

MODELOS MULTICRITÉRIOS – AHP (*Analytic Hierachy Process*)

Considerações Gerais

Os problemas de tomada de decisões são comuns em uma infinidade de áreas. Desde tempos remotos o homem tenta resolvê-los, por meio de abstrações, heurísticas e raciocínios dedutivos. Assim, temos validado nossas escolhas. De maneira geral, esses problemas possuem, pelo menos, uma das características a seguir: (i) os critérios de resolução do problema são, no mínimo, dois que conflitam entre si; (ii) tanto os critérios como as alternativas não estão claramente definidos, e as consequências da escolha de uma determinada alternativa, com relação a pelo menos um critério, não são devidamente compreendidas; (iii) os critérios e as alternativas podem ser interdependentes; (iv) a solução do problema depende de um conjunto de pessoas, cada uma com seu próprio ponto de vista, muitas vezes conflitante com as demais pessoas; (v) as restrições do problema não estão bem definidas, podendo existir dúvidas a respeito do que é critério e do que é restrição; (vi) alguns critérios são quantificáveis, enquanto outros, somente o são por meio de juízos de valor efetuados sobre uma escala; (vii) a escala para um determinado critério pode ser cardinal, verbal ou ordinal, dependendo dos dados disponíveis e da própria natureza dos critérios.

Outras complicações podem surgir em um contexto real de tomada de decisão, mas os sete aspectos mencionados caracterizam uma certa complexidade. Em geral, problemas dessa natureza são considerados mal-estruturados.

Parte desses problemas são resolvidos com os modelos de otimização, já estudados por nós. Outra parte, necessitamos de novas abordagens, tais com as muticritérios.

Os métodos muticritérios têm caráter científico e, ao mesmo tempo, subjetivo, trazendo consigo a capacidade de agregar, de maneira ampla, todas as características consideradas importantes, inclusive as não quantitativas, com a finalidade de possibilitar a transparência e a sistematização do processo referente aos problemas de tomada de decisões.

Uma abordagem multicritério em um processo de tomada de decisões envolve as vantagens a seguir:

- O desenvolvimento de um base para o diálogo entre decisores, utilizando os possíveis pontos de vista comuns.
- Maior facilidade para incorporar incertezas aos dados inerentes ao processo.
- Analisar e avaliar cada solução como um compromisso entre objetivos conflitantes.

Após destacarmos alguns aspectos gerais sobre os modelos multicritérios, apresentaremos, em profundidade, os conceitos sobre o AHP (Processo de Análise Hierárquica). O AHP, podemos adiantar, é o modelo muticritério mais difundido no mundo dos negócios.

Modelos Multicritérios

As abordagens multicritérios são formas de modelar os processos de decisão que englobam: (i) decisão a ser tomada; (ii) eventos desconhecidos que podem afetar os resultados; (iii) possíveis cursos de ação; (iv) resultados.

Estes modelos procuram refletir o juízo de valores dos decisores. Desta forma, os modelos multicritérios funcionam como uma base para discussão, principalmente nos casos em que há conflitos entre os decisores, ou ainda, quando a percepção do problema pelos vários atores

envolvidos ainda não está totalmente consolidada. Seu objetivo é ajudar o decisor a analisar os dados e buscar a melhor estratégia de decisão.

Essas abordagens foram desenvolvidas para problemas que incluem aspectos qualitativos e/ou quantitativos. Elas têm como base o princípio de que a experiência e o conhecimento das pessoas são tão valiosos quanto as informações utilizadas para a tomada de decisão. Nota-se, que a análise multicritérios leva em conta a subjetividade dos decisores. Por isso, a convicção da interconexão e inseparabilidade dos elementos objetivos e subjetivos do contexto decisório são consideradas como as características importantes dos Modelos Multicritérios de Apoio a Decisão (MMAD).

Os Modelos Multicritérios de Apoio à Decisão permitem avaliar critérios que não podem ser transformados em valores financeiros. Sua aplicação é apropriada para comparar alternativas de projetos, políticas e cursos de ação e, também, para analisar projetos específicos, identificando seu grau de impacto global, as ações mais eficazes e as que devem ser modificadas.

