Conjuntos

Conceitos Fundamentais e Operações

Aula 1

Gregory Moro Puppi Wanderley

Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUCPR)

Bacharelado em Ciência da Computação – 3º Período

gregory.puppi@pucpr.br

Apresentação do Professor

- Prof. Gregory Moro Puppi Wanderley
  - Graduação
    - Curso: Engenharia de Computação
    - Instituição: PUCPR
  - Mestrado
    - Dissertação: "FolksDialogue: Um Método para o Aprendizado Automático de Folksonomias a partir de Diálogo Orientado à Tarefa em Português do Brasil"
    - Instituição: PUCPR
  - Doutorado
    - Tese: "A Framework for Facilitating the Development of Systems of Systems"
    - Instituição: Université de Technologie de Compiègne - France

Disciplina

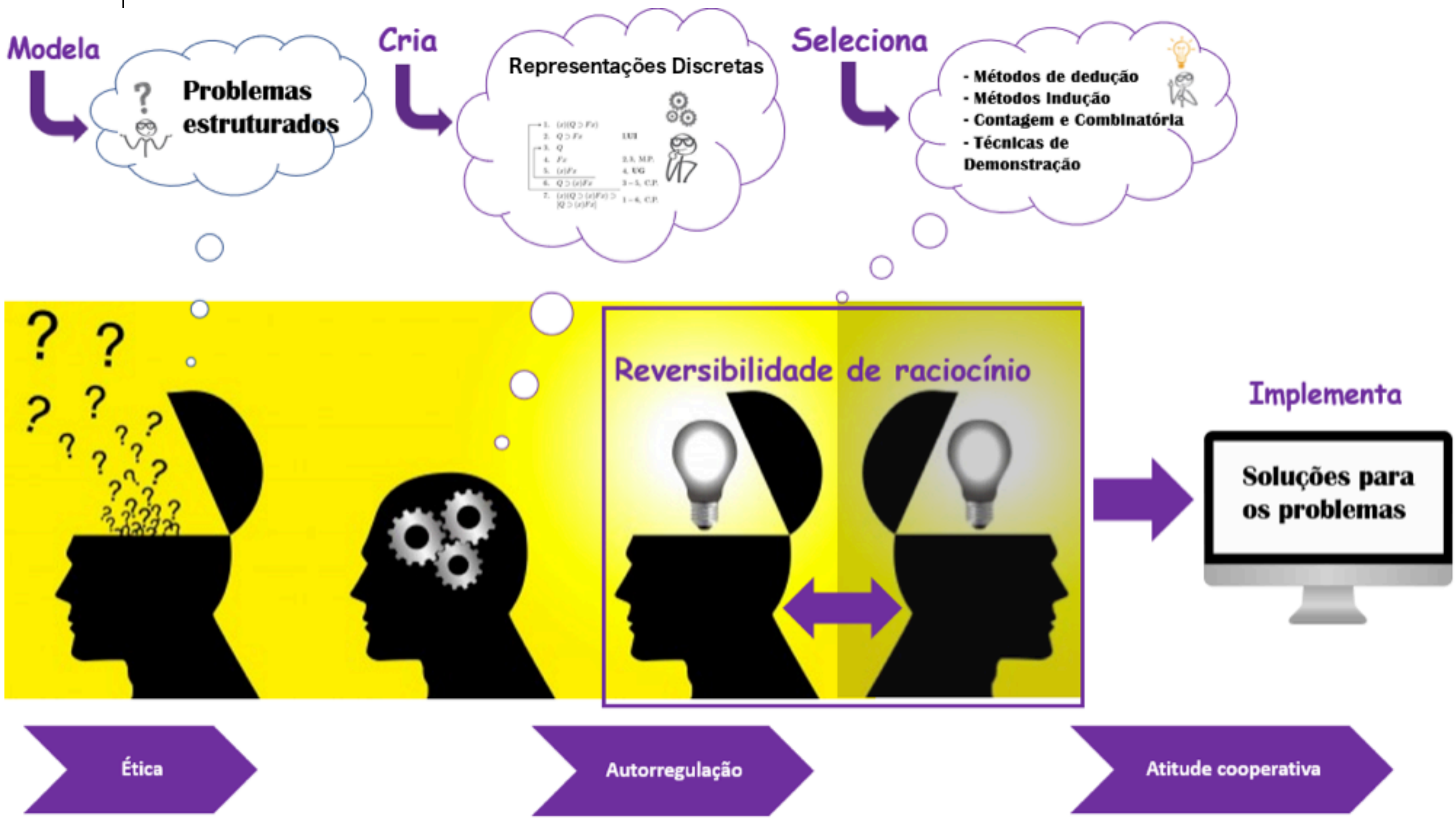
- **Resolução de Problemas de Natureza Discreta**

?

Plano de Ensino

- Disponível no Blackboard

Mapa Mental



Modela
Problemas estruturados
Cria
Representações Discretas
Seleciona
- Métodos de dedução
- Métodos Indução
- Contagem e Combinatória
- Técnicas de Demonstração
Reversibilidade de raciocínio
Implementa
Soluções para os problemas
Ética
Autorregulação
Atitude cooperativa

Objetivos

- Modelar problemas estruturados do mundo real, criando representações e utilizando estruturas discretas.
- Resolver tais problemas, selecionando métodos adequados.
- Utilizar preceitos éticos, com autorregulação e atitude cooperativa.

Temas de Estudo

- Conjuntos
- Funções
- Técnicas de Demonstração
- Indução Matemática
- Recursão Matemática
- Contagem
- Combinatória
- Álgebra de Boole
- Estruturas Algébricas

Metodologia

- Material didático de apoio e orientações serão constantemente disponibilizados no **Blackboard**.

