

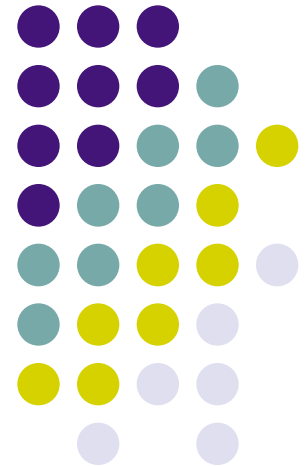
Máquina de Turing

Aula 6

Gregory Moro Puppi Wanderley

Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUCPR)

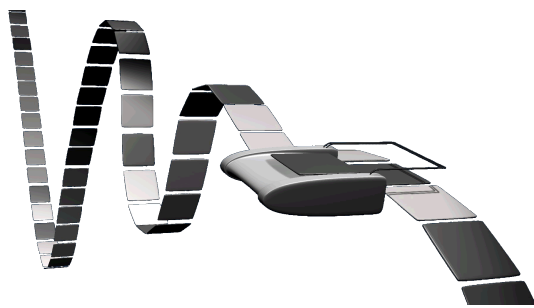
Bacharelado em Ciência da Computação – 4º Período





Plano de Aula

- Introdução
- Hipótese de Church-Turing
- Modelo
- Variações



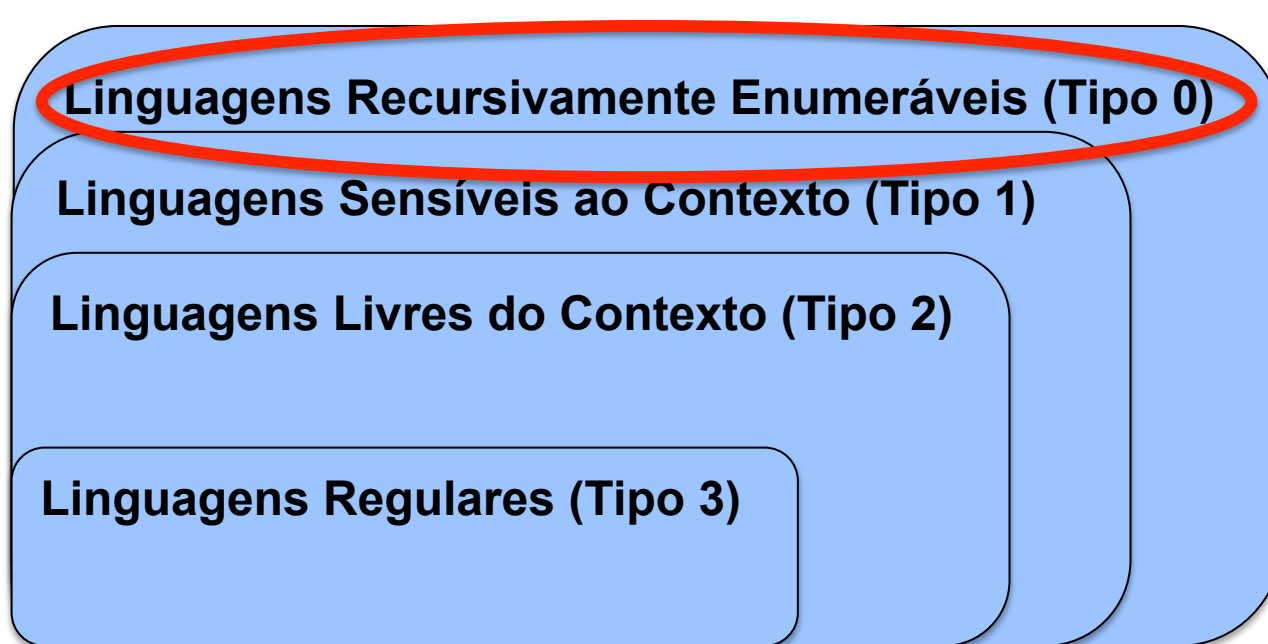
Máquina de Turing

- Proposta em 1936 pelo cientista da computação Alan Turing.
- Modelo computacional genérico capaz de implementar qualquer *algoritmo ou função computável*.
- Formaliza um procedimento efetivo (algoritmo), i.e., sequência finita de instruções, realizadas mecanicamente, num tempo finito.
 - Um modelo formal de um procedimento efetivo deve:
 - Ter descrição finita.
 - Ser composto de passos discretos que podem ser executados mecanicamente.



Máquina de Turing

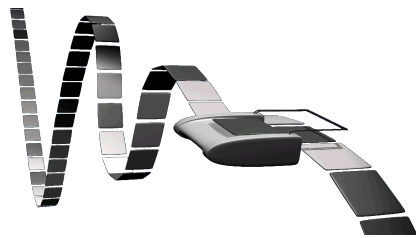
- Aceita linguagens recursivamente enumeráveis ou tipo 0.
- Classes de linguagens mais complexas (Hierarquia de Chomsky).
- Conjunto de todas as linguagens que podem ser reconhecidas mecanicamente num tempo finito.





Hipótese de Church-Turing

- Existe um procedimento efetivo para solucionar um problema se e somente se existir uma máquina de Turing que pare para todas as entradas possíveis e que resolva o problema.
- "A capacidade de computação representada pela máquina de Turing é o limite máximo que pode ser atingido por qualquer dispositivo de computação".

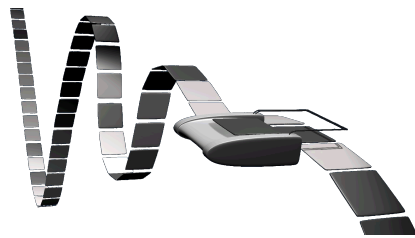


Máquina de Turing (Modelo)

- Componentes

- Fita

- Usada simultaneamente como dispositivo de entrada, de saída e de memória.
- Finita à esquerda e infinita à direita.
- Dividida em células, cada uma armazenando um símbolo. O símbolos podem:
 - Pertencer ao alfabeto de entrada.
 - Pertencer ao alfabeto auxiliar.
 - Ser "branco".
 - Ser "marcador de início da fita".



Máquina de Turing (Modelo)

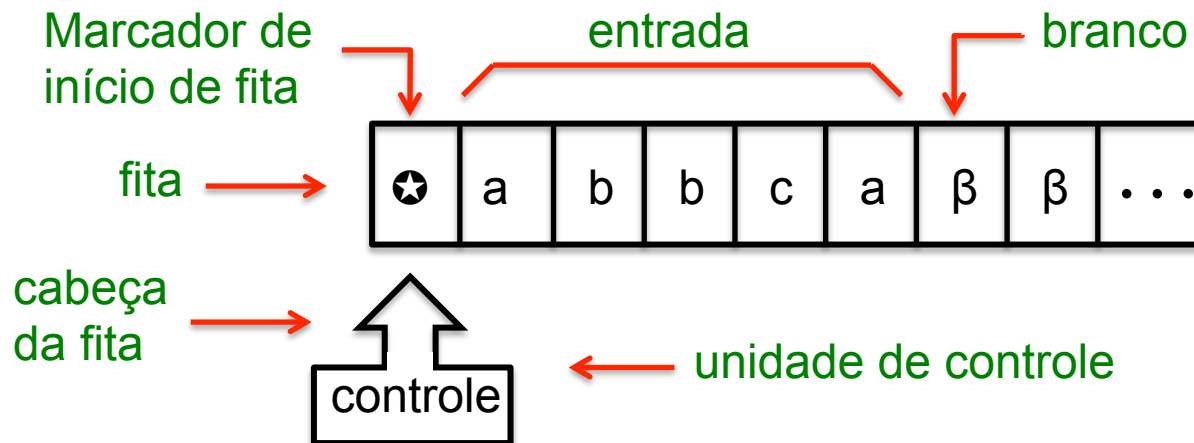
- Componentes
 - Unidade de controle
 - Reflete o estado atual da máquina.
 - Possui uma unidade de leitura e gravação (cabeça da fita), a qual acessa as células da fita e se movimenta para a esquerda/direita.
 - Função de transição
 - Define o estado da máquina, leituras, gravações, e o sentido do movimento da cabeça.



Máquina de Turing (Modelo)

- Dinâmica

- Inicialmente, a entrada a ser processada ocupa as células mais à esquerda após o marcador de início da fita (símbolo \star). As demais células possuem o símbolo "branco" (β).