Desta forma, os modelos multicritérios fornecem aos decisores, subsídios necessários para obter uma solução que melhor se ajuste às suas necessidades.

Com a aplicação dos modelos multicritérios, o decisor poderá estimar as possíveis implicações de cada curso de ação, de modo a obter uma melhor compreensão das vinculações entre suas ações e seus objetivos.

O desafio é identificar, entre critérios conhecidos ou implícitos, quais são relevantes para o problema de decisão. As variáveis de decisão são as ações detalhadas que devem ser escolhidas e comunicadas. A decisão do grupo será a combinação das preferências individuais, resultando, portanto, em um intercâmbio de decisões entre seus membros, por meio da negociação das propostas aceitáveis.

Os resultados obtidos pela análise multicritérios dependem do conjunto de ações consideradas, da qualidade dos dados, da escolha e estruturação dos critérios, dos valores de ponderação atribuídos aos critérios, do método de agregação utilizado e da participação dos diferentes decisores.

Os modelos multicritérios foram desenvolvidos por diversos grupos de pesquisa. Dentre eles, destacam-se a Escola Americana e a Escola Francesa ou Europeia.

Dentre os modelos pesquisados da escola americana destacam-se:

- MAUT (*Multiattribute Utility Theory*): consiste em uma extensão natural da Teoria da Utilidade, para o contexto no qual cada alternativa seja escrita por uma lista de atributos. A Teoria da Utilidade assume que o decisor deseja fazer uma escolha que corresponde ao maior nível de satisfação (ou utilidade). A satisfação ou preferência do decisor perante o risco é representada por uma função matemática chamada função de utilidade. A função de utilidade multiatributo, multicritério utiliza várias funções de utilidade para avaliar a maior satisfação possível. O modelo MAUT é de uma solidez teórica incontestável, sendo o único que utiliza a Utilidade Agregada, condicionada a verificações que somente este método se propõe a realizar.
- SMART (*Simple Multi-Attribute Rating Technique*): tem como base o uso de função utilidade linear como a média algébrica ponderada para priorizar as alternativas.
- TODIM (Tomada de Decisão Interativa Multicritério): incorpora em sua formulação padrões de preferência dos decisores em presença de risco, baseado na Teoria dos Prospectos, que utiliza funções de valor para explicar a aversão e a propensão ao risco na tomada de decisão; prospecto deve ser entendido como um jogo, no qual o decisor prefere ganhar menos, diante do risco de perder, ou, correr o risco de ganhar, na certeza de perder.

- AHP (*Analytic Hierarchy Process*): contrapondo-se ao MAUT, tem maior simplicidade no processo de modelagem da decisão, conquistando o tomador de decisão por permitir uma maior compreensão de seu processo e sua participação na estruturação do problema. O AHP será detalhado adiante, por ser um dos modelos mais utilizados e por ser o modelo escolhido para esta disciplina.

Os modelos desenvolvidos na Europa, foram denominados, em seu conjunto, por Escola Francesa de Apoio à Decisão com Múltiplos Critérios, conhecidos pela sigla MCDA (*Multiple Criteria Decision Aid*). Esses modelos permitem maior flexibilidade na resolução do problema, não determinando como obrigatório a comparação entre alternativas e não obriga o analista de decisão a criar uma estrutura hierárquica dos critérios. Esses modelos, em vez de considerar a intensidade da preferência, consideram a atratividade ou a falta de atratividade (ou indiferença), criando um ranking de classes de conjuntos de componentes da decisão. Os modelos desenvolvidos na Europa mais conhecidos são:

- ELECTRE (*Elimination and Choice Translating Reality*): Modelo que produz índices de concordância e de discordância para determinar relações de dominância entre as alternativas e categorizá-las.
- PROMÉTHÉE (*Preference Ranking Method for Enrichment Evaluation*): Modelo que utiliza índices de preferência para determinar a intensidade global de preferência entre as alternativas, com o objetivo de se obter uma categorização parcial ou completa.
- TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*): Consiste no modelo de ordenação de preferência por similaridade, baseado no princípio de que a melhor alternativa é aquela em que está mais próxima de uma solução ideal e mais distante de uma solução não desejada, segundo um coeficiente de similaridade, que mede a semelhança entre as alternativas.
- MACBETH (*Measuring Attractiveness by a Categorical based Evaluation Technique*): Modelo que agrega conceitos da escola americana e francesa, no qual modelos de problemas de programação linear são utilizados para descrever o grau de preferência das alternativas. Permite agregar os diversos critérios de avaliação em um critério único de síntese, por meio da atribuição de pesos aos vários critérios, respeitando as opiniões dos decisores. Mediante a comparação par a par da atratividade das alternativas, são atribuídos os pesos aos critérios: dadas duas alternativas, o decisor deve dizer qual a mais atrativa (deve receber a maior nota) e qual o grau desta atratividade em uma escala semântica que tem correspondência com uma escala ordinal.
- SAW (*Simple Additive Weighting*): Modelo que consiste em quantificar os valores dos atributos (critérios) para cada alternativa, construindo a Matriz de Decisão contendo estes valores, derivando a Matriz de Decisão normalizada, nomeando a importância (pesos) para os critérios e calculando a contagem global para cada alternativa. Então, a alternativa com a contagem mais alta é selecionada como a preferida (melhor).

As abordagens multicritérios apresentam duas importantes características: definir e evidenciar a responsabilidade do decisor e melhorar a transparência do processo de decisão. Elas proporcionam uma melhor adaptação aos contextos decisórios encontrados na prática, permitindo que um grande número de dados, interações e objetivos sejam avaliados de forma integrada. Este fato é considerado como a maior vantagem dos MMAD em relação aos modelos monocritérios tradicionais.

Outra vantagem dos MMAD está relacionada com o consenso geral em um grupo multidisciplinar na tomada de decisão: não é necessário que todos concordem com a importância relativa dos critérios ou com a ordenação das alternativas. Assim, cada um apresenta seus próprios julgamentos e contribui distintamente para que uma conclusão seja alcançada em conjunto. Isto ocorre porque as abordagens multicritérios assumem que, na maioria dos contextos decisórios, é possível identificar um pequeno número de pontos de vista,

normalmente entre três e dez, para construir um conjunto de critérios exaustivo e simples o suficiente para ser aceito como base de discussão por todos os atores envolvidos no processo.

Os modelos multicritérios para apoio à tomada de decisão agregam um valor substancial à informação, pois, não só permitem a abordagem de problemas considerados complexos e, por isto mesmo, não são tratáveis pelos procedimentos intuitivo-empíricos usuais, mas também dão ao processo de tomada de decisão uma clareza e transparência jamais disponíveis quando modelos de natureza monocritério são empregados.

AHP – *Analytic Hierachy Process*

A programação multicritério, por meio do modelo AHP, é estruturada para tomada de decisão em ambientes complexos em que diversas variáveis ou critérios são considerados para a priorização e seleção de alternativas.

O AHP foi desenvolvido na década de 80 por Thomas L. Saaty e tem sido intensivamente utilizado. Atualmente é aplicado para a tomada de decisão em diversos cenários complexos em que pessoas trabalham em conjunto para tomar decisões e onde percepções humanas, julgamentos e consequências possuem repercussão de longo prazo.

O principal benefício do modelo é que, como os valores dos julgamentos das comparações paritárias são baseados em experiência, intuição e, também, em dados físicos, o AHP pode lidar com aspectos qualitativos e quantitativos de um problema de decisão.

Além disso, por reconhecer que participantes podem estar incertos ou fazer julgamentos pobres em algumas comparações, o AHP envolve comparações redundantes para melhorar a validade destas. As inconsistências que surgem das comparações não podem ser consideradas como uma limitação, mas, sim, uma possibilidade de se constatar a realidade de um processo decisório real.

O modelo AHP considera e mede todos os fatores importantes, qualitativa e quantitativamente mensuráveis, sejam eles tangíveis ou intangíveis, para aproximar-se de um modelo realista.

