakan nilai kolom, dengan indeks dimulai dari angka 1.

   Matriks Hilbert tersebut bisa ditulis sebagai sebuah persamaan (4)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} & \frac{1}{13} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} & \frac{1}{13} & \frac{1}{14} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} & \frac{1}{13} & \frac{1}{14} & \frac{1}{15} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} & \frac{1}{13} & \frac{1}{14} & \frac{1}{15} & \frac{1}{16} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} & \frac{1}{13} & \frac{1}{14} & \frac{1}{15} & \frac{1}{16} & \frac{1}{17} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} & \frac{1}{13} & \frac{1}{14} & \frac{1}{15} & \frac{1}{16} & \frac{1}{17} & \frac{1}{18} \\ \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} & \frac{1}{13} & \frac{1}{14} & \frac{1}{15} & \frac{1}{16} & \frac{1}{17} & \frac{1}{18} & \frac{1}{19} \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

solusi sejati dari sistem persamaan lanjar (4) adalah sebagai berikut.

$$x = \begin{bmatrix} 100.000000000000000000000000000129 \\ -4950.00000000000000000000000000111 \\ 72900.0000000000000000000000002347 \\ -600600.000000000000000000000002119 \\ 2522520.00000000000000000000001005 \\ -6306300.00000000000000000000002746 \\ 9609600.00000000000000000000004482 \\ -8751600.00000000000000000000004311 \\ 4375800.00000000000000000000002254 \\ -923780.000000000000000000000004938 \end{bmatrix}$$

Metode numerik yang digunakan pada permasalahan ini adalah metode Gauss-Jordan, metode dekomposisi LU Gauss, dan metode lelaran Jacobi.

Hasil perhitungan solusi dari persamaan (3) dengan menggunakan metode Gauss-Jordan adalah sebagai berikut

$$x = \begin{bmatrix} -0.170270270270270 \\ 0.277027027027027 \\ 0.966216216216216 \\ -0.406756756756756 \end{bmatrix}$$

Hasil perhitungan solusi dari persamaan (3) dengan menggunakan metode dekomposisi LU Gauss adalah sebagai berikut

$$x = \begin{bmatrix} -0.170270270270270 \\ 0.277027027027027 \\ 0.966216216216216 \\ -0.406756756756756 \end{bmatrix}$$

Hasil perhitungan solusi dari persamaan (3) dengan menggunakan metode lelaran Jacobi adalah sebagai berikut

$$x = \begin{bmatrix} -0.170270259213458 \\ 0.277027022599105 \\ 0.966216233015363 \\ -0.406756705420463 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya adalah hasil perhitungan solusi dari persamaan (4) dengan menggunakan metode Gauss-Jordan adalah sebagai berikut

$$x = \begin{bmatrix} 99.996346564262570 \\ -4.949682659994306e+03 \\ 7.919321483186251e+04 \\ -6.005381369470842e+05 \\ 2.522224258680420e+06 \\ -6.305485547186624e+06 \\ 9.608261783228860e+06 \\ -8.750305214203862e+06 \\ 4.375119565502384e+06 \\ -9.236302349573893e+05 \end{bmatrix}$$

Hasil perhitungan solusi dari persamaan (4) dengan menggunakan metode dekomposisi LU Gauss adalah sebagai berikut

$$x = \begin{bmatrix} 99.996346564262570 \\ -4.949682659994306e+03 \\ 7.919321483186251e+04 \\ -6.005381369470842e+05 \\ 2.522224258680420e+06 \\ -6.305485547186624e+06 \\ 9.608261783228860e+06 \\ -8.750305214203862e+06 \\ 4.375119565502384e+06 \\ -9.236304510748412e+05 \end{bmatrix}$$

Hasil perhitungan solusi dari persamaan (4) dengan menggunakan metode lelaran Jacobi tidak membuahkan hasil karena matriks Hilbert tidak dominan secara diagonal sehingga lelarannya tidak konvergen.

4 Interpolasi Polinom

Ada dua persoalan yang harus dikerjakan pada permasalahan ini.