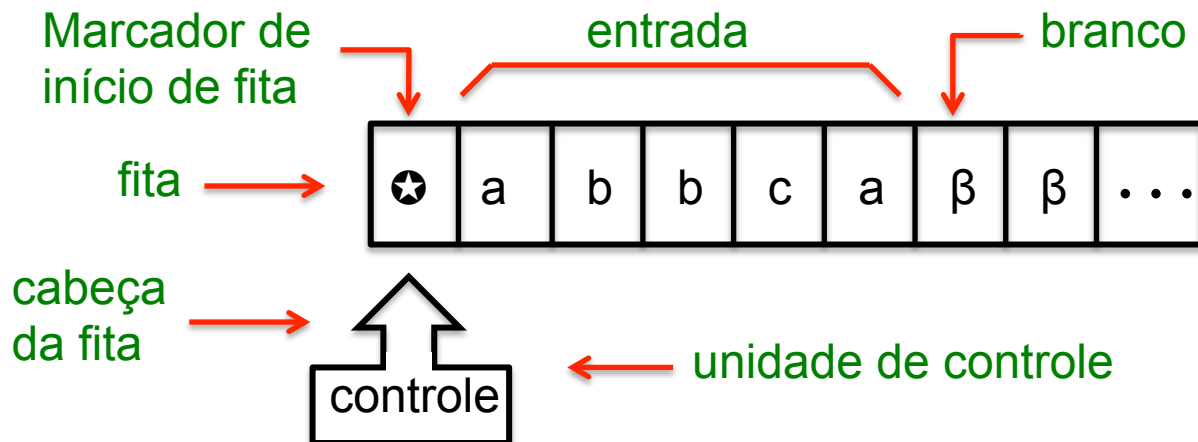




Máquina de Turing (Modelo)

- Dinâmica (cont.)

- A unidade de controle possui um número finito/predefinido de estados.
- A cabeça da fita lê o símbolo de uma célula de cada vez e grava um novo símbolo na célula sendo lida.
- A cabeça move para direita/esquerda (definido pela função de transição).





Máquina de Turing (Modelo)

- Definição

- $M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F, V, \beta, \star)$
 - Σ é um alfabeto de símbolos de entrada.
 - Q é o conjunto finito de estados da máquina.
 - δ é uma função de transição:
 - $\delta: Q \times (\Sigma \cup V \cup \{\beta, \star\}) \rightarrow Q \times (\Sigma \cup V \cup \{\beta, \star\}) \times \{E, D\}$
 - q_0 é o estado inicial (sendo $q_0 \in Q$).
 - F é um subconjunto de Q , denominados estados finais.
 - V é um alfabeto auxiliar (pode ser vazio).
 - β é o símbolo especial "branco".
 - \star é o símbolo de início ou marcador de início da fita.

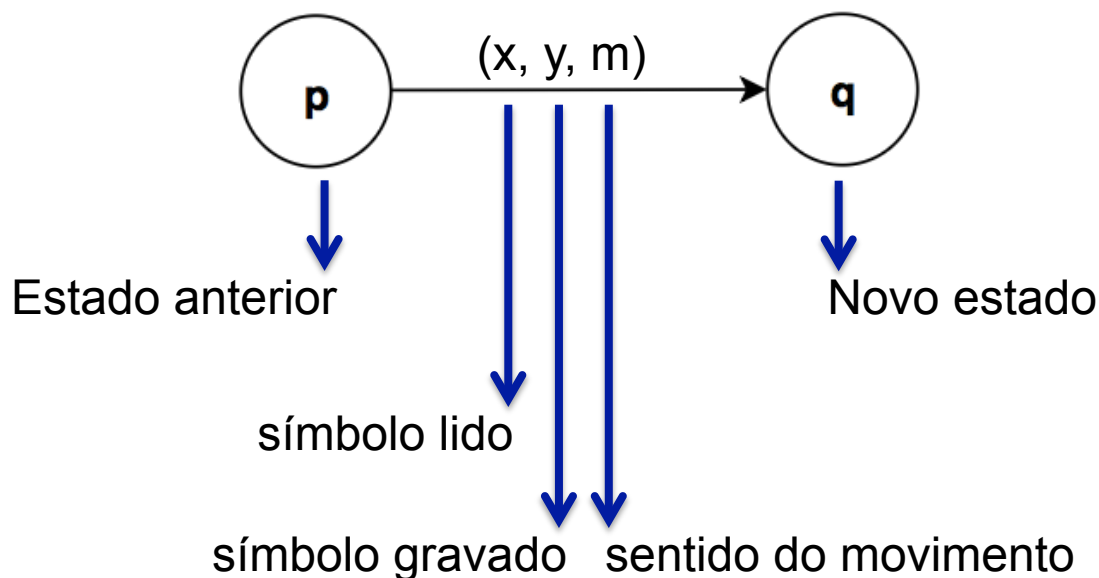
Esquerda (E) e Direita (D),
representam o sentido de
movimento da cabeça.





Máquina de Turing (Modelo)

- Função de transição (δ)
 - Características
 - Suponha a transição $\delta(p, x) = (q, y, m)$:





Máquina de Turing (Modelo)

- Processamento da máquina
 - Aplicação sucessiva da função de transição para cada símbolo de uma palavra de entrada w . Condição de **parada**:
 - **Aceita** a entrada w . Atinge um estado final: a máquina pára, e w é aceita.
 - **Rejeita** a entrada w , se:
 - (a) O argumento corrente da função de transição define um movimento à esquerda, e a cabeça da fita já se encontra na célula mais à esquerda. A máquina pára e w é rejeitada.
 - (b) Ao longo do processamento de w , a função de transição é indefinida para o argumento (símbolo lido e estado atual). A máquina pára e w é rejeitada.



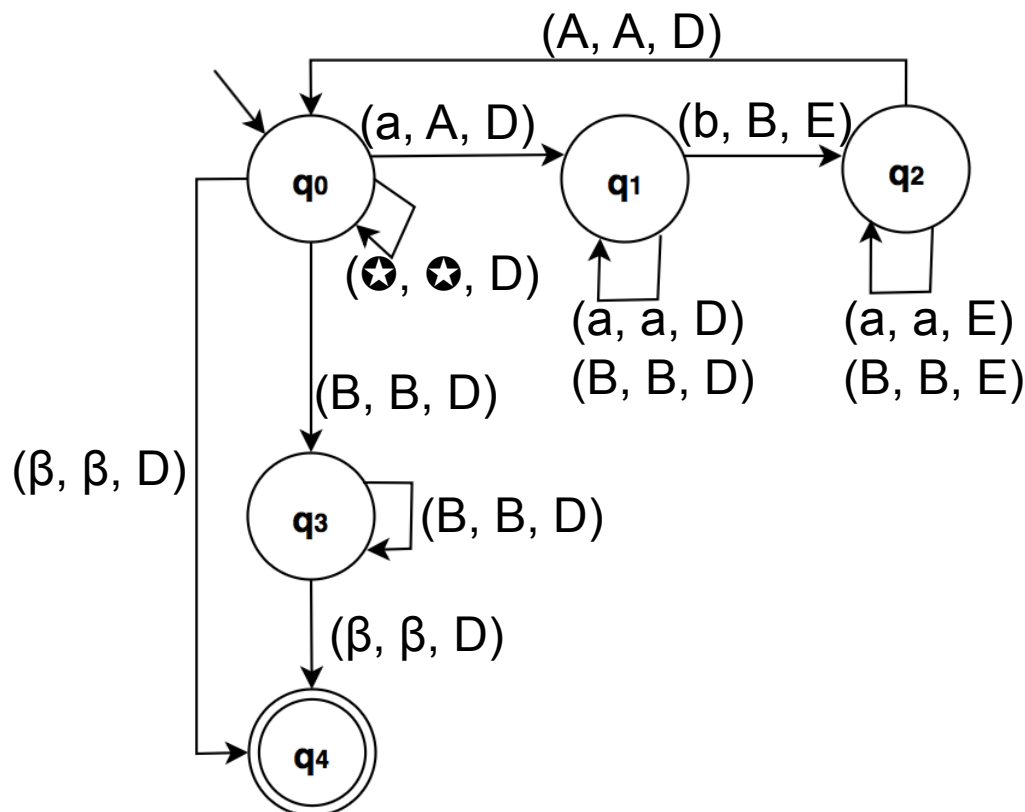
Máquina de Turing (Exemplo)

- Construa uma máquina de Turing para reconhecer a linguagem $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$.



