



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

GUSTAVO VINÍCIUS OLIVEIRA DOS SANTOS  
GUILHERME BRANDÃO DE OLIVEIRA  
LUCAS NASCIMENTO DE ARAUJO

**Redutor de velocidade triplo estágio com engrenagens cilíndricas retas**

São Cristóvão - SE

Setembro de 2023



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**GUSTAVO VINÍCIUS OLIVEIRA DOS SANTOS**  
**GUILHERME BRANDÃO DE OLIVEIRA**  
**LUCAS NASCIMENTO DE ARAUJO**

**Redutor de velocidade triplo estágio com engrenagens cilíndricas retas**

Este artigo é redigido no intuito de documentar o projeto de um redutor de velocidade triplo estágio com engrenagens cilíndricas de dentes retos, como forma de avaliação para a disciplina Elementos de Máquinas I, ministrada pelo Prof. Dr. André Luiz de Moraes Costa.

## Sumário

|        |  |   |
|--------|--|---|
| 1.     | Introdução.....  | X |
| 2.     | Esmagamento de cana .....  | X |
| 2.1.   | Rolos.....   | X |
| 2.1.   | Mancais dos rolos.....   | X |
| 2.2.   | Força aplicada.....  | X |
| 2.3.   | Potência consumida pelos ternos de moenda.....   | X |
| 2.4.   | Motor.....   | X |
| 2.5.   | Cálculo da produção do caldo.....  | X |
| 2.5.1. | Volume descrito<br>(Vd).....   | X |
| 2.5.2. | Volume de caldo extraído teórico (Vcaldo).....   | X |
| 3.     | Parâmetros dos dentes de engrenagem e engrenamento.....                                      | X |
| 3.1    | Ângulo de pressão e quantidade mínima de dentes para o pinhão.....                           | X |
| 3.2    | Razão de contato das engrenagens.....  | X |
| 3.3    | Trem de Engrenagens.....   | X |
| 3.4    | Análise de cargas no trem de engrenagens.....  | X |
| 3.5    | Determinação dos parâmetros dos dentes e análise de cargas nos pares de engrenagens<br>..... | X |
| 4.     | Dimensionamento das engrenagens.....   | X |
| 4.1.   | Parâmetros iniciais.....   |   |
| 4.2.   | Tensão de flexão nos dentes do pinhão e engrenagem.....                                      |   |
| 4.3.   | Tensão na superfície de engrenamento.....  |   |
| 4.4.   | Resistência à fadiga de flexão.....  |   |
| 4.5.   | Resistência à fadiga de superfície.....  |   |
| 4.6.   | Coeficientes de segurança.....   |   |
| 5.     | Análise estática das engrenagens em contato.....   | X |
| 6.     | Dimensionamento dos eixos  |   |
| 6.1.   | Determinação de esforços no eixo 1   |   |

## **6.2. Determinação de esforços no eixo 2**

|                            |           |
|----------------------------|-----------|
| <b>7. Conclusão.....</b>   | <b>54</b> |
| <b>8. Referências.....</b> | <b>55</b> |
| <b>9. Apêndices.....</b>   | <b>56</b> |

## **TABELAS**

|   |    |
|---|----|
| Tabela 1 -Volume de caldo por quantidade de cana.....   | 15 |
| Tabela 2 - Caldo de cana produzido por tempo decorrido.....                                   | 15 |
| Tabela 3 - Número mínimo de dentes de pinhão e quantidade máxima de dentes de engrenagem..... | 16 |
| Tabela 4 - Módulos métricos padronizados.....   | 17 |
| Tabela 5 - Dados obtidos a partir do algoritmo.....   | 29 |
| Tabela 6 - Dimensionamento das engrenagens (1º e 2º par).....                                 | 42 |
| Tabela 7 - Tabela para seleção de materiais para engrenagens.....                             | 43 |
| Tabela 8 - Parâmetros do eixo 2.....  | 54 |
| Tabela 9 - Resultados do dimensionamento dos eixos .....                                      | 58 |

## **FIGURAS**

|   |    |
|---|----|
| Figura 1 - Rolo superior.....   | 7  |
| Figura 2 -Rolo inferior.....  | 8  |
| Figura 3 -Rolamento cilíndrico.....                                     | 8  |
| Figura 4 - Ilustração dos rolos com força F representada.....           | 10 |
| Figura 5 - Ilustração rolo superior com força F e distância d.....      | 11 |
| Figura 6 - Motor elétrico WEG.....                                      | 13 |
| Figura 7 - CAD do Motor.....  | 13 |
| Figura 8 - Modelo do Redutor de 3 estágios.....                         | 20 |
| Figura 9 - Nomenclatura dos dentes.....                                 | 24 |
| Figura 10 - Pinhão de 21 dentes, 1º par de engrenagens.....             | 26 |
| Figura 11 - Coroa de 84 dentes, 1º par de engrenagens.....              | 26 |
| Figura 12 -Pinhão de 21 dentes, 2º par de engrenagens.....              | 28 |
| Figura 13 - Coroa de 105 dentes, 2º par de engrenagens.....             | 28 |
| Figura 14 - Pinhão de 26 dentes, 3º par de engrenagens.....             | 30 |
| Figura 15 - Coroa de 84 dentes, 3º par de engrenagens.....              | 31 |
| Figura 16 - Análise estática pinhão e coroa, 1º par de engrenagens..... | 44 |
| Figura 17 - Análise estática pinhão e coroa, 2º par de engrenagens..... | 44 |
| Figura 18 - Análise estática pinhão e coroa, 1º par de engrenagens..... | 45 |
| Figura 19 - Sentido das forças que atuam em engrenagens.....            | 46 |
| Figura 20 - Sentidos de rotação do motor e engrenagens do eixo 1.....   | 47 |
| Figura 21 - Diagrama de forças no plano horizontal x-z do eixo 1.....   | 48 |
| Figura 22 - Diagrama de forças no plano vertical y-z do eixo 1.....     | 50 |
| Figura 23 - Diagrama de forças no plano vertical y-z do eixo 1.....     | 52 |
| Figura 24 - Diagrama de esforços no eixo 2.....                         | 53 |
| Figura 25 - Diagrama de momento fletor combinado no eixo 2.....         | 54 |
| Figura 26 - Eixo 1 na montagem com diâmetros representados.....         | 55 |
| Figura 27 - Eixo 2 na montagem com diâmetros representados.....         | 58 |



## 1. Introdução

Utilizado para diminuir a rotação de componentes de máquinas tais como motores, os redutores são dispositivos mecânicos responsáveis por desacelerar a rotação de motores de alta velocidade para níveis mais controláveis e eficientes. O presente relatório consistiu em dimensionar um redutor de 2 estágios (alterado para 3 estágios) capaz de acionar uma máquina de moer cana utilizando engrenagens cilíndricas retas. Foram abordados neste relatório fatores necessários para o desenvolvimento do equipamento, tais como: Seleção de materiais e de componentes mecânicos adequados, e determinação dos coeficientes de segurança.

Para o desenvolvimento do projeto, foi utilizado o software SolidWorks para a modelagem do redutor e simulações, como também, foi utilizado o Microsoft Excel para as anotações dos dados necessários junto com programação Python para os cálculos necessários. Visando garantir maior confiabilidade ao projeto, fez-se consultas bibliográficas, de normas técnicas e de catálogos de fabricantes reconhecidos, assim como, a atuação conjunta da equipe para uma melhor tomada de decisões.

## 2. Esmagamento de cana

### 2.1. Rolos

Os rolos escolhidos foram da fabricante de moendas de cana “Maqtron”, ambos feitos de aço inox. Os rolos foram fabricados para operar sobre um torque próximo a 400 Nm. Algumas das suas dimensões em mm podem ser vistas nas seguintes figuras:

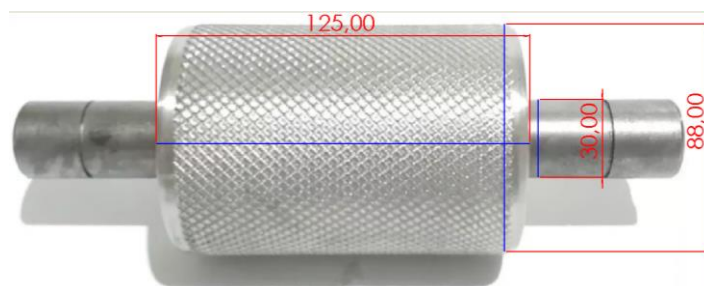


Figura 1- Rolo superior. Fonte: Adaptado de Maqtron.



Figura 2 - Rolo inferior. Fonte: Adaptado de Maqtron.

### 2.1.1. Mancais dos rolos

A principal força atuante no eixo do rolo vai ser a radial, para esse caso é recomendado um rolamento cilíndrico. Pensando na higiene, foi escolhido um rolamento cilíndrico LINK-BELT Série 6200 com diâmetro interno de 3 cm e 6 cm de diâmetro externo, 0,62 cm de largura com vedação dupla EMQ: 6206-ZZ. A dupla vedação, trata-se de um rolamento com blindagem de aço sem contato e sem fricção, mas com boa proteção contra contaminação.



Figura 3 - Rolamento cilíndrico. Fonte: Amazon

### 2.2. Força aplicada

Segundo Operação (1991), a pressão média exercida sobre a camada de cana preparada é semelhante a uma carga hidráulica total (CHT), uniformemente distribuída sobre uma superfície plana de comprimento L, representando o comprimento da camisa do rolo da



moenda. Também com largura de um décimo do diâmetro da camisa do rolo de moenda, ou seja,  $D/10$ . Assim pode-se definir a pressão hidráulica específica (PHE) como:

$$PHE = \frac{CHT}{0,1 \times L \times D}$$

Onde: PHE = pressão hidráulica específica (Ton/dm<sup>2</sup>);

CHT = carga hidráulica total (Ton);

L = comprimento da camisa do rolo da moenda (dm);

D = diâmetro da camisa do rolo de moenda (dm);

A CHT é dividida entre os dois mancais superiores e, reescrevendo a expressão anterior obtém-se:

$$PHE = \frac{2 \times F}{0,1 \times L \times D}$$

Onde: F = carga aplicada a cada um dos mancais superiores (Ton);

D = diâmetro da camisa do rolo de moenda (dm);

L = comprimento da camisa do rolo da moenda (dm);

PHE = pressão hidráulica específica (Ton/dm<sup>2</sup>);

Valores usuais de PHE em torno de moenda, para esmagamento eficiente, estão em torno de 20 a 25 Ton/dm<sup>2</sup>. Vai ser utilizado no cálculo para esse projeto o valor de 20 Ton/dm<sup>2</sup> pois é uma moenda pequena.

Em grandes moendas a pressão hidráulica é realizada por um pistão que exerce essa força sobre os mancais do rolo superior. Nesse projeto não vai existir essa pressão hidráulica, porém vai ser utilizado as expressões dadas anteriormente para obter uma base de força necessária para o esmagamento da cana.

Calculando para carga F, obtém-se a seguinte expressão e resultado:

$$F = \frac{PHE \cdot 0,1 \cdot L \cdot D}{2} = 1,1 \text{ Ton}$$

Sendo: PHE = 20 Ton/dm<sup>2</sup>;

L = 1,25 dm;

D = 0,885 dm;

Essa força F vai ser a força aplicada no centro do rolo superior para que realize o esmagamento eficiente da cana.

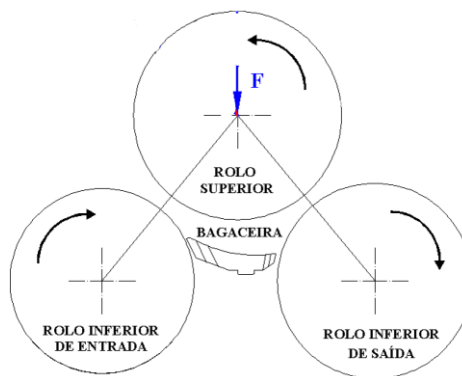


Figura 4- Ilustração dos rolos com força F representada. Adaptado: Dissertação Fabio.

Considerando que a região de início de esmagamento da cana acontece à uma distância d do centro do rolo (Figura 2), o torque no rolo (Tr) pode ser encontrado ao aplicar a força F nessa distância:

$$Tr = F \cdot d \cdot 9,81 \cdot 1000$$

Onde: d = metade do raio do rolo = 0,022 m;

Assim: Tr = 237,4 Nm que pode ser aproximado para 240 Nm.

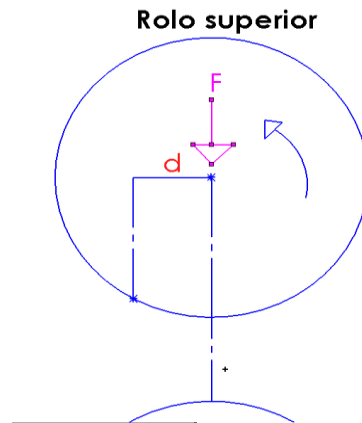


Figura 5- Ilustração rolo superior com força F e distância d. Fonte: Autores.

### 2.3. Potência consumida pelos ternos de moenda

Para o cálculo da potência necessária ao acionamento dos ternos de moenda, decompõem-se os fatores seguintes:

2.3.1. Potência consumida pela compressão da cana e/ou bagaço (P1):

$$P1 = 0,4 \cdot \left( \frac{6 \cdot r - 5}{\sqrt{r} \cdot (1 + \sqrt{r - 1})} \right) \cdot F \cdot n \cdot D \cdot \sqrt{\frac{e}{D}}$$

Onde: P1 = Potência consumida pela compressão da cana (cv);

n1 = rotação dos rolos de moenda (rpm);

e = abertura axial entre as camisas dos rolos (m);

r = coeficiente de supervelocidade;

F = carga aplicada a cada um dos mancais superiores (Ton) = 1,1 ton;

D = diâmetro da camisa do rolo de moenda (m) = 0,0885 m;

O coeficiente de supervelocidade “r” é a relação entre a velocidade média na abertura da saída e a velocidade periférica das camisas dos rolos. De acordo com as referências para a cana desfibrada o valor de r é 1,06 e para o bagaço com embebição é 1,2. Nesse projeto vai

ser utilizado o valor de 1,13, que seria média dos dois valores anteriores, pois o bagaço não vai ser previamente desfibrado e também não vai ser embebecido no processo.

Sendo então:

$$n_1 = 43,75 \text{ rpm};$$

$$e = 0,015 \text{ m};$$

$$r = 1,13;$$

Portanto,  $P_1 = 0,8632 \text{ cv}$ .

### 2.3.2. Potência consumida pela fricção entre o eixo e os mancais (P2)

Seja  $f_1$  o coeficiente de atrito entre o material do eixo (aço) e o material dos mancais (aço). O coeficiente de Fricção do eixo de aço sobre um rolamento de aço, utilizando uma lubrificação adequada, tem um valor médio de 0,1885. A expressão para potência consumida pelas fricções entre o eixo e os mancais é:

$$P_2 = 1,9 \cdot 1000 \cdot F \cdot f_1 \cdot \left( \frac{\pi \cdot d \cdot n_1}{60 \cdot 75} \right)$$

Onde:  $P_2$  = Potência consumida pela fricção (cv);

$f_1$  = coeficiente de Fricção do aço sobre o bronze = 0,1885;

$e$  = abertura axial entre as camisas dos rolos (m) = 0,015 m;

$d$  = diâmetro do eixo em contato com o mancal (m) = 0,030 m;

$n_1$  = rotação dos rolos de moenda (rpm) = 43,75 rpm;

$F$  = carga aplicada a cada um dos mancais superiores (Ton) = 1,1 ton;

Temos que  $P_2 = 0,3609 \text{ cv}$ .

Então, tem-se uma potência total consumida ( $P_t$ ) =  $P_1 + P_2 = 1,224 \text{ cv}$ .

Dessa forma, é necessário um motor que fornece mais de 1,224 cv de potência para garantir o torque de 240 Nm nos rolos.

## 2.4. Motor

Foi selecionado o motor elétrico da marca Weg, que possui 1,5 cv, suprimindo a potência necessária, e uma rotação de 1750 rpm. O motor possui uma chave em seu eixo, o que facilita a montagem do redutor.



Figura 6- Motor elétrico Weg. Fonte: Mercado Livre.

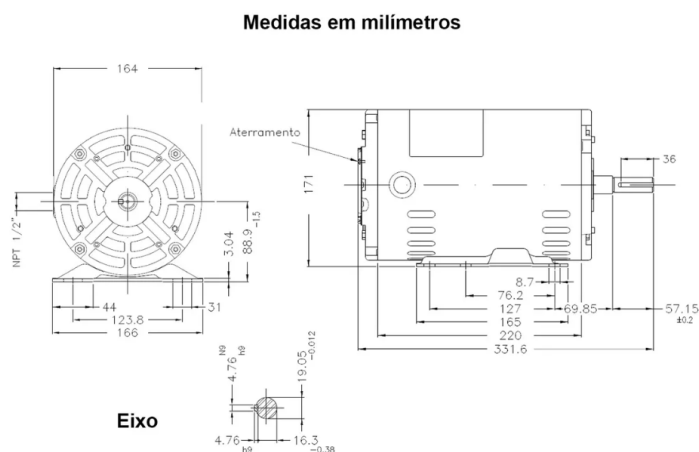


Figura 7- CAD do Motor. Fonte: Mercado livre.

Para encontrar a redução que será feita é necessário descobrir o torque de saída do motor. Para isso foi usada a seguinte expressão:

$$T_{\text{mot}} = \frac{P_m \cdot 60 \cdot 735}{2\pi \cdot n_2}$$

Onde:  $P_m$  = potência do motor (cv) = 1,5 cv;

$n_2$  = rotação do motor (rpm) = 1750 rpm;

Dessa forma:  $T_{\text{mot}}$  (Nm) = torque do motor = 6 Nm, aproximadamente;

A partir disso, encontra-se a redução dividindo o torque nos rolos pelo torque de saída do motor:  $\text{Redução} = T_r/T_{\text{mot}} = 240/6 = 40$ . A redução ficou dividida nos seguintes estágios: 4:1 → 5:1 → 2:1.

Agora com a redução, encontra-se a rotação dos rolos:  $n_1 = n_2/\text{redução} = 1750/40 = 43,75$  rpm; que foi o valor usado nos cálculos de potência consumida.

## 2.5. Cálculo da produção do caldo

Para o cálculo da produção de caldo foi considerado o volume de cana que passa pelos moinhos por uma determinada unidade de tempo, baseado em alguns cálculos presentes em REIN.

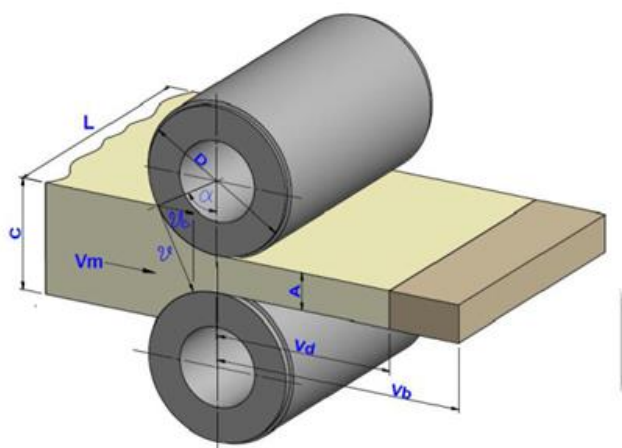


Figura 8— Representação da passagem de cana nos moinhos.

Fonte: REIN (2013, p. 125).

### 2.5.1. Volume descrito (Vd):

É o volume gerado na unidade de tempo por um par de rolos com diâmetro D e comprimento L, girando a uma determinada velocidade v, com uma abertura de trabalho A entre eles.

$$V_d = L \cdot A \cdot v$$

Onde: A = 0,015 m

L = 0,125 m

Convertendo rpm em velocidade linear no rolo:

$$v = (r \cdot 2\pi \cdot n) / 60$$

Onde: r = raio do rolo = 0,04425 m;

n = rotação do rolo = 43,75 rpm;

Com esses valores é descoberto que  $v = 0,2$  m/s e então  $V_d = 0,000375$  m<sup>3</sup>/s, que é o volume de bagaço que passa por segundo.

### **2.5.2. Volume de caldo extraído teórico (Vcaldo):**

Escolhendo um “padrão” de cana com 0,04 m de diâmetro e 1,5 m de comprimento para ser utilizada na moagem, teremos cerca de 0,001885 m<sup>3</sup> de volume por cana (Vcana). Prudente (2016) cita que a densidade da cana pode ser considerada de 1130 kg/m<sup>3</sup>. Portanto, para essas dimensões de cana, a cana vai possuir 2,13 kg. Utilizando Vd, encontra-se que vai passar pelos rolos cerca de 0,423 kg/s. Segundo a EMBRAPA, 100kg da cana produz aproximadamente 65 litros de caldo, ou seja, uma relação de 65%. Considerando que apenas 65% do caldo consiga ser extraído durante a moagem, sabe-se então que:

$$V_{caldo} = \text{massa da cana (kg)} \cdot 0,65 \cdot 0,65$$

| Cana       | Volume    | Quantidade |
|------------|-----------|------------|
| 1 kg       | 0,422 ml  | 0,435      |
| 2,3 kg     | 0,97 l    | 1          |
| 0,423 kg/s | 0,179 l/s | 0,184 /s   |

Tabela 1 - Volume de caldo por quantidade de cana. Fonte: Autores.

