Universidade Federal de Uberlândia

FEMEC 42060

Controle de Sistemas Lineares

Instruções adicionais para desenvolvimento do projeto final

Prof. Pedro Augusto

20 de julho de 2020

1 Modelo matemático

Desconsiderando a massa da haste, o aeropêndulo pode ser representado como ilustrado no diagrama da Figura 1

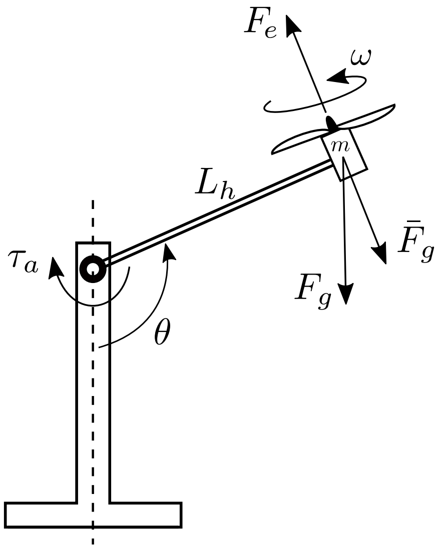

Figura 1: Diagrama esquemático do aeropêndulo.

em que F_g é a força peso, τ_a é o torque de atrito viscoso rotacional, L_h é o comprimento da haste, m é a massa do conjunto propulsivo, ω é a velocidade de rotação da hélice e F_e é a força de empuxo gerada pelo conjunto propulsivo. Em particular, considera-se que que a relação entre ω e F_e seja

$$F_e(t) = k_h \omega^2(t) \tag{1}$$

sendo k_h a constante de empuxo.

Somando-se os momentos em torno do eixo de rotação, tem-se o seguinte modelo matemático para a dinâmica do sistema:

$$I\ddot{\theta}(t) = L_h F_e(t) - \underbrace{L_h mg \sin(\theta(t))}_{\bar{F}_g} - \underbrace{b\dot{\theta}(t)}_{\tau_a} \tag{2}$$

em que I é o momento de inércia, b é o coeficiente de atrito viscoso rotacional e g é a aceleração gravitacional.

Então, de (1) e (2), pode-se escrever

$$\ddot{\theta}(t) = \frac{L_h k_h}{I}\omega^2(t) - \frac{L_h mg}{I}\sin(\theta(t)) - \frac{b}{I}\dot{\theta}(t) \tag{3}$$

Os parâmetros do sistema encontram-se na Tabela 1

Tabela 1: Parâmetros do sistema

Constante	**Significado**	**Valor**
b	Coeficiente de atrito viscoso rotacional	0,006856 N(rad/s)$^{-1}$
m	Massa do conjunto propulsivo (motor + hélice)	0,3182 kg
g	Aceleração gravitacional	9,81 m/s^2
I	Momento de inércia	0,0264 kgm^2
k_h	Coeficiente de empuxo	$2{,}12829 \times 10^{-5}$ N/(rad/s)^2
L_h	Distância do motor ao centro de rotação	0,32 m

Por fim, vale comentar que a rotação mínima do motor é 0 rad/s e a rotação máxima é 375 rad/s.

2 Passo-a-passo

O objetivo do trabalho é projetar um sistema de controle em malha fechada conforme ilustrado na Figura 2.

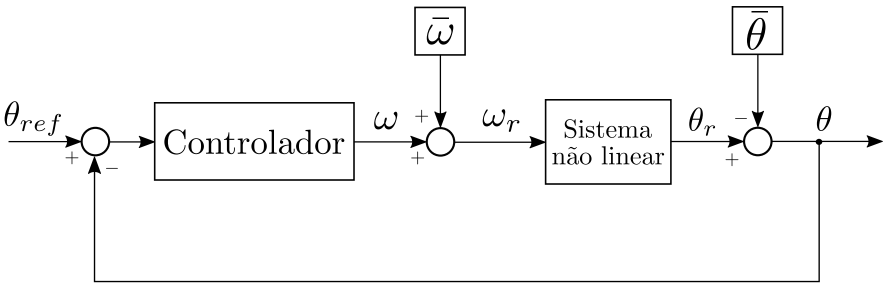

Figura 2: Estrutura de controle em MF. Deve-se projetar o controlador de modo que $\theta \to \theta_{ref}$.

sendo $\bar{\theta}$ o ângulo de equilíbrio definido para o grupo e $\bar{\omega}$ a entrada associada a esse ângulo. Note que o par de equilíbrio $(\bar{\theta},\ \bar{\omega})$ é constante. Já θ_r e ω_r representam o ângulo real e a rotação real da planta, respectivamente.

Para realizar o projeto, sugere-se adotar o seguinte passo-a-passo:

1. Linearizar o modelo matemático da planta dado por (3) de acordo com o ângulo de equilíbrio $\bar{\theta}$ fornecido ao grupo. Nesse processo também será calculado $\bar{\omega}$

2. Analisar o comportamento em malha aberta (estabilidade, localização de polos e zeros, etc)

3. Definir a referência de acordo com a tarefa de controle

4. Montar uma simulação a partir do modelo matemático não linear (3) e do diagrama da Figura 2. Isso pode ser realizado utilizando digrama de blocos ou os códigos em Python das simulações das aulas práticas

   Nota 1: Na simulação, **deve-se** adicionar uma saturação dos valores de rotação conforme indicado no final da Seção 1.

   Nota 2 : Também deve-se adicionar um atraso de 0,15 s na entrada da planta

5. Definir critérios de desempenho para o projeto do controlador

6. Projetar uma lei de controle utilizando alguma técnica vista ao longo do curso

7. Simular o comportamento em MF. Caso o desempenho não esteja adequado, retornar ao passo 5