Máquina de Turing (Exemplo)

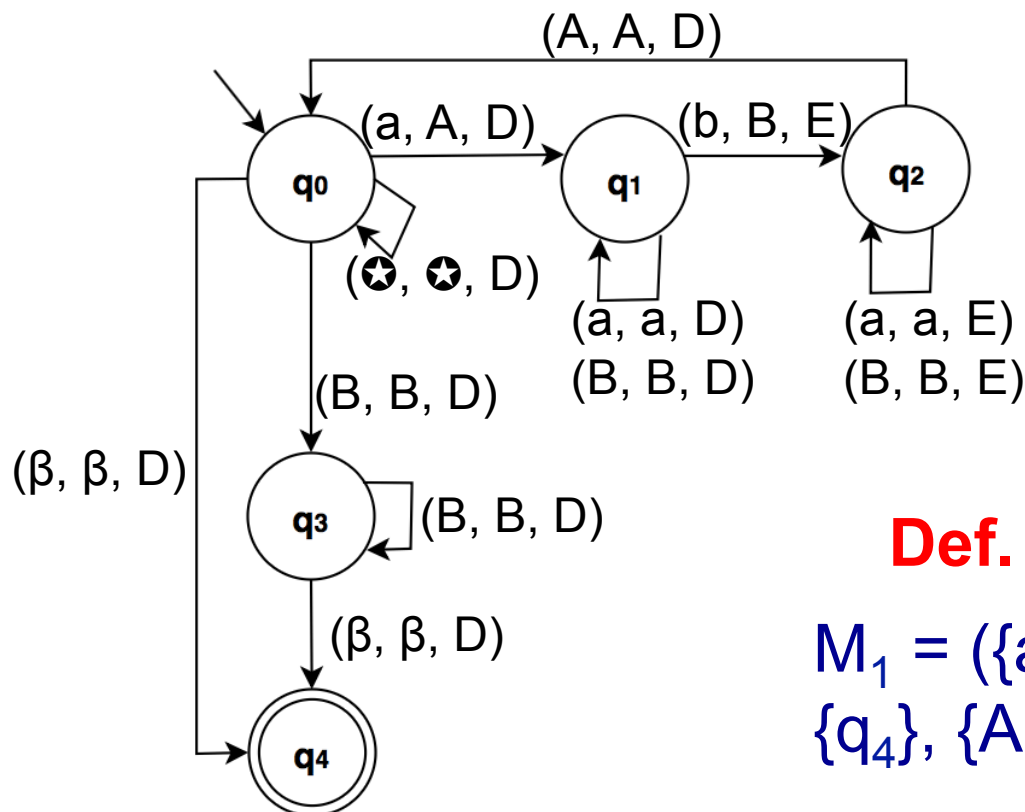
- Construa uma máquina de Turing para reconhecer a linguagem $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$.





Máquina de Turing (Exemplo)

- Construa uma máquina de Turing para reconhecer a linguagem $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$.



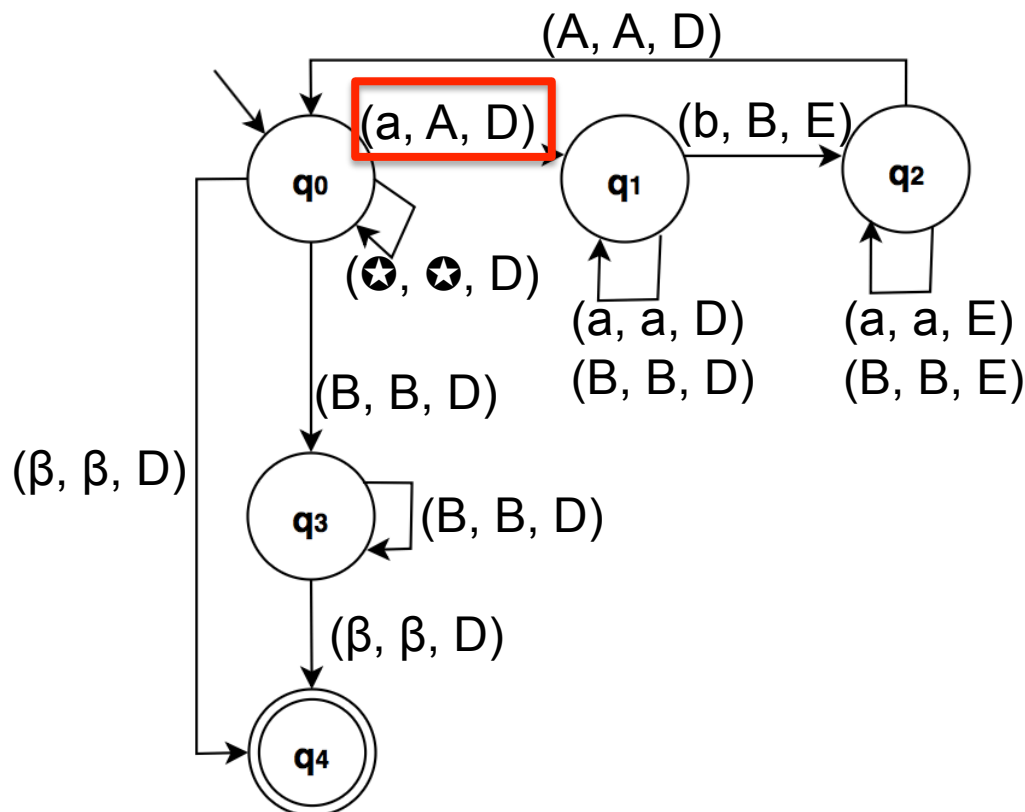
Def. $M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F, V, \beta, \star)$

$M_1 = (\{a, b\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \delta_1, q_0, \{q_4\}, \{A, B\}, \beta, \star)$



Máquina de Turing (Exemplo)

- Construa uma máquina de Turing para reconhecer a linguagem $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$.

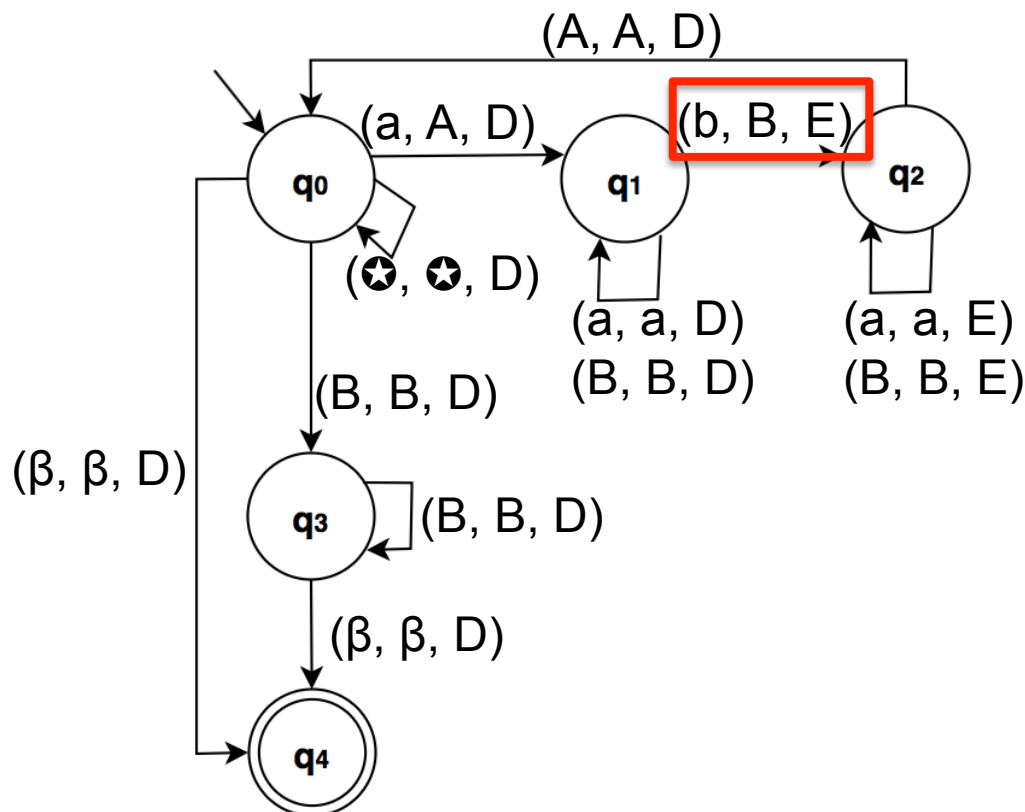


O Algoritmo reconhece o primeiro símbolo a e o marca como A , movimentando a cabeça para a Direita (D).



Máquina de Turing (Exemplo)

- Construa uma máquina de Turing para reconhecer a linguagem $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$.