1. Gunakan metode interpolasi berderajat 4 dan 5 untuk menghitung nilai dari persamaan (5) berikut

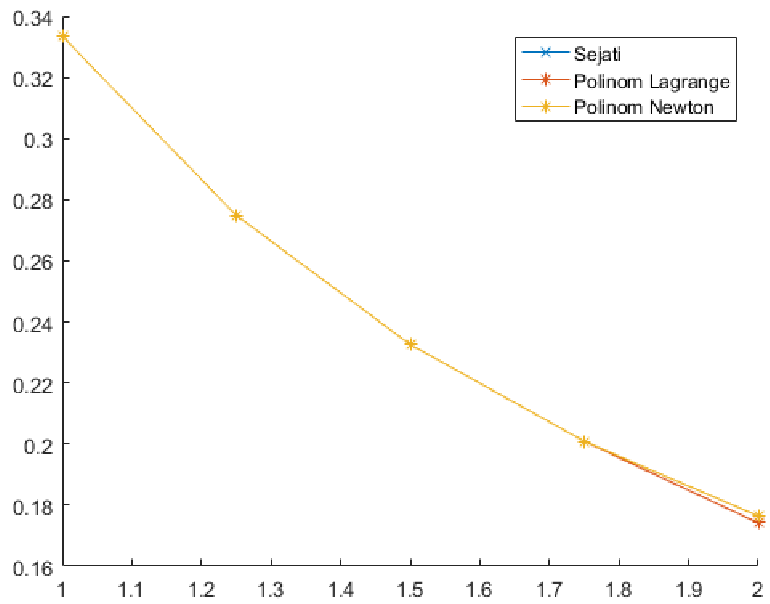
$$y(x) = \frac{1 + x}{1 + 2x + 3x^2}$$

   pada selang [1, 2]

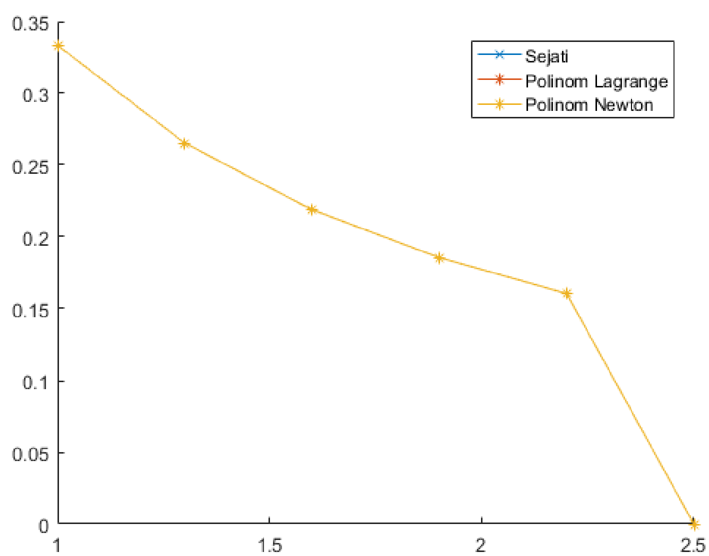
2. Gunakan metode interpolasi berderajat 5 untuk menghitung nilai dari fungsi yang memiliki nilai sesuai dengan tabel berikut.

i	**x**	**f(x)**
1	0.5	1.143
2	1	1.000
3	1.5	0.828
4	2	0.667
5	2.5	0.533
6	3	0.428

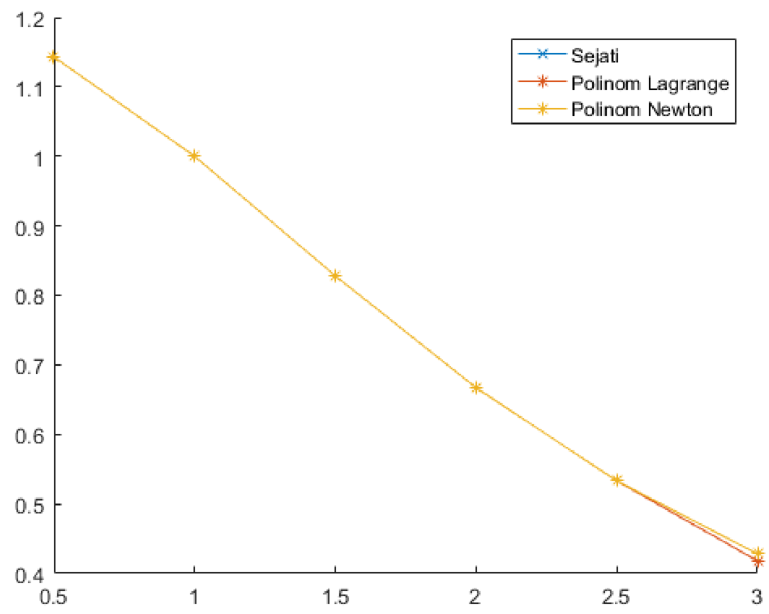
Metode numerik yang digunakan pada permasalahan ini adalah metode Lagrange dan metode Newton.