Metodologia

- Material didático de apoio e orientações serão constantemente disponibilizados no **Blackboard**.
- Aulas com exposições e uso de recursos de **metodologias ativas**.

Metodologia

- Material didático de apoio e orientações serão constantemente disponibilizados no **Blackboard**.
- Aulas com exposições e uso de recursos de **metodologias ativas**.
- **Listas de exercícios** como parte integrante da avaliação.

Metodologia

- Material didático de apoio e orientações serão constantemente disponibilizados no **Blackboard**.
- Aulas com exposições e uso de recursos de **metodologias ativas**.
- **Listas de exercícios** como parte integrante da avaliação.
- Desenvolvimento de **trabalhos** a serem especificados para avaliação do rendimento do estudante.

Metodologia

- Material didático de apoio e orientações serão constantemente disponibilizados no **Blackboard**.
- Aulas com exposições e uso de recursos de **metodologias ativas**.
- **Listas de exercícios** como parte integrante da avaliação.
- Desenvolvimento de **trabalhos** a serem especificados para avaliação do rendimento do estudante.
- **Avaliações** individuais de caráter teórico ao longo do semestre.

Metodologias Ativas

- Utilização de diferentes metodologias ativas:
  - Flipped Classroom (Aula Invertida)
  - Problem-Based Learning (PBL)
  - Peer Instruction

Resultados de Aprendizagem

Resultado de Aprendizagem	Temas de Estudo
RA1. Efetuar operações associadas a conjuntos, relações e funções com autorregulação, ética e atitude cooperativa.	Conjuntos Funções
RA2. Construir provas de demonstração; construir o paralelo entre indução matemática e recursão, e aplicá-lo em estruturas recursivas com autorregulação, ética e atitude cooperativa.	Técnicas de Demonstração Indução Matemática Recursão Matemática
RA3. Efetuar operações de contagem e de combinatória, e demonstrar propriedades da álgebra de Boole e de estruturas algébricas com autorregulação, ética e atitude cooperativa.	Contagem Combinatória Álgebra de Boole Estruturas Algébricas

Avaliação

Atividade	Datas	RA
Trabalho 1	15/03/2019 (durante a aula)	RA1
Lista de Exercícios I	22/03/2019 (entrega)	
Prova I	22/03/2019	
Trabalho 2	26/04/2019 (durante a aula)	RA2
Lista de Exercícios II	03/05/2019 (entrega)	
Prova II	03/05/2019	
Trabalho 3	31/05/2019 (durante a aula)	RA3
Lista de Exercícios III	07/06/2019 (entrega)	
Prova III	14/06/2019	

Avaliação (cont.)

	Resultados de Aprendizagem(RA)		
Item de avaliação	**RA1**	**RA2**	**RA3**
Trabalho 1	0,20		
Lista de Exercícios I	0,20		
Prova I	0,40		
Trabalho 2		0,20	
Lista de Exercícios II		0,20	
Prova II	0,10	0,50	
Trabalho 3			0,20
Lista de Exercícios III			0,20
Prova III	0,10	0,10	0,60
nota do RA	1,00	1,00	1,00
peso do RA na média	**0,30**	**0,35**	**0,35**
média	**1,00**		

Avaliação (cont.)

- A nota semestral mínima para a aprovação do estudante na disciplina é 7,0 (sete) com uma frequência mínima de 75% de presença nas aulas.

Semana Estendida de Recuperação

- **Atenção:**
  - **Semana Estendida de Recuperação (Prova): 28/06/2019**

Bibliografia

- Disponível na biblioteca da PUCPR

Bibliografia

- Bibliografia básica:

  - ABE, Jair Minoro; PAPAVERO, Nelson. Teoria intuitiva dos conjuntos. São Paulo: Makron Books.
  - GERSTING, Judith L. Fundamentos matemáticos para a ciência da computação. Ed. LTC.
  - SCHEINERMAN, Edward R. Matemática discreta – Uma introdução. Ed. Cengage Learning ou Ed. Thomson

Bibliografia

- Bibliografia complementar:
  - ROSEN, Kenneth H. Discrete mathematics and its applications. Ed. McGraw-Hill.
  - MENEZES, Paulo Blauth. Teoria da computação: máquinas universais e computabilidade. Ed. Sagra Luzzatto
  - MATTSON, H. F . Discrete mathematics with applications. Jonh Wiley & Sons Pub.
  - ALENCAR FILHO, Edgard de. Iniciação à lógica matemática. Ed. Nobel
  - MENDELSON, Elliott. Álgebra booleana e circuitos de chaveamento. Ed. McGraw-Hill

Horário e Local

- Horário: sextas-feiras das 9h40 às 12h40
- Local
  - Sala Jacarandá 003 (Bloco 2)

Atrasos

- Serão permitidos atrasos de 15 minutos nas primeiras semanas de aula.
- Atenção aos horários da disciplina.

Listas de Exercícios e Trabalhos

- Listas de exercícios e trabalhos serão especificados ao longo do semestre.

- Detalhes e orientações específicas serão fornecidos nos mesmos.

Aulas

- Não é permitido filmar, fotografar ou gravar em qualquer tipo de mídia as aulas, as avaliações e as atividades realizadas ou distribuir o material fornecido sem a autorização escrita do professor.

Política de Direitos Autorais

- Todo e qualquer artefato produzido pelos alunos poderá ser disponibilizado para acesso aberto.
- A produção de cada aluno será corrigida e, na indicação de cópia de material de terceiros, sem a devida referência de autoria, levará a atribuição da nota zero.
- Atenção: cópia é crime e não será tolerada nesta disciplina.