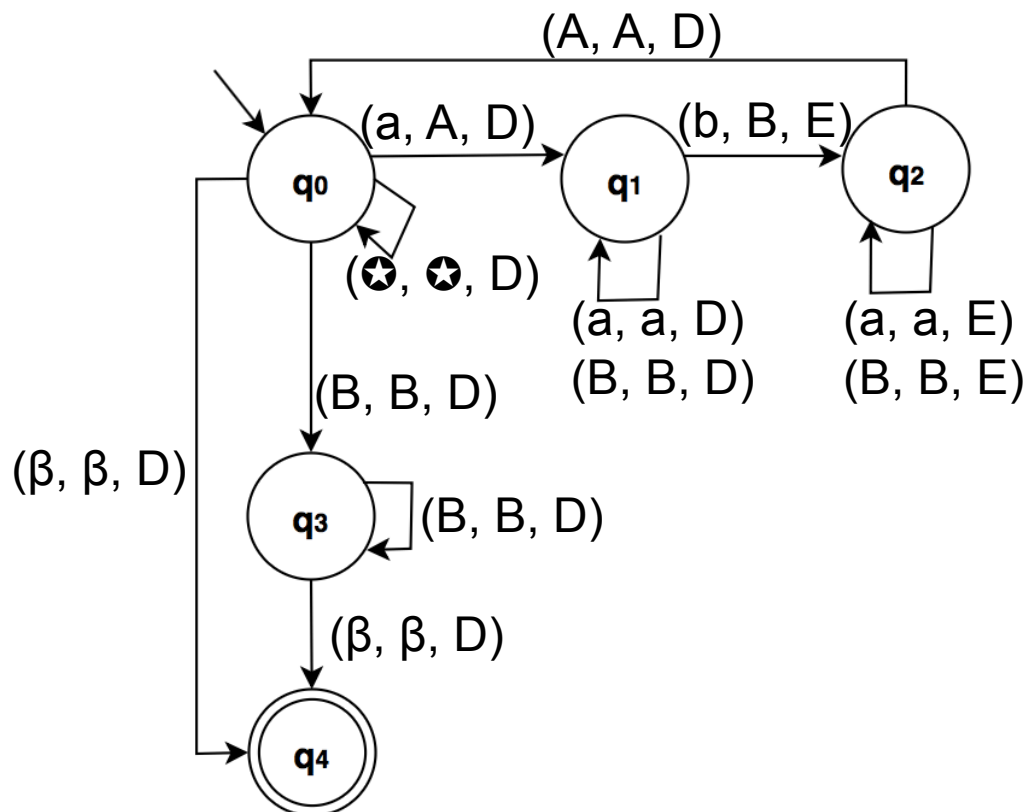


O Algoritmo procura o b correspondente e o marca como B.



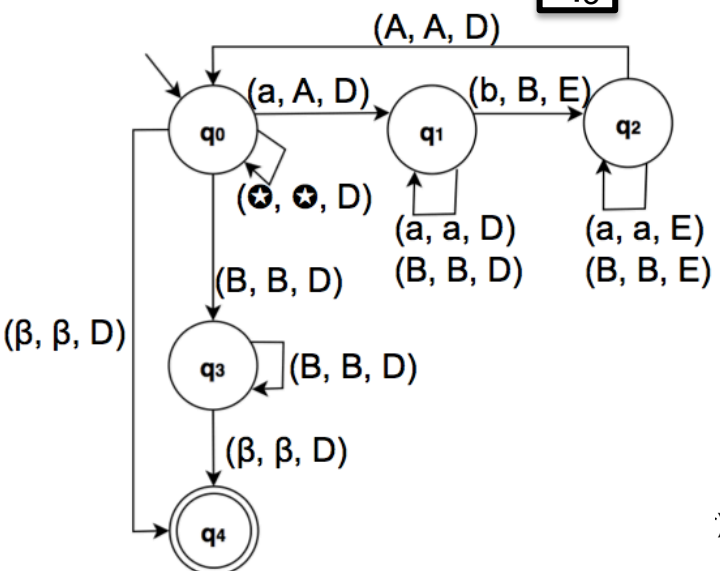
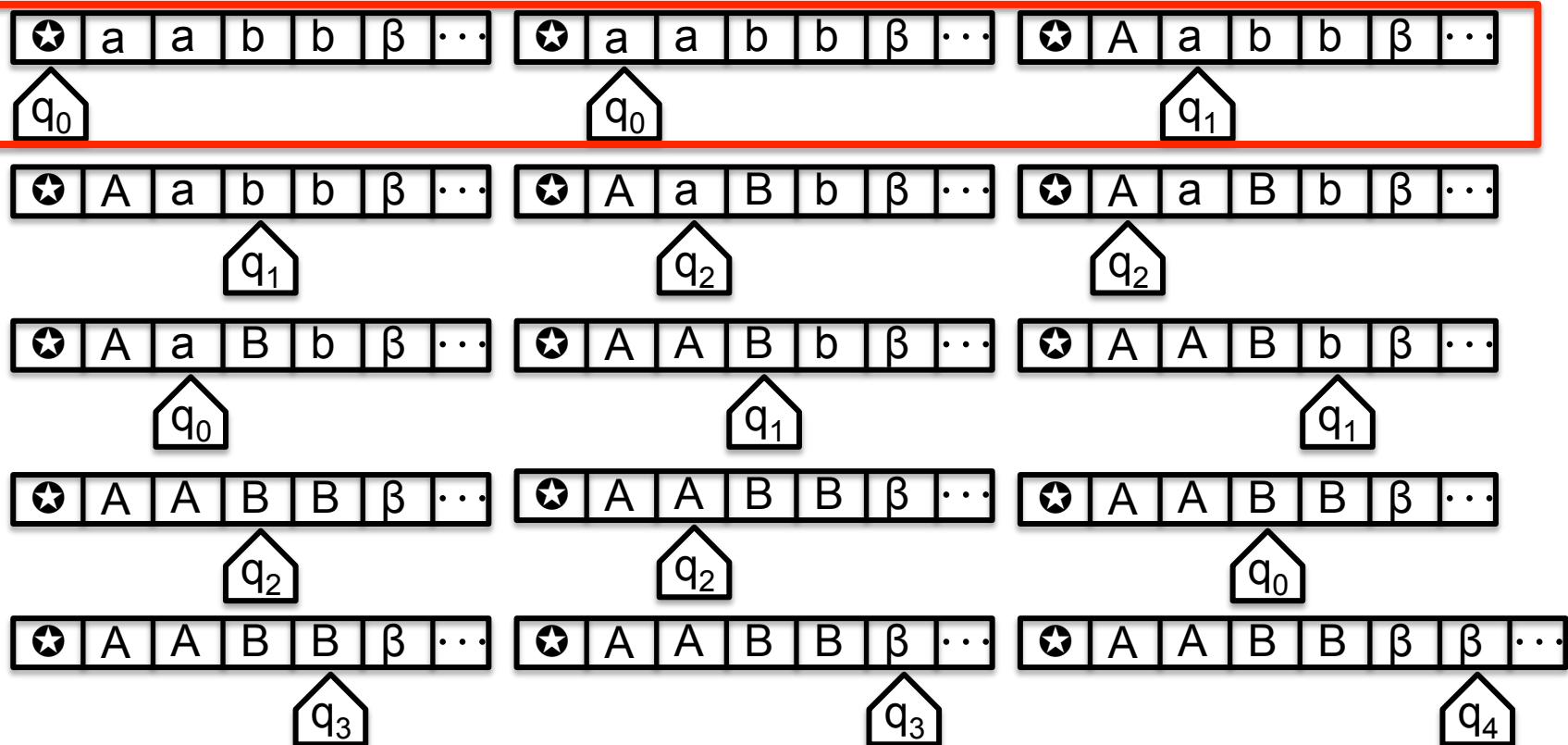
Máquina de Turing (Exemplo)

- Construa uma máquina de Turing para reconhecer a linguagem $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$.