Gambar 4.1 Grafik hasil interpolasi untuk persoalan 3a dengan orde 4



Gambar 4.2 Grafik hasil interpolasi untuk persoalan 3a dengan orde 5



Gambar 4.3 Grafik hasil interpolasi untuk persoalan 3b dengan orde 5

Hasil galat dalam perhitungan interpolasi dengan x=1.7 untuk permasalahan 3a dengan menggunakan metode Lagrange orde 4.

$$galat = |y'(1.7) - y(1.7)| = 0{,}00008579495397784131 50$$

Hasil galat dalam perhitungan interpolasi dengan x=1.7 untuk permasalahan 3a dengan menggunakan metode Lagrange orde 5.

$$galat = |y'(1.7) - y(1.7)| = 0{,}00002382408563186833 00$$

Hasil galat dalam perhitungan interpolasi dengan x=1.7 untuk permasalahan 3a dengan menggunakan metode Newton orde 4.

$$galat = |y'(1.7) - y(1.7)| = 0{,}00000975313010495582 06$$

Hasil galat dalam perhitungan interpolasi dengan x=1.7 untuk permasalahan 3a dengan menggunakan metode Newton orde 5.

$$galat = |y'(1.7) - y(1.7)| = 0{,}00135197055953120700 00$$

5 Integrasi Numerik

Ada dua persoalan yang harus dikerjakan pada permasalahan ini. Nilai sejati didapatkan dari Symbolab.

1. Hitunglah nilai dari integral untuk persamaan (6) berikut.

$$\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$$

   akan tetapi persamaan di atas bersifat singular sehingga harus diubah terlebih dahulu menjadi persamaan berikut.

$$\int_1^0 \frac{-2e^{1-u^2}}{\sqrt{2-u^2}}\,du$$

   solusi sejati yang didapatkan dari persamaan (6) adalah 3.10437901785505143692489582463l7.

2. Hitunglah nilai dari integral untuk persamaan (7) berikut.

$$\int_1^2 \int_0^{1.5} \sqrt{x+y}\,dy\,dx$$

   solusi sejati yang didapatkan dari persamaan (7) adalah 2.234314548392391.

Hasil perhitungan solusi dari persamaan (6) dengan menggunakan metode Trapesium dengan n=10 adalah 3.102709619182681.

Hasil perhitungan solusi dari persamaan (6) dengan menggunakan metode Simpson 1/3 dengan n=10 adalah 3.104389328409193.

Hasil perhitungan solusi dari persamaan (7) dengan menggunakan metode Trapesium dengan n=10 adalah 2.233977198685922.

Hasil perhitungan solusi dari persamaan (7) dengan menggunakan metode Simpson 1/3 dengan n=10 adalah 2.234314095019442.

6 Persamaan Diferensial Biasa

Ada dua persoalan yang harus dikerjakan dalam permasalahan ini.