Orientações Gerais

- Comprometimento e responsabilidade do aluno.
- Fazer as listas de exercícios e os trabalhos estipulados.
- Se preparar para as provas.
- Se organizar com o cronograma (datas) ao longo do semestre.

Contato

- Todo o contato deve ser feito preferencialmente via email:
  - gregory.puppi@pucpr.br

Plano de Aula

- Discreto vs. Contínuo
- Conceitos fundamentais de Conjuntos
- Operações em conjuntos
- Diagramas de Venn

Discreto vs. Contínuo

- O que são problemas de **natureza discreta**

→ **slido.com**

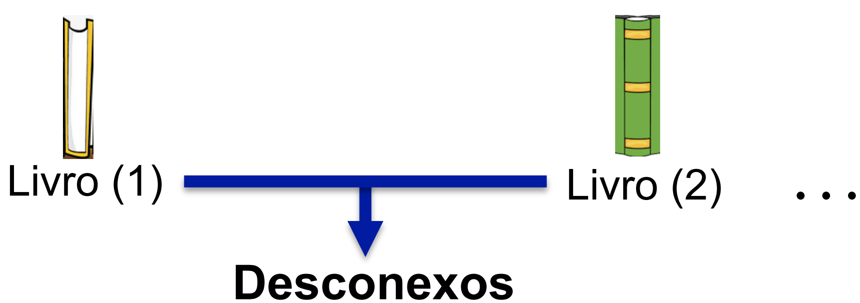
(Código: #N069)

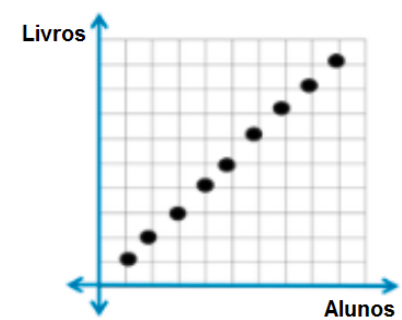
Discreto vs. Contínuo

- Matemática
  - **Discreto**: Ideia de **contável**, enumerável, ou discreto.
    - Ex.: Número de livros de cada aluno.
    - Ex.: Conjunto dos números naturais {0, 1, 2, 3, …}

Discreto vs. Contínuo

- Matemática
  - **Discreto**: Ideia de **contável**, enumerável, ou discreto.
    - Ex.: Número de livros de cada aluno.
    - Ex.: Conjunto dos números naturais {0, 1, 2, 3, …}





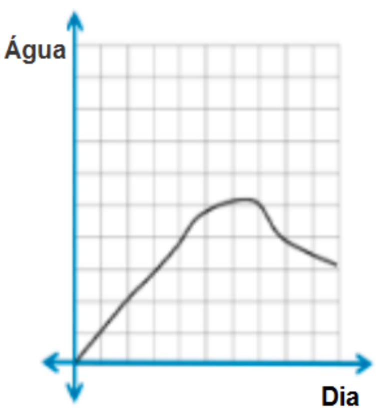
Discreto vs. Contínuo

- Matemática
  - **Contínuo**: Ideia de **não contável**, não enumerável, ou não discreto.
    - Continuidade infinitesimal entre elementos.
      - Ex.: conjunto dos números reais {…, 2,36541, …, 2,36542, …}

Discreto vs. Contínuo

- Matemática
  - **Contínuo**: Ideia de **não contável**, não enumerável, ou não discreto.
    - Continuidade infinitesimal entre elementos.
      - Ex.: conjunto dos números reais {…, 2,36541, …, 2,36542, …}

. . . **2,36541** . . . 2,365411 . . . 2,365412 . . . **2,36542** . . .



Discreto vs. Contínuo

- Na disciplina estamos interessados apenas em problemas com elementos:

→ <u>discretos</u>

Computação

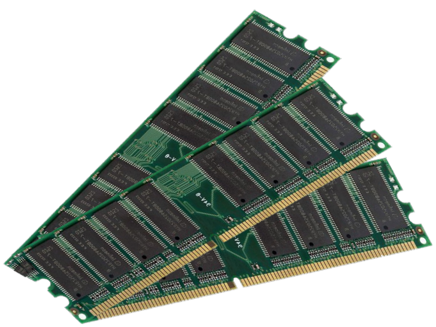
?

Computação

- Qualquer sistema computacional:
  - Possui limitações discretas ou finitas.

Computação

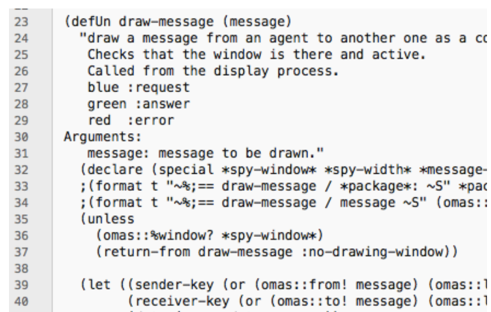
- Qualquer sistema computacional:
  - Possui limitações discretas ou finitas.