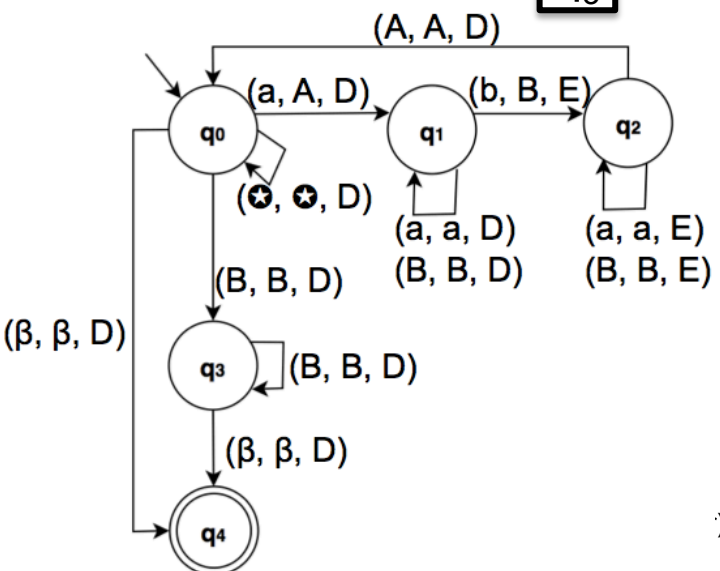
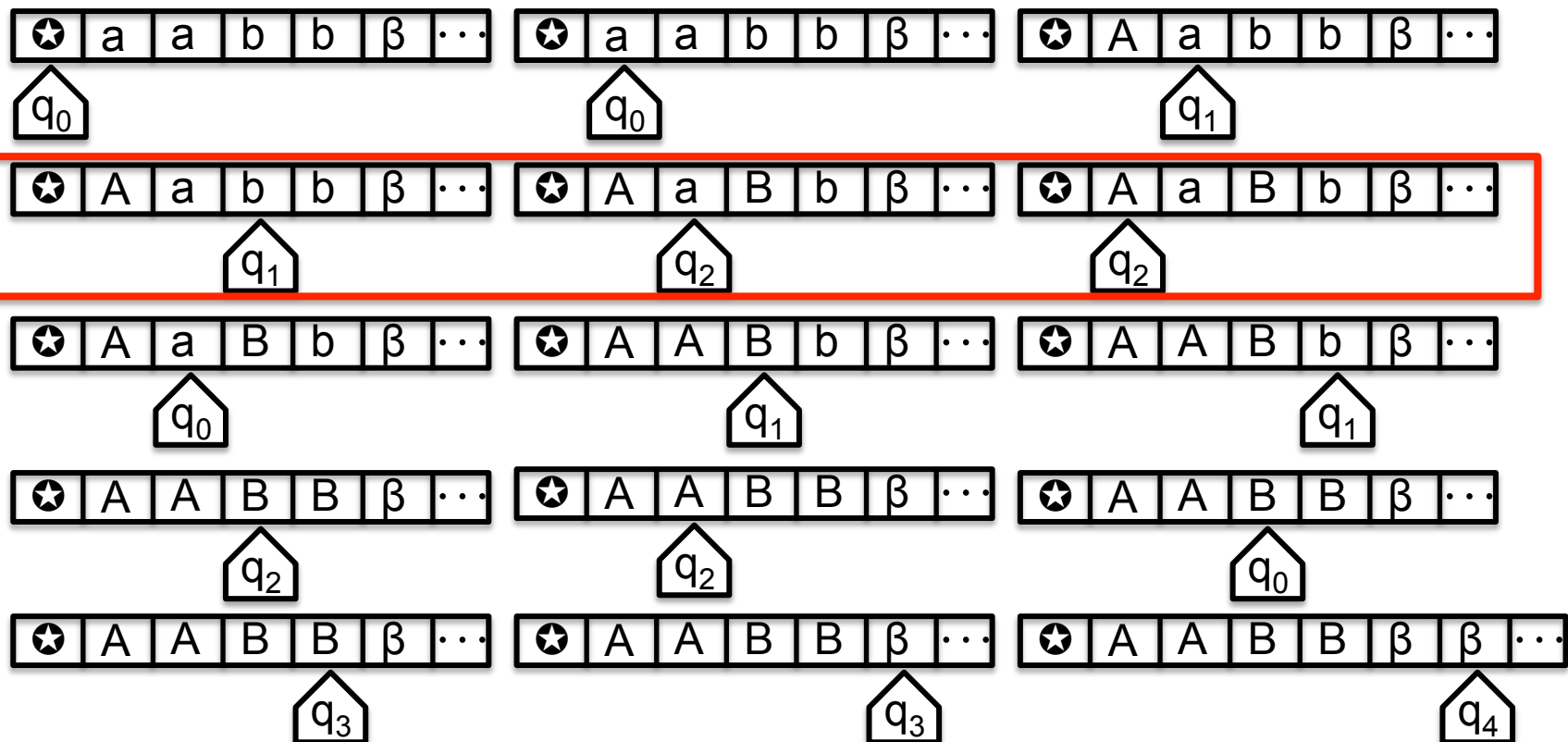


O Ciclo é repetido sucessivamente até identificar para cada a o seu correspondente b .

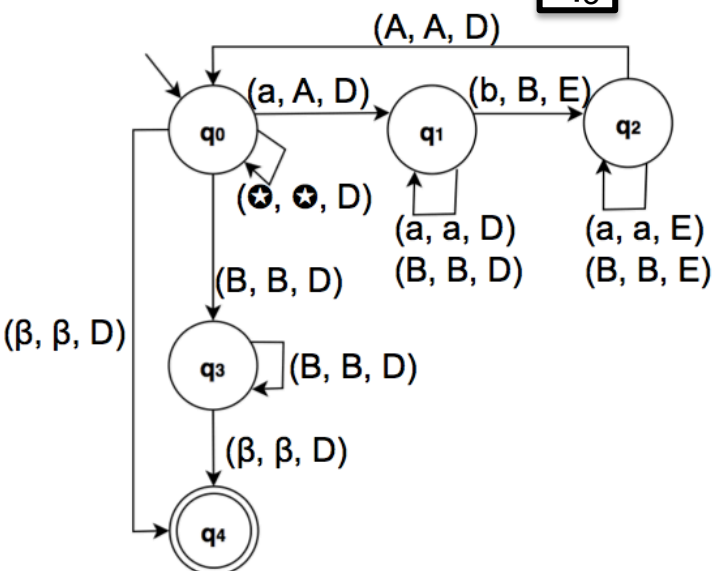
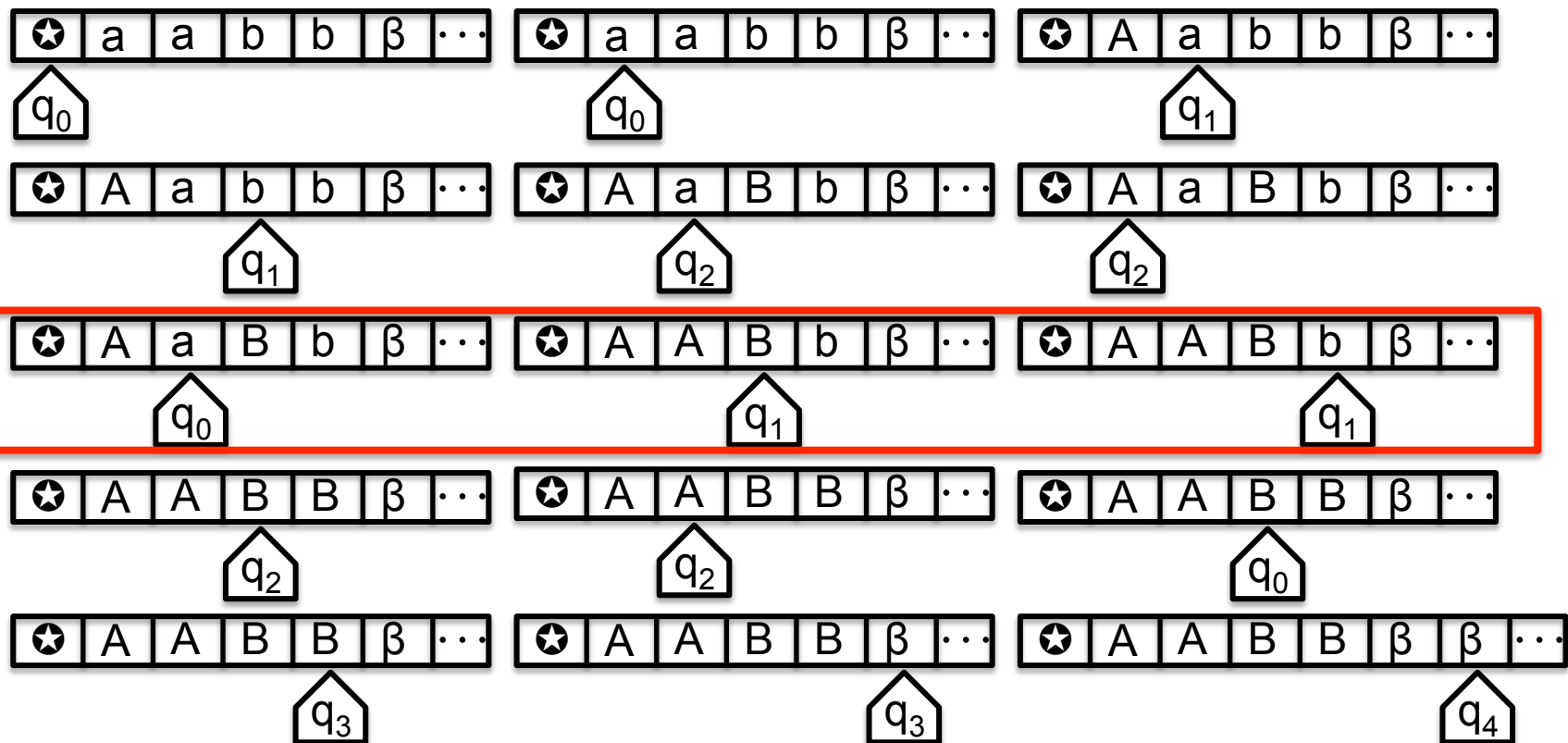
- Processamento para entrada $w = aabb$.