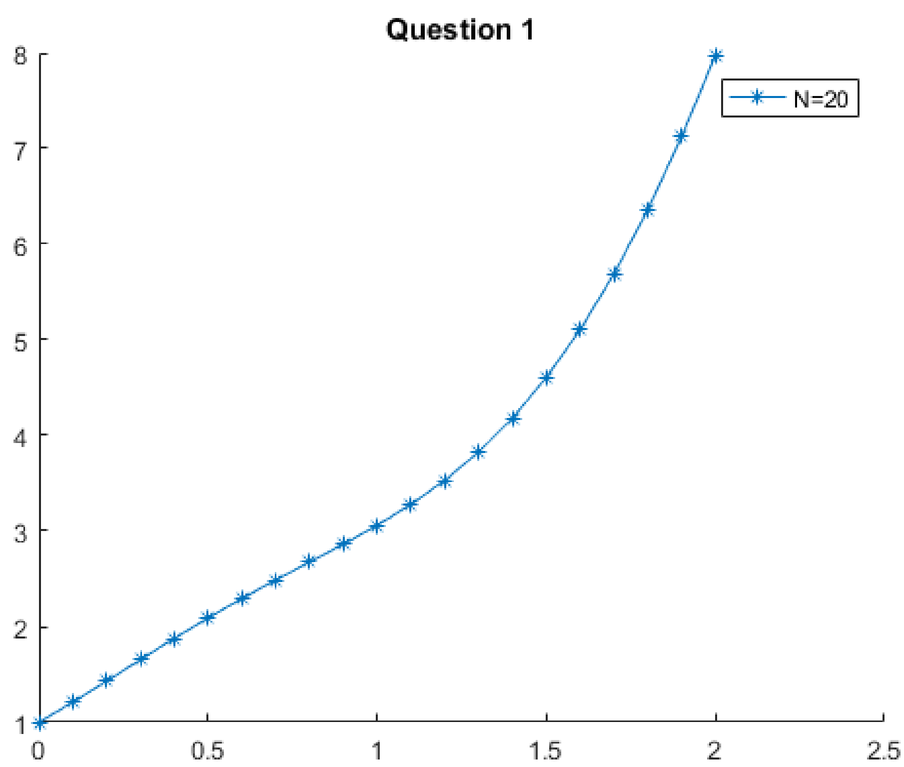
1. Dengan menggunakan metode numerik, hitunglah y(2) dengan h=0.1 jika diketahui persamaan (8) berikut.

$$y'(t) = \frac{1}{t + y^2}, y(0) = 1$$

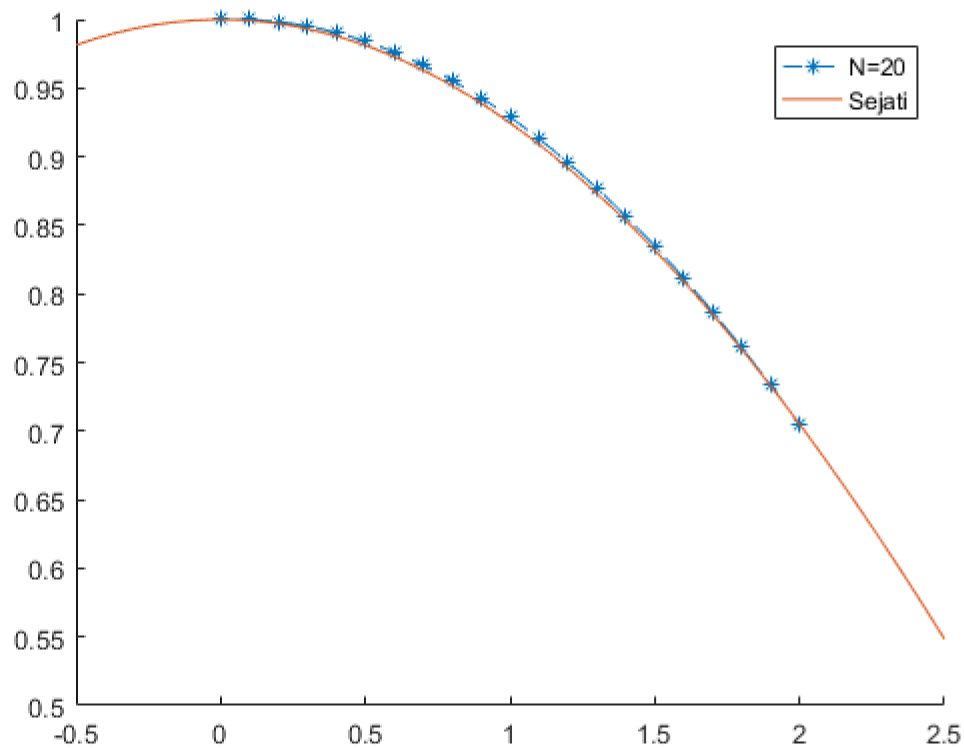
2. Dengan menggunakan metode numerik, hitunglah y(2) dengan h=0.1 jika diketahui persamaan (9) berikut.

$$y''(x) - 0.05y' + 0.15y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 0$$

Metode numerik yang digunakan adalah metode Runge-Kutta orde 3.



