Nome: Gustavo Hammerschmidt.

Resumo Seção sobre Coloração do Capítulo 5:

O problema das quatro cores é um problema, atualmente, bem conhecido, dada sua origem incomum: sugestão de um aluno a um professor, Augustus De Morgan; e sua pouco fácil resolução, já que não teve uma solução verídica até recentemente(1976, *Appel-Haken proof*). O problema consiste, principalmente, em atribuir cores a regiões ou vértices de modo que suas regiões ou vértices adjacentes não possuam a mesma cor; com isto em mente, fora questionado qual o número cromático mínimo para colorir todos os mapas ou grafos: como ninguém conseguiu desenhar um grafo dual( grafos duais são simples, conexos e planares) que necessitasse mais do que 4 cores para ser colorido, deduziu-se, a partir disso, que, para colorir qualquer grafo, seria necessário apenas 4 cores; este é o teorema das 4 cores. Mais precisamente, o matemático Alfred Kempe tentou demonstrar a veracidade do teorema com uma suposição de que o número cromático mínimo deveria ser 5, e que, se existisse um mapa que necessitasse, no mínimo, 5 cores para ser colorido, então, existiria, também, um grafo com o mesmo nº cromático com o menor número de regiões, mas sua demonstração não teve sucesso pois, a cada configuração deste mapa, chegara-se a uma contradição. Portanto, estabeleceu-se que o número cromático máximo necessário para colorir qualquer grafo é 4.

Responder as seguintes perguntas:

1) O que é o problema da coloração?

É a atribuição de uma cor a um vértice de um grafo g de tal modo que dois vértices adjacentes em g não possuam a mesma coloração.

2) O que é o n. cromático de um grafo dual?

É o menor número de cores necessárias para obter a coloração de um grafo.

3) O que diz o teorema das 4 cores?

O teorema das cores define que o número máximo de cores necessárias para obter a coloração de um grafo dual é 4, ou seja, o número cromático é, no máximo, 4.

4) Como o teorema das 4 cores pode ser explicado? Escrever um parágrafo a respeito.

O teorema das 4 cores afirma que, para qualquer grafo dual: simples, conexo e planar, é necessário um número cromático de, no máximo, 4 para a sua coloração: quando vértices são coloridos de forma que seus adjacentes não possuam a mesma cor. Para demonstrar a veracidade do teorema há duas formas. Primeira: podemos verificar se as regiões separadas do grafo são trianguladas; se elas não tiverem exatas 3 arestas, podemos introduzir novas arestas sem introduzir novos vértices no ímpeto de tornar cada região triangular (incluindo, claro, a região externa ao grafo). Se este grafo for passível de coloração com número cromático igual a 4 ou menos, então, o grafo inicial também é: posto em vista que a mesma coloração é válida se as arestas adicionais forem removidas. Então, se for possível *“triangularizar”* o grafo de forma que seja possível colori-lo, temos, por conseguinte, que o teorema das 4 cores é válido. Segunda: podemos sugerir há existência de um grafo com número cromático mínimo 5 e encontrar o grafo com este nº cromático com o menor número de regiões, a partir disso, pode-se tentar demonstrar que cada configuração deste grafo leva a uma contradição, provando assim que o número máximo de cores é menor que 5, ou seja, 4.