O modelo AHP (*Analytic Hierarchy Process*), bastante usado no Brasil e restante do mundo em avaliações de natureza estratégica desde os anos 1980, tem sido objeto de críticas surgidas na literatura. Podemos resumi-las:

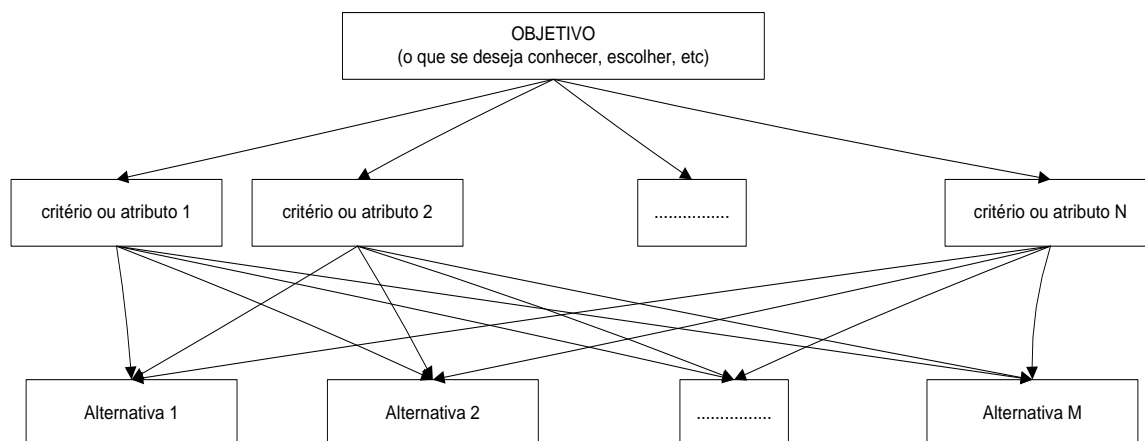
- Conversão da escala verbal para numérica – Agentes de decisão usando o método verbal de comparação terão seus julgamentos automaticamente convertidos para uma escala numérica, mas a correspondência entre as duas escalas é baseada em pressupostos não testados.
- Inconsistências impostas pela escala de 1 a 9 – Em alguns problemas a restrição de comparações par a par sobre uma escala de 1 a 9 força o agente de decisão a cometer inconsistências.
- Significado das respostas às questões – Os pesos são obtidos sem referência às escalas nas quais os atributos são medidos, podendo significar que as questões são interpretadas de modos diferentes pelos agentes de decisão.
- O número de comparações requeridas pode ser grande.

Uma extensa pesquisa para identificar como diversos pesquisadores têm utilizado a técnica AHP. Foram analisados artigos científicos publicados nos mais prestigiados periódicos internacionais, que tratavam de temas relacionados a produtos e serviços, tais como: seleção (32 artigos), avaliação (26 artigos), análise de custo-benefício (7 artigos), alocação de recursos (10 artigos), planejamento e desenvolvimento (18 artigos), priorização (20 artigos), tomada de decisão (21 artigos), previsão (4 artigos), medicina (5 artigos) e AHP com QFD (*Quality Function Deployment* ou Desdobramento da Função Qualidade; 7 artigos). Destes artigos, 70 foram escritos por norte-

americanos, 27, por europeus, 50, por asiáticos e 3 por pesquisadores de outros países. Desta forma, tem-se demonstrado a diversidade da aplicabilidade do AHP e como a técnica é disseminada nos diversos países.

O processo AHP se inicia pela decomposição do problema em uma hierarquia de critérios ou atributos que são mais facilmente analisáveis e comparáveis de modo independente e que serão considerados no processo de tomada de decisão, conforme ilustrado na figura 1, que se segue.

Figura 1 – Diagrama representativo da hierarquia de critérios e alternativas de decisão



A partir do momento em que essa hierarquia lógica é construída, a etapa seguinte do processo AHP é avaliar sistematicamente as alternativas por meio da comparação, duas a duas, sob a ótica de cada um dos critérios ou atributos. Essa comparação pode utilizar dados concretos das alternativas ou julgamentos humanos como forma de informação.

O AHP transforma as comparações, muitas vezes empíricas, em valores numéricos que são processados e comparados. O peso de cada um dos fatores permite a avaliação de cada um dos elementos dentro da hierarquia definida. Essa capacidade de conversão de dados empíricos em valores numéricos é o principal diferencial do AHP com relação a outras técnicas.