Memória (**3** pentes, **128mb** cada)

Computação

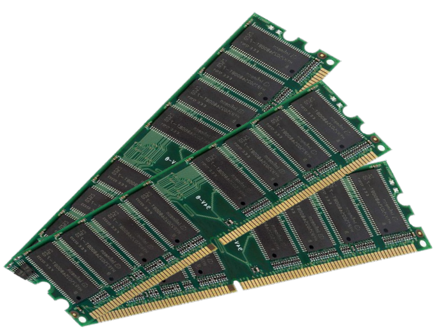
- Qualquer sistema computacional:
  - Possui limitações discretas ou finitas.



```
(defUn draw-message (message)
  "draw a message from an agent to another one as a co
   Checks that the window is there and active.
   Called from the display process.
   blue :request
   green :answer
   red  :error
Arguments:
   message: message to be drawn."
  (declare (special *spy-window* *spy-width* *message-
  ;(format t "~%;== draw-message / *package*: ~S" *pac
  ;(format t "~%;== draw-message / message ~S" (omas::
  (unless
    (omas::%window? *spy-window*)
    (return-from draw-message :no-drawing-window))

  (let ((sender-key (or (omas::from! message) (omas::1
        (receiver-key (or (omas::to! message) (omas::1
```

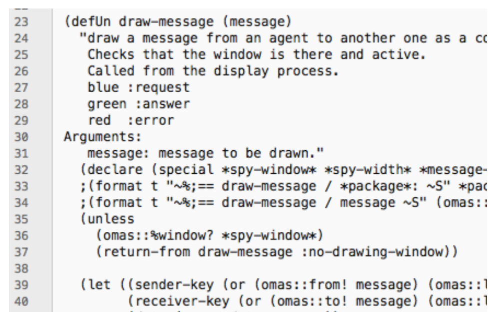
Algoritmo (**número** de linhas, variáveis, etc.)



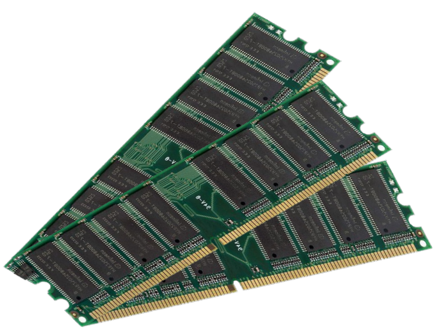
Memória (**3** pentes, **128mb** cada)

Computação

- Qualquer sistema computacional:
  - Possui limitações discretas ou finitas.



Algoritmo (**número** de linhas, variáveis, etc.)



Memória (**3** pentes, **128mb** cada)

1000 0010 1111
Código binário de máquina (**2** elementos, 0 ou 1)

Plano de Aula

- Discreto vs. Contínuo
- Conceitos fundamentais de Conjuntos
- Operações em conjuntos
- Diagramas de Venn

Contexto

- A startup que você trabalha está projetando uma rede social para ser lançada. Neste momento, o projeto está na fase de modelagem dos elementos que comporão a rede e seu contexto.
  - Defina um domínio no qual você estará modelando sua rede através do uso das estruturas discretas, e dos conceitos que serão vistos durante a aula.

Conjuntos

- *Estrutura discreta* mais fundamental.
  - Estruturas discretas são utilizadas para representar objetos discretos.

Conjuntos

- *Estrutura discreta* mais fundamental.
  - Estruturas discretas são utilizadas para representar objetos discretos.

- São usados para agrupar objetos, **normalmente** com alguma propriedade semelhante.

Conjuntos

- *Estrutura discreta* mais fundamental.
  - Estruturas discretas são utilizadas para representar objetos discretos.

- São usados para agrupar objetos, **normalmente** com alguma propriedade semelhante.
  - Ex.: Os estudantes de Ciência da Computação formam um conjunto.
  - Ex.: O conjunto formado pelas cidades do Brasil que são capitais.
  - Ex.: Os jogos de RPG (Role-Playing Game) formam um conjunto.

Conjuntos

- **Definição:**
  - **"***Um conjunto é uma coleção, **sem** repetições e **sem** qualquer ordenação, de zero ou mais objetos denominados elementos".*
    - Elemento: objeto concreto ou abstrato.

Conjuntos

- **Notação por extensão (enumerando todos os elementos):**
  - $A = \{0, 1, 2, 3\}$
    - representa o conjunto *A* com seus quatro elementos 0, 1, 2 e 3.

Conjuntos

- **Notação por extensão (enumerando todos os elementos):**
  - $A = \{0, 1, 2, 3\}$
    - representa o conjunto *A* com seus quatro elementos 0, 1, 2 e 3.
  - $B = \{0, 1\}$
    - representa o conjunto *B* composto pelos algarismos que formam os números binários.

Conjuntos

- **Notação por extensão (enumerando todos os elementos):**
  - $A = \{0, 1, 2, 3\}$
    - representa o conjunto *A* com seus quatro elementos 0, 1, 2 e 3.
  - $B = \{0, 1\}$
    - representa o conjunto *B* composto pelos algarismos que formam os números binários.
  - Vogais = {a, e, i, o, u}
    - representa o conjunto *Vogais* com seus elementos sendo todas as vogais.

Conjuntos

- **Notação pela(s) propriedade(s) dos elementos:**
  - $S = \{x \mid P(x)\}$
    - todo o elemento de *S* tem a propriedade *P* e tudo o que tem a propriedade *P* é um elemento de *S*.

Conjuntos

- **Notação pela(s) propriedade(s) dos elementos:**
  - $S = \{x \mid P(x)\}$
    - todo o elemento de S tem a propriedade P e tudo o que tem a propriedade P é um elemento de S.
    - Ex.: Ímpares = $\{x \mid x$ é um número ímpar$\}$

Conjuntos

- **Notação pela(s) propriedade(s) dos elementos:**
  - $S = \{x \mid P(x)\}$
    - todo o elemento de S tem a propriedade P e tudo o que tem a propriedade P é um elemento de S.
    - Ex.: Ímpares = $\{x \mid x$ é um número ímpar$\}$
    - Ex.: $A = \{x \mid x$ é par e $x < 6\}$

Conjuntos

- Pertinência
  - Se x é um elemento do conjunto A, então x pertence a A.
    - Notação: $x \in A$
    - Ex.: $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $0 \in A$

Conjuntos

- Pertinência
  - Se x é um elemento do conjunto A, então x pertence a A.
    - Notação: $x \in A$
    - Ex.: $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $0 \in A$
  - Se x não é um elemento de A, então x não pertence a A.
    - Notação: $x \notin A$
    - Ex.: $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $8 \notin A$

Conjuntos

- Conjuntos importantes ("padrões")
  - Conjunto Vazio: $\emptyset$ ou $\{\ \}$
    - Não possui elementos.