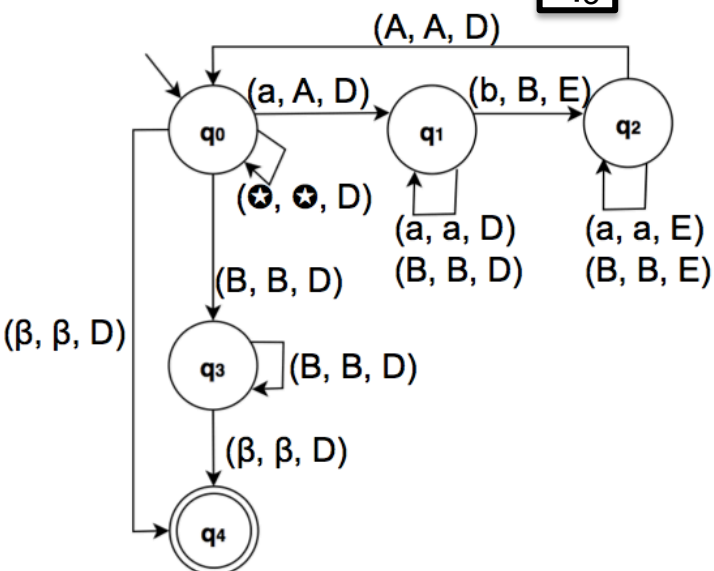
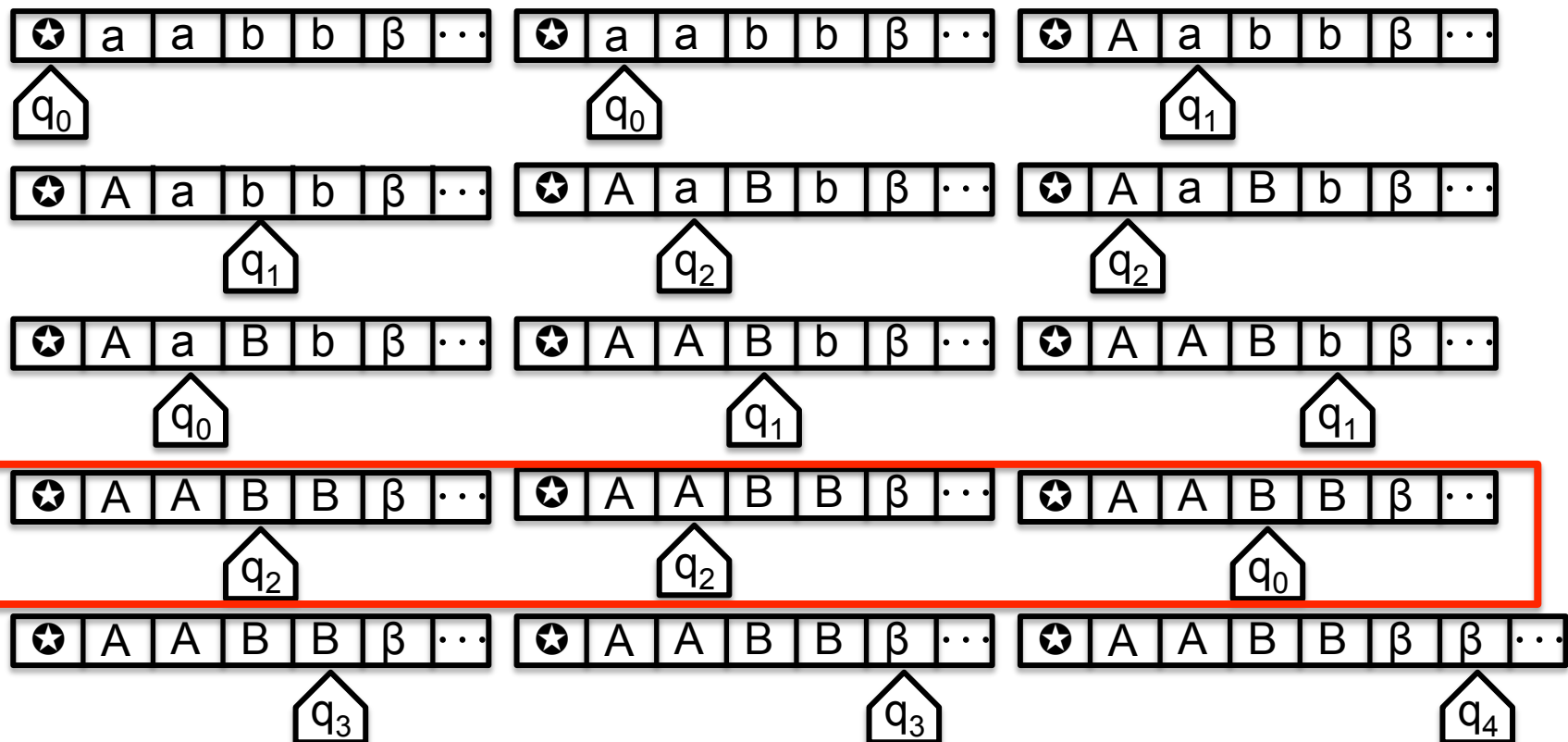
- Processamento para entrada $w = aabb$.



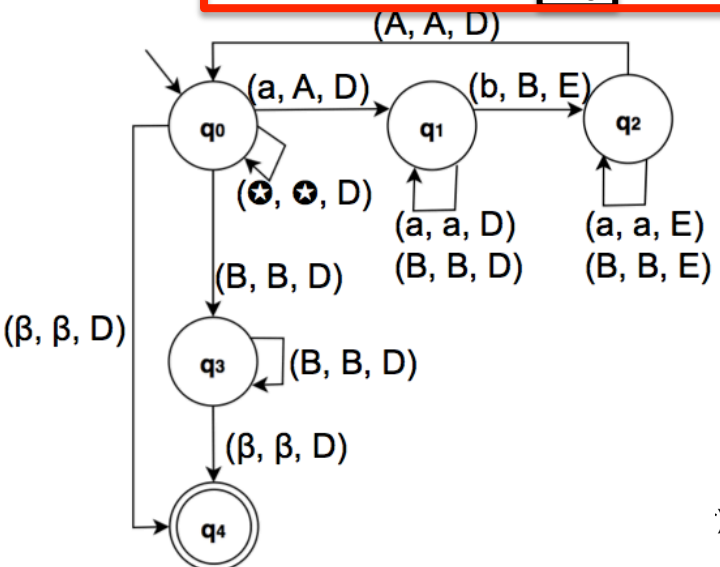
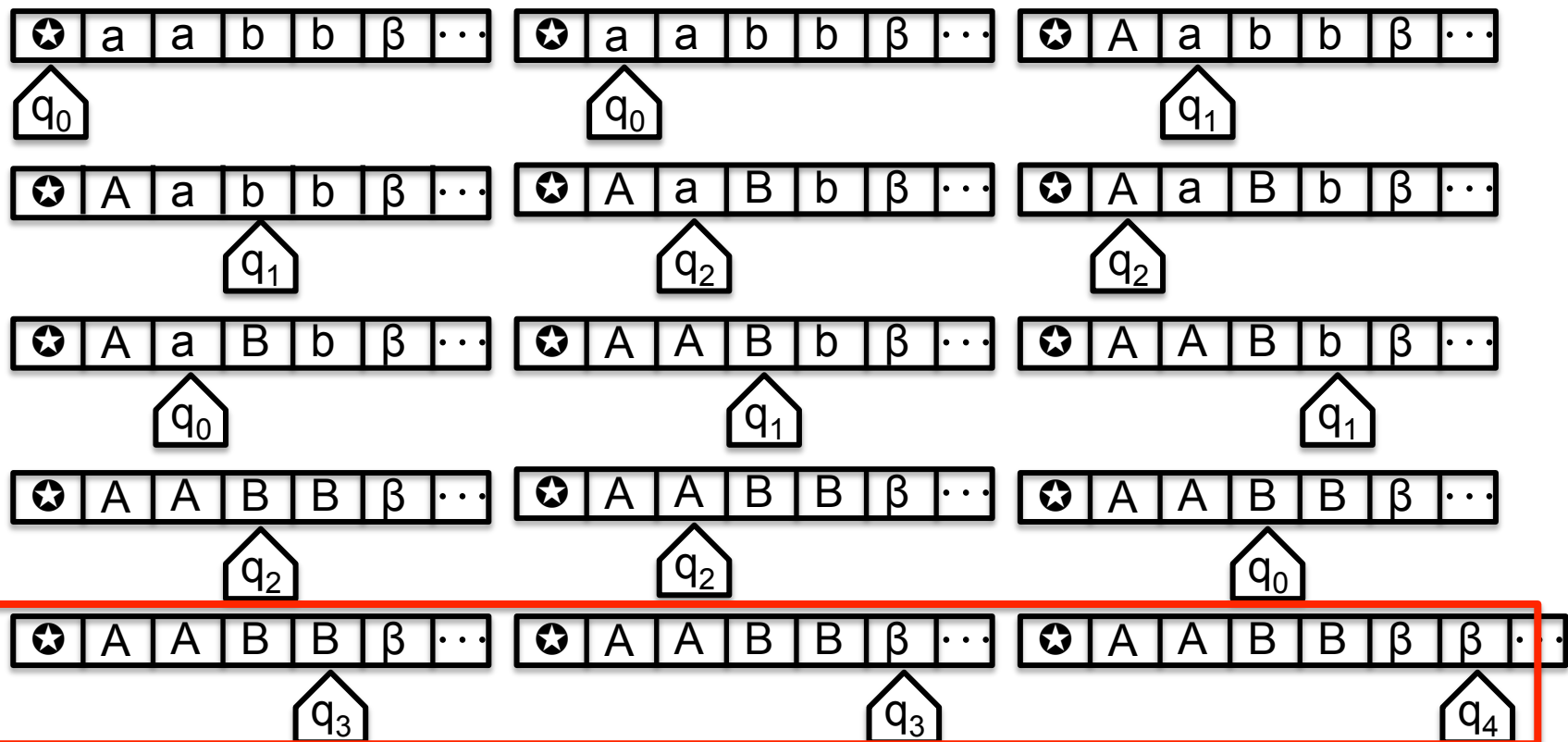
- Processamento para entrada $w = aabb$.

