Universidade Federal de Uberlândia

FEMEC 42060

Controle de Sistemas Lineares

3ª Aula prática - Sistemas de 1^a e 2^a ordem

Prof. Pedro Augusto

30 de julho de 2020

1 Objetivos

Na presente aula prática empregar-se-á o conhecimento sobre as características das respostas ao degrau de sistemas de 1ª e 2ª ordem para identificar e controlar o motor DC.

2 Introdução

A resposta de um sistema pode ser divida em respostas transitória e em regime permanente (vide Figura 1).

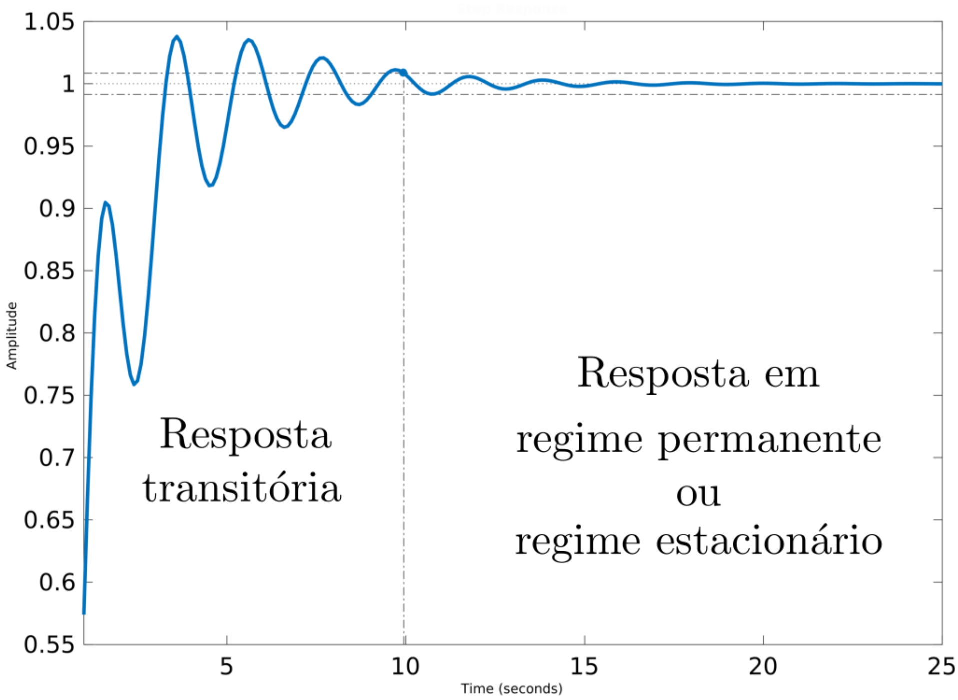


Figura 1: Resposta de sistemas dinâmicos.

Tipicamente o projeto de um controlador envolve modificar as características de tais respostas de acordo com certos critérios de desempenho. Esses critérios podem ser definidos considerando as respostas ao degrau de sistemas de primeira e segunda ordem.

2.1 Resposta de sistemas de 1ª ordem ao degrau

Sistemas de 1ª ordem podem ser descritos no domínio da variável complexa s por

$$Y(s) = \frac{k}{s+a}U(s)$$

Supondo uma entrada do tipo degrau com amplitude A $\left(U(s) = \frac{A}{s}\right)$, tem-se que

$$Y(s) = \frac{k}{s+a} \cdot \frac{A}{s} = \frac{-kA}{a} \cdot \frac{1}{s+a} + \frac{kA}{a} \cdot \frac{1}{s}$$

Utilizando a Transformada Inversa de Laplace, obtém-se

$$y(t) = \frac{kA}{a} - \frac{kA}{a}e^{-at},\ t \geq 0$$

A Figura 2 mostra a evolução temporal da saída.