Conjuntos

- Conjuntos importantes ("padrões")
  - Conjunto Vazio: $\varnothing$ ou $\{ \}$
    - Não possui elementos.

  - Conjunto Unitário:
    - Conjunto constituído por um único elemento.
      - Ex.: $A = \{x \mid x > 0 \text{ e } x < 2\}$

Conjuntos

- Conjuntos numéricos ("padrões")
  - $\mathbf{N}$ (Conjunto dos números naturais, {0, 1, 2, 3, …})
  - $\mathbf{Z}$ (Conjunto dos números inteiros {…, -2, -1, 0, 1, 2, …})
  - $\mathbf{Q}$ (Conjunto dos números racionais {…, -7/11, …, 1/3, …})
  - $\mathbf{I}$ (Conjunto dos números irracionais {…, $1+i\sqrt{3}$, …})
  - $\mathbf{R}$ (Conjuntos dos números reais {…, -1,33, …, 9,41, …})

Conjuntos

- Conjuntos finitos e infinitos
  - **Conjunto finito**: pode ser denotado enumerando todos os seus elementos (extensão).
    - Ex.: $\varnothing$
    - Ex.: $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
    - Ex.: $S = \{x \mid x \text{ é cachorro}\}$

Conjuntos

- Conjuntos finitos e infinitos
  - **Conjunto infinito**: não é possível enumerar todos os seus elementos por extensão.
    - Ex.: $\mathbb{R}$, $\mathbb{Z}$
    - Ex.: $\mathbb{N} = \{x \mid x \geq 0\}$
    - Ex.: Ímpares = $\{y \mid y = 2x + 1 \text{ e } x \in \mathbb{Z}\}$

Cardinalidade

- A cardinalidade de um conjunto A (i.e., |A|) é o número de elementos de A.
  - Ex.: Se A = {1,8, 91, 15}, então |A| = 4.
  - Ex.: Se A = $\varnothing$, então |A| = 0.
  - Ex.: $|\mathbb{N}| = \infty$

Conjuntos

- Subconjuntos
  - *A* é dito um subconjunto de *B* se todo elemento de *A* é também elemento de *B*.

Conjuntos

- Subconjuntos
  - *A* é dito um subconjunto de *B* se todo elemento de *A* é também elemento de *B*.

  - **Notação**: $A \subseteq B$ (*A* é um subconjunto de *B*, ou *A* está **contido** em *B*)

Conjuntos

- Subconjuntos
  - *A* é dito um subconjunto de *B* se todo elemento de *A* é também elemento de *B*.

  - **Notação**: $A \subseteq B$ (*A* é um subconjunto de *B*, ou *A* está **contido** em *B*)
    - *Ou*, $B \supseteq A$ (*B* contém *A*)
      - Ex.: A = {3, 7} e B = {1, 2, 3, 5, 7, 8}

Conjuntos

- Subconjuntos
  - *A* é dito um subconjunto de *B* se todo elemento de *A* é também elemento de *B*.

  - **Notação**: $A \subseteq B$ (*A* é um subconjunto de *B*, ou *A* está **contido** em *B*)
    - *Ou*, $B \supseteq A$ (*B* contém *A*)
      - Ex.: A = {3, 7} e B = {1, 2, 3, 5, 7, 8}

    - Analogamente, $A \not\subset B$ (*A* não está contido em *B*)
      - Ex.: A = {a, b, c} e B = {a, b, j, l, m}

Conjuntos

- Subconjunto próprio
  - A é **subconjunto próprio** de B, se $A \subseteq B$ e existe $b \in B$ tal que $b \notin A$.

Conjuntos

- Subconjunto próprio
  - A é **subconjunto próprio** de B, se $A \subseteq B$ e existe $b \in B$ tal que $b \notin A$.
    - Ex.: Se $A = \{2, 5\}$ e $B = \{2, 5, 7\}$, então A é subconjunto próprio de B.

Conjuntos

- Subconjuntos (exemplos)
  - $\{a, b\} \subseteq \{b, a\}$
  - $\{1, 2, 3\} \subseteq \mathbf{N}$
  - $\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z}$
  - $\varnothing \subseteq \{a, b, c\}$
  - $\varnothing \subseteq \mathbf{N}$
  - $\{a, b, d\} \not\subset \{b, d, f\}$

Conjunto Potência

- Seja A um conjunto, o conjunto potência ou conjunto das partes de A, **P(A)**, é o conjunto cujos elementos são todas as partes de A.
  - Ex.: A = {1, 2}
    - P(A) = {∅, {1}, {2}, {1, 2}}

Conjunto Potência

- Seja A um conjunto, o conjunto potência ou conjunto das partes de A, **P(A)**, é o conjunto cujos elementos são todas as partes de A.
  - Ex.: A = {1, 2}
    - P(A) = {∅, {1}, {2}, {1, 2}}

  - Se A é finito, então P(A) é finito contendo $\mathbf{2^n}$ elementos.
    - Ex.: A = {1}
      - P(A) = 2^1 elementos = {∅, {1}}

Conjunto Potência

- Ex.: $A = \{a, b, c\}$
  - $P(A) = 2^3 = 8$ elementos
    - $\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$

- Conjunto potência: Propriedades
  - $P(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
  - $x \subseteq A \leftrightarrow x \in P(A)$
  - $\emptyset \in P(A)$
  - $A \in P(A)$

Conjuntos

- Conjunto universo ($\mathbf{U}$)
  - Contém todos os conjuntos considerados no contexto em questão.