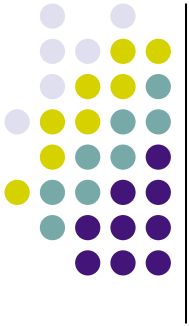


- Processamento para entrada $w = aabb$.



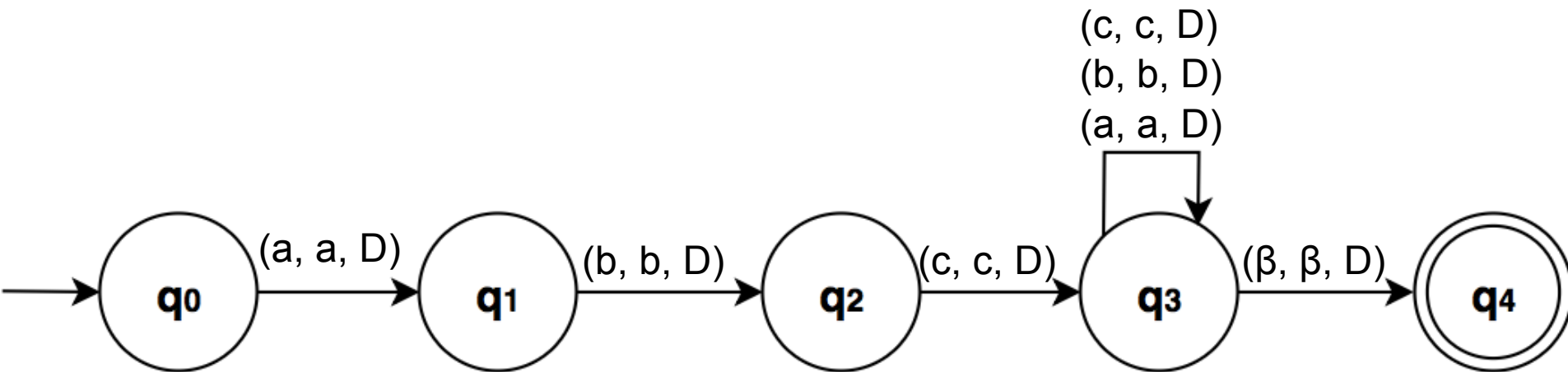
- Processamento para entrada $w = aabb$.





Exemplo 2

- Construa uma máquina de Turing para reconhecer a linguagem gerada por: $abc(a+b+c)^*$





Plano de Aula

- Introdução
- Hipótese de Church-Turing
- Modelo
- **Variações**



Plano de Aula

- Variações
 - Máquina com cabeçote imóvel
 - Fita infinita à esquerda e à direita
 - Múltiplas fitas
 - Não-determinismo



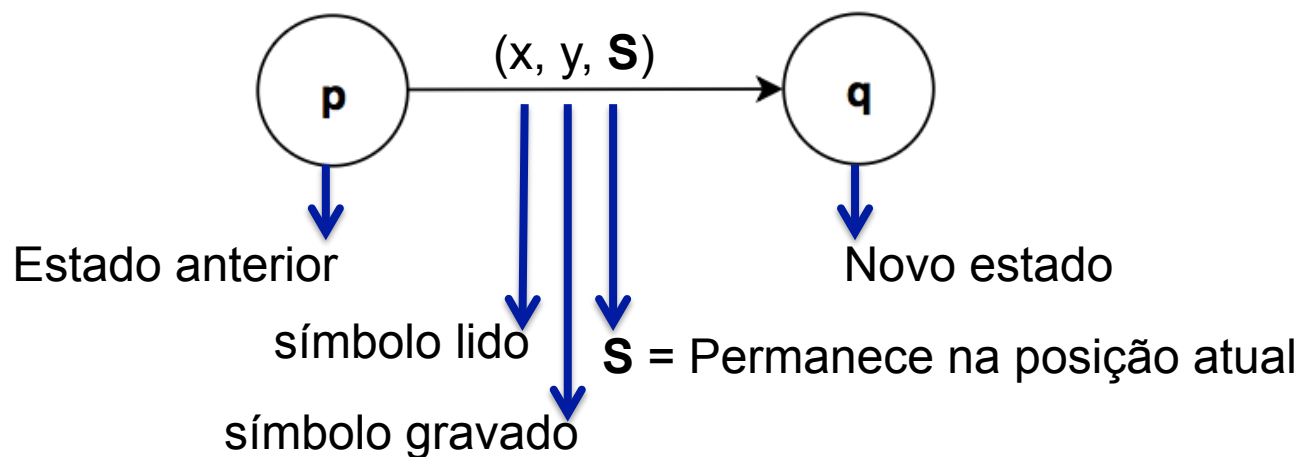
Variações e Modelos Equivalentes

- Máquina de Turing (MT) é o dispositivo mais geral da computação.
 - Demais modelos e máquinas, bem como variações, possuem no máximo o mesmo poder computacional de uma MT.
 - Uma máquina de Turing tradicional é capaz de simular diferentes variações ou combinações delas.

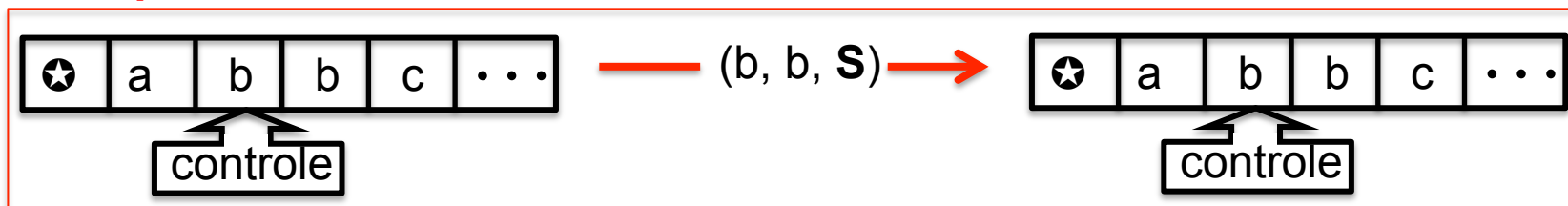


Cabeçote imóvel

- O cabeçote pode permanecer imóvel (sem se movimentar para a direita/esquerda) após uma transição.



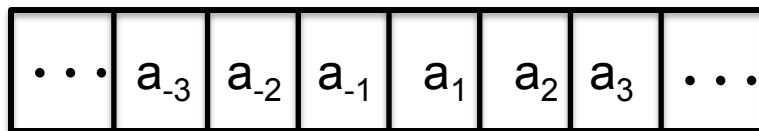
Exemplo





Fita infinita à esquerda e à direita

- Seja a variação abaixo de MT com fita infinita à esquerda e à direita:

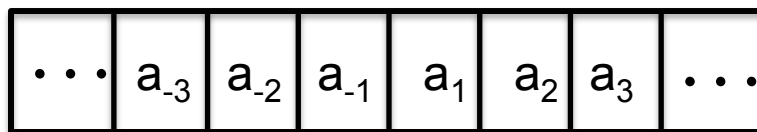


- Mostre que uma MT tradicional pode simular uma máquina com fita infinita à esquerda e à direita.

