

Problemas em Equipe 04

Estudantes:

Eduardo Eiji Goto,

Gustavo Hammerschmidt,

João Vitor Andrioli.

Parte 1 – Probabilidade condicional

- 1) Ao responder um teste de múltipla escolha um estudante ou sabe a resposta ou tenta adivinhar. A probabilidade de ele saber é 0,7. Cada questão tem cinco alternativas, portanto, quando ele não sabe a resposta e tenta adivinhar a probabilidade de ele acertar é 1/5. Qual é a probabilidade que o estudante responder corretamente? (Observação: um estudante que sabe a resposta responde corretamente).

$$P[\text{saber}] = 0.7$$

$$P[\text{não saber}] = 0.3$$

$$P[\text{acertar}] = 0.2$$

$$P[\text{errar}] = 0.8$$

$$P[\text{acertar}] = P[\text{acertar e saber}] + P[\text{acertar e não saber}]$$

$$P[\text{acertar}] = P[\text{saber}] + P[\text{acertar} \mid \text{não saber}] * P[\text{não saber}]$$

$$P[\text{acertar}] = 0.7 + 0.2 * 0.3$$

$$P[\text{acertar}] = 0.76$$

| | Saber | Não saber | Total |
|---------|-------|-----------|-------|
| Acertar | 0.7 | 0.06 | 0.76 |
| Errar | 0 | 0.24 | 0.24 |
| Total | 0.7 | 0.3 | 1 |

- 2) Em uma fábrica de enlatados, as linhas de produção I, II, e III respondem por 50, 30 e 20% da produção total. Sabendo-se que 0,4% das latas da linha de produção I são fechadas inadequadamente; 0,6% das latas da linha de produção II são fechadas inadequadamente; e 1,2% das latas da linha de produção III são fechadas inadequadamente. Calcular a probabilidade de uma lata saída desta fábrica ser fechada inapropriadamente

| | Prod I | Prod II | Prod III |
|----------------|--------|---------|----------|
| Peso | 0.5 | 0.3 | 0.2 |
| Fechada Errada | 0.004 | 0.006 | 0.012 |
| Multiplicação | 0.002 | 0.0018 | 0.0024 |

$$\text{Probabilidade(Fechada Errada)} = 0.002 + 0.0018 + 0.0024 = 0.0062$$

$$\text{Probabilidade(Fechada Errada)} = 0.002 + 0.0018 + 0.0024 = 0,62 \%$$

Parte 2 – Distribuições multivariadas discretas

1. Seja a função de distribuição de probabilidade conjunta dada por:

$$p_{X,Y}(x,y) = (1/2)^{x+y} \quad \Omega_X = \{1, 2, \dots\} \quad \Omega_Y = \{1, 2, \dots\}.$$

| $x \backslash y$ | 1 | 2 | 3 | 4 | ... | $p_Y(y)$ |
|------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----|----------|
| 1 | $(1/2)^2$ | $(1/2)^3$ | $(1/2)^4$ | $(1/2)^5$ | ... | $1/2$ |
| 2 | $(1/2)^3$ | $(1/2)^4$ | $(1/2)^5$ | $(1/2)^6$ | | |
| 3 | $(1/2)^3$ | $(1/2)^4$ | $(1/2)^5$ | $(1/2)^6$ | | |
| 4 | | | | | | |
| ... | | | | | | |
| $p_X(x)$ | | | | | | |

- a) Verificar se $p_X(x)$ e $p_Y(y)$ são independentes.

$$p_X(x) \cdot p_Y(y) = p_{X,Y}(x,y) ?$$

$$p_X(x) \cdot p_Y(y) = (1/2)^x \cdot (1/2)^y = (1/2)^{x+y} = p_{X,Y}(x,y)$$

Independentes

A soma da soma das colunas é igual a soma da soma das linhas que é igual a 1; portanto, as variáveis X e Y são independentes.

- b) Se $A = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 3; 2 \leq y\}$. Calcular $P[A]$.

$$\sum_{y=2}^{\infty} \sum_{x=1}^3 \left(\frac{1}{2} \right)^{x+y}$$

$$\sum_{y=2}^{\infty} \left(\sum_{x=1}^3 \left(\frac{1}{2} \right)^{x+y} \right) = \frac{7}{16} = 0.4375$$

Calcular coluna um, dois e três começando da linha 2 até x tendendo ao infinito.

Parte 3 – Geração de variáveis aleatórias

Os seguintes arquivos contêm código do MatLab para gerar valores aleatórios distribuídos segundo as seguintes distribuições

Geométrica: rndgeo.m
Poisson: rndpoiss.m
Exponencial: rdnexp.m
Normal: rndnorm.exp

O arquivo gerador_va.py contém o código Python para gerar valores aleatórios distribuídos segundo as distribuições geométrica e norma. Contém também um molde para programar as funções para gerar valores distribuídos de acordo com as distribuições de Poisson e exponencial.

Desenvolver o código para gerar os valores aleatórios de acordo com as distribuições de Poisson e exponencial.

Copie o código para geração de valores segundo a distribuição de Poisson aqui:

```
def rndpoiss(L, n):  
    out = [0 for x in range(n)]  
    for i in range(n):  
        j = 0;  
        cdf = math.exp(-L);  
        pdf = math.exp(-L)  
        u = random.random();  
        while (cdf <= u):  
            pdf = pdf * (L/(j+1))  
            cdf = cdf + pdf  
            j = j + 1  
        out[i] = j  
    return out
```

Copie o código para geração de valores segundo a distribuição de exponencial aqui:

```
def rndexp(mu, n):  
    out = [0 for x in range(n)]  
    for i in range(n):  
        L = 1/mu  
        u = random.random()  
        out[i] = -math.log(1-u) / L  
    return out
```

Você pode testar se os códigos estão corretos, usando os programas `poissppf.py` e `expppf.py`. Você deve substituir o comando que usa a função da biblioteca `scipy.stats` pela função que você programou. O histograma gerado deve ser aderente com a gráfico da pmf ou pdf.