Conjuntos

- Conjunto universo ($\mathbf{U}$)
  - Contém todos os conjuntos considerados no contexto em questão.
  - Definido $\mathbf{U}$, para qualquer outro conjunto A:
    - $A \subseteq \mathbf{U}$

Conjuntos

- Conjunto universo ($\mathbf{U}$)
  - Contém todos os conjuntos considerados no contexto em questão.
  - Definido $\mathbf{U}$, para qualquer outro conjunto A:
    - $A \subseteq \mathbf{U}$
  - Ex.: Conjunto $\mathbf{N}$ como base num dado contexto, $\mathbf{U} = \mathbf{N}$

Conjuntos

- Conjunto universo ($\mathbf{U}$)
  - Contém todos os conjuntos considerados no contexto em questão.
  - Definido $\mathbf{U}$, para qualquer outro conjunto A:
    - $A \subseteq \mathbf{U}$
  - Ex.: Conjunto $\mathbf{N}$ como base num dado contexto, $\mathbf{U} = \mathbf{N}$
    - Então, outros conjuntos podem ser derivados:
      - ex.: conjunto dos Pares = $\{y \mid y = 2x \text{ e } x \in \mathbf{N}\}$

Conjuntos

- Igualdade de conjuntos
  - Dois conjuntos A e B são iguais ($A = B$) se, e somente se, todo o elemento de A pertencer a B e todo o elemento de B pertencer a A.

Conjuntos

- Igualdade de conjuntos
  - Dois conjuntos *A* e *B* são iguais ($A = B$) se, e somente se, todo o elemento de *A* pertencer a *B* e todo o elemento de *B* pertencer a *A*.
    - $A \subseteq B$ e $B \subseteq A$

Conjuntos

- Igualdade de conjuntos
  - Dois conjuntos A e B são iguais ($A = B$) se, e somente se, todo o elemento de A pertencer a B e todo o elemento de B pertencer a A.
    - $A \subseteq B$ e $B \subseteq A$
      - Ex.: Se $A = \{1, 2, 4, 7\}$ e $B = \{4, 7, 2, 1\}$, então $A = B$
      - Ex.: Se $A = \{1, 5, 3\}$ e $B = \{1, 3, 5\}$, então $A = B$

Conjuntos

- Subconjunto vs. Pertinência
  - Distinguir entre subconjunto (contido) e pertinência.

Conjuntos

- Subconjunto vs. Pertinência
  - Distinguir entre subconjunto (contido) e pertinência.
  - Dado o conjunto A = {3, 4, 5, $\emptyset$, {a}, {b, c}}
    - $\{4\} \notin A$
    - $\emptyset \in A$
    - $\{a\} \in A$
    - $\{b, c\} \in A$
    - $\{1, 2, 3\} \notin A$
    - $\emptyset \subseteq A$
    - $\{3\} \subseteq A$
    - $\{3, 4, 5\} \subseteq A$

Plano de Aula

- Discreto vs. Contínuo
- Conceitos fundamentais de Conjuntos
- Operações em conjuntos
- Diagramas de Venn

União

- A união de dois conjuntos A e B é o conjunto de todos os elementos x, tais que $x \in A$ **ou** $x \in B$.
  - $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$

União

- A união de dois conjuntos A e B é o conjunto de todos os elementos x, tais que $x \in A$ **ou** $x \in B$.
  - $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$
    - Ex.: A = {a, b, e}, B = {b, c, d}
      - $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$
    - Ex.: $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x \text{ é par}\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} \mid x \text{ é ímpar}\}$
      - $A \cup B = \mathbf{N}$

Interseção

- A interseção de dois conjuntos A e B é o conjunto de todos os elementos x, tais que $x \in A$ **e** $x \in B$.
  - $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$

Interseção

- A interseção de dois conjuntos A e B é o conjunto de todos os elementos x, tais que $x \in A$ **e** $x \in B$.
  - $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$
    - Ex.: $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, $C = \{4, 5\}$
      - $A \cap B = \{2\}$
      - $A \cap C = \varnothing$ (A e C são ditos **disjuntos**)
      - $B \cap C = \{4, 5\}$
      - $A \cap A = \{1, 2\} = A$

Complemento

- Seja A uma parte de $\mathbf{U}$ (conjunto universo).
  - O complemento de A em relação a $\mathbf{U}$, dito $\mathbf{U} \setminus A$ ou A^c, é formado por todos os elementos x de $\mathbf{U}$, tais que $x \notin A$.
    - $\mathbf{U} \setminus A = A^C = \{x \in \mathbf{U} \mid x \notin A\}$

Complemento

- Seja A uma parte de $\mathbf{U}$ (conjunto universo).
  - O complemento de A em relação a $\mathbf{U}$, dito $\mathbf{U} \setminus A$ ou A^c, é formado por todos os elementos x de $\mathbf{U}$, tais que $x \notin A$.
    - $\mathbf{U} \setminus A = A^C = \{x \in \mathbf{U} \mid x \notin A\}$
    - Ex.: $\mathbf{U} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{2, 3\}$
      - $A^c = \{1, 4, 5\}$
    - Ex.: $\mathbf{U} = \mathbf{N}$, $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x \text{ é ímpar}\}$
      - $A^c = \{x \in \mathbf{N} \mid x \text{ é par}\}$

Diferença

- Sejam A e B duas partes de $\mathbf{U}$ (conjunto universo).
  - A diferença entre A e B, dito $A - B$, é o conjunto dos elementos x tais que $x \in A$ e $x \notin B$.
    - $A - B = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$