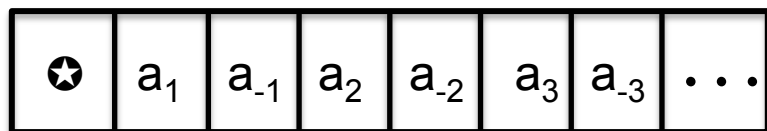


Fita infinita à esquerda e à direita

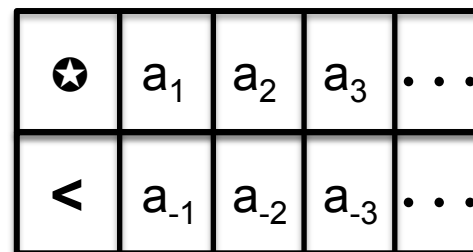
- Seja a variação abaixo de MT com fita infinita à esquerda e à direita:



- Mostre que uma MT tradicional pode simular uma máquina com fita infinita à esquerda e à direita.



a) Intercalado

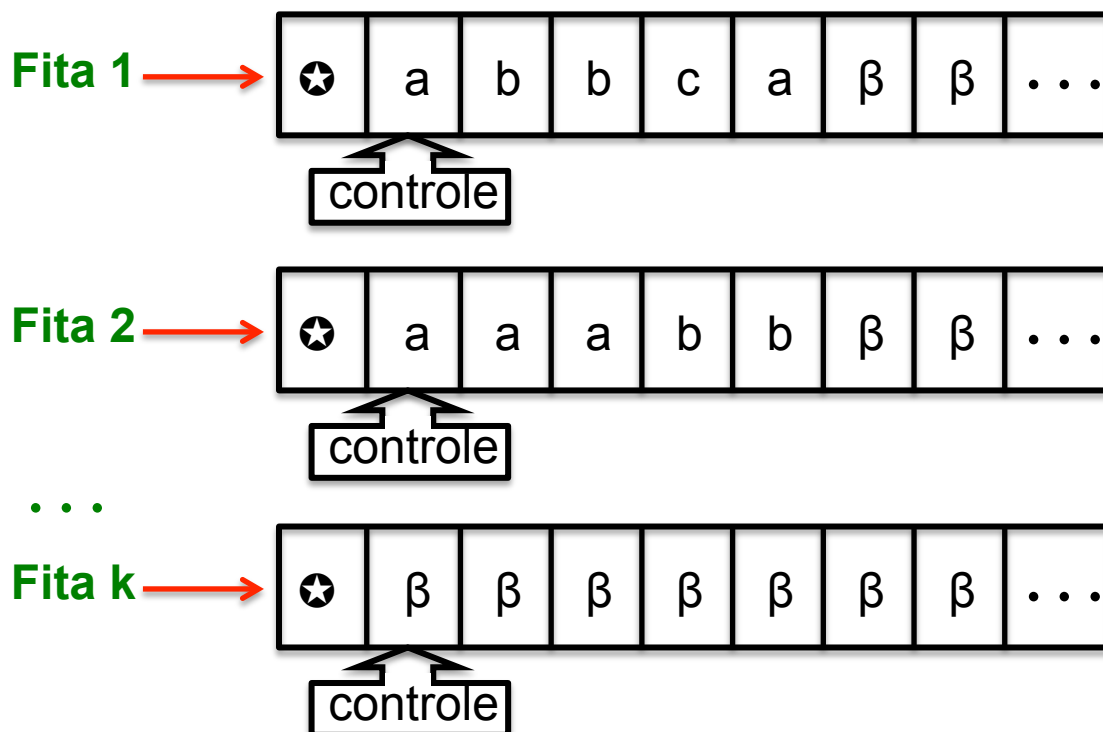


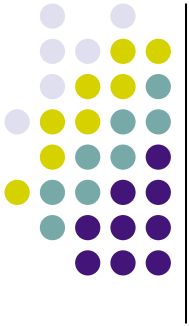
b) Uma Fita separada em diferentes trilhas



Múltiplas fitas

- Máquina de Turing com múltiplas fitas
 - A MT tem múltiplas fitas, cada uma com seu cabeçote de leitura/escrita (operados de modo independente).





Múltiplas fitas

- Dinâmica da máquina
 - Dependendo do estado corrente da máquina e do símbolo lido em cada uma das fitas:
 - Grava um novo símbolo em cada uma das fitas.
 - Move a cabeça de cada fita independentemente.
 - A máquina assume um (único) novo estado.



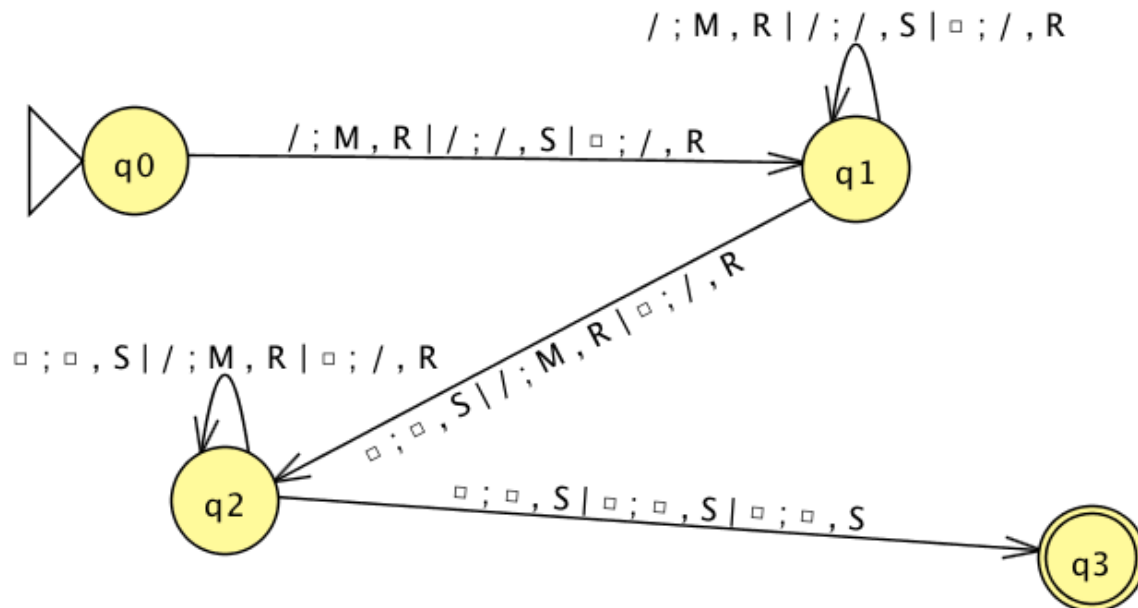
Múltiplas fitas

- Construa uma MT para somar dois inteiros.



Múltiplas fitas

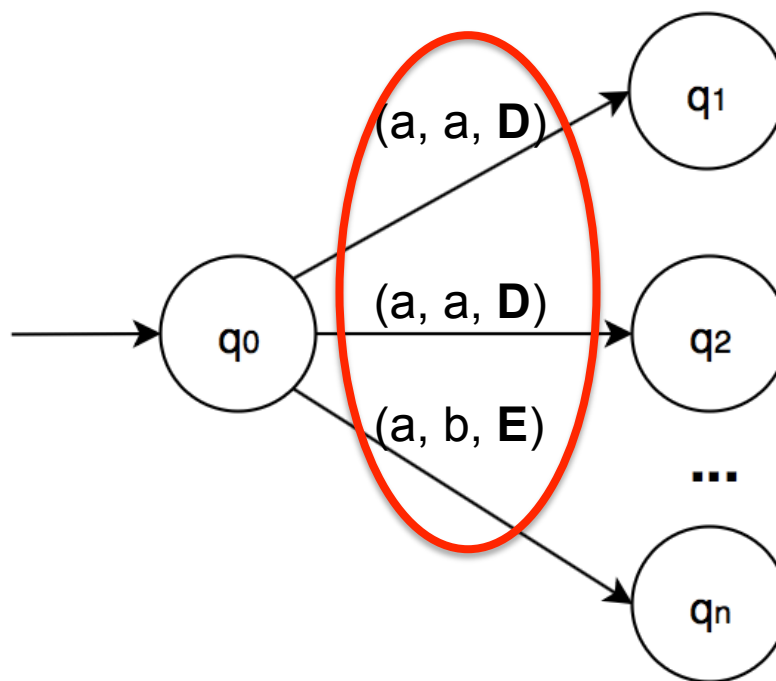
- Construa uma MT para somar dois inteiros.
 - Representação dos números:
 - $2 \Rightarrow //$
 - $3 \Rightarrow ///$
 - $// + /// = /////$





Não-Determinismo

- Dependendo do estado atual e do símbolo lido, pode assumir um conjunto de estados.





Não-Determinismo

- Processamento da máquina
 - Aplicação sucessiva da função de transição para cada símbolo de uma palavra de entrada w . Condição de **parada**:
 - **Aceita** a entrada w , se após processar seu último símbolo, existe pelo menos um estado final pertencente ao conjunto de estados alternativos atingidos.
 - **Rejeita** a entrada w , se:
 - (a) Após processar o último símbolo de w , todos os estados alternativos atingidos são não-finais.
 - (b) Ao longo do processamento de w , a função de transição é indefinida para o conjunto de estados alternativos e o símbolo corrente da palavra.



Próxima Aula

- **Trabalho 4.**