Gambar 6.1 Grafik lelaran Runge-Kutta orde 3 untuk persoalan 5a



Gambar 6.2 3 Grafik lelaran Runge-Kutta orde 3 untuk persoalan 5a

Hasil perhitungan solusi dari persamaan (8) dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde 3 adalah 7.976395838110149.

Hasil perhitungan solusi dari persamaan (9) dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde 3 adalah 0.704845560384812, dengan solusi eksaknya adalah 0.705050359540160.

7 Referensi

[1] Munir, Rinaldi. 2003. Metode Numerik. Bandung: Penerbit Informatika.

8 Source Code

8.1 Pencarian Akar pada Persamaan Nirlanjar

```
addpath(genpath('Functions'))

f = @(x) sin(x) - 0.3.*exp(x);
f_aksen = @(x) cos(x) - 0.3.*exp(x);

hold on
fplot(f, [0, 1.5]);
fplot(@(x)0, [0, 1.5]);
hold off

akar1_bagiDua = BagiDua(f, 0.5, 0.6);
akar2_bagiDua = BagiDua(f, 1, 1.1);

akar1_newtonRaphson = NewtonRaphson(f, f_aksen, 0);
akar2_newtonRaphson = NewtonRaphson(f, f_aksen, 1);
```

```
addpath(genpath('Functions'))

f = @(x) 16.*x.^5 - 20.*x.^3 + x.^2 + 5.*x - 0.5;
f_aksen = @(x) 80.*x.^4 - 60.*x.^2 + 2.*x + 5;

hold on
fplot(f, [-1.1, 1.1]);
fplot(@(x)0, [-1.1, 1.1]);
hold off

akar1_bagiDua = BagiDua(f, -1.2, -0.8);
akar2_bagiDua = BagiDua(f, -0.8, -0.4);
akar3_bagiDua = BagiDua(f, 0, 0.3);
akar4_bagiDua = BagiDua(f, 0.3, 0.7);
akar5_bagiDua = BagiDua(f, 0.7, 1.0);

akar1_newtonRaphson = NewtonRaphson(f, f_aksen, -1);
akar2_newtonRaphson = NewtonRaphson(f, f_aksen, -0.5);
akar3_newtonRaphson = NewtonRaphson(f, f_aksen, 0);
akar4_newtonRaphson = NewtonRaphson(f, f_aksen, 0.5);
akar5_newtonRaphson = NewtonRaphson(f, f_aksen, 1);
```

```
function [ akar ] = BagiDua( f, a, b )
    epsilon1 = 0.000000001;
```

```
    while 1
        c = (a + b) / 2;
        if (f(a) * f(b) < 0)
            b = c;
        else
            a = c;
        end

        if (abs(a-b) < epsilon1)
            break
        end
    end
    akar = c;
end
```

```
function [ akar ] = NewtonRaphson( f, f_aksen, x )
    epsilon1 = 0.000000001;
    epsilon2 = 0.000000001;
    nmax = 30;

    n = 0;
    berhenti = false;
    x_prev = 0;
    while 1
        if (abs(f_aksen(x)) < epsilon2)
            berhenti = true;
        else
            x_prev = x;
            x = x - f(x)/f_aksen(x);
            n = n + 1;
        end

        if (abs(x-x_prev) < epsilon1 || berhenti || n > nmax)
            break
        end
    end

    if (berhenti)
        akar = Inf;
    elseif n > nmax
        akar = Inf;
    else
        akar = x;
    end
end
```