Diferença

- Sejam A e B duas partes de $\mathbf{U}$ (conjunto universo).
  - A diferença entre A e B, dito A – B, é o conjunto dos elementos x tais que $x \in A$ e $x \notin B$.
    - $A - B = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$
    - Ex.: A = {1, 2, 3}, B = {3, 9}
      - $A - B = \{1, 2\}$
      - $B - A = \{9\}$
      - $A - A = \varnothing$

Identidades de Conjuntos

Identidades de Conjuntos.	
Identidade	Nome
$A \cup \emptyset = A$ $A \cap \mathbf{U} = A$	Propriedades dos elementos neutros.
$A \cup \mathbf{U} = \mathbf{U}$ $A \cap \emptyset = \emptyset$	Propriedades de dominação.
$A \cup A = A$ $A \cap A = A$	Propriedades idempotentes.
$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$	Propriedades comutativas.
$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$	Propriedades associativas.
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	Propriedades distributivas.
$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$	Propriedades de absorção.
$A \cup A^c = \mathbf{U}$ $A \cap A^c = \emptyset$ $\mathbf{U}^c = \emptyset$ $\emptyset^c = \mathbf{U}$	Propriedades dos complementares.

Produto cartesiano

- O produto cartesiano de dois conjuntos A e B, denotado por $A \times B$:
  - É o conjunto de pares ordenados formados por um elemento de A e por um elemento de B de todas as maneiras possíveis.
    - $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ e } b \in B\}$

Produto cartesiano

- O produto cartesiano de dois conjuntos A e B, denotado por $A \times B$:
  - É o conjunto de pares ordenados formados por um elemento de A e por um elemento de B de todas as maneiras possíveis.
    - $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ e } b \in B\}$
    - Ex.: $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b\}$
      - $A \times B = \{(1,a), (1,b), (2,a), (2,b), (3,a), (3,b)\}$
      - $B \times A = \{(a,1), (a,2), (a,3), (b,1), (b,2), (b,3)\}$
      - $A \times A = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3)\}$
      - $B \times B = \{(a,a), (a,b), (b,a), (b,b)\}$

Produto cartesiano

- Quadrado cartesiano: $A \times A = A^2$
- $A \times B = \varnothing$ se, e somente se $A = \varnothing$ e $B = \varnothing$
- $A \times B = B \times A$ se, e somente se, $A = \varnothing$ e $B = \varnothing$ ou $A = B$

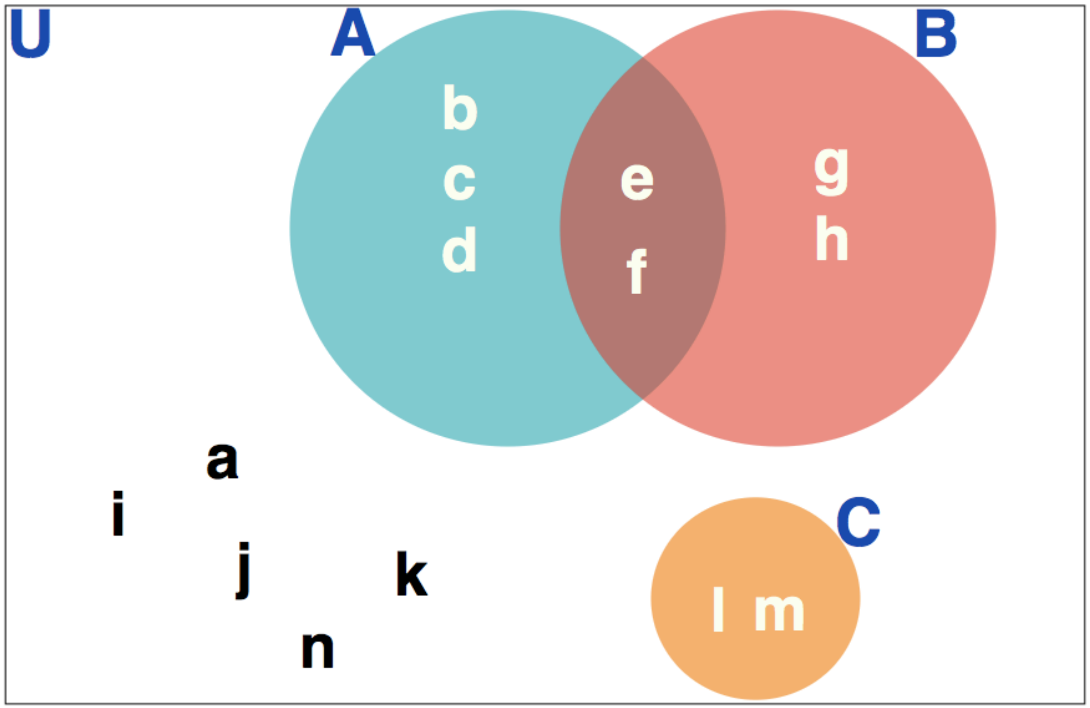
- Distributividade:
- $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
- $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
- $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

Plano de Aula

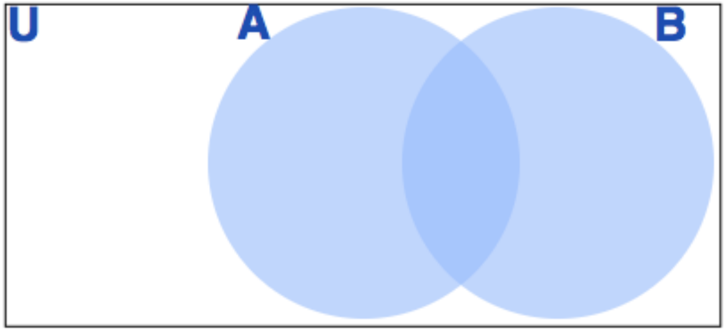
- Discreto vs. Contínuo
- Conceitos fundamentais de Conjuntos
- Operações em conjuntos
- Diagramas de Venn