Para descobrir o tempo necessário para moer uma cana é feita a seguinte divisão:

$$t = (\text{Peso da cana})/Vd = (2,13 [\text{kg/cana}])/(0,423 [\text{kg/s}]) = 5,03 \text{ s/cana}$$

Significa que em 5,03 segundos será moída uma cana por completo. Aumentando o tempo (t) para 10 segundos para considerar o tempo perdido ao colocar uma nova cana na moenda, e também levando em conta que a cada 5 canas seja feita uma pausa de 30 segundos para retirar o resto de bagaço da peneira, podemos obter o volume de caldo produzido.

| Tempo   | Volume de caldo (litros) | Cana (unidade) |
|---------|--------------------------|----------------|
| 10 s    | 0,97                     | 1              |
| 80 s    | 4,85                     | 5              |
| 1 hora  | 218,25                   | 225            |
| 2 horas | 436,5                    | 450            |

Tabela 2 - Caldo de cana produzido por tempo decorrido. Fonte: Autores.

Foi escolhido 2 horas de uso diário para a moenda, sendo feita sua limpeza após esse período.

### 3. Modelo



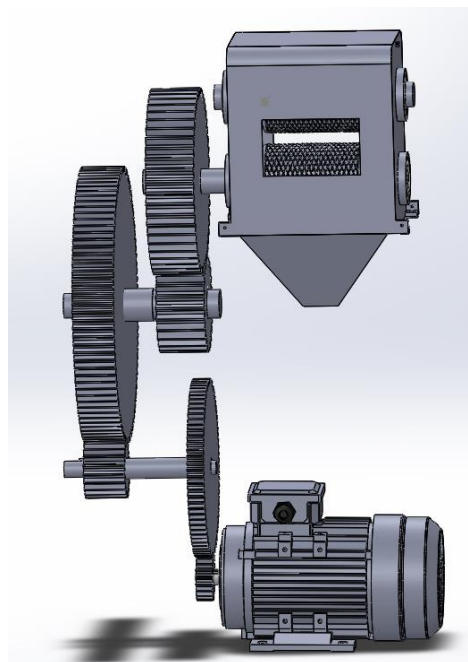


Figura 9 – Montagem da moenda. Fonte: autores

A montagem da moenda com o redutor ficou conforme a figura 9, onde apenas o rolo inferior recebe a transmissão das engrenagens.

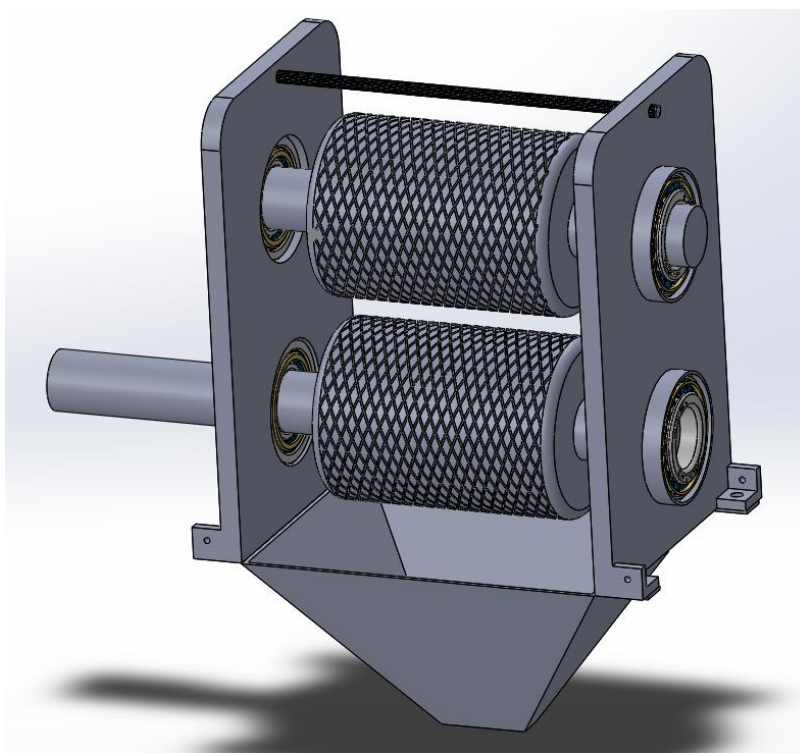


Figura 10 – Montagem da moenda. Fonte: autores

É utilizada uma barra roscada com porcas para manter as laterais posicionadas. As fixações são feitas através de porcas e parafusos, facilitando a montagem/desmontagem. Abaixo do rolo inferior é o local onde ficaria a peneira, impedindo a passagem de bagaço. Todos os eixos possuem chavetas para encaixar nas engrenagens.

## **4. Parâmetros dos dentes de engrenagem e engrenamento**

### **4.1. Ângulo de pressão e quantidade mínima de dentes para o pinhão**

Para o dimensionamento das engrenagens, determinamos inicialmente, uma quantidade mínima de dentes para o pinhão e o ângulo de pressão a ser utilizado (pinhão e coroa) de forma a evitar interferências e adelgaçamento (enfraquecimento do dente através da remoção de material da base do dente) no contato entre os dentes.

De acordo com Norton, selecionamos um ângulo de pressão ( $\phi$ ) de 20 graus, visto que é o ângulo mais usado e padronizado. Ângulos diferentes do selecionado e não padronizados implicam em custos maiores de fabricação.

Selecionado o ângulo  $\phi$ , calculamos a quantidade mínima de dentes ( $N_{min}$ ) necessária do pinhão a fim de evitar o adelgaçamento através da relação a seguir:

$$N_{min} = \frac{2}{\text{Sen}\phi^2} = \frac{2}{\text{Sen}20^2} \simeq 17 \text{ dentes}$$

| Número mínimo de dentes de pinhão<br>para evitar interferência entre um<br>pinhão de 20°, profundidade completa e<br>engrenagens de profundidade completa<br>e vários tamanhos |                                |
|--|--------------------------------|
| Mínimo dentes<br>de pinhão   | Máximo dentes<br>de engrenagem |
| 17   | 1309                           |
| 16   | 101                            |
| 15   | 45                             |
| 14   | 26                             |
| 13   | 16                             |

Tabela 3 - Número mínimo de dentes de pinhão e quantidade máxima de dentes de engrenagem.  
Fonte: Norton.

Visando garantir de que não haverá interferência e/ou adelgaçamento entre os dentes, selecionamos pinhões com mais de 20 dentes, acima do valor mínimo encontrado.

#### 4.2. Razão de contato das engrenagens

A razão de contato ( $m_{contato}$ ) define a quantidade de dentes que estão em contato durante o funcionamento das engrenagens. Norton recomenda razões de contato maiores que 1,2, valores menores que o recomendado podem ocasionar alterações na velocidade, barulhos e vibrações. Quanto maior a razão de contato, melhor. Para engrenagens cilíndricas retas, é esperado obter razões de contato entre 1,4 e 2 e calculamos através da relação abaixo:

$$m_{contato} = \frac{mxZ}{\pi x \cos \phi} \text{ onde,}$$

- $m$  - Módulo métrico: Selecionado de acordo com a tabela a seguir:

| Módulos métricos padronizados |  |
|-------------------------------|--|
| Módulo métrico<br>(mm)        | Equivalente<br>$p_d$ (in <sup>-1</sup> ) |
| 0,3                           | 84,67                                    |
| 0,4                           | 63,50                                    |
| 0,4                           | 50,80                                    |
| 0,8                           | 31,75                                    |
| 1                             | 25,40                                    |
| 1,25                          | 20,32                                    |
| 1,5                           | 16,93                                    |
| 2                             | 12,70                                    |
| 3                             | 8,47                                     |
| 4                             | 6,35                                     |
| 5                             | 5,08                                     |
| 6                             | 4,23                                     |
| 8                             | 3,18                                     |
| 10                            | 2,54                                     |
| 12                            | 2,12                                     |
| 16                            | 1,59                                     |
| 20                            | 1,27                                     |
| 25                            | 1,02                                     |

Tabela 4 - Módulos métricos padronizados. Fonte: Norton.

- Z - Comprimento de ação

### 4.3. Trem de Engrenagens

Segundo Norton, define - se um trem de engrenagens como qualquer agrupamento de duas ou mais engrenagens acopladas. Um único par de engrenagens está limitado a uma razão de redução de velocidade de 10:1. Dessa forma, nosso redutor será composto por um trem de engrenagens composto por 3 pares de engrenagens conforme modelo abaixo para que possamos obter a razão de redução de velocidade de 40:1. A razão de velocidade para cada par de engrenagens é encontrada através da relação:

$$m_v = \left( \frac{N_{motora}}{N_{movida}} \right) \text{ onde,}$$

- Nmotora - Número de dentes das engrenagens motoras;
- Movida - Número de dentes das engrenagens movidas;

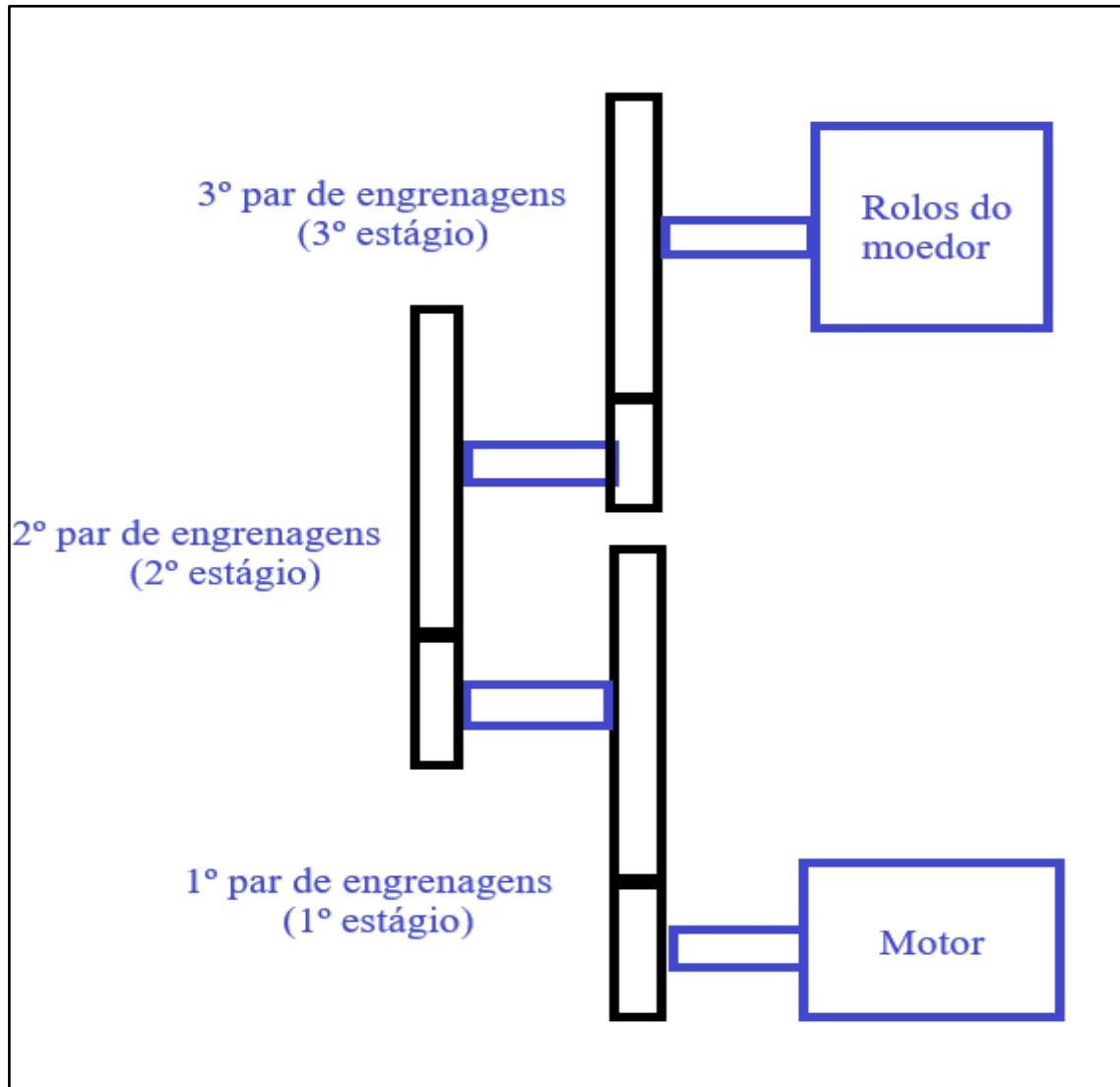


Figura 8 - Modelo do Redutor de 3 estágios. Fonte: Autores.

#### 4.4. Análise de cargas no trem de engrenagens

A determinação dos torques e das cargas que são transmitidas nos dentes de cada par de engrenagens é calculado de acordo com as seguintes fórmulas:

$$T_{atuante} = \frac{P}{\omega_P} \text{ e } T_{saída} = m_v \times T_{atuante} \text{ onde,}$$

- $T_{atuante}$  e  $T_{saída}$  - Torque atuante no eixo e torque de saída, respectivamente;
- $P$  - Potência fornecida pelo motor (W);
- $\omega_P$  - Rotação fornecida pelo motor (RPM);

$$W_{transmitida} = \frac{T_{atuante}}{d/2} \text{ e } W_{total} = \frac{W_{transmitida}}{\cos\phi} \text{ onde,}$$

- $W_{transmitida}$  e  $W_{total}$  - Carga transmitida e carga total em cada par de engrenagens (lb);
- $d$  - Diâmetro de referência da engrenagem (in), obtido a partir da seguinte relação:

$$d = \frac{N(\text{número de dentes})}{m}$$

#### 4.5. Determinação dos parâmetros dos dentes e análise de cargas nos pares de engrenagens

Com auxílio da linguagem de programação Python, calculamos os parâmetros dos dentes e as cargas atuantes, necessárias para o dimensionamento apropriado do redutor através do algoritmo abaixo:

```
import math

#Parâmetro dos dentes de engrenagens e engrenamento - Página 695

n_pin = int(input("Dentes do pinhão: ")) #dentes do pinhão
n_engre = int(input("Dentes da engrenagem: ")) #dentes da engrenagem
ang_press = math.radians(20) #ângulo de pressão
passo_d = int(input("Passo selecionado: ")) #passo diametral equivalente (tabela 4)

#Razão de engrenamento
mg = n_engre / n_pin #dentes do pinhão / dentes da engrenagem
print(f'\nRazão de engrenamento: {mg:.3f}')
#Passo circular de referência (mm e in)
pc = math.pi / passo_d
pc_mm = pc * 25.4
print(f'Passo circular de referência: {pc:.3f} in' f'\nPasso circular de referência: {pc_mm:.3f} mm')

#Passo de base (in e mm)
pb = pc * math.cos(ang_press)
pb_mm = pb * 25.4
print(f'Passo de base: {pb:.3f} in' f'\nPasso de base: {pb_mm:.3f} mm')

#Diâmetros de referência e raios de referência da engrenagem e do pinhão (mm)
d_pin_in = n_pin / passo_d #Diâmetro de referência do pinhão
r_pin_in = d_pin_in / 2 #Raio de referência do pinhão
d_pin = d_pin_in * 25.4 #Diâmetro em mm
r_pin = r_pin_in * 25.4 #Raio em mm

print(f'\nDiâmetro do pinhão: {d_pin:.3f} mm' f'\nDiâmetro do pinhão: {d_pin_in:.3f} in')
```

```

print(f'\nRaio do pinhão: {r_pin:.3f} mm' f'\nRaio do pinhão: {r_pin_in:.3f} in')

d_engre_in = n_engre / passo_d #Diâmetro de referência da engrenagem
r_engre_in = d_engre_in / 2 #Raio de referência da engrenagem
d_engre = d_engre_in * 25.4 #Diametro em mm
r_engre = r_engre_in * 25.4 #Raio em mm

print(f'\nDiâmetro da engrenagem: {d_engre:.3f} mm' f'\nDiâmetro da engrenagem:
{d_engre_in:.3f} in')
print(f'\nRaio da engrenagem: {r_engre:.3f} mm' f'\nRaio da engrenagem: {r_engre_in:.3f} in')

#Distância nominal entre os centros (mm)
C = r_pin_in + r_engre_in
print(f'\nDistância nominal entre os centros: {C:.3f} in')

#Adendo e dedendo (in e mm)
a = 1 / passo_d #Adendo
d = 1.25 / passo_d #Dedendo
a_mm = 1 * 25.4
d_mm = 1.25 * 25.4
print(f'\nAdendo: {a:.3f} in' f'\nDedendo: {d:.3f} in')
print(f'\nAdendo: {a_mm:.3f} mm' f'\nDedendo: {d_mm:.3f} mm')

#Profundidade total e Folga (in e mm)
ht = a + d #Profundidade total
c = d - a #Folga
ht_mm = ht * 25.4
c_mm = c * 25.4
print(f'Profundidade total: {ht:.3f} in' f'\nFolga: {c:.3f} in')
print(f'Profundidade total: {ht_mm:.3f} mm' f'\nFolga: {c_mm:.3f} mm')

#Diâmetro externo das engrenagens (mm)
Dext_pin = d_pin_in + 2*a #Diâmetro externo do pinhão
Dext_engre = d_engre_in + 2*a #Diâmetro externo das engrenagens
Dext_engre_mm = Dext_engre * 25.4
Dext_pin_mm = Dext_pin * 25.4

print(f'\nDiâmetro externo do pinhão: {Dext_pin:.3f} in' f'\nDiâmetro externo das engrenagens:
{Dext_engre:.3f} in')
print(f'Diâmetro externo do pinhão: {Dext_pin_mm:.3f} mm' f'\nDiâmetro externo das
engrenagens: {Dext_engre_mm:.3f} mm')

```



```
#Razão de contato das engrenagens
Z = ((r_pin_in + a)**2 - (r_pin_in*math.cos(ang_press))**2)**0.5 + ((r_engre_in + a)**2 -
(r_engre_in*math.cos(ang_press))**2)**0.5 - C*math.sin(ang_press)
m_p = Z / pb #Razão de contato
print(f'\nZ: {Z:.2f} ')
print(f'\nRazão de contato: {m_p:.2f} ')
```

```
#Razão de velocidade para o par de engrenagens (pinhão + coroa)
mv = (n_engre / n_pin)
print(f'\nRazão de velocidade Global: {mv:.1f}:1')
```

#Análise de Cargas em um trem de engrenagens retas - Página 732

```
#Considere um motor de 1,5cv e 1750RPM para o primeiro par de engrenagens
pot_motor = 1.5 * 0.73551 * 1000 #potência do motor em W
rot_motor = 1750 * (2*math.pi / 60) #rotação do motor em rad/s
print(f'\nPotência do motor: {pot_motor:.1f}kW' f'\nRotação do motor: {rot_motor:.1f}rad/s')
```

```
#Torque no eixo do pinhão (N.m)
#Para outros pares de engrenagens, considerar o torque no eixo do par de engrenagens anterior
T_p = pot_motor / rot_motor
print(f'Torque no eixo do pinhão: {T_p:.1f}N.m')
```

```
#Torque de saída (N.m)
T_out = mv * T_p
print(f'Torque de saída: {T_out:.1f}N.m')
```

```
#Carga transmitida nas engrenagens (N)
W_t = T_p / (d_pin / 2)
print(f'\nCarga transmitida nas engrenagens: {W_t:.2f}N')
```

```
#Componente radial da carga (N)
W_rad = W_t * math.tan(ang_press)
print(f'Componente radial da carga: {W_rad:.2f}N')
```

```
#Carga total (N)
W_tot = W_t / math.cos(ang_press)
print(f'Carga total: {W_tot:.2f}N')
```

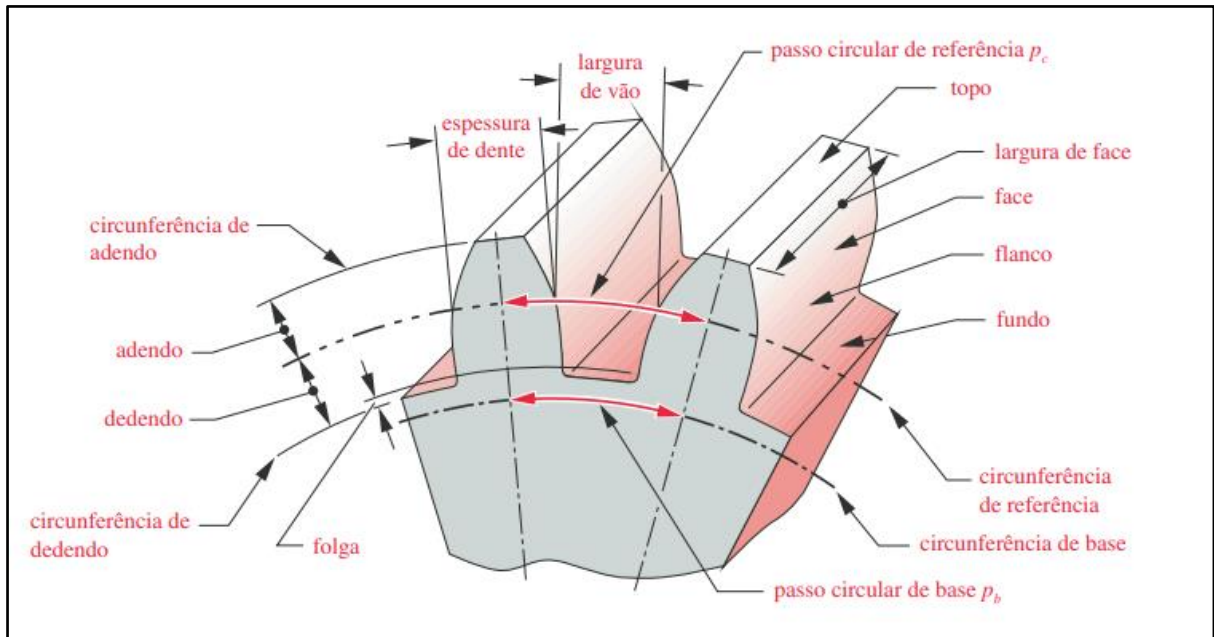


Figura 9 - Nomenclatura dos dentes. Fonte: Norton.