8.2 Pencarian Solusi Sistem Persamaan Lanjar

```
addpath(genpath('Functions'))

A = [
    8 1  3  2;
    2 9 -1 -2;
    1 3  2 -1;
    1 0  6  4
    ];

B = [1 2 3 4];

[AGauss, xGauss] = GaussJordan(A,B);

[L, U] = GaussLU(A);
y = ForwardSubstitution(L,B);
xLU = BackwardSubstitution(U,y);

xJacobi = Jacobi(A, B, [0 0 0 0]);
```

```
addpath(genpath('Functions'))

A = zeros(10,10);
B = [1 0 0 0 0 0 0 0 0 0];

n = size(A, 1);

for i = 1:n
    for j = 1:n
        A(i,j) = 1/(i+j-1);
    end
end

[AGauss, xGauss] = GaussJordan(A,B);

[L, U] = GaussLU(A);
y = ForwardSubstitution(L,B);
xLU = BackwardSubstitution(U,y);

xJacobi = Jacobi(A, B, [0,0,0,0,0,0,0,0,0,0]);
```

```
function [ x ] = BackwardSubstitution( U, b )
    n = size(U, 1);
    x(n) = b(n) / U(n,n);
    for i = n-1:-1:1
```

```
        sigma = 0;
        for j = i+1:n
            sigma = sigma + U(i,j) * x(j);
        end
        x(i) = (b(i) - sigma) / U(i,i);
    end

end
```

```
function [ x ] = ForwardSubstitution( L, b )
    n = size(L, 1);
    x(1) = b(1) / L(1,1);
    for i = 2:n
        sigma = 0;
        for j = 1:i-1
            sigma = sigma + L(i,j) * x(j);
        end
        x(i) = (b(i) - sigma) / L(i,i);
    end

end
```

```
function [ A, x ] = GaussJordan( A, b )
    n = size(A, 1);

    for k = 1:n
        tampung = A(k,k);
        for j = 1:n
            A(k,j) = A(k,j) / tampung;
        end
        b(k) = b(k) / tampung;
        for i = 1:n
            if i ~= k
                m = A(i,k);
                for j = 1:n
                    A(i,j) = A(i,j) - m * A(k,j);
                end
                b(i) = b(i) - m * b(k);
            end
        end
    end

    x = b;
end
```

```
function [ L, U ] = GaussLU( A )
    n = size(A, 1);
    I = eye(n);

    for k = 1:n-1
        for i = k+1:n
            m = A(i,k) / A(k,k);
            I(i,k) = m;
            for j = k:n
                A(i,j) = A(i,j) - m * A(k,j);
            end
        end
    end
    L = I;
    U = A;
end
```

```
function [ x ] = Jacobi( A, b, x )
    n = size(A, 1);
    epsilon = 0.0000001;
    galat_relatif = zeros(1, n);

    if ~diagonallyDominant(A)
        x = ones(1, n) .* Inf;
        return
    end

    while 1
        xlama = x;
        for i = 1:n
            sigma = 0;
            for j = 1:n
                if i ~= j
                    sigma = sigma + A(i,j) * xlama(j);
                end
            end
            x(i) = (b(i) - sigma) / A(i,i);
            galat_relatif(i) = (x(i) - xlama(i)) / x(i);
        end

        if (sum(abs(galat_relatif) < epsilon) == n)
            return
        end
    end
end
```

```
function [ is_it ] = diagonallyDominant( A )
    is_it = false;
    n = size(A, 1);

    for i = 1:n
        sigma = 0;
        for j = 1:n
            if i ~= j
                sigma = sigma + abs(A(i,j));
            end
        end
        if abs(A(i,i)) < sigma
            return
        end
    end
    is_it = true;
end
```

