

Lista de Exercícios I: Conjuntos, Relações e Funções

- Valor: 0,20 de peso no RA1, de acordo com o plano de ensino (disponível no Blackboard).
- Número de exercícios: 15
- A nota será proporcional ao número de exercícios feitos corretamente.
- Entrega manuscrita no dia da Prova I.
- Não serão aceitos exercícios entregues em data posterior a da Prova I.
- Os trabalhos devem estar IDENTIFICADOS com o nome completo do aluno, com as diversas folhas DEVIDAMENTE GRAMPEADAS.
- Trabalho individual.
- Não serão aceitos trabalhos com a parte da resolução impressa.
- Trabalhos copiados serão anulados.
- O enunciado dos problemas pode ser omitido, basta identificar para cada solução qual o número do problema e item, se aplicável.
- A compreensão dos enunciados faz parte da avaliação.
- Os exercícios devem, OBRIGATORIAMENTE, ser apresentados em ordem crescente.

1) Existe algum conjunto que está contido em todos os conjuntos? Justifique sua resposta.

2) O conjunto $A = \{a, b, c, d\}$ possui subconjuntos? Se sim, como é possível determinar o número total de subconjuntos? Em caso de resposta positiva, liste todos os subconjuntos de A .

3) Seja o conjunto $Alunos = \{\text{João, Maria, Ana, Enrico, Paula, Cláudio, Cristina}\}$:

- a) O que é a cardinalidade de um conjunto? Determine a cardinalidade de $Alunos$.
- b) Dê exemplos de elementos que pertencem a $Alunos$. Justifique.
- c) Dê exemplos de elementos que não pertencem a $Alunos$. Justifique.
- d) $\{\text{João}, \{\text{Ana}\}\}$ é subconjunto de $Alunos$? Justifique.

4) Seja \mathbb{N} o conjunto dos naturais.

- a) Determine 3 subconjuntos, A, B, C , de \mathbb{N} .

A partir dos subconjuntos determinados em a) responda aos itens abaixo.

- b) $\emptyset \in A$? $\emptyset \in B$? $\emptyset \in C$? Por quê?
- c) $\emptyset \subseteq A$? $\emptyset \subseteq B$? $\emptyset \subseteq C$? Por quê?

- d) Determine $A \cup B$.
- e) Determine $B \cap C$.
- f) Determine $(A \cup C) \cap (A - B)$.
- g) Determine $(A \cap \emptyset) \cup A$.
- h) Determine $A \times B$.
- i) Determine $A \times B \times C$.

5) Sejam

$A = \{x|x \text{ é uma palavra que aparece antes de } esfera \text{ no dicionário da língua portuguesa.}\}$
 $B = \{x|x \text{ é uma palavra que aparece depois de } abstrato \text{ no dicionário da língua portuguesa.}\}$
 $C = \{x|x \text{ é uma palavra com duas vogais.}\}$

- a) $B \subseteq C$?
- b) $abaco \in A - B$?

6) Seja o universo $\mathbb{U} = \mathbb{N}$ (naturais), e $A = \{x|x \text{ é par}\}$:

- a) Qual a cardinalidade de A ? Justifique sua resposta.
- b) Liste alguns elementos de A .
- c) Se $A \cup \{\emptyset\}$, então $\emptyset \in A$? Justifique sua resposta.
- d) $\emptyset \subseteq A$? Justifique sua resposta.
- e) $A \cap \mathbb{U} \setminus A$?
- f) $23 \in \mathbb{U} - (A \cup A)$?
- g) $A \supseteq \{0, 2, 4\}$?
- h) $\{2, 4, 6, 8, 9, 10\} \subseteq \mathbb{U} \setminus A$?

7) O que é uma relação binária em conjuntos?

8) Explique o que é, e dê 2 exemplos para cada uma das relações abaixo.

- a) Relação reflexiva.
- b) Relação simétrica.
- c) Relação anti-simétrica.
- d) Relação transitiva.

9) A relação R abaixo é de equivalência? Por quê? Em caso positivo, qual a classe de equivalência de mamão (i.e., [mamão]) em R ? Por fim, descreva uma outra classe de equivalência na relação R .

$R = \{(uva, uva), (mamão, uva), (abacaxi, abacaxi), (abacaxi, uva), (uva, abacaxi), (mamão, abacaxi), (mamão, mamão), (abacaxi, mamão), (uva, mamão)\}$

10) Seja $A = \{1, 2, 3\}$ quais das relações abaixo são ordenações parciais? Justifique.

- a) $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$
- b) $R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (3, 3), (2, 2), (3, 1)\}$

11) Qual a diferença entre uma ordenação parcial e uma ordenação total? Dê um exemplo de ordenação total.

12) Seja o conjunto $K = \{(1, 2), (-1, 3), (-4, -1), (-1, 4), (4, -2), (2, 0)\}$. K é uma função? Justifique.

13) Dê um exemplo de função para cada item abaixo, justificando o motivo da escolha. Para cada função dada, diga qual é o seu domínio, contradomínio e imagem.

- a) Injetora, mas não sobrejetiva.
- b) Sobrejetiva, mas não injetora.
- c) Bijetora.
- d) Nem injetora, nem sobrejetiva.

14) Seja a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ com $f(x) = x^3$. Tal função possui inversa? Justifique. Em caso de resposta positiva, determine f^{-1} .

15) Seja g a função do conjunto das letras do alfabeto $\{a, b, c, d, \dots, z\}$ para o conjunto dos seguintes números $\{1, 2, 3, 4, \dots, 26\}$. Além disso, seja f a função do conjunto $\{1, 2, 3, 4, \dots, 26\}$ para o conjunto dos números binários com 5 bits $\{00000, 00001, 00010, 00011, \dots, 11111\}$. É possível determinar as composições abaixo? Justifique.

- a) $f \circ g$
- b) $g \circ f$