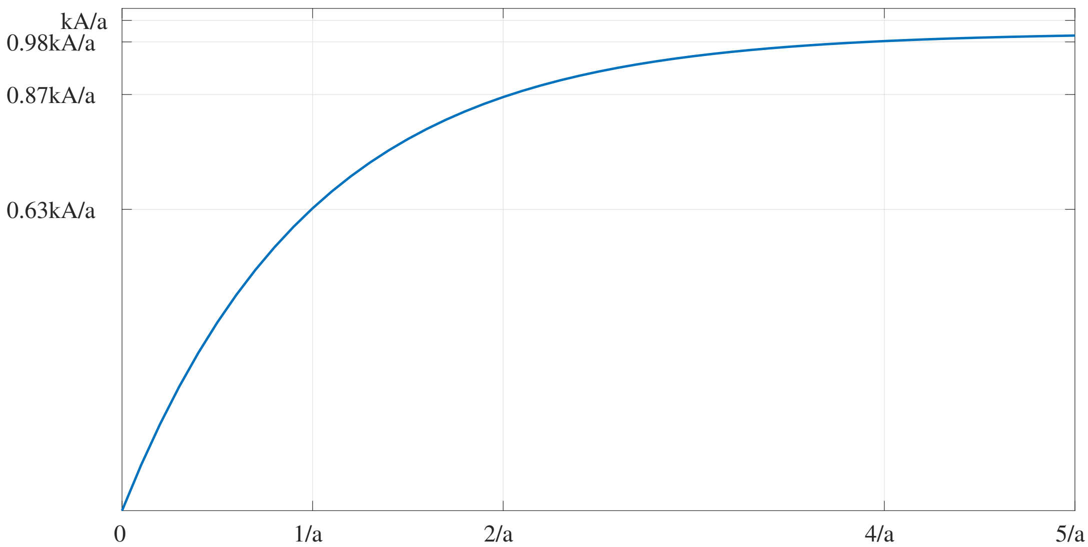
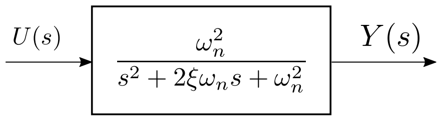


Figura 2: Resposta ao degrau de um sistema de primeira ordem.

O tempo $\tau = \frac{1}{a}$ s é denominado constante de tempo. Os requisitos de desempenho para sistemas desse tipo podem envolver uma determinada constante de tempo ou a precisão de rastreamento, isto é, a diferença entre a referência e a saída em regime permanente.

2.2 Resposta de sistemas de 2ª ordem ao degrau no caso subamortecido $(0 < \xi < 1)$

Um sistema de 2ª ordem pode ser representado pela seguinte função de transferência:



em que $\omega_n > 0$ e $0 < \xi < 1$ são denominados frequência natural não amortecida e coeficiente de amortecimento, respectivamente.

Os polos dessa função de transferência são

$$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \xi^2}$$

Esse cenário é denominado subamortecido. A forma geral da resposta de dinâmicas desse tipo é na Figura 3.

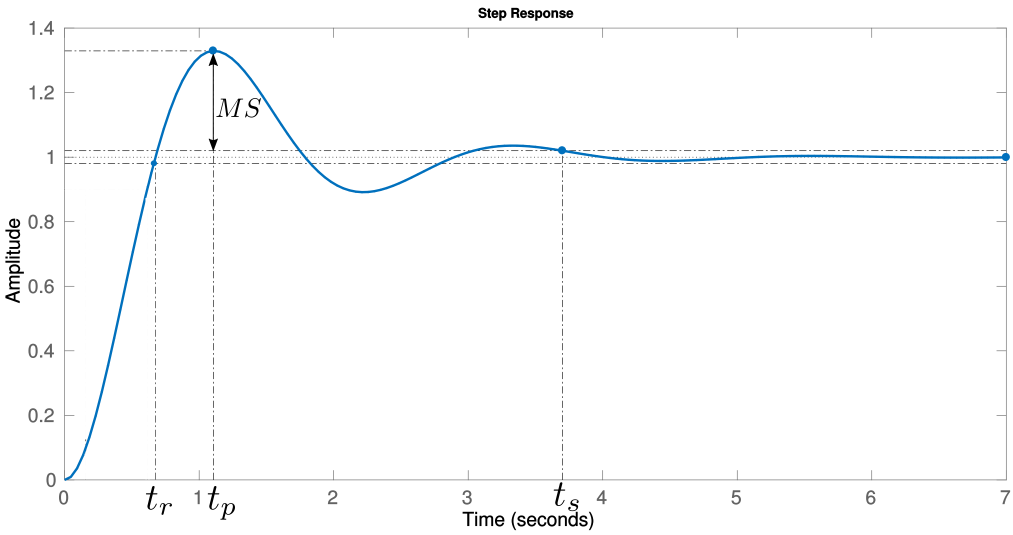


Figura 3: Resposta ao degrau de sistemas de segunda ordem.

A partir desse resposta, definem-se os seguintes índices de desempenho:

1. t_r: tempo de subida

2. t_p: tempo de pico

3. t_s: tempo de estabelecimento/acomodação/assentamento

4. MS: máximo sobressinal ou porcentagem de *overshoot*

Seguindo o devido procedimento matemático, é possível relacionar tais requisitos com ξ e ω_n da seguinte forma:

$$t_r = \frac{\pi - \text{acos}\,\xi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} \text{ s}$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} \text{ s}$$

$$MS = 100e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \%$$

$$t_s = \frac{4}{\xi\omega_n} \text{ s}$$

Nesta aula verificaremos experimentalmente respostas de primeira e segunda ordem.

3 Metodologia

Inicialmente será determinado um modelo para o motor a partir da resposta ao degrau. Posteriormente tal modelo será utilizado no projeto de uma lei de controle.