8.3 Interpolasi Polinom

```
addpath(genpath('Functions'))

f = @(x) (1 + x) / (1+2*x+3*x^2);

x = linspace(1,2,5);
y = zeros(1, 5);
for i = 1:5
    y(i) = f(x(i));
end

hold on
plot(x,y, '-x');

ynew = zeros(1, 5);
for i = 1:5
    ynew(i) = PolinomLagrange(x, y, x(i), 4);
end
plot(x, ynew, '-*');

ynew = zeros(1, 5);
for i = 1:5
    ynew(i) = PolinomNewton(x, y, x(i), 4);
end
plot(x, ynew, '-*');
```

```
legend('Sejati', 'Polinom Lagrange', 'Polinom Newton')
hold off
```

```
addpath(genpath('Functions'))

x = [0.5 1 1.5 2 2.5 3];
y = [1.143 1 0.828 0.667 0.533 0.428];

hold on
plot(x,y, '-x');

ynew = zeros(1, 6);
for i = 1:6
    ynew(i) = PolinomLagrange(x, y, x(i), 5);
end
plot(x, ynew, '-*');

ynew = zeros(1, 6);
for i = 1:6
    ynew(i) = PolinomNewton(x, y, x(i), 5);
end
plot(x, ynew, '-*');

legend('Sejati', 'Polinom Lagrange', 'Polinom Newton')
hold off
```

```
function [ ynew ] = PolinomNewton( x, y, xnew, n )
    ST = zeros(n+1);

    % bikin ST dulu
    for k = 1:n+1
        ST(k,1) = y(k);
    end
    for k = 2:n+1
        for i = 1:n+2-k
            ST(i,k) = (ST(i+1,k-1) - ST(i,k-1)) / (x(i+k-1)-
x(i));
        end
    end

    ynew = ST(1,1);
    for i = 2:n+1
        suku = ST(1,i);
        for k = 1:i-1
            suku = suku * (xnew - x(k));
```

```
        end
        ynew = ynew + suku;
    end

end
```

```
function [ ynew ] = PolinomLagrange( x, y, xnew, n )
    ynew = 0;
    for i = 1:n
        pi = 1;
        for j = 1:n
            if i ~= j
                pi = pi * (xnew - x(j)) / (x(i) - x(j));
            end
        end
        ynew = ynew + y(i) * pi;
    end
end
```

8.4 Integrasi Numerik

```
addpath(genpath('Functions'))

f = @(u) (-2 * exp(1-u^2)) / sqrt(2-u^2);
a = 1;
b = 0;

IT = IntegrasiTrapesium(f, a, b, 50);
ISimpson = SimpsonSepertiga(f, a, b, 500);
```

```
addpath(genpath('Functions'))

f = @(x, y) sqrt(x + y);
ax = 1;
bx = 2;
ay = 0;
by = 1.5;

IT = IntegrasiTrapesiumGanda(f, ax, bx, ay, by, 10);
ISimpson = SimpsonSepertigaGanda(f, ax, bx, ay, by, 10);
```

```
function [ I ] = IntegrasiTrapesium( f, a, b, n )
    h = (b - a) / n;
    x = a;
    I = f(a) + f(b);
    sigma = 0;
```

```
    for r = 1:n-1
        x = x + h;
        sigma = sigma + 2 * f(x);
    end
    I = (I + sigma) * h / 2;
end
```

```
function [ I ] = IntegrasiTrapesiumGanda( f, ax, bx, ay, by, n
)
    h = (by - ay) / n;
    y = ay;
    I = IntegrasiTrapesium(f, ay, ax, bx, n) +
IntegrasiTrapesium(f, by, ax, bx, n);
    sigma = 0;
    for r = 1:n-1
        y = y + h;
        sigma = sigma + 2 * IntegrasiTrapesium(f, y, ax, bx,
n);
    end
    I = (I + sigma) * h / 2;
end

function [ I ] = IntegrasiTrapesium( f, y, a, b, n )
    h = (b - a) / n;
    x = a;
    I = f(a, y) + f(b, y);
    sigma = 0;
    for r = 1:n-1
        x = x + h;
        sigma = sigma + 2 * f(x, y);
    end
    I = (I + sigma) * h / 2;
end
```

```
function [ I ] = SimpsonSepertiga( f, a, b, n )
    h = (b - a) / n;
    x = a;
    I = f(a) + f(b);
    sigma = 0;
    for r = 1:n-1
        x = x + h;
        if mod(r, 2) == 1
            sigma = sigma + 4 * f(x);
        else
            sigma = sigma + 2 * f(x);
```

```
        end
    end
    I = (I + sigma) * h / 3;
end
```

```
function [ I ] = SimpsonSepertigaGanda( f, ax, bx, ay, by, n )
    h = (by - ay) / n;
    y = ay;
    I = SimpsonSepertiga(f, ay, ax, bx, n) +
SimpsonSepertiga(f, by, ax, bx, n);
    sigma = 0;
    for r = 1:n-1
        y = y + h;
        if mod(r, 2) == 1
            sigma = sigma + 4 * SimpsonSepertiga(f, y, ax, bx,
n);
        else
            sigma = sigma + 2 * SimpsonSepertiga(f, y, ax, bx,
n);
        end
    end
    I = (I + sigma) * h / 3;
end

function [ I ] = SimpsonSepertiga( f, y, a, b, n )
    h = (b - a) / n;
    x = a;
    I = f(a, y) + f(b, y);
    sigma = 0;
    for r = 1:n-1
        x = x + h;
        if mod(r, 2) == 1
            sigma = sigma + 4 * f(x, y);
        else
            sigma = sigma + 2 * f(x, y);
        end
    end
    I = (I + sigma) * h / 3;
end
```