- **1º Par de engrenagens (1º estágio):**

Para o primeiro par de engrenagens, escolhemos 21 dentes para o pinhão e 84 dentes para a coroa, aplicando no algoritmo para um módulo (tabela x) igual a 10 temos:

**Dentes do pinhão: 21**

**Dentes da coroa: 84**

**Passo selecionado: 10**

Razão de engrenamento: 4.000

Passo circular de referência: 0.314 in

Passo circular de referência: 7.980 mm

Passo de base: 0.295 in

Passo de base: 7.498 mm

Diâmetro do pinhão: 53.340 mm

**Diâmetro do pinhão: 2.100 in**

Raio do pinhão: 26.670 mm

**Raio do pinhão: 1.050 in**

Diâmetro da engrenagem: 213.360 mm

**Diâmetro da engrenagem: 8.400 in**

Raio da engrenagem: 106.680 mm

**Raio da engrenagem: 4.200 in**

Distância nominal entre os centros: 5.250 in

Adendo: 0.100 in

Dedendo: 0.125 in

Adendo: 25.400 mm

Dedendo: 31.750 mm

Profundidade total: 0.225 in

Folga: 0.025 in

Profundidade total: 5.715 mm

Folga: 0.635 mm

Diâmetro externo do pinhão: 2.300 in

Diâmetro externo das engrenagens: 8.600 in

Diâmetro externo do pinhão: 58.420 mm

Diâmetro externo das engrenagens: 218.440 mm

Z: 0.50

**Razão de contato: 1.70**

**Razão de velocidade do par de engrenagens: 4.0:1**

Potência do motor: 1103.3kW (1.5cv)

Rotação do motor: 183.3rad/s (1750 RPM)

**Torque no eixo do pinhão: 6.0N.m**

**Torque de saída: 24N.m**

**Carga transmitida nas engrenagens: 0.23N**

**Componente radial da carga: 0.08N**

**Carga total: 0.24N**

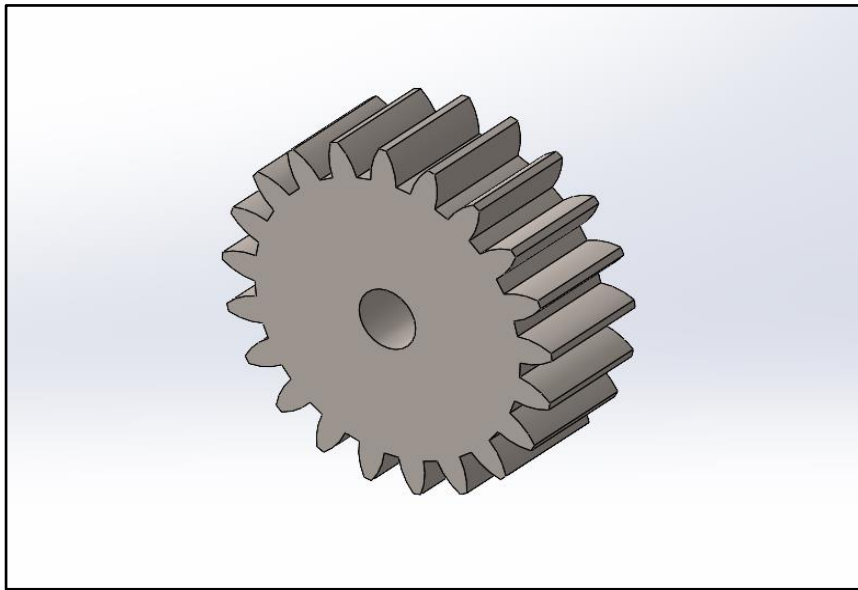


Figura 10 - Pinhão de 21 dentes, 1º par de engrenagens. Fonte: Autores.

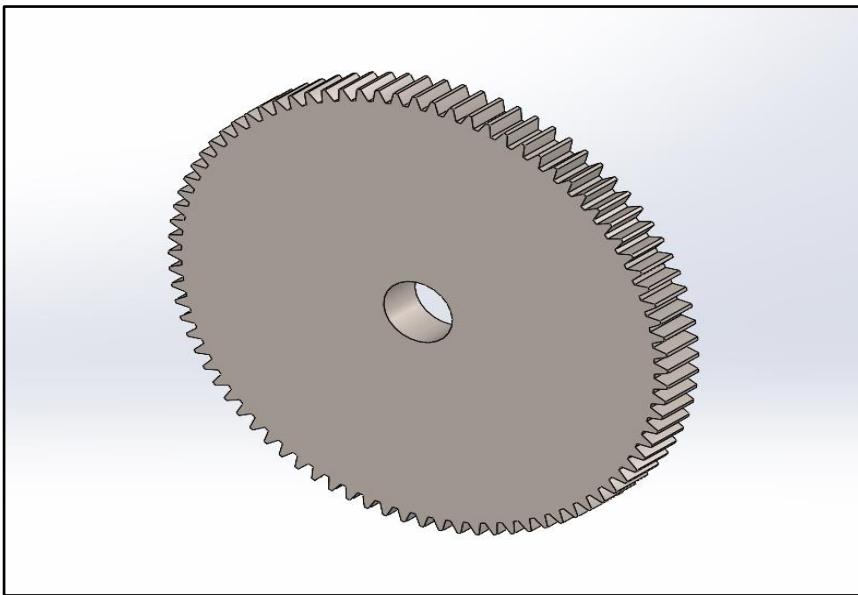


Figura 11 - Coroa de 84 dentes, 1º par de engrenagens. Fonte: Autores.

- **2º Par de engrenagens (2º estágio):**

Para o segundo par de engrenagens, escolhemos 21 dentes para o pinhão e 105 dentes para a coroa, aplicando no algoritmo para um módulo (tabela x) igual a 8 temos:

**Dentes do pinhão: 21**

**Dentes da coroa: 105**

**Passo selecionado: 8**

Razão de engrenamento: 5.000

Passo circular de referência: 0.393 in

Passo circular de referência: 9.975 mm

Passo de base: 0.369 in

Passo de base: 9.373 mm

Diâmetro do pinhão: 66.675 mm

**Diâmetro do pinhão: 2.625 in**

Raio do pinhão: 33.337 mm

**Raio do pinhão: 1.312 in**

Diâmetro da engrenagem: 333.375 mm

**Diâmetro da engrenagem: 13.125 in**

Raio da engrenagem: 166.688 mm

**Raio da engrenagem: 6.562 in**

Distância nominal entre os centros: 7.875 in

Adendo: 0.125 in

Dedendo: 0.156 in

Adendo: 25.400 mm

Dedendo: 31.750 mm

Profundidade total: 0.281 in

Folga: 0.031 in

Profundidade total: 7.144 mm

Folga: 0.794 mm

Diâmetro externo do pinhão: 2.875 in

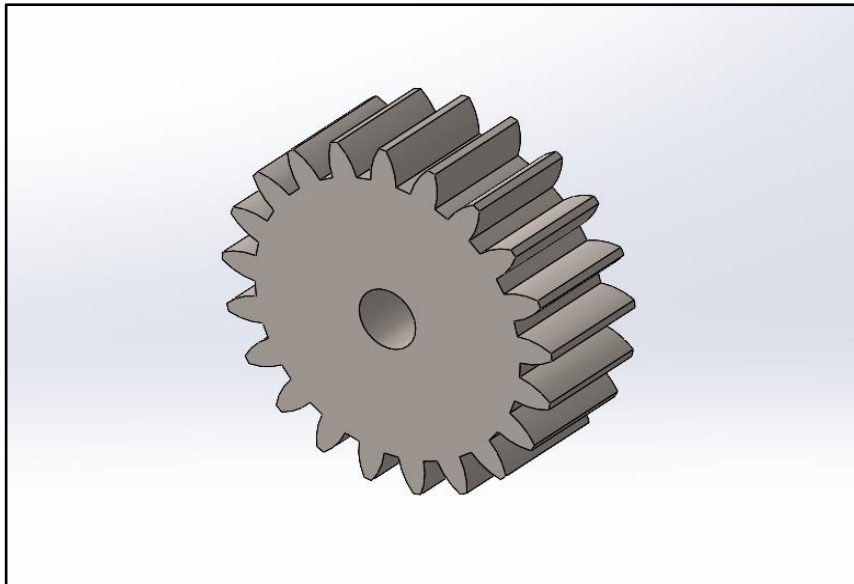
Diâmetro externo das engrenagens: 13.375 in

Diâmetro externo do pinhão: 73.025 mm

Diâmetro externo das engrenagens: 339.725 mm

Z: 0.63

**Razão de contato: 1.71**



**Razão de velocidade do par de engrenagens: 5.0:1**

Potência do motor: 1103.3kW

Rotação do motor: 183.3rad/s

**Torque no eixo do pinhão: 24.0N.m #Torque no eixo do segundo par igual ao torque de saída do 1º par de engrenagens**

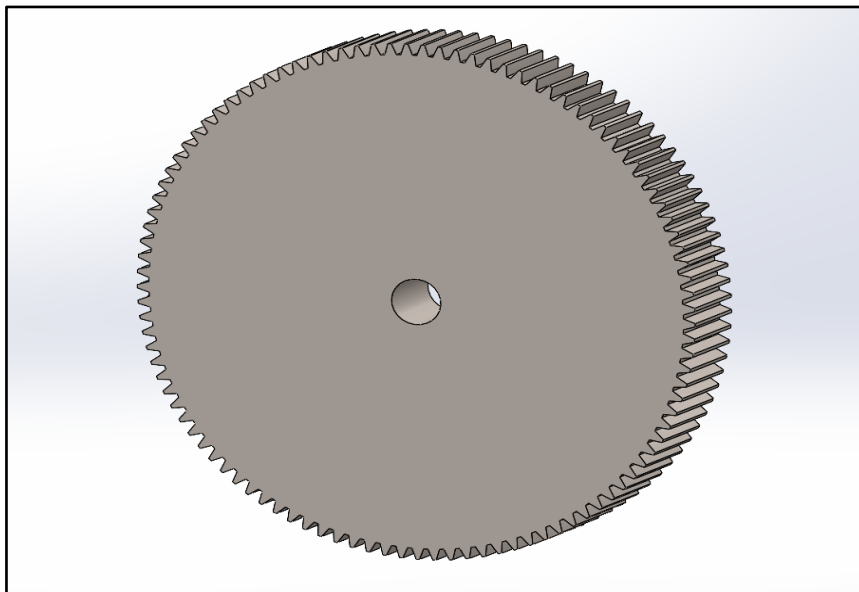
**Torque de saída: 120N.m**

**Carga transmitida nas engrenagens: 0.72N**

**Componente radial da carga: 0.26N**

**Carga total: 0.77N**

Figura 12 -  
21 dentes,



Pinhão de  
2º par de

engrenagens. Fonte: Autores.

Figura 13 - coroa de 105 dentes, 2º par de engrenagens. Fonte: Autores.

- **3º Par de engrenagens (3º estágio):**

Para o terceiro par de engrenagens, escolhemos 26 dentes para o pinhão e 52 dentes para a coroa, aplicando no algoritmo para um módulo (tabela x) igual a 6 temos:

**Dentes do pinhão: 26**

**Dentes da coroa: 52**

**Passo selecionado: 6**

Razão de engrenamento: 2.000

Passo circular de referência: 0.524 in

Passo circular de referência: 13.299 mm

Passo de base: 0.492 in

Passo de base: 12.497 mm

Diâmetro do pinhão: 110.067 mm

**Diâmetro do pinhão: 4.333 in**

Raio do pinhão: 55.033 mm

**Raio do pinhão: 2.167 in**

Diâmetro da engrenagem: 220.133 mm

**Diâmetro da engrenagem: 8.667 in**

Raio da engrenagem: 110.067 mm

**Raio da engrenagem: 4.333 in**

Distância nominal entre os centros: 6.500 in

Adendo: 0.167 in

Dedendo: 0.208 in

Adendo: 25.400 mm

Dedendo: 31.750 mm

Profundidade total: 0.375 in

Folga: 0.042 in

Profundidade total: 9.525 mm

Folga: 1.058 mm



Diâmetro externo do pinhão: 4.667 in  
Diâmetro externo das engrenagens: 9.000 in  
Diâmetro externo do pinhão: 118.533 mm  
Diâmetro externo das engrenagens: 228.600 mm

Z: 0.83

**Razão de contato: 1.69**

**Razão de velocidade do par de engrenagens: 2.0:1**

Potência do motor: 1103.3kW

Rotação do motor: 183.3rad/s

**Torque no eixo do pinhão: 120.0N.m** #Torque no eixo do terceiro par igual ao torque de saída do 2º par de engrenagens

**Torque de saída: 240N.m**

**Carga transmitida nas engrenagens: 2.18N**

**Componente radial da carga: 0.79N**

**Carga total: 2.32N**

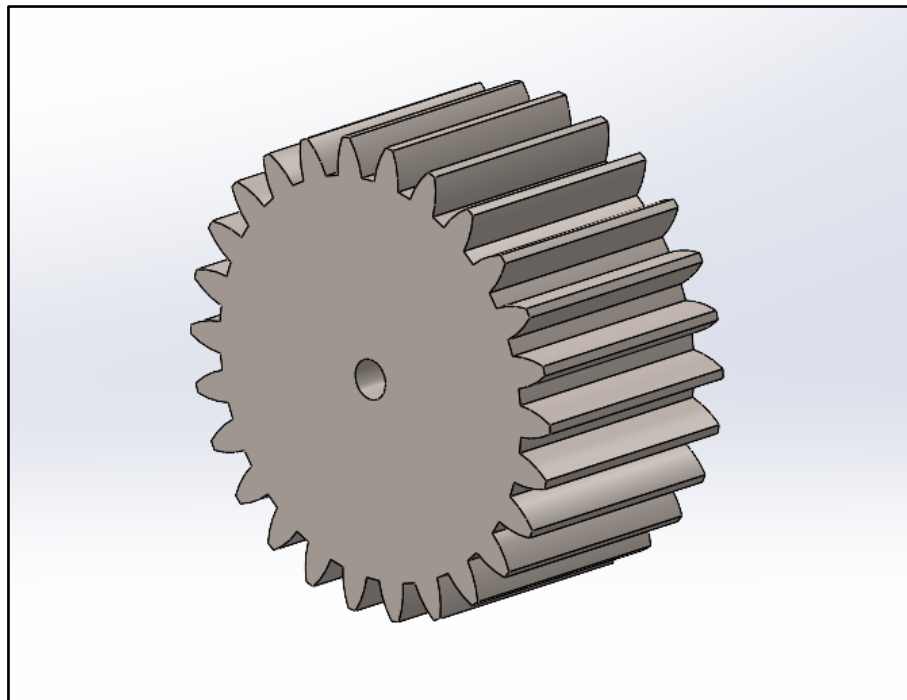


Figura 14 - Pinhão de 26 dentes, 3º par de engrenagens. Fonte: Autores.

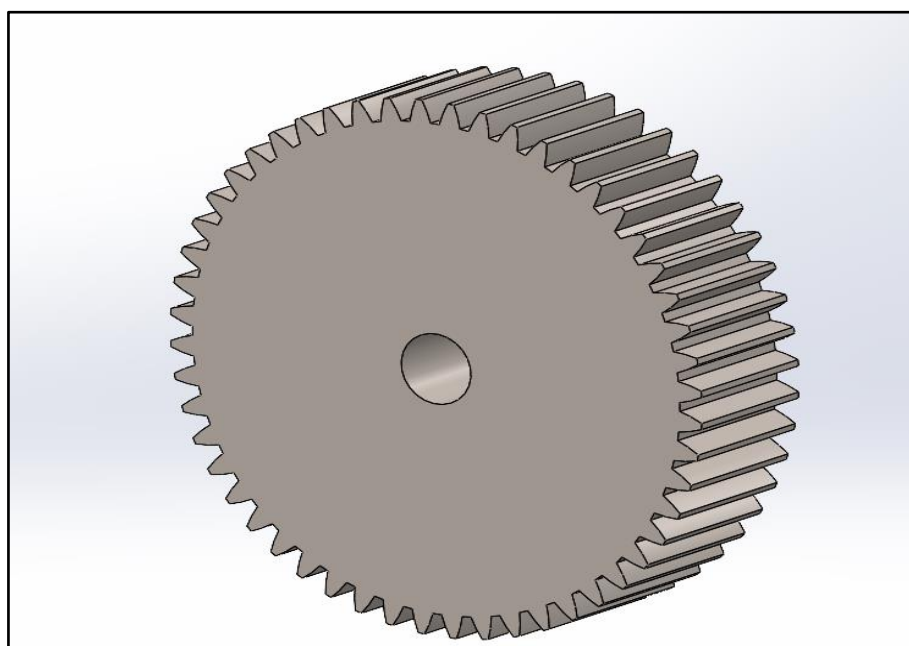


Figura 15 - Coroa de 84 dentes, 3º par de engrenagens. Fonte: Autores.

Temos então para cada par de engrenagem:

| Engrenagem     | Torque<br>(lb.in) | Torque<br>(N.m) | Dentes | diâmetro<br>(in) | diâmetro<br>(mm) | Passo<br>diametral<br>(mm) | Razão de<br>velocidade<br>(mv) | Razão de<br>contato |
|----------------|-------------------|-----------------|--------|------------------|------------------|----------------------------|--------------------------------|---------------------|
| Pinhão(1º par) | 53,10             | 6,0             | 21     | 2,1              | 53,34            | 10                         | 4                              | 1.70                |
| Coroa(1º par)  | 212,4<br>2        | 24,0            | 84     | 8,4              | 213,36           |                            |                                |                     |
| Pinhão(2º par) | 212,4<br>2        | 24,0            | 21     | 2,625            | 66,675           | 8                          | 5                              | 1.71                |

|                |             |       |     |        |         |   |   |      |
|----------------|-------------|-------|-----|--------|---------|---|---|------|
| Coroa(2º par)  | 1062,<br>09 | 120,0 | 105 | 13,125 | 333,375 |   |   |      |
| Pinhão(3º par) | 1062,<br>09 | 120,0 | 26  | 4,33   | 110,07  |   |   |      |
| Coroa(3º par)  | 2124,<br>18 | 240,0 | 52  | 8,67   | 220,13  | 6 | 2 | 1.69 |

Tabela 5 - Dados obtidos a partir do algoritmo. Fonte: autores.