3.1 Sistemas de 1ª ordem

Determinar-se-á um modelo entre *duty cycle* (entrada - u) e velocidade do motor (saída - ω) a partir da resposta ao degrau.

- Copie o arquivo `ensaio_MA_ident.py` fornecido no Google Classrom para uma pasta em seu computador. Esse *script* será a base para a simulação dessa seção

- Modifique o código acima para aplicar um degrau de 80 % na entrada do motor

- A partir do gráfico, estime uma função de transferência considerando um sistema de primeira ordem, isto é,

$$\frac{\Omega(s)}{U(s)} = G(s) = \frac{K}{s+a}$$

Lembre-se que o degrau aplicado foi de 80 %, isto é, $U(s) = 80/s$. Também cabe salientar que o degrau foi aplicado em 1 s

- Responda à Seção 1 do relatório

4 Sistemas de 2ª ordem

Nesta seção controlar-se-á a posição do eixo do motor.

- A partir da função de transferência obtida na Seção 2.1, obtenha uma função de transferência entre *duty cycle* e posição angular do motor

$$\bar{G}(s) = \frac{\Theta(s)}{U(s)} \tag{1}$$

Lembre-se que a posição angular θ é a integral da velocidade, isto é,

$$\theta(t) = \int \omega(t)dt \tag{2}$$

- Projete um controlador proporcional para a posição angular, isto é considerando a função de transferência $\bar{G}(s) = \Theta(s)/U(s)$, de modo que $MS = 40$ %. A Figura 4 ilustra o sistema de controle a ser projetado

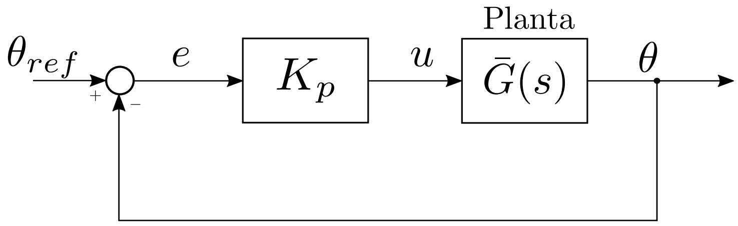


Figura 4: Diagrama de blocos de MF para o controle de posição angular.

- Modifique o código `ensaio_MF_contPOS.py` fornecido para implementar o controlador projetado

- Aplique um degrau de 120 ° na referência de posição angular (θ_{ref}) e salve a Figura do comportamento da planta.

- Modifique a lei de controle conforme a Figura 5

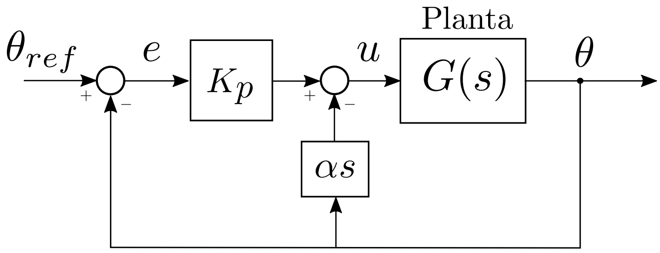


Figura 5: Sistema em malha fechada com realimentação derivativa.

- Verifique o comportamento da planta para $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 0{,}1$, $\alpha_3 = 0{,}5$

- Responda à Seção 2 do relatório

4.1 Desafio do trem

- Considere que o motor representa um soldado posicionado no centro de um percurso circular de um trem (vide Figura 6). Suponha ainda que o trem se move com **velocidade constante** $v = 1{,}4$ rad/s

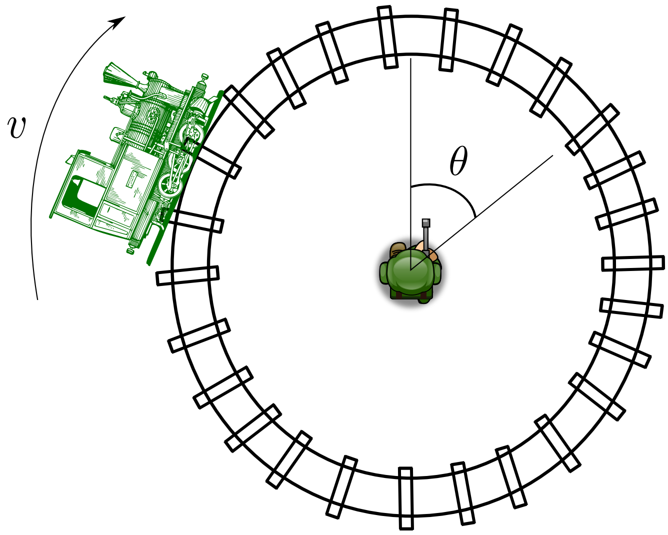


Figura 6: Ilustração do desafio do trem.

- Utilizando o controlador de posição projetado na Seção 4, faça com que o soldado aponte para o trem

- Responda à Seção 3 do relatório.