A comparação entre dois elementos utilizando o AHP pode ser realizada de diferentes formas sendo que, no entanto, a escala de importância relativa entre duas alternativas proposta por Saaty é a mais amplamente utilizada. Atribuindo valores que variam de “1” a “9”, a escala determina a importância relativa de uma alternativa i com relação à alternativa j e, reciprocamente, da alternativa j em relação à alternativa i , conforme apresentado na tabela que se segue.

Escala de importância relativa de Saaty.

ESCALA	(a_{ij}) (alternativa i em relação à j)	$(1/a_{ij})$ (alternativa j em relação à i)
Extremamente preferido	9	1/9
Entre muito forte e extremo	8	1/8
Muito fortemente preferido	7	1/7
Entre forte e muito forte	6	1/6
Fortemente preferido	5	1/5

Entre moderado e forte	4	1/4
Moderadamente preferido	3	1/3
Entre igual e moderado	2	1/2
Igualmente preferido	1	1

A utilização desta escala na avaliação dos critérios e/ou atributos gera uma matriz com valores numéricos tal qual a apresentada na tabela que se segue.

Exemplo de matriz de avaliação dos critérios e/ou atributos

ATRIBUTOS	Atributo 1	Atributo 2	Atributo N
Atributo 1	1	$1/a_{21}$	$1/a_{N1}$
Atributo 2	a_{21}	1		$1/a_{N2}$
.....
Atributo N	a_{N1}	a_{N2}	1

A partir dessas avaliações veremos como determinar o grau de importância dos critérios a serem utilizados no processo decisório.

O mesmo procedimento é utilizado para a avaliação dos pares de alternativas sob a ótica de cada um dos critérios e/ou atributos. Assim, por exemplo, para o Atributo 1, as alternativas serão analisadas segundo a matriz representada na tabela que se segue.

Exemplo de matriz de avaliação das alternativas sob a ótica do Atributo 1.

ALTERNATIVAS	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa M
Alternativa 1	1	$1/a_{21}$	$1/a_{M1}$
Alternativa 2	a_{21}	1		$1/a_{M2}$
.....
Alternativa M	a_{M1}	a_{M2}	1

Após a obtenção das matrizes de avaliação, devemos padronizar os seus valores com relação às colunas. Padronizar significa fazer com que o somatório de cada uma das colunas seja igual a 1. Isto está representado nas tabelas que se seguem.

Exemplo de matriz com os atributos padronizados.

ATRIBUTOS	Atributo 1	Atributo 2	Atributo N
Atributo 1	a_{11}^N	a_{12}^N	a_{1N}^N
.....
Atributo N	a_{N1}^N	a_{N2}^N	a_{NN}^N

Soma da coluna	1	1	1
----------------	---	---	---

Exemplo de matriz normalizada das alternativas sob a ótica do atributo 1.

ALTERNATIVAS	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa M
Alternativa 1	a_{11}^N	a_{12}^N	a_{1M}^N
.....
Alternativa M	a_{M1}^N	a_{M2}^N	a_{MM}^N
Soma da coluna	1	1		1

onde cada elemento da matriz padronizada é determinado por:

$$a_{ij}^N = \frac{a_{ij}}{\sum_1^j a_{ij}}$$

A partir da matriz dos atributos padronizada, pode-se calcular os pesos relativos entre os critérios e/ou atributos. Tais pesos são determinados pelo cálculo da média aritmética dos elementos das linhas correspondentes a eles, isto é:

$$p_i = \frac{\sum_1^j a_{ij}^N}{N}$$

Após a determinação dos pesos de cada critério e/ou atributo é possível estabelecer a hierarquia entre eles. Isto significa obter o grau de importância que os decisores percebem para cada um dos critérios e /ou atributos.

Similarmente, o mesmo processo matemático é realizado para cada uma das alternativas sob a ótica de cada atributo. Os valores dos pesos (pa_{ij}) significam a classificação (hierarquização) das alternativas sob a ótica de cada um dos atributos.

Finalmente, para que se possa obter o resultado final da análise, determina-se o peso global de cada alternativa. Para isto, calcula-se a média ponderada dos pesos de cada alternativa sob as óticas dos diversos atributos, ou seja:

$$pg_j = \sum_1^J (p_i) \cdot (pa_{ij})$$

Conhecidos os pesos globais é possível, finalmente, hierarquizar as alternativas, selecionado a de maior valor.