Dessa forma, realizando o produto das razões de velocidade para cada par de engrenagens, teremos a redução e o torque necessários para o funcionamento da moenda.

$$m_V = \left(\frac{84}{21}\right) \times \left(\frac{105}{21}\right) \times \left(\frac{52}{26}\right) = \mathbf{40:1}$$

$$T_{saída} = \mathbf{240 \text{ N.m}}$$

## 5. Dimensionamento das engrenagens

### 5.1. Parâmetros iniciais

Iniciando-se pelo par de engrenagens mais crítico, ou seja, o terceiro estágio (pois sofre com o maior torque), são necessários alguns dados de entrada, listados a seguir:

- A relação de redução, que é de 2:1;
- A rotação de saída (na engrenagem), sendo essa de 43,75 RPM, pois é a rotação nominal dos rolos do moedor selecionado;
- O torque de saída na engrenagem, obtido após multiplicar o torque nominal do motor selecionado pela redução de todos os estágios ( $6 \text{ Nm} \times 4 \times 5 \times 2 = 240 \text{ Nm}$ ): 2124.18 lb-in;
- O ângulo de pressão nos dentes do pinhão e engrenagem, que é de 20°.

Estimado um pinhão com 26 dentes e passo diametral de 6 in, a partir dos dados acima pôde-se calcular o diâmetro do pinhão e da engrenagem e o número de dentes desta última pela equação a seguir:

$$d = \frac{N}{p_d}$$

além da força tangencial  $F_t$  aplicada nos dentes das engrenagens:

$$F_t = \frac{T}{d}$$

```

relac = 2. # Relação de redução
rot_eng = 43.75 # RPM

pd = 6. # Passo diametral (in)
fi = 20.*np.pi/180. # Ângulo de pressão (rad)

N_pin = 26. # Número de dentes no pinhão
d_pin = N_pin/pd # Diâmetro do pinhão (in)
N_eng = N_pin*relac # Número de dentes na engrenagem
d_eng = N_eng/pd # Diâmetro da engrenagem (in)

print(f"Pinhão:\nN = {N_pin}\nd = {d_pin:.2f} in ou {d_pin*25.4:.2f} mm\n")
print(f"Engrenagem:\nN = {N_eng}\nd = {d_eng:.2f} in ou {d_eng*25.4:.2f} mm")

Tmax = 2124.18 # Torque na engrenagem (lb-in)

Wt_max = Tmax/(d_eng/2.) # Carga tangencial máxima (lb)

print(f"\nCarga tangencial = {round(Wt_max, 2)} lb ou {round(Wt_max*4.44822, 2)} N")

```

Pinhão:

N = 26.0

d = 4.33 in ou 110.07 mm

Engrenagem:

N = 52.0

d = 8.67 in ou 220.13 mm

Carga tangencial = 490.2 lb ou 2180.5 N

## 5.2. Tensão de flexão nos dentes do pinhão e engrenagem

Para o cálculo das tensões de flexão, são necessários alguns fatores de correção. O primeiro deles é obtido através da tabela fornecida por (NORTON, 2013), que indica o fator geométrico de flexão J da AGMA para engrenagens de dentes de profundidade completa e com ângulo de pressão de 20°.

| Dentes da engrenagem | Dentes do pinhão |   |    |   |    |   |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|----------------------|------------------|---|----|---|----|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|                      | 12               |   | 14 |   | 17 |   | 21   |      | 26   |      | 35   |      | 55   |      | 135  |      |
|                      | P                | G | P  | G | P  | G | P    | G    | P    | G    | P    | G    | P    | G    | P    | G    |
| 12                   | U                | U |    |   |    |   |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 14                   | U                | U | U  | U |    |   |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 17                   | U                | U | U  | U | U  | U |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 21                   | U                | U | U  | U | U  | U | 0,24 | 0,24 |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 26                   | U                | U | U  | U | U  | U | 0,24 | 0,25 | 0,25 | 0,25 |      |      |      |      |      |      |
| 35                   | U                | U | U  | U | U  | U | 0,24 | 0,26 | 0,25 | 0,26 | 0,26 | 0,26 |      |      |      |      |
| 55                   | U                | U | U  | U | U  | U | 0,24 | 0,28 | 0,25 | 0,28 | 0,26 | 0,28 | 0,28 | 0,28 |      |      |
| 135                  | U                | U | U  | U | U  | U | 0,24 | 0,29 | 0,25 | 0,29 | 0,26 | 0,29 | 0,28 | 0,29 | 0,29 | 0,29 |

- Fator geométrico de flexão J da AGMA para engrenagens de dentes de profundidade completa, com ângulo de pressão de 20°. Fonte: Norton

Tendo o pinhão 26 dentes e a engrenagem 52, é necessária uma interpolação entre os valores do fator na engrenagem. Os resultados encontrados foram:

```
J_pin = 0.25
J_eng = np.interp(N_eng,[35.,55.],[0.26,0.28])

print(f"J_pinhão = {J_pin}")
print(f"J_engrenagem = {J_eng}")
```

J\_pinhão = 0.25

J\_engrenagem = 0.277

O fator dinâmico  $K_v$  é calculado com base no índice de qualidade  $Q_v$  das engrenagens e de sua velocidade tangencial na linha de referência. Neste trabalho, foi adotado um índice de qualidade  $Q_v = 9$ , que representa um engrenamento medianamente preciso.

O fator  $K_v$ , em unidades inglesas, é dado por:

$$K_v = \left( \frac{A}{A + \sqrt{V_t}} \right)^B$$

$$A = 50 + 56(1 - B)$$

$$B = \frac{(12 - Q_v)^{2/3}}{4} \quad \text{para } 6 \leq Q_v \leq 11$$

A velocidade tangencial na linha na engrenagem é:

$$V_t = \frac{d}{2} \omega$$

Sendo que a máxima velocidade que pode ser assumida pelas engrenagens é:

$$V_{t_{max}} = [A + (Q_v - 3)]^2$$

$Q_v = 9$ . # Índice de qualidade

# Calculando velocidade no pinhão, pois se move mais rápido

```
Vt_pin = (d_pin/2./12.)*(rot_eng*2.*np.pi)*relac # ft/min
```

```
# Parâmetros de Kv
```

```
B = (12. - Qv)**(2./3.)/4.
```

```
A = 50. + 56.*(1 - B)
```

```
Kv = (A/(A + np.sqrt(Vt_pin)))**B
```

```
# Velocidade máxima possível
```

```
Vt_max = (A + (Qv - 3.))**2. # ft/min
```

```
print(f"Velocidade tangencial no pinhão = {Vt_pin:.2f} ft/min")
```

```
print(f"Máxima velocidade possível = {Vt_max:.2f} ft/min")
```

```
print(f"\nParâmetros: A = {A}, B = {B}")
```

```
print(f"Fator Kv = {Kv}")
```

Velocidade tangencial no pinhão = 99.27 ft/min

Máxima velocidade possível = 6868.90 ft/min

Parâmetros: A = 76.87882647727335, B = 0.520020955762976

Fator Kv = 0.9385962024124943

O fator de distribuição de carga  $K_m$  é obtido através da interpolação da tabela de (NORTON, 2013), e é dado em função da largura de face da engrenagem.

Fatores de distribuição de carga  $K_m$

| Largura da face |       | $K_m$ |
|-----------------|-------|-------|
| in              | (mm)  |       |
| < 2             | (50)  | 1,6   |
| 6               | (150) | 1,7   |
| 9               | (250) | 1,8   |
| ≥ 20            | (500) | 2,0   |

- Fator de distribuição de carga  $K_m$ . Fonte Norton

A largura de face é obtida através da equação seguinte e, supondo-se um valor de largura de face  $F_{lf} = 14$  (recomenda-se entre 8 e 16, sendo 12 o valor nominal), chega-se a estes resultados:

$$Larg. de Face = \frac{F_{lf}}{p_d}$$

```
# Fator de largura de face
```

```
Flf = 14.
```

```
Larg_fc = Flf/pd # in
```

```
Km = np.interp(Larg_fc, [2.,6.,9.,20.], [1.6,1.7,1.8,2.])
```

```
print(f"Largura de face = {Larg_fc:.2f} in")
```

```
print(f"Fator Km = {Km}")
```

Largura de face = 2.33 in

Fator Km = 1.6083333333333334

O fator de aplicação  $K_a$  é obtido na tabela de (NORTON, 2013) a seguir. Aqui, considerou-se a máquina motora como sendo uniforme, pois se trata de um motor elétrico, e a máquina movida como tendo choque moderado, devido a possíveis trepidações ocorridas durante o processo de moagem da cana. Sendo assim, o valor adotado foi de  $K_a = 1,25$ .

| Máquina motora                            | Máquina movida |                 |               |
|---|----------------|-----------------|---------------|
|   | Uniforme       | Choque moderado | Choque severo |
| Uniforme (motor elétrico, turbina)        | 1,00           | 1,25            | 1,75 ou mais  |
| Choque leve (motor multi-cilindros)       | 1,25           | 1,50            | 2,00 ou mais  |
| Choque médio (motor de um único cilindro) | 1,50           | 1,75            | 2,25 ou mais  |

- Fator de aplicação  $K_a$ . Fonte: Norton

O fator de tamanho  $K_s$  é definido como 1 por recomendação da AGMA, o fator de flexão de borda  $K_b$  é 1 pois a engrenagem é feita em um “disco” sólido, sem a presença de bordas, e o fator de ciclo de carga  $K_i$  é 1 pois não se trata de uma engrenagem intermediária.

```
Ka = 1.25 # Motor elétrico (uniforme) vs. Moedor (choque leve)
```

```
Ks = 1. # Engrenagens pequenas
```

```
KB = 1. # Engrenagem de disco sólido
```

```
KI = 1. # Engrenagem não solta (não intermediária)
```

```
print(f"Fator de aplicação Ka = {Ka}")
```

```
print(f"Fator de tamanho Ks = {Ks}")
```

```
print(f"Fator de flexão de borda KB = {KB}")
```

```
print(f"Fator de ciclo de carga KI = {KI}")
```

Fator de aplicação  $K_a = 1.25$

Fator de tamanho  $K_s = 1.0$

Fator de flexão de borda  $K_B = 1.0$

Fator de ciclo de carga  $K_I = 1.0$

Dessa forma, pode-se calcular as tensões de flexão dos dentes do pinhão e engrenagem através das fórmulas abaixo, onde os resultados são mostrados a seguir:

$$\sigma_{b_p} = \frac{W_t p_d}{FJ} \frac{K_a K_m}{K_v} K_s K_B K_I$$

```
sigma_flex_pin = (Ka*Km*Ks* KB*KI/Kv)*Wt_max*pd/(Larg_fc*J_pin) # psi
sigma_flex_eng = (Ka*Km*Ks* KB*KI/Kv)*Wt_max*pd/(Larg_fc*J_eng) # psi

print(f"Tensão de flexão nos dentes do pinhão = {sigma_flex_pin:.2f} psi ou {sigma_flex_pin*0.00689476:.2f} MPa")

print(f"Tensão de flexão nos dentes da engrenagem = {sigma_flex_eng:.2f} psi ou {sigma_flex_eng*0.00689476:.2f} MPa")
```

Tensão de flexão nos dentes do pinhão = 10799.68 psi ou 74.46 MPa

Tensão de flexão nos dentes da engrenagem = 9747.01 psi ou 67.20 MPa

### 5.3. Tensão na superfície de engrenamento

Para o cálculo da tensão nas superfícies de engrenamento também se fazem necessários certos fatores de correção. O coeficiente elástico  $C_p$  é calculado a partir das propriedades dos materiais (coeficiente de Poisson  $\nu$  e Módulo de Elasticidade  $E$ ) do pinhão e engrenagem. Aqui, foi utilizado um valor de  $\nu = 0,28$  e  $E = 30.10^6$  psi, comuns para aços, além disso, considerou-se pinhão e engrenagem feitos de mesmo material.

$$C_p = \sqrt{\frac{1}{\pi \left[ \left( \frac{1 - \nu_p^2}{E_p} \right) + \left( \frac{1 - \nu_g^2}{E_g} \right) \right]}}$$

```
poison_pin = 0.28
E_pin = 30.e6 # Módulo de elasticidade (psi)

# Pinhão e engrenagem de mesmo material
poison_eng = poison_pin
E_eng = E_pin # Módulo de elasticidade (psi)

Cp = (np.pi*(((1. - poison_pin**2.)/E_pin) + (1. - poison_eng**2.)/E_eng))**(-1/2.)

print(f"Coeficiente elástico Cp = {Cp:.2f} psi^0.5")
```

Coeficiente elástico  $C_p = 2276.14 \text{ psi}^{0.5}$

O fator de acabamento superficial  $C_F$  é igual a 1 para processos de fabricação convencionais, o que é o caso deste trabalho.



```
Cf = 1. # Processo de fabricação convencional
print(f"Fator de acabamento da superfície Cf = {Cf}")
```

Fator de acabamento da superfície Cf = 1.0

O fator de geometria superficial I é obtido, no pinhão e engrenagem, através de:

$$I = \frac{\cos \phi}{\left( \frac{1}{\rho_p} \pm \frac{1}{\rho_g} \right) d_p}$$

$$\rho_p = \sqrt{\left( r_p + \frac{1 + x_p}{p_d} \right)^2 - \left( r_p \cos \phi \right)^2} - \frac{\pi}{p_d} \cos \phi$$

$$\rho_g = C \sin \phi \mp \rho_p$$

Aqui,  $x_p = 0$  para dentes padronizados de profundidade completa, caso em que se aplica este projeto.  $\rho_p$  e  $\rho_g$  são os raios de curvatura respectivos do pinhão e engrenagem. Na equação de I é usado um sinal positivo para engrenamento externo e negativo para engrenamento interno. Já na equação de  $\rho_g$ , ao contrário, é usado um sinal negativo para engrenamento externo e positivo para engrenamento interno.

```
# Raio de curvatura do pinhão
ro_pin = np.sqrt((d_pin/2. + 1./pd)**2. - (np.cos(fi)*d_pin/2.)**2.) - np.pi*np.cos(fi)/pd # in
# Raio de curvatura da engrenagem (sinal de - para engrenamento externo)
ro_eng = (d_pin/2. + d_eng/2.)*np.sin(fi) - ro_pin # in

# Fator de geometria superficial (sinal de + para engrenamento externo)
I = np.cos(fi)/((1./ro_pin + 1./ro_eng)*d_pin)

print(f"Rô (pinhão) = {ro_pin:.3f} in")
print(f"Rô (engrenagem) = {ro_eng:.3f} in")
print(f"\nFator de geometria da superfície I = {I}")
```

Rô (pinhão) = 0.648 in

Rô (engrenagem) = 1.575 in

Fator de geometria da superfície I = 0.09954124285075086

Os fatores de aplicação  $C_a$ , de distribuição de carga  $C_m$ , fator dinâmico  $C_v$  e de tamanho  $C_s$  são todos iguais a seus homônimos aplicados no cálculo da tensão de flexão nos dentes do pinhão e engrenagem. Além disso, o fator de acabamento superficial  $C_f$  é igual a 1 também pelo motivo de que o processo usado na fabricação das engrenagens é convencional.

```
Ca = Ka
```

```

Cm = Km
Cv = Kv
Cs = Ks
Cf = 1. # Processo de fabricação convencional

print(f"Fator de aplicação Ca = {Ca}")
print(f"Fator de distribuição Cm = {Cm}")
print(f"Fator dinâmico Cv = {Cv}")
print(f"Fator de tamanho Cs = {Cs}")
print(f"Fator de acabamento superficial Cf = {Cf}")

```

Fator de aplicação Ca = 1.25  
 Fator de distribuição Cm = 1.6083333333333334  
 Fator dinâmico Cv = 0.9385962024124943  
 Fator de tamanho Cs = 1.0  
 Fator de acabamento superficial Cf = 1.0

Portanto, a tensão na superfície do engrenamento entre pinhão e engrenagem, dada pela equação que segue, foi obtida.

$$\sigma_c = C_p \sqrt{\frac{W_t}{F I d} \frac{C_a C_m}{C_v} C_s C_f}$$

```

sigma_sup = Cp*np.sqrt((Ca*Cm*Cs*Cf/Cv)*Wt_max/(Larg_fc*I*d_pin)) # psi

print(f"A tensão nas superfícies é de {sigma_sup:.2f} psi ou {sigma_sup*0.00689476:.2f} MPa")

```

A tensão nas superfícies é de 73516.82 psi ou 506.88 MPa

#### 5.4. Resistência à fadiga de flexão

Uma estimativa de resistência à fadiga de flexão (não corrigida) pode ser obtida em função da dureza do material. Neste projeto foi utilizado um aço AGMA Grau 1 endurecido completamente a 250 HB. A equação que fornece a resistência para este tipo de material é:

$$S_{fb} = -274 + 167HB - 0,152HB^2$$

```

dureza = 250. # HB

S_fad_flex = -274. +167.*dureza - 0.152*dureza**2. # psi

print(f"Resistência à fadiga de flexão não corrigida é {S_fad_flex} psi ou {S_fad_flex*0.00689476:.2f} MPa")

```

Resistência à fadiga de flexão não corrigida é 31976.0 psi ou 220.47 MPa

Novamente, este valor precisa ser corrigido por alguns fatores. O fator de vida KL é obtido em função do número de ciclos no pinhão, pois sofre maior número de rotações ao

longo da vida útil. Foi estimado que o moedor de cana tivesse 2h diárias de uso contínuo, supondo-se 250 dias úteis ao ano e uma vida útil esperada de 10 anos. A partir desses dados obteve-se o número de ciclos N durante a vida do pinhão o pôde-se calcular o fator de vida KL a partir de:

$$K_L = 1,3558 N^{-0,0178}$$

```
# Cálculo do número de ciclos no pinhão, pois realiza mais rotações
N = rot_eng*relac*60.*500.*10.

# Para aplicações comerciais comuns, o fator de vida é:
KL = 1.3558*N**-0.0178

print(f"Numero de ciclos é {N/1e7} x 10^7 durante a vida do pinhão")
print(f"\nFator de vida KL = {KL}")
```

Numero de ciclos é 2.625 x 10<sup>7</sup> durante a vida do pinhão

Fator de vida KL = 1.0003111918882468

Segundo (NORTON, 2013), o fator de temperatura KT pode ser estimado com sendo 1 para aços em óleos lubrificantes, com temperaturas de até 250°F (121°C), que está dentro da faixa de operação do moedor de cana. Além disso, segundo o mesmo autor, o fator de confiabilidade KR pode ser obtido através da tabela abaixo, sendo a confiabilidade exigida neste projeto de 99%.

Fator  $K_R$  da AGMA

| Confiabilidade % | $K_R$ |
|------------------|-------|
| 90               | 0,85  |
| 99               | 1,00  |
| 99,9             | 1,25  |
| 99,99            | 1,50  |

Fator de confiabilidade KR. Fonte: Norton

```
# Para aços, em lubrificantes com temperaturas de até 250°F (121°C)
KT = 1.

print(f"Fator de temperatura KT = {KT}")

# Confiabilidade de 99%

KR = 1.

print(f"Fator de confiabilidade KR = {KR}")
```

Fator de temperatura KT = 1.0

Fator de confiabilidade KR = 1.0

Então, a resistência à fadiga de flexão (corrigida) é:

$$S_{fb} = \frac{K_L}{K_T K_R} S_{fb}'$$

```
S_fad_flex_corrig = (KL/(KT*KR))*S_fad_flex # psi  
  
print(f"Resistência à fadiga de flexão corrigida é {S_fad_flex_corrig:.2f} psi ou  
{S_fad_flex_corrig*0.00689476:.2f} MPa")
```

Resistência à fadiga de flexão corrigida é 31985.95 psi ou 220.54 MPa

### 5.5. Resistência à fadiga de superfície

Uma estimativa da resistência à fadiga de superfície (não corrigida) pode ser obtida através da equação abaixo, para aços do tipo selecionado (aço AGMA Grau 1).

$$S_{fc}' = 26000 + 327HB$$

```
S_fad_sup = 26000. + 327.*dureza  
  
print(f"Resistência à fadiga de flexão não corrigida é {S_fad_sup} psi ou {S_fad_sup*0.00689476:.2f} MPa")
```

Resistência à fadiga de flexão não corrigida é 107750.0 psi ou 742.91 MPa

Para correção deste valor, calcula-se o fator de vida CL, dado em função do número de ciclos N, o mesmo encontrado anteriormente, pela equação:

$$C_L = 1,4488 N^{-0,023}$$

```
# Para aplicações comerciais comuns, o fator de vida da superfície é:  
CL = 1.4488*N**-.023  
  
print(f"Fator de vida CL = {CL}")
```

Fator de vida CL = 0.9780666783552734

Os fatores de temperatura CT e confiabilidade CR são iguais a seus homônimos encontrados anteriormente. Ademais, o fator de dureza CH é igual a 1 para superfícies de mesma dureza.

```
CT = KT  
CR = KR  
  
# Para superfícies de mesma dureza, tem-se:  
CH = 1.
```

```
print(f"Fator de temperatura CT = {CT}")
print(f"Fator de confiabilidade CR = {CR}")
print(f"Fator de dureza CH = {CH}")
```

Fator de temperatura CT = 1.0

Fator de confiabilidade CR = 1.0

Fator de dureza CH = 1.0

Assim, a resistência à fadiga superficial (corrigida) é obtida por:

$$S_{fc} = \frac{C_L C_H}{C_T C_R} S_{fc}'$$

```
S_fad_sup_corr = (CL*CH/(CT*CR))*S_fad_sup

print(f"Resistência à fadiga de superfície corrigida é {S_fad_sup_corr:.2f} psi ou
{S_fad_sup_corr*0.00689476:.2f} MPa")
```

Resistência à fadiga de superfície corrigida é 105386.68 psi ou 726.62 MPa

## 5.6. Coeficientes de segurança

Os coeficientes de segurança em relação à fadiga de flexão nos dentes do pinhão e da engrenagem são obtidos através das equações que se seguem:

$$N_{b_{pinhão}} = \frac{S_{fb}}{\sigma_{b_{pinhão}}} \quad N_{b_{engrenagem}} = \frac{S_{fb}}{\sigma_{b_{engrenagem}}}$$

```
cs_fadflex_pin = S_fad_flex_corr/sigma_flex_pin
cs_fadflex_eng = S_fad_flex_corr/sigma_flex_eng

print(f"CS para fadiga por flexão no pinhão é {round(cs_fadflex_pin, 2)}")
print(f"CS para fadiga por flexão na engrenagem é {round(cs_fadflex_eng, 2)}")
```

CS para fadiga por flexão no pinhão é 2.96

CS para fadiga por flexão na engrenagem é 3.28

Já o coeficiente de segurança em relação à fadiga na superfície de engrenamento é obtido através de:

$$N_{c_{pinhão-engrenagem}} = \left( \frac{S_{fc}}{\sigma_{c_{pinhão}}} \right)^2$$

```
cs_fadsup = (S_fad_sup_corr/sigma_sup)**2.

print(f"CS para fadiga na superfície de engrenamento é {round(cs_fadsup, 2)}")
```

CS para fadiga na superfície de engrenamento é 2.05

Os coeficientes de segurança encontrados são satisfatórios, o que demonstra que o projeto está seguro, tendo 99% (confiabilidade) de chance de atingir a vida útil de 10 anos esperada.