Diagramas de Venn

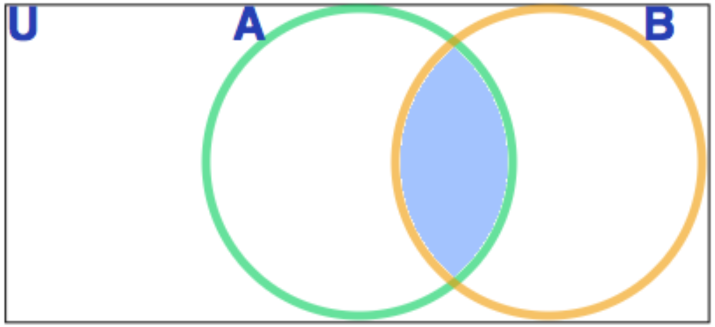
- Representação gráfica de conjuntos finitos.
  - Exemplo
    - U = {a, b, c, …, n}, A = {b, c, d, e, f}, B = {e, f, g, h}, C = {l, m}



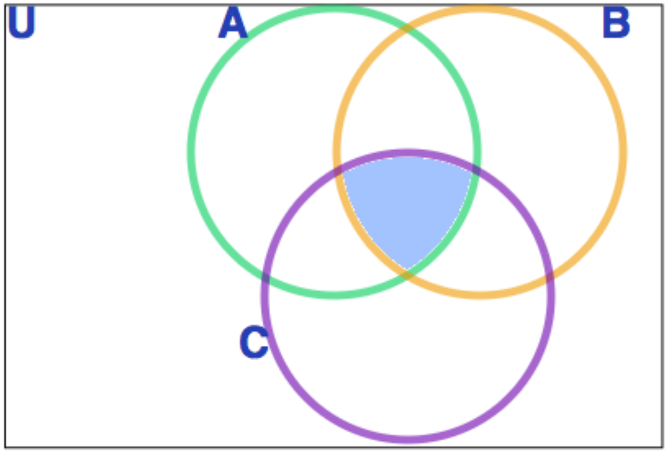
Diagramas de Venn



União (A ∪ B)

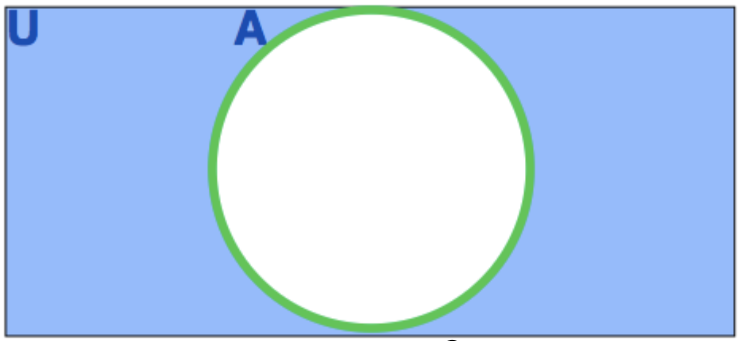


Interseção (A ∩ B)

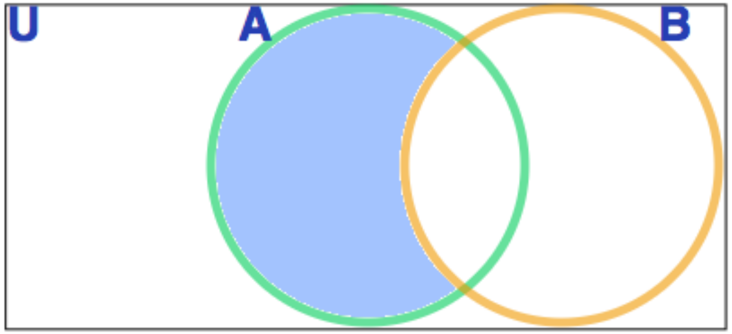


Interseção (A ∩ B)

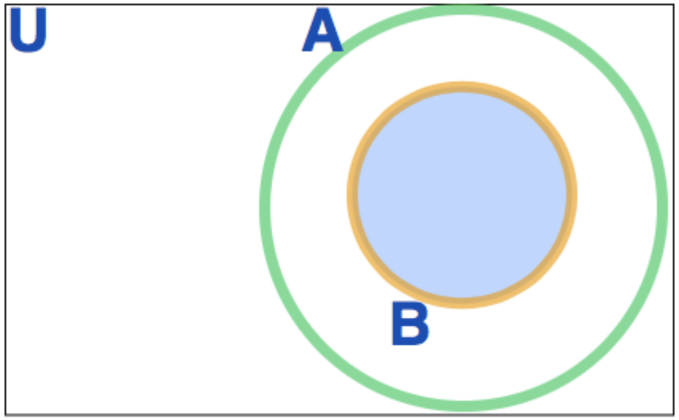
Diagramas de Venn



Complemento ($A^C = U \setminus A$)



Diferença (A - B)



Subconjunto ($B \subseteq A$)

Dúvidas?

Síntese da Aula

- Conjuntos
  - Estrutura discreta (representar objetos discretos)
  - Pertinência
  - Conjuntos "padrões"
  - Conjuntos finitos e infinitos
  - Subconjuntos
  - Conjunto Potência
  - Subconjuntos vs. Pertinência
  - Operações
    - União, interseção, complemento, diferença, produto cartesiano
  - Diagramas de Venn

Próxima Aula

- Relações em conjuntos.