Assim, em resumo, o modelo AHP permite:

- Hierarquizar os critérios e/ou atributos (ordenar os p_i);
- Hierarquizar as alternativas sob a ótica de cada critério e/ou atributo (ordenar os pa_{ij}) e, finalmente,
- Hierarquizar as alternativas segundo todos os critérios e/ou atributos simultaneamente (pg_i).

Exemplo de Aplicação

Uma empresa precisa hierarquizar os seus projetos de investimentos (P1 e P2). Em reunião de diretoria, foram definidos que para o processo de tomada de decisão deverão ser considerados três critérios: (i) taxa de retorno do investimento; (ii) tempo de retorno do investimento; (iii) risco do investimento.

O modelo AHP foi o escolhido.

Os dirigentes definiram que: (i) a taxa de retorno é 4 vezes (escala de Saaty) mais importante do que o tempo de retorno; (ii) o risco é 2 vezes mais importante que a taxa de retorno; (iii) o risco é 4 vezes mais importante que o tempo de retorno.

Com esta definição, construíram a matriz de avaliação dos critérios.

	Taxa	Tempo	Risco
Taxa	1,00	4,00	0,50
Tempo	0,25	1,00	0,25
Risco	2,00	4,00	1,00
soma	3,25	9,00	1,75

A partir da matriz de avaliação, determinaram a matriz padronizada:

	Taxa	Tempo	Risco
Taxa	0,31	0,44	0,29
Tempo	0,08	0,11	0,14
Risco	0,62	0,44	0,57
soma	1,00	1,00	1,00

Com os valores da matriz padronizada, calcularam os graus de importância dos critérios: (i) taxa de retorno = 34,6%; (ii) tempo de retorno = 11,0%; (iii) risco do investimento = 54,4%.

Na sequência, os dirigentes fizeram a comparação entre os projetos P1 e P2, segundo cada um dos critérios de avaliação (taxa, tempo e risco).

Nesta fase, as dirigentes definiram que: (i) sob a ótica da taxa de retorno, P1 é 4 vezes mais importante que P2 (escala de Saaty); (ii) sob a ótica do tempo de retorno, P2 é 2 vezes mais importante que P1; (iii) sob a ótica do risco, P2 é 5 vezes mais importante que P1.

Com esta definição, construíram as matrizes de avaliação dos projetos sob as óticas dos critérios taxa, tempo e risco.

	P1	P2
P1	1,00	4,00
P2	0,25	1,00
soma	1,25	5,00

	P1	P2
P1	1,00	0,50
P2	2,00	1,00
soma	3,00	1,50

	P1	P2
P1	1,00	0,20
P2	5,00	1,00
soma	6,00	1,20

A partir das matrizes de avaliação, determinaram as matrizes padronizadas:

	P1	P2
P1	0,80	0,80
P2	0,20	0,20
soma	1,00	1,00

	P1	P2
P1	0,33	0,33
P2	0,67	0,67
soma	1,00	1,00

	P1	P2
P1	0,17	0,17
P2	0,83	0,83
soma	1,00	1,00

Com os valores das matrizes padronizadas, calcularam os graus de importância dos projetos, sob as óticas dos critérios:

- ótica da taxa de retorno: P1 = 20% e P2 = 80%
- tempo de retorno: P1 = 66,7% e P2 = 33,3%
- risco do investimento: P1 = 83,3% e P2 = 16,7%

Finalmente os dirigentes determinaram o grau de importância global dos projetos: (i) P1 = 59,6%; (ii) P2 = 40,4%.

Em resumo:

- Avaliação global, P1 é o projeto que deve ser selecionado.
- Sob a ótica da taxa de retorno, P2 é o projeto que deve ser escolhido.
- Sob a ótica do tempo de retorno, P1 é o projeto que deve ser escolhido.
- Sob a ótica do risco, P1 é o projeto que deve ser escolhido.

Referências bibliográficas

GOMES, L.F.A.M.; GOMES, C.F.S. Princípios e métodos para tomada de decisão: enfoque multicritério. 6ed. São Paulo: Atlas, 2014.

[<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788597021592/cfi/6/2!/4/2/2@0:0>]