8.5 Persamaan Diferensial Biasa

```
addpath(genpath('Functions'))

ut = @(x, y) cos(pi * x) + y;
```

```
x = [5, 10, 20, 40];
y = zeros(1, length(x));

figure(1);
hold on;
for i = 1:length(x)
    y(i) = RK3(ut, 0, 1, 2, 2/x(i));
end

title('Question 1')
legend('N=5', 'N=10','N=20', 'N=40')
hold off;

figure(2)
plot(x, y, '-o')
title('hasil');
```

```
addpath(genpath('Functions'))

yt = @(x, y, z) z;
zt = @(x, y, z) 0.05*z - 0.15*y;

exact = @(x) exp(x ./ 40) .* (cos((sqrt(239) .* x) ./ 40) - ((1
./ sqrt(239)) .* sin((sqrt(239) .* x) ./ 40)));
y_exact = exact(2);

t = [10, 20, 40, 80, 160, 320, 640];
y = zeros(1, length(t));
z = zeros(1, length(t));
galat_y = zeros(1, length(t));

figure(1)
hold on;
for i = 1:length(t)
    [y(i), z(i)] = twoRK3(yt, zt, 0, 1, 0, 2, 2/t(i));
    galat_y(i) = y_exact - y(i);
end

fplot(exact, [-0.5, 2.5]);

figure(2)
plot(t, galat_y, '-o')
title('galat');
```

```
function [ y_RK3 ] = RK3( f, x0, y0, b, h )
% menghitung nilai y(b) pada PDB
% y'=f(x,y); y(x0)=y0
% dengan metode Runge-Kutta orde 3

    n = (b-x0)/h;
    x = zeros(1, uint8(n));
    y = zeros(1, uint8(n));
    x(1) = x0;
    y(1) = y0;

    for r = 1:n
        k1 = h * f(x(r),y(r));
        k2 = h * f(x(r) + h/2, y(r) + k1/2);
        k3 = h * f(x(r) + h, y(r) - k1 + 2*k2);
        y(r+1) = y(r) + (k1+4*k2+k3)/6;
        x(r+1) = x(r) + h;
    end

    y_RK3 = y(n+1);
    plot(x, y, '-*');
end
```

```
function [ x_RK3, y_RK3 ] = twoRK3( f1, f2, t0, x0, y0, b, h )
% menghitung nilai x(b) dan y(b) pada PDB
% x'=f(t,x,y); x(t0)=x0
% y'=f(t,x,y); y(t0)=y0
% dengan metode Runge-Kutta orde 3
    n = (b-t0)/h;
    t = zeros(1, uint8(n));
    x = zeros(1, uint8(n));
    y = zeros(1, uint8(n));
    t(1) = t0;
    x(1) = x0;
    y(1) = y0;

    for r = 1:n
        k1 = h * f1(t(r), x(r), y(r));
        l1 = h * f2(t(r), x(r), y(r));
        k2 = h * f1(t(r) + h/2, x(r) + k1/2, y(r) + k1/2);
        l2 = h * f2(t(r) + h/2, x(r) + l1/2, y(r) + l1/2);
        k3 = h * f1(t(r) + h, x(r) - k1 + 2*k2, y(r) - k1 +
2*k2);
        l3 = h * f2(t(r) + h, x(r) - l1 + 2*l2, y(r) - l1 +
2*l2);
```

```
        x(r+1) = x(r) + (k1+4*k2+k3)/6;
        y(r+1) = y(r) + (l1+4*l2+l3)/6;

        t(r+1) = t(r) + h;
    end

    x_RK3 = x(n+1);
    y_RK3 = y(n+1);
    plot(t, x, '--*');
end
```