Utilizando o mesmo código, com suas devidas alterações, os cálculos foram realizados para as demais engrenagens:

| Engrenagem                       | Pinhão(1º par) | Coroa(1º par) | Pinhão(2º par) | Coroa(2º par) |
|----------------------------------|----------------|---------------|----------------|---------------|
| Largura de face                  | 0.8 in         |               | 2 in           |               |
| Tensão de flexão                 | 6283.21 psi    | 5317.24 psi   | 9594.52 psi    | 8528.46       |
| Tensão superficial               | 58030.45 psi   |               | 70560.48 psi   |               |
| Res. fad de flexão (corrigida)   | 23577.56 psi   |               | 31082.61 psi   |               |
| Res. fad superficial (corrigida) | 77472.54 psi   |               | 101556.89 psi  |               |
| CS fadiga flexão                 | 3.75           | 4.43          | 3.24           | 3.64          |
| CS fadiga superficial            | 1.78           |               | 2.07           |               |

Tabela 6 Dimensionamento das engrenagens (1º e 2º par) - Fonte. Autores.

## 6. Análise estática das engrenagens em contato

De acordo com Norton, Existem 2 formas de falha que afetam os dentes das engrenagens:

- Fratura por fadiga devido às tensões variadas de flexão na raiz do dente;
- Fadiga superficial das superfícies dos dentes (modo mais comum de falha);

Disto isto, tendo em mãos os torques atuantes e os parâmetros de dentes em cada engrenagem do redutor e considerando que as engrenagens são de aço AGMA classe A1-A5 de dureza superficial igual a 250HB, com exceção do pinhão do primeiro par que é 180HB, conforme tabela a seguir, utilizamos o software SolidWorks para a realização da simulação a fim de verificar as tensões atuantes nos dentes das engrenagens em contato para assegurar que nosso redutor funcionará sem que nenhum modo de falha aconteça e interrompa o funcionamento do mesmo de maneira inesperada.

| Material                   | Classe AGMA | Designação do material | Tratamento térmico                                 | Dureza superficial mínima           | Resistência à fadiga de flexão |         |
|----------------------------|-------------|------------------------|--|-------------------------------------|--------------------------------|---------|
|                            |             |                        |  |                                     | psi x 10 <sup>3</sup>          | MPa     |
| Aço                        | A1-A5       |                        | Endurecimento completo                             | ≤ 180 HB                            | 25-33                          | 170-230 |
|                            |             |                        | Endurecimento completo                             | 240 HB                              | 31-41                          | 210-280 |
|                            |             |                        | Endurecimento completo                             | 300 HB                              | 36-47                          | 250-325 |
|                            |             |                        | Endurecimento completo                             | 360 HB                              | 40-52                          | 280-360 |
|                            |             |                        | Endurecimento completo                             | 400 HB                              | 42-56                          | 290-390 |
|                            |             |                        | Endurecimento por chama ou indução                 | Tipo A padronizado 50-55 HRC        | 45-55                          | 310-380 |
|                            |             |                        | Endurecimento por chama ou indução                 | Tipo B padronizado                  | 22                             | 150     |
|                            |             |                        | Cementação por carbono e endurecimento superficial | 55-64 HRC                           | 55-75                          | 380-520 |
|                            |             | AISI 4140              | Nitretado  | 84,6 HR15N <sup>†</sup>             | 34-45                          | 230-310 |
|                            |             | AISI 4340              | Nitretado  | 83,5 HR15N                          | 36-47                          | 250-325 |
|                            |             | Nitroliga 135M         | Nitretado  | 90,0 HR15N                          | 38-48                          | 260-330 |
|                            |             | Nitroliga              | Nitretado  | 90,0 HR15N                          | 40-50                          | 280-345 |
|                            |             | 2,5% Cromo             | Nitretado  | 87,5-90,0 15N                       | 55-65                          | 380-450 |
| Ferro recozido             | 20          | Classe 20              | Como fundido                                       |                                     | 5                              | 35      |
|                            | 30          | Classe 30              | Como fundido                                       | 175 HB                              | 8                              | 69      |
|                            | 40          | Classe 40              | Como fundido                                       | 200 HB                              | 13                             | 90      |
| Ferro nodular (dúctil)     | A-7-a       | 60-40-18               | Recozido   | 140 HB                              | 22-33                          | 150-230 |
|                            | A-7-c       | 80-55-06               | Revenido e temperado                               | 180 HB                              | 22-33                          | 150-230 |
|                            | A-7-d       | 100-70-03              | Revenido e temperado                               | 230 HB                              | 27-40                          | 180-280 |
|                            | A-7-e       | 120-90-02              | Revenido e temperado                               | 230 HB                              | 27-40                          | 180-280 |
| Ferro maleável (perlítico) | A-8-c       | 45007                  |  | 165 HB                              | 10                             | 70      |
|                            | A-8-e       | 50005                  |  | 180 HB                              | 13                             | 90      |
|                            | A-8-f       | 53007                  |  | 195 HB                              | 16                             | 110     |
|                            | A-8-i       | 80002                  |  | 240 HB                              | 21                             | 145     |
| Bronze                     | Bronze 2    | AGMA 2C                | Molde de areia                                     | 40 ksi resistência de tração mínima | 5,7                            | 40      |
|                            | Al/Br 3     | ASTM B-148 78 liga 954 | Tratado termicamente                               | 90 ksi resistência de tração mínima | 23,6                           | 160     |

Tabela 7 - Tabela para seleção de materiais para engrenagens. Fonte: Norton.

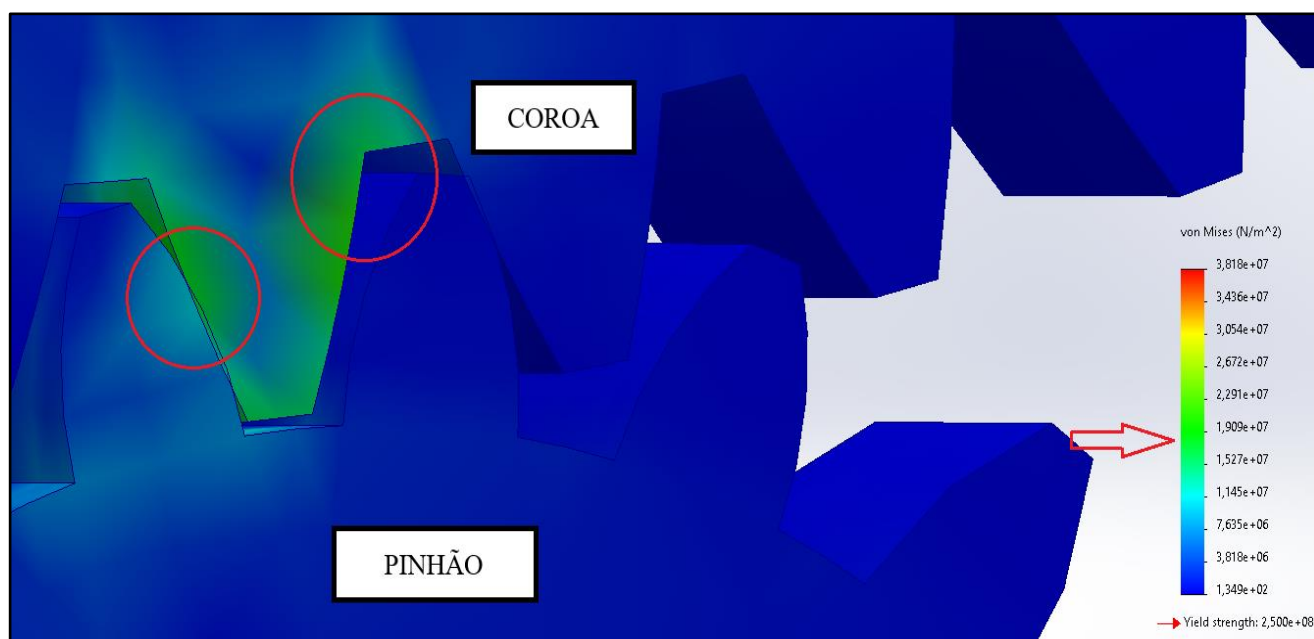


Figura 16 - Análise estática pinhão e coroa, 1º par de engrenagens. Fonte: Autores.

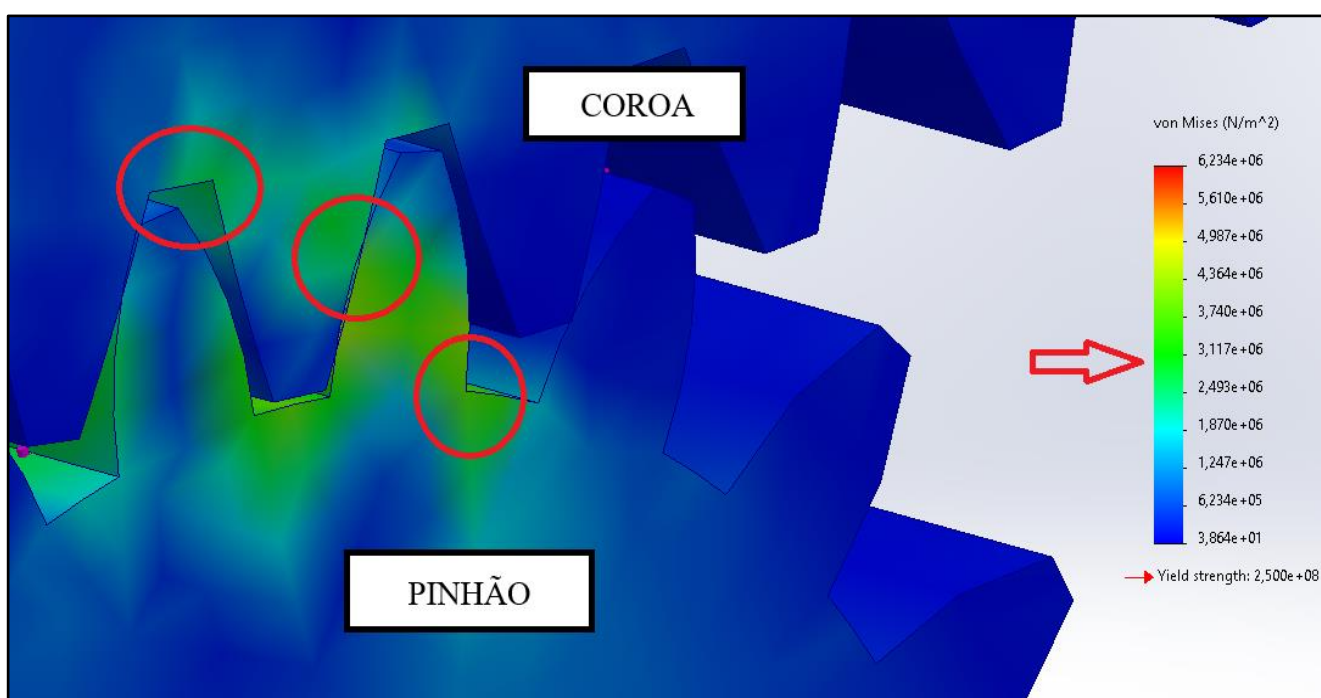


Figura 17 - Análise estática pinhão e coroa, 2º par de engrenagens. Fonte: Autores.



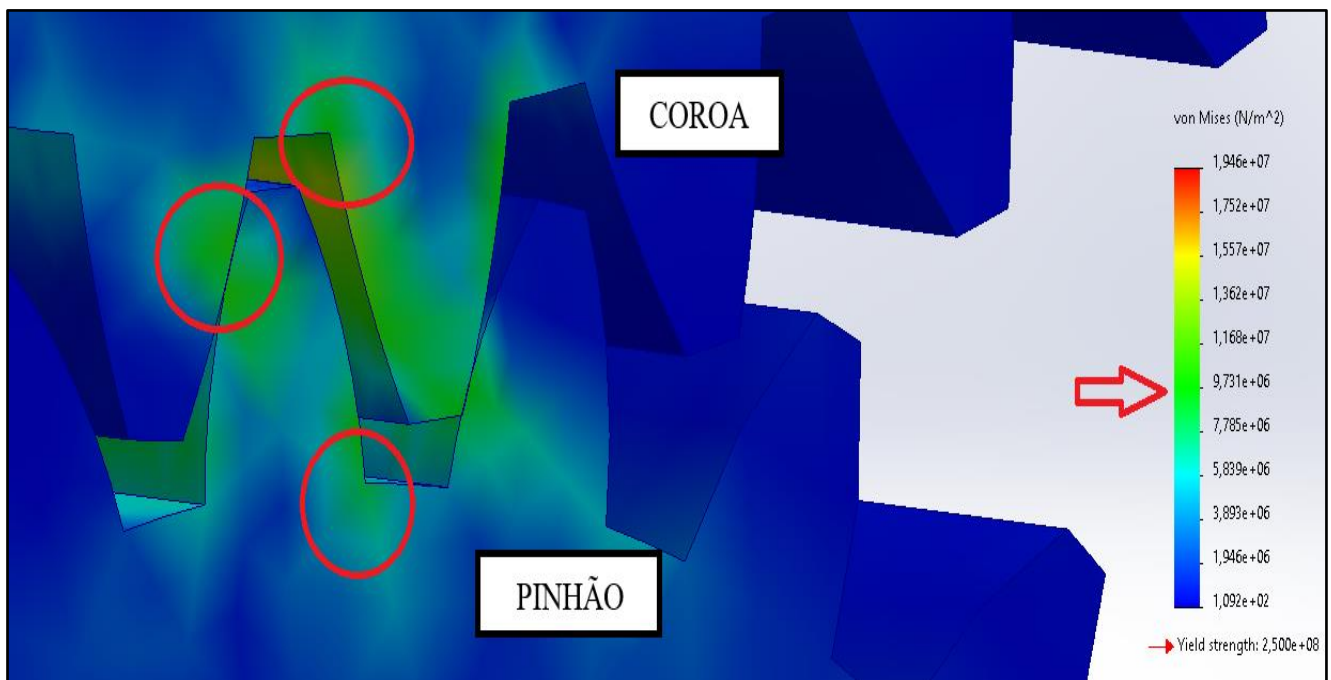


Figura 18 - Análise estática pinhão e coroa, 3º par de engrenagens. Fonte: Autores.

Podemos verificar a partir das simulações feitas em cada par de engrenagens, através do critério de Von Mises, que as tensões atuantes na raiz dos dentes e nos pontos de contato (circulados em vermelho) se encontram em valores aceitáveis para que as engrenagens funcionem de forma segura

## 7. Dimensionamento dos eixos

### 7.1. Determinação de esforços no eixo 1

Assume-se aqui que o eixo 1 é o que suporta as engrenagens 2 e 3. Primeiramente, é necessário determinar o sentido das forças que atuam nas engrenagens. Como mostra a figura abaixo, a força radial aponta sempre no sentido do centro da engrenagem, enquanto que a força tangencial tem o mesmo sentido do movimento da engrenagem movida, mas sentido contrário ao movimento da motora.

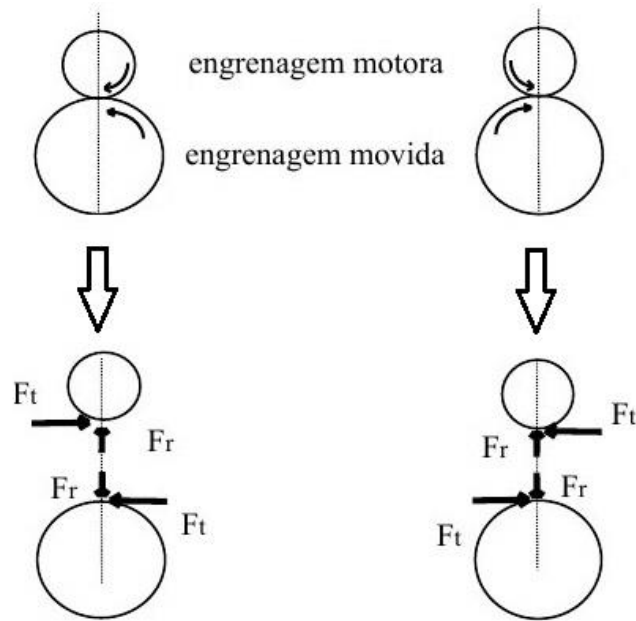


Figura 19 - Sentido das forças que atuam em engrenagens. Fonte: Autores

Se tratando do presente projeto, o motor que move a engrenagem 1 (que por sua vez move a engrenagem 2) tem rotação de 1750 RPM e torque nominal de 6 Nm, e verificando na tabela 5 o diâmetro da engrenagem 1 (53,34 mm) e o torque no eixo 1 (24 Nm), é possível calcular a força tangencial na engrenagem 2, pois a força tangencial nas duas engrenagens é a mesma devido à ação e reação. A força radial é obtida em função da tangencial.

$$F_t = \frac{T}{r} \quad F_r = F_t \cdot \tan \phi$$

Assumindo um sentido anti-horário na rotação do motor, como mostra a figura abaixo, tem-se o diagrama de forças posterior, onde os apoios A e B são os mancais que sustentam o eixo 1.

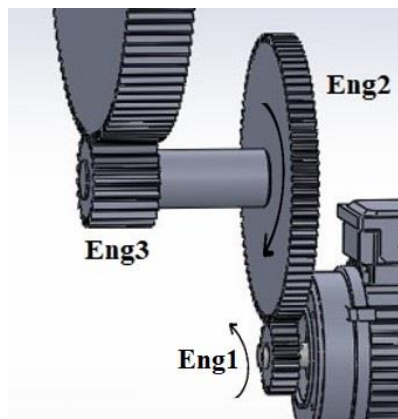


Figura 20 - Sentidos de rotação do motor e engrenagens do eixo 1. Fonte: Autores.

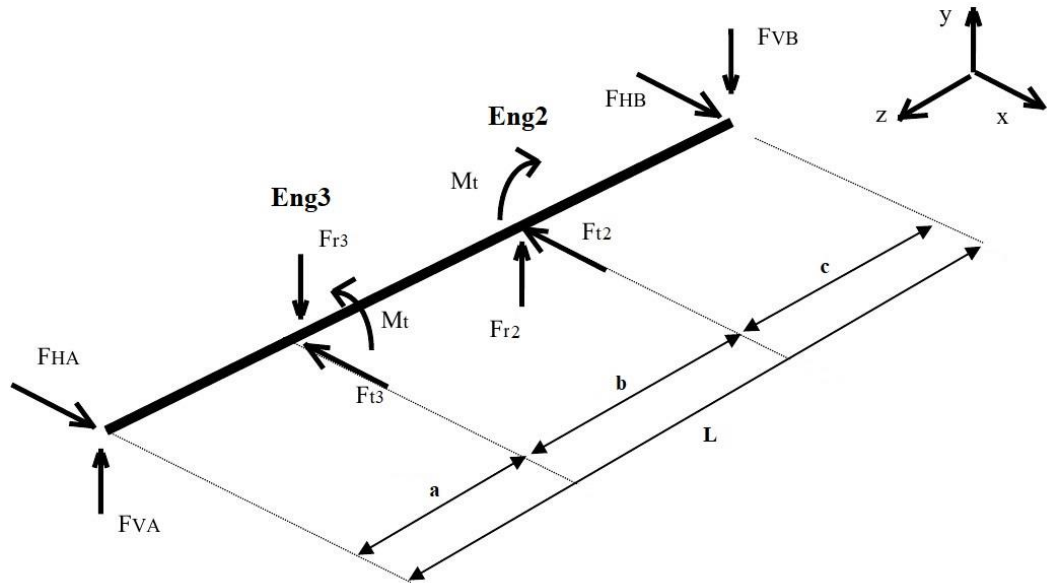


Figura - Diagrama de esforços no eixo 1. Fonte: Autores

As dimensões a,b e c são dados de entrada do algoritmo utilizado para cálculo dos esforços dos eixos.

```
a = 0.03004 # m
b = 0.1202 # m
c = 0.01516 # m
```

A seguir são calculados alguns parâmetros fundamentais, além de fornecidos outros dados de entrada para o algoritmo

```
L = a + b + c # Comprimento total do eixo (m)

# Engrenagens
d2 = 0.21336 # Diâmetro da Eng2 (m)
d3 = 0.066675 # Diâmetro da Eng3 (m)

fi = 20.*np.pi/180. # Ângulo de pressão dos dentes (rad)

# Esforços no eixo
Mt = 24. # Momento torçor no eixo 1 (N.m)
print(f"Torque no eixo = {Mt:.2f} N.m")
```

```
# Esforços nas engrenagens no plano x-z (Horizontal)
```

```
Ft2 = Mt/(d2/2.) # Força tangencial na eng2 (N)
```

```
Ft3 = Mt/(d3/2.) # Força tangencial na eng3 (N)
```

```
print("\nForça tangencial nas engrenagens")
```

```
print(f"Ft2 = {Ft2:.2f} N")
```

```
print(f"Ft3 = {Ft3:.2f} N")
```

```
# Esforços nas engrenagens no plano y-z (Vertical)
```

```
Fr2 = Ft2*np.tan(fi) # Força radial na eng2 (N)
```

```
Fr3 = Ft3*np.tan(fi) # Força radial na eng3 (N)
```

```
print("\nForça radial nas engrenagens")
```

```
print(f"Fr2 = {Fr2:.2f} N")
```

```
print(f"Fr3 = {Fr3:.2f} N")
```

Torque no eixo = 24.00 N.m

Força tangencial nas engrenagens

Ft2 = 224.97 N

Ft3 = 719.91 N

Força radial nas engrenagens

Fr2 = 81.88 N

Fr3 = 262.03 N

No plano horizontal x-z, tem-se o seguinte diagrama de forças, sendo as reações e o momento fletor calculados logo em seguida.

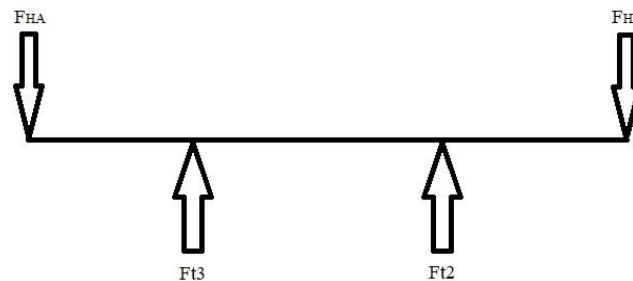


Figura 21 - Diagrama de forças no plano horizontal x-z do eixo 1.

```
### Reações nos mancais (Convenção: sempre são positivas, sentido mostrado na figura acima)
```

```

#  $\Sigma M_B = 0$ 
F_HA = (Ft3*(b + c) + Ft2*c)/L
#  $\Sigma F_x = 0$ 
F_HB = -F_HA + Ft3 + Ft2

print("\nReações nos apoios (sentidos mostrados na figura)")
print(f"F_HA = {F_HA:.2f} N")
print(f"F_HB = {F_HB:.2f} N")

### Momentos Fletores (Convenção: positivo curva para baixo, negativo curva para cima)

# No apoio A
Mf_h = [0.]
# Na engrenagem 3
Mf_h.append(-F_HA*a)
# Na engrenagem 2
Mf_h.append(-F_HA*(a+b) + Ft3*b)
# No apoio B
Mf_h.append(-F_HA*(a+b+c) + Ft3*(b+c) + Ft2*c)

print(f"\nMomento Fletor no ponto A = {Mf_h[0]:.2f} N.m")
print(f"Momento Fletor no ponto da Eng3 = {Mf_h[1]:.2f} N.m")
print(f"Momento Fletor no ponto da Eng2 = {Mf_h[2]:.2f} N.m")
print(f"Momento Fletor no ponto B = {Mf_h[3]:.2f} N.m")

```

Reações nos apoios (sentidos mostrados na figura)

F\_HA = 609.78 N

F\_HB = 335.10 N

Momento Fletor no ponto A = 0.00 N.m

Momento Fletor no ponto da Eng3 = -18.32 N.m

Momento Fletor no ponto da Eng2 = -5.08 N.m

Momento Fletor no ponto B = -0.00 N.m

Da mesma forma, tem-se o diagrama de forças no plano vertical y-z, e o cálculo das reações e momento fletor no eixo.

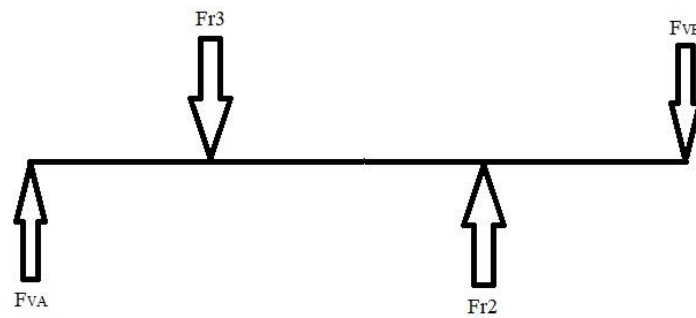


Figura 22 - Diagrama de forças no plano vertical y-z do eixo 1.

```
### Reações nos mancais (Convenção: sempre são positivas, sentido mostrado na figura acima)
```

```
#  $\Sigma M_B = 0$ 
```

```
F_VA = (Fr3*(b + c) - Fr2*c)/L
```

```
#  $\Sigma F_x = 0$ 
```

```
F_VB = F_VA - Fr3 + Fr2
```

```
print("\nReações nos apoios (sentidos mostrados na figura)")
```

```
print(f"F_VA = {F_VA:.2f} N")
```

```
print(f"F_VB = {F_VB:.2f} N")
```

```
### Momentos Fletores (Convenção: positivo curva para baixo, negativo curva para cima)
```

```
# No Apoio A
```

```
Mf_v = [0.]
```

```
# Na engrenagem 3
```

```
Mf_v.append(F_VA*a)
```

```
# Na engrenagem 2
```

```
Mf_v.append(F_VA*(a+b) - Fr3*b)
```

```
# No Apoio B
```

```
Mf_v.append(F_VA*(a+b+c) - Fr3*(b+c) + Fr2*c)
```

```
print(f"\nMomento Fletor no ponto A = {Mf_v[0]:.2f} N.m")
```

```
print(f"Momento Fletor no ponto da Eng3 = {Mf_v[1]:.2f} N.m")
```

```
print(f"Momento Fletor no ponto da Eng2 = {Mf_v[2]:.2f} N.m")
```

```
print(f"Momento Fletor no ponto B = {Mf_v[3]:.2f} N.m")
```

Reações nos apoios (sentidos mostrados na figura)

F\_VA = 206.93 N

F\_VB = 26.79 N

Momento Fletor no ponto A = 0.00 N.m

Momento Fletor no ponto da Eng3 = 6.22 N.m

Momento Fletor no ponto da Eng2 = -0.41 N.m

Momento Fletor no ponto B = 0.00 N.m

A combinação dos momentos fletores entre os planos se dá pela equação abaixo, em cada um dos pontos onde foi calculado o momento fletor.

$$M = \sqrt{M_h^2 + M_v^2}$$

```
Mf_h = np.array(Mf_h)
Mf_v = np.array(Mf_v)

Mf = np.sqrt(Mf_h**2. + Mf_v**2.)

print(f"Momento Fletor combinado no ponto A = {Mf[0]:.2f} N.m")
print(f"Momento Fletor combinado no ponto da Eng3 = {Mf[1]:.2f} N.m")
print(f"Momento Fletor combinado no ponto da Eng2 = {Mf[2]:.2f} N.m")
print(f"Momento Fletor combinado no ponto B = {Mf[3]:.2f} N.m")
```

Momento Fletor combinado no ponto A = 0.00 N.m

Momento Fletor combinado no ponto da Eng3 = 19.34 N.m

Momento Fletor combinado no ponto da Eng2 = 5.10 N.m

Momento Fletor combinado no ponto B = 0.00 N.m

A partir disso foi possível plotar o diagrama de momento fletor no eixo, mostrado abaixo, juntamente com o seu código.

```
pontos = np.array([0.,a,a+b,L])*1000.

plt.xlim(min(pontos),max(pontos))
plt.ylim(max(abs(Mf))*5./4.,-max(abs(Mf))*5./4.)

plt.xticks(pontos)
plt.yticks([Mf[1],Mf[2]])
```

```
plt.xlabel("Comprimento (mm)")
plt.ylabel("Momento Fletor (N.m)")

plt.hlines(0.,min(pontos),max(pontos),color="black")
plt.hlines(Mf[1:3],0.,pontos[1:3],linestyle="dotted",color="black")
plt.vlines(pontos[1:3],Mf[1:3],max(abs(Mf))*5./4.,linestyle="dotted",color="black")
plt.fill_between(pontos,Mf,0.,color='blue',alpha=.1)
plt.plot(pontos,Mf)
```

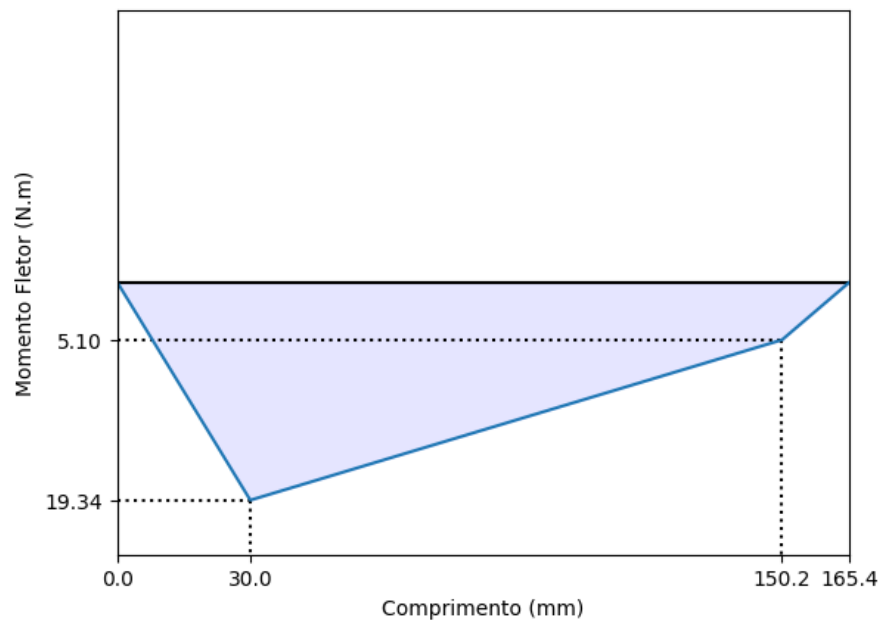


Figura 23 - Diagrama de momento fletor combinado no eixo 1.

## 7.2.Determinação de esforços no eixo 2

Da mesma forma, foi efetuado o cálculo dos esforços no eixo 2 (que suporta as engrenagens 4 e 5). Sabendo do sentido de rotação das engrenagens foi possível elaborar o diagrama de esforços desse eixo.



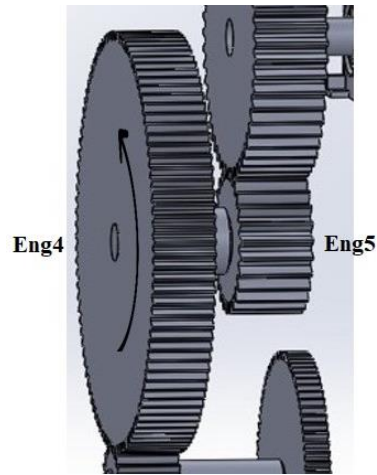


Figura 24 - Sentido de rotação das engrenagens do eixo 2. Fonte: Autores.

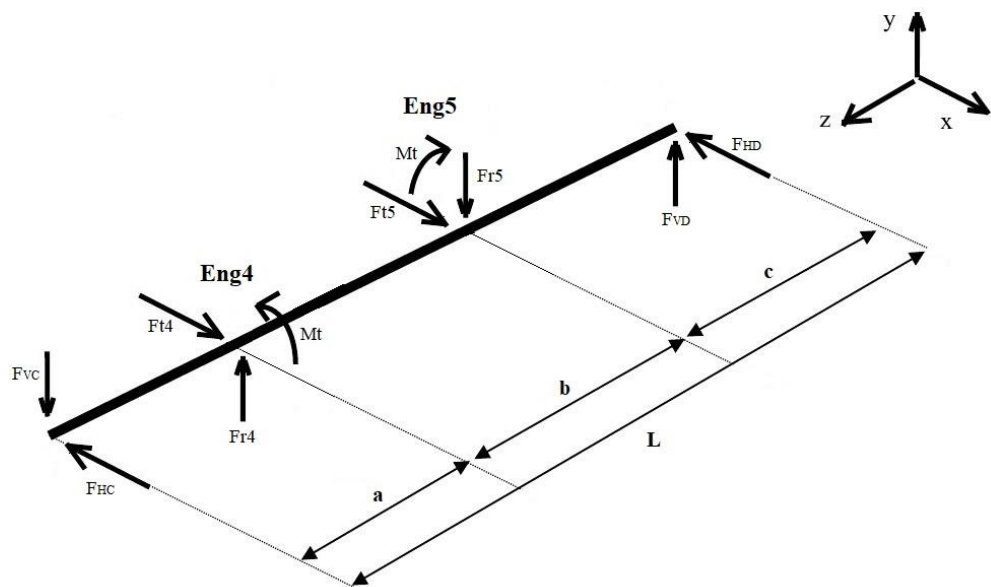


Figura 25 - Diagrama de esforços no eixo 2. Fonte: Autores

Utilizando-se o mesmo algoritmo, com as devidas alterações no sentido das forças e reações, e de posse das informações da tabela 5, obteve-se o resultado compilado na seguinte tabela:

| DADOS INICIAIS          |                               |
|-------------------------|-------------------------------|
| Dimensões               | $a = 0,0334 \text{ m}$        |
|                         | $b = 0,1 \text{ m}$           |
|                         | $c = 0,038 \text{ m}$         |
| Torque no eixo          | 120 Nm                        |
| Forças                  | $F_{t4} = 719,91 \text{ Nm}$  |
|                         | $F_{t5} = 2180,49 \text{ Nm}$ |
|                         | $F_{r4} = 262,03 \text{ Nm}$  |
|                         | $F_{t4} = 793,63 \text{ Nm}$  |
| ESFORÇOS                |                               |
| Plano x-z (Horizontal)  |                               |
| Reações                 | $F_{HC} = 1063,05 \text{ N}$  |
|                         | $F_{HD} = 1837,35 \text{ N}$  |
| Momentos Fletores       | $M_C = 0 \text{ Nm}$          |
|                         | $M_{Eng4} = 35,51 \text{ Nm}$ |
|                         | $M_{Eng5} = 69,82 \text{ Nm}$ |
|                         | $M_D = 0 \text{ Nm}$          |
| Plano y-z (Vertical)    |                               |
| Reações                 | $F_{VC} = 35,01 \text{ N}$    |
|                         | $F_{VD} = 566,62 \text{ N}$   |
| Momentos Fletores       | $M_C = 0 \text{ Nm}$          |
|                         | $M_{Eng4} = -1,17 \text{ Nm}$ |
|                         | $M_{Eng5} = 21,53 \text{ Nm}$ |
|                         | $M_D = 0 \text{ Nm}$          |
| Combinação entre planos |                               |
| Momentos Fletores       | $M_C = 0 \text{ Nm}$          |
|                         | $M_{Eng4} = 35,53 \text{ Nm}$ |
|                         | $M_{Eng5} = 73,06 \text{ Nm}$ |
|                         | $M_D = 0 \text{ Nm}$          |

Tabela 8 - Parâmetros do eixo 2

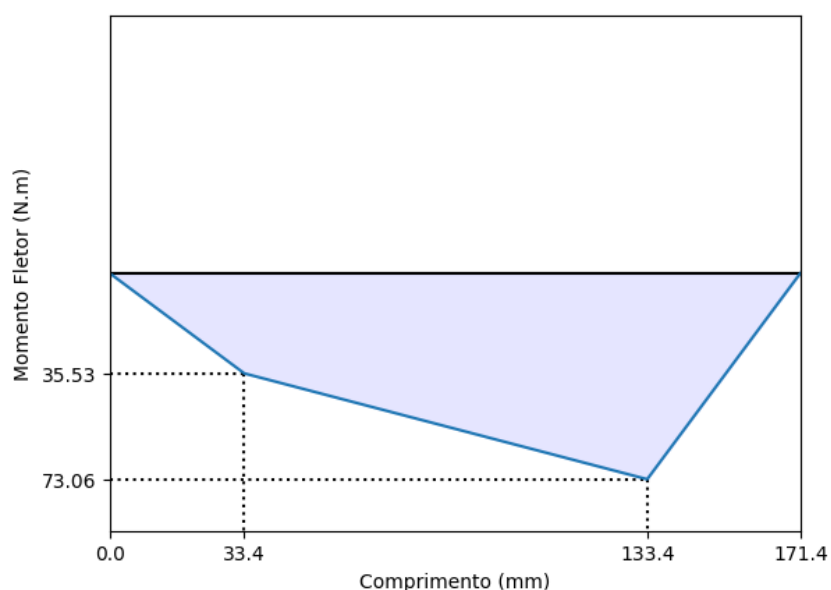


Figura 25 - Diagrama de momento fletor combinado no eixo 2.

### 7.3. Diâmetros e coeficientes de segurança

Utilizando o momento fletor combinado de cada engrenagem foi feito o dimensionamento dos eixos. O aço SAE 1020 que possui uma tensão de escoamento de 38 kpsi e resistência última à tração de 65 kpsi, foi escolhido como material, devido a sua boa usinabilidade e realizando os cálculos ele suporta bem os esforços. Seguindo o método de cálculo para eixos do Norton, todos os cálculos foram realizados na seguinte sequência.

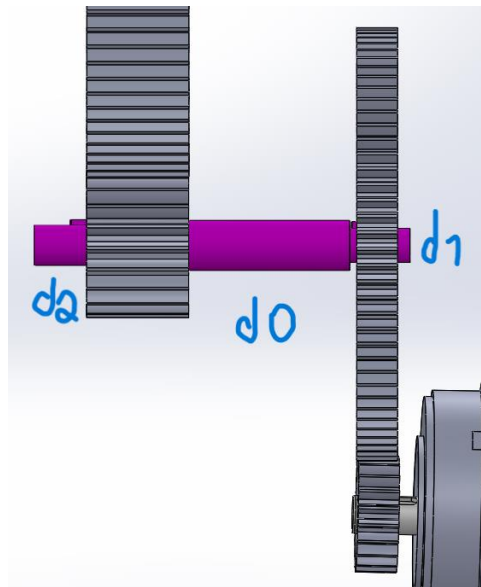


Figura 26 - Eixo 1 na montagem com diâmetros representados. Fonte: autores.

Para o eixo 1:

Posição da engrenagem 3:

```

import math

#Momentos resultantes

M_eng3 = 19.34*8.850745 #Momento fletor
combinado no ponto eng 3 em in-lb

M_eng2 = 5.1*8.850745 #Momento fletor combinado
no ponto eng 2 em in-lb

```

```

#Aço SAE 1020
Sut = 65 #kpsi
Sy = 38 #kpsi
Se_linha = 0.5 * Sut #Lim de res a fadiga n corrig em kpsi

```

```

#Diâmetros
d1 = 0.6693
d2 = 0.7874
d0 = 0.9842

```

Com esses diâmetros escolhidos conforme os mancais padronizados.

```

#Coeficientes de carregamento

Ccarr = 1 #flexão
Ctam = 0.869(d0(-0.097))
Csup = 0.84 #usinado; depende de Sut (pág 332)
Cconf = 0.753 #99.9% (pág 335)
Ctemp = 1

Se = CcarrCtamCsupCconfSe_linha #Lim de res a fadiga corrig
em kpsi

```

```

# PONTO Eng 3
print('\n---PONTO Eng 3---')
#Sensibilidade ao entalhe (Pág 343 e 344):

r = 0.02 #in raio entalhe
raiz_de_a_f = 0.1005 #Constante de Neuber flexão. depende de Sut
(pag 346)
raiz_de_a_t = 0.075 #Constante de Neuber Torção. depende de
Sut+20kpsi (pag 346)

qf = 1/(1+(raiz_de_a_f/math.sqrt(r))) #sensibilidade ao entalhe flexão
print("\n qf = %0.3f " %qf)
qt = 1/(1+(raiz_de_a_t/math.sqrt(r))) #sensibilidade ao entalhe torção
print(" qt = %0.3f " %qt)


#Concentrador de tensão na chaveta pág 575
r_d = r/d2 #Razão raio com diametro
print(" r/d = %0.3f " %r_d)

Kt = 2.1
Kts = 2.85
print(" Kt = %0.3f " %Kt)
print(" Kts = %0.3f " %Kts)

#Conc de tensão em fadiga
#Flexão
Kf = 1 + qf*(Kt - 1)
#Torção
Kfs = 1 + qt*(Kts - 1)

print("\n Kf = %0.3f " %Kf)
print(" Kfs = %0.3f " %Kfs)

Kfsm = Kfs

```

Manipulando a seguinte equação presente no Norton, ao isolar o coeficiente de segurança, pode-se calcular o mesmo.

$$d = \left\{ \frac{32N_f}{\pi} \left[ \left( K_f \frac{M_a}{S_f} \right)^2 + \frac{3}{4} \left( K_{fsm} \frac{T_m}{S_y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{3}}$$

```
#Solicitações de cargas
Ma = M_eng3 #Momento alternado ponto da
engrenagem 3 em lb-in
Tm = 24 * 8.850745 #Torque médio ponto da
engrenagem em lb-in

print("\n d2 = %0.3f in" %d2)

um_Nf =
(32/((d2**3)*math.pi))*(((Kf*(Ma/(Se*1000)))
**2 + ((3/4)*(Kfsm*Tm/(Sy*1000))**2))**0.5)
#1/Nf

Nf3 = 1/um_Nf #Coef de seg ponto eng 3
print("\n Nf3 = %0.3f " %Nf3)
```

Ponto da engrenagem 2:

Na posição da engrenagem 2 utilizou esse mesmo código, porém diferindo em alguns valores utilizados nas expressões:

```
M_eng2 = 5.1*8.850745 #Momento fletor combinado no ponto
eng 2 em in-lb
r = 0.01 #in raio entalhe
d1 = 0.6693 #utilizado nas expressões
```

Para o eixo 2:

Seguiu o mesmo raciocínio de cálculo do eixo 1, usando a mesma programação.

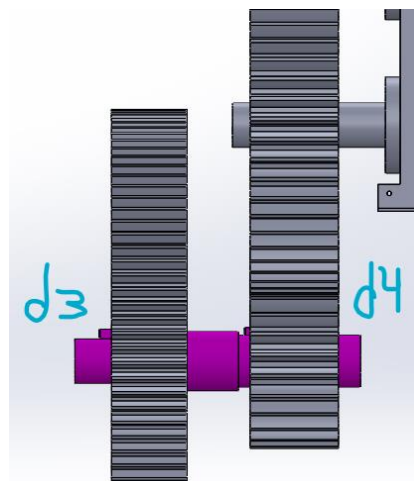


Figura 27 - Eixo 2 na montagem com diâmetros representados. Fonte: autores.

Resultados:

|                           | Eixo 1    | Eixo 2   |
|---------------------------|-----------|----------|
| Diâmetro no pinhão        | 0.787 in  | 1.378 in |
| Diâmetro na coroa         | 0.669 in  | 1.181 in |
| Diâmetro original do eixo | 0.9842 in |          |
| Coef de seg no pinhão     | 2.521     | 2.845    |
| Coef de seg na coroa      | 2.481     | 2.540    |

Tabela 9 - Resultados do dimensionamento dos eixos

## 8. Conclusão

Concluimos que para o projeto em questão, necessitou - se realizar a adição de mais um estágio de redução para o nosso redutor, totalizando o sistema em 3 estágios redução a fim de atender aos requisitos exigidos para acionar um moedor de cana. O projeto foi avaliado e dimensionado com o auxílio de softwares de simulação 3D, artigos relacionados ao tema e livros bastante conhecidos.

O presente projeto foi desenvolvido com o intuito de ser durável e seguro, garantindo confiabilidade, segurança e praticidade para aqueles que o operarem.

Por ser um modelo compacto, o redutor projetado é capaz de acionar diversos modelos de moedor de cana, de diversas marcas e facilmente encontrados no mercado, que podem variar a depender das exigências do cliente e sua finalidade de uso. Vale ressaltar que aqueles que desejam utilizar o moedor em lugares sem energia elétrica, o uso de motores a gasolina é uma opção viável que pode substituir os motores elétricos.

## **9. REFERÊNCIAS**

NORTON, R.L. Projetos de Máquinas, uma abordagem integrada. São Paulo: BOOKMAN EDITORA LTDA. 2013.



BUDYNAS, R.G; NISBETT, J.K. Elementos de máquinas de Shigley. São Paulo. BOOKMAN EDITORA LTDA. 2016.

LIMA, Francisco. Curso aborda produção de cana-de-açúcar e a fabricação de cachaça. Embrapa, 2018. Disponível em: <<https://www.embrapa.br/busca-de-noticias/-/noticia/36041463/curso-aborda-producao-de-cana-de-acucar-e-a-fabricacao-de-cachaca#:~:text=Com%20rela%C3%A7%C3%A3o%20%C3%A0%20produ%C3%A7%C3%A3o%20de,por%20um%20processo%20de%20destila%C3%A7%C3%A3o>>. Acesso em: 12 de set. 2023.

MERCADO LIVRE. Mercado Livre, 2023. Mercado Livre Brasil. Disponível em: [https://produto.mercadolivre.com.br/MLB-1687338862-motor-eletrico-weg-15cv-trifasico-baixa-rotacao-iv-polo-\\_JM#position=6&search\\_layout=stack&type=item&tracking\\_id=c430a6cf-086a-4eb9-b20b-54db23c04912](https://produto.mercadolivre.com.br/MLB-1687338862-motor-eletrico-weg-15cv-trifasico-baixa-rotacao-iv-polo-_JM#position=6&search_layout=stack&type=item&tracking_id=c430a6cf-086a-4eb9-b20b-54db23c04912). Acesso em: 7 de set. 2023

MERCADO LIVRE. Mercado Livre, 2023. Mercado Livre Brasil. Disponível em: [https://produto.mercadolivre.com.br/MLB-1623929224-kit-3-rolos-de-inox-moenda-maqtron-b-721722-turbo-\\_JM?variation=#reco\\_item\\_pos=1&reco\\_backend=univb-vip-buybox&reco\\_backend\\_type=low\\_level&reco\\_client=vip-v2p&reco\\_id=459e4280-c08e-4f98-bc51-46b97234d4a3](https://produto.mercadolivre.com.br/MLB-1623929224-kit-3-rolos-de-inox-moenda-maqtron-b-721722-turbo-_JM?variation=#reco_item_pos=1&reco_backend=univb-vip-buybox&reco_backend_type=low_level&reco_client=vip-v2p&reco_id=459e4280-c08e-4f98-bc51-46b97234d4a3). Acesso em: 7 de set. 2023

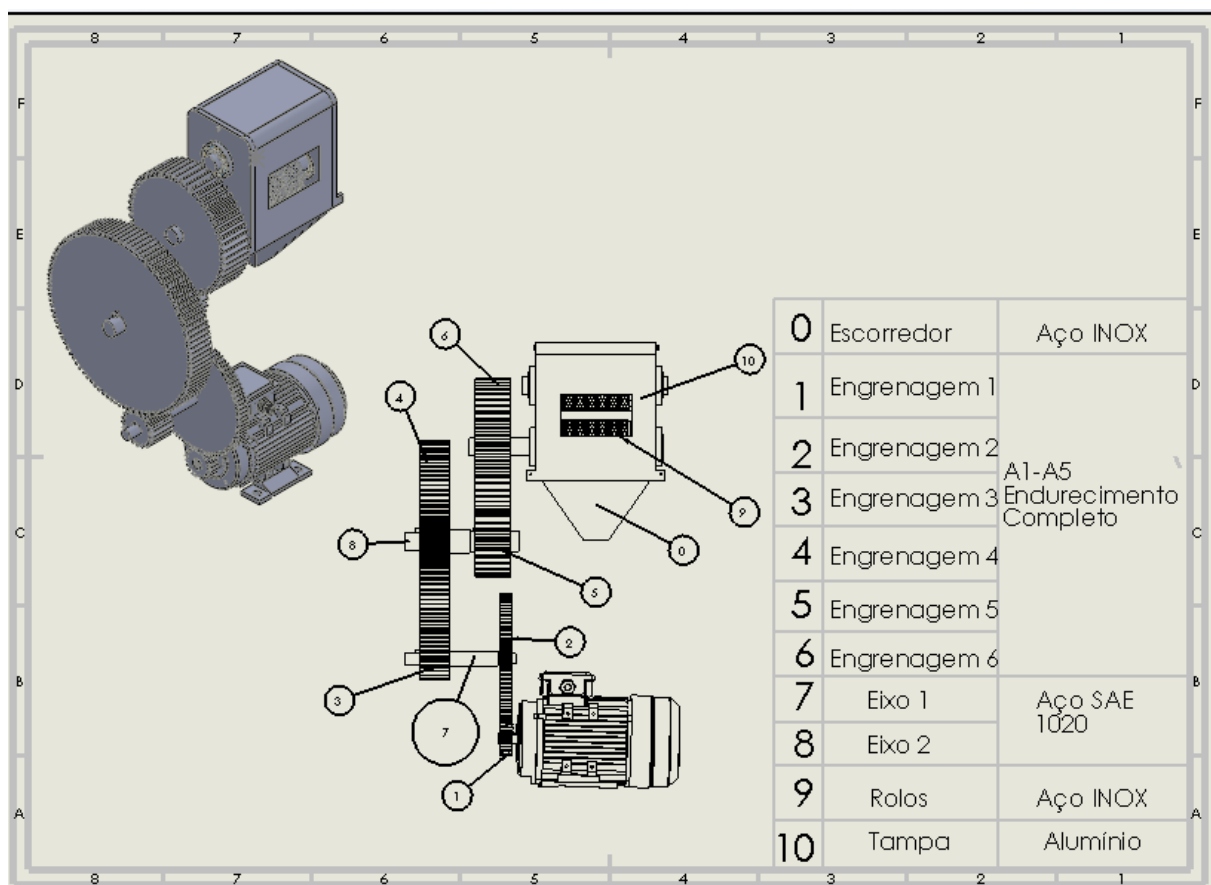
CALTAROSSO, Fabio. Análise de tensões em equipamentos de moagem da cana-de-açúcar. São Carlos. 2008.

PRUDENTE, Cláudio. TECNOLOGIA DE MOAGEM DE CANA – APERFEIÇOAMENTO COM O USO DE ROLOS DE ALTA CAPACIDADE DE DRENAGEM, Sertãozinho - SP. 2016.

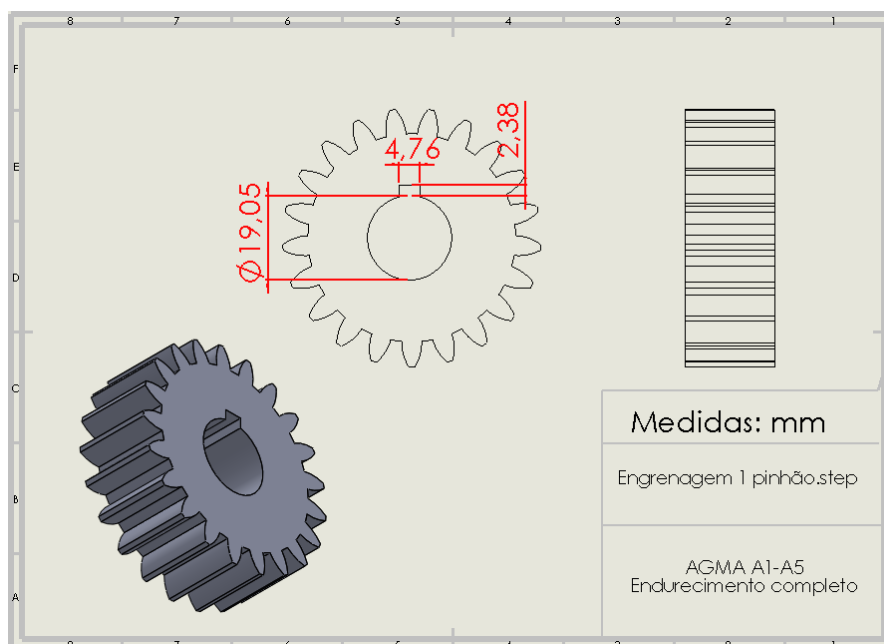
.

## **10. Apêndice**

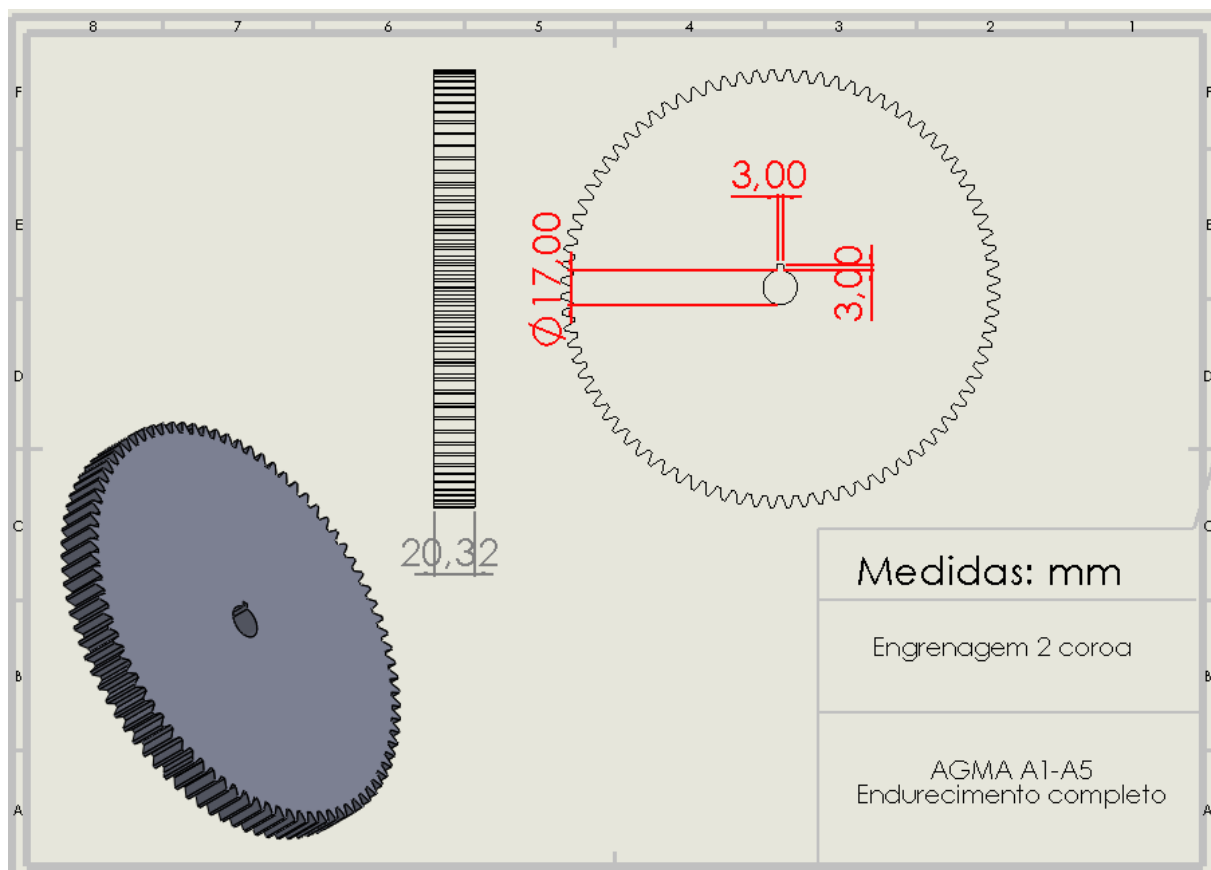
### **Montagem**



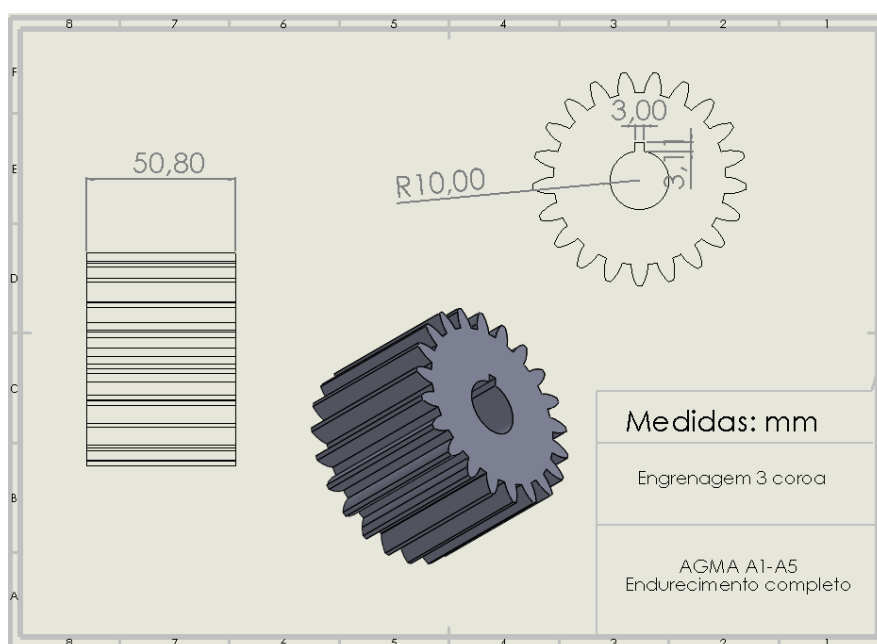
## Engrenagem 1



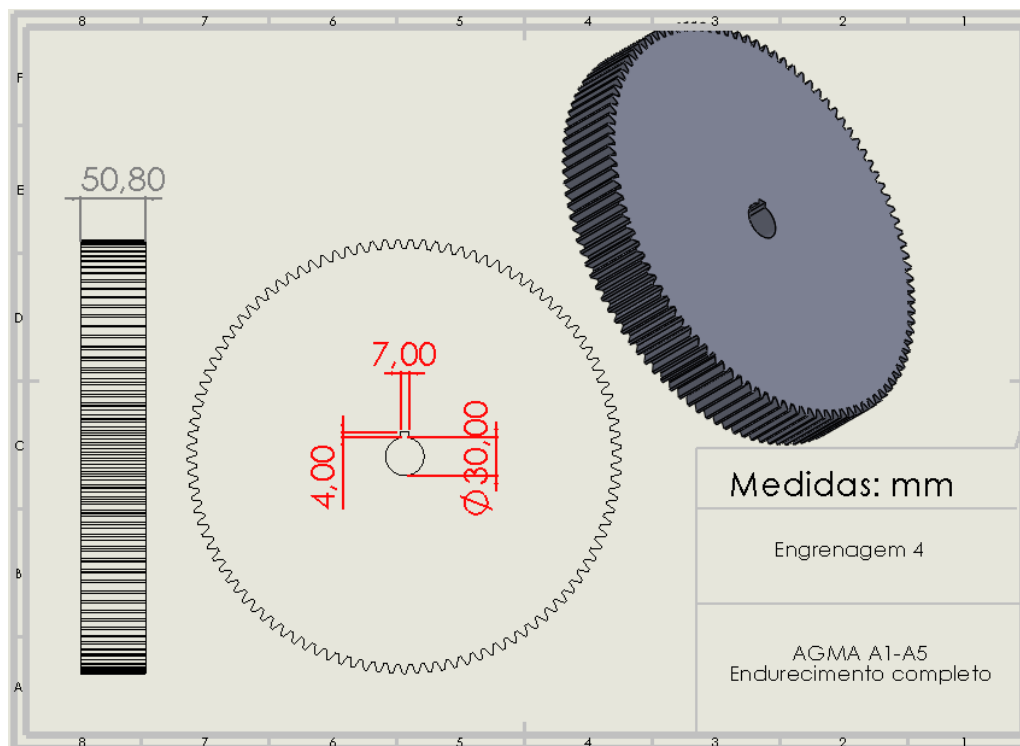
## Engrenagem 2



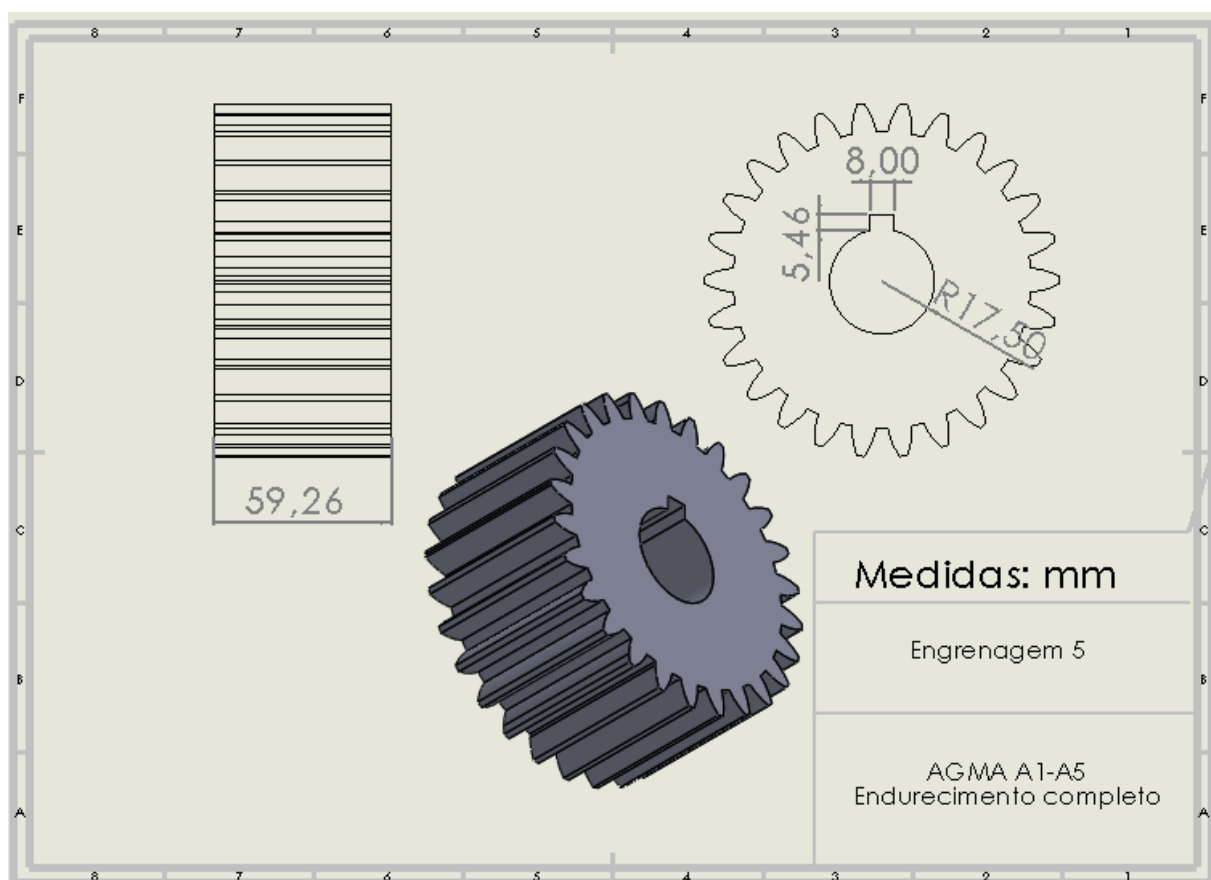
**Engrenagem 3**



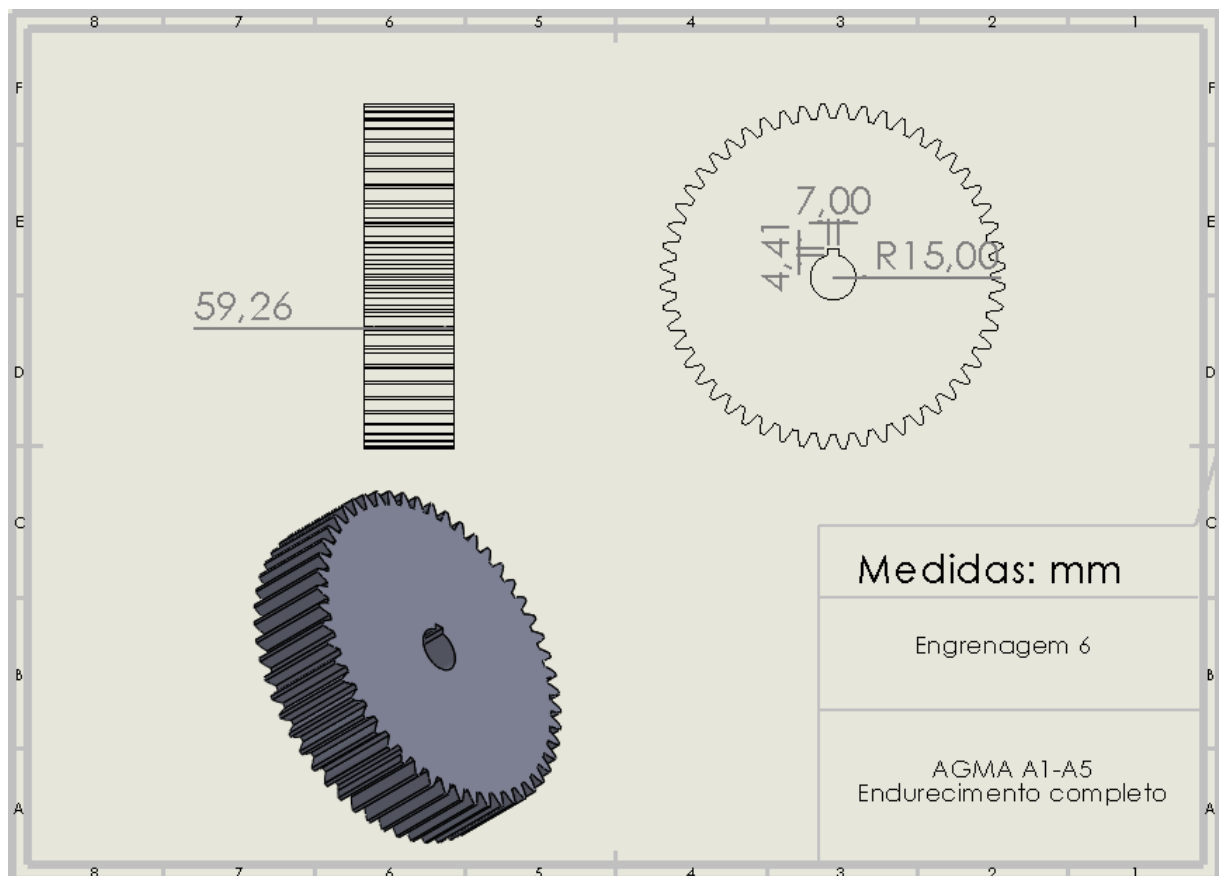
**Engrenagem 4**



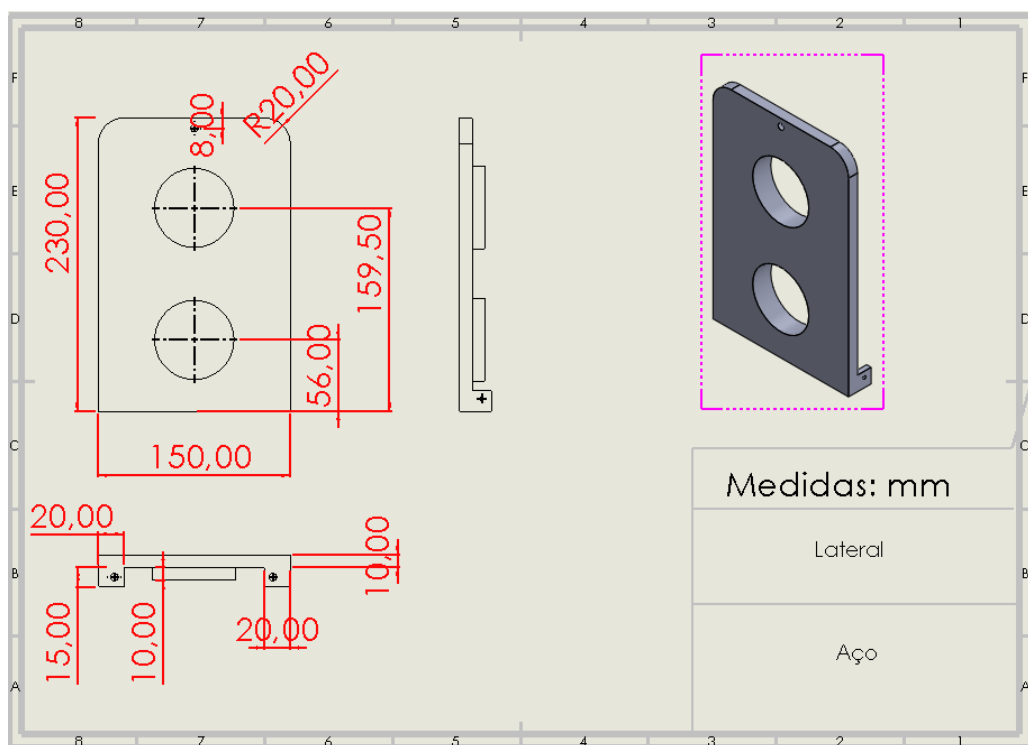
**Engrenagem**



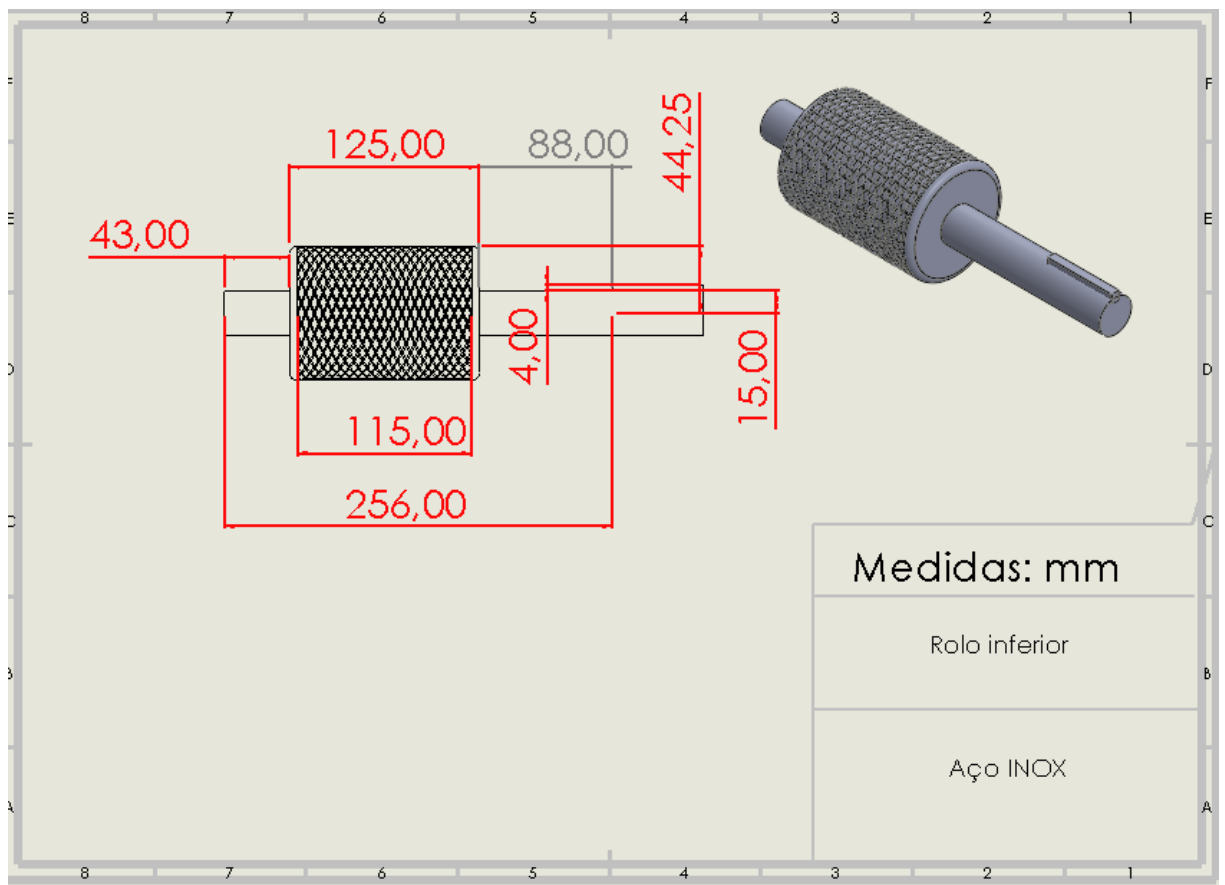
**Engrenagem 6**



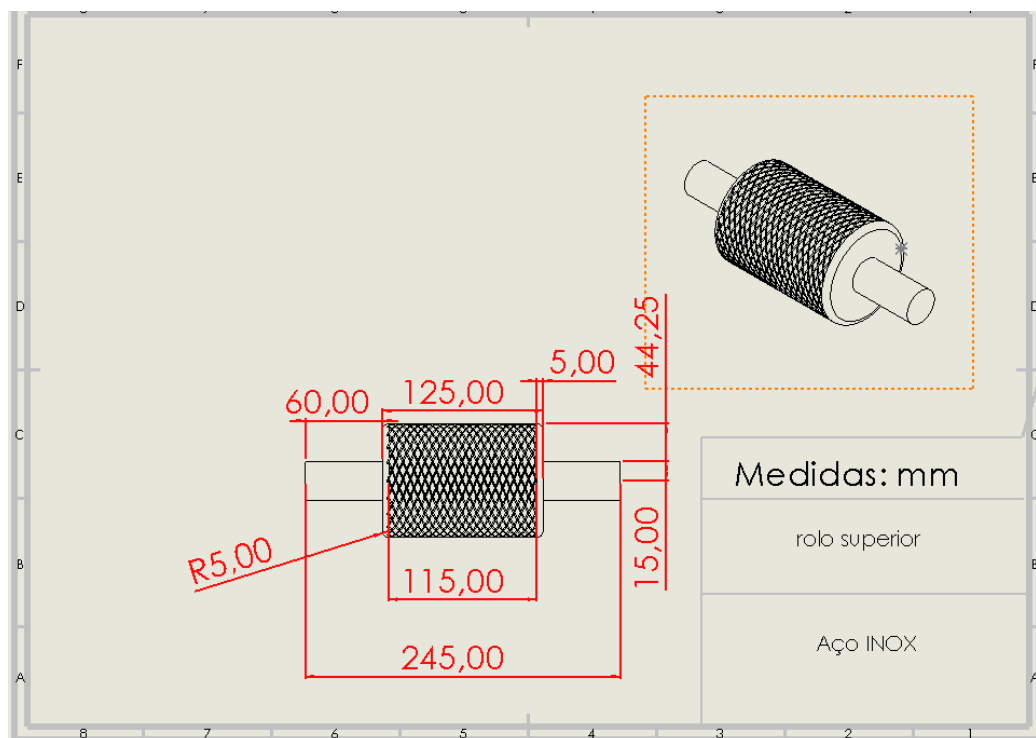
## Lateral



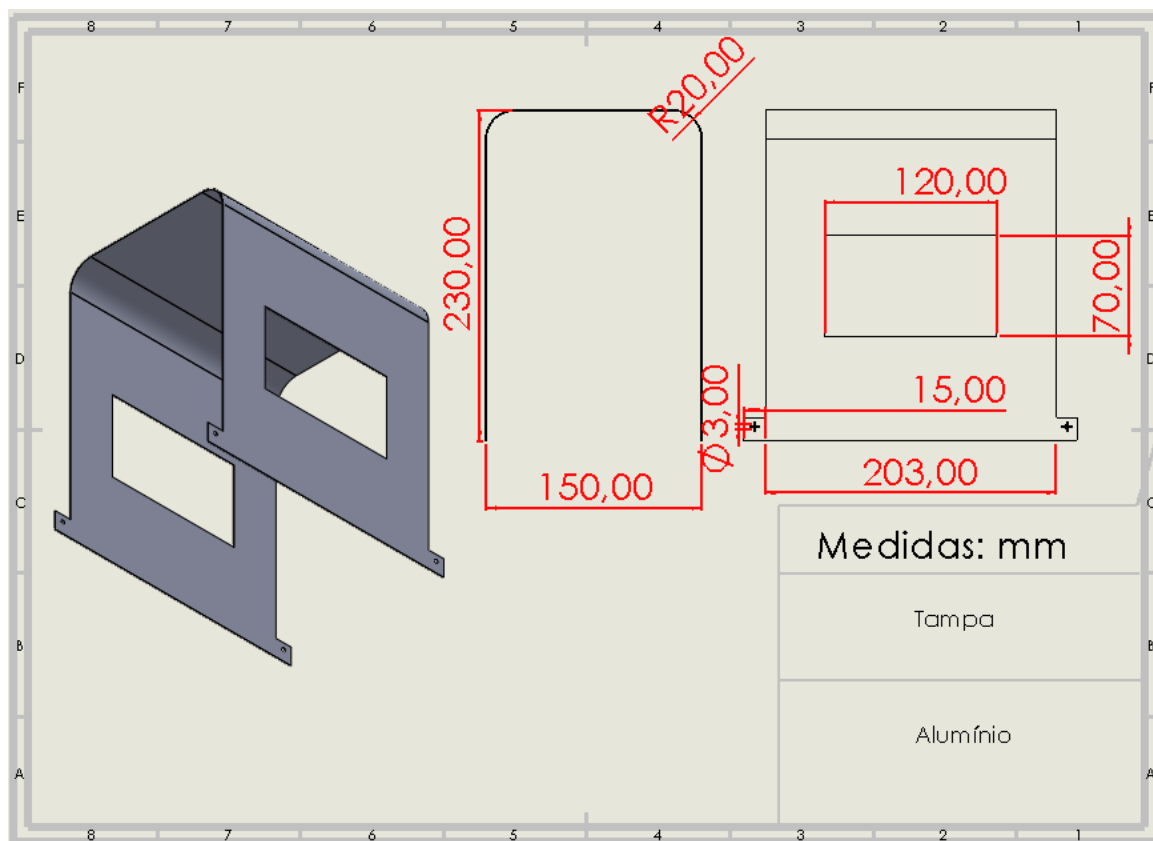
## Rolo inferior



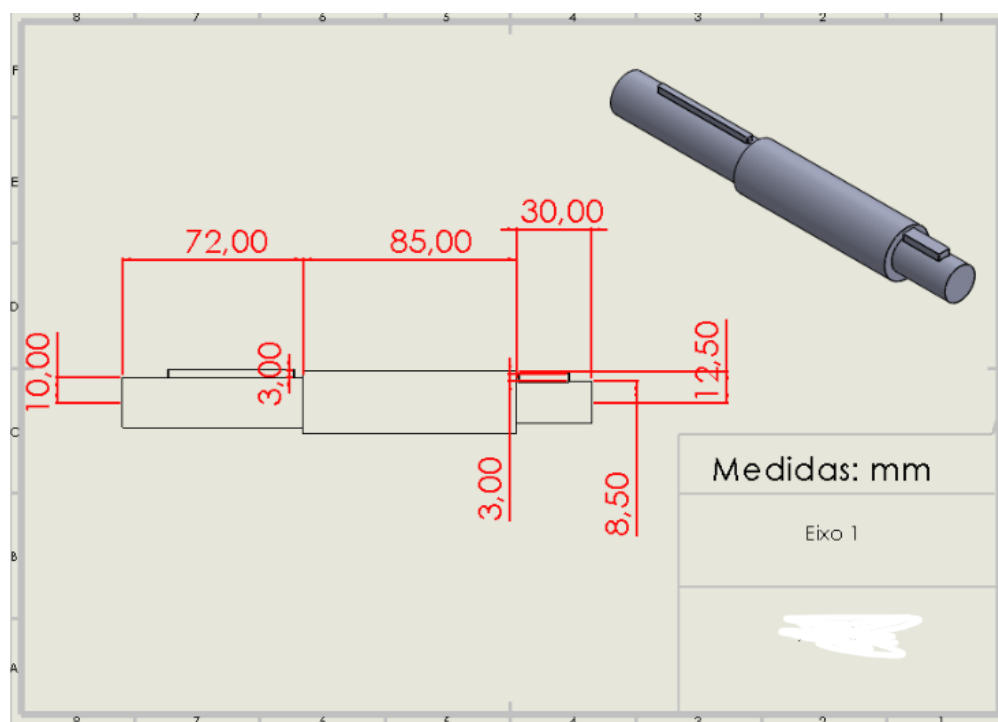
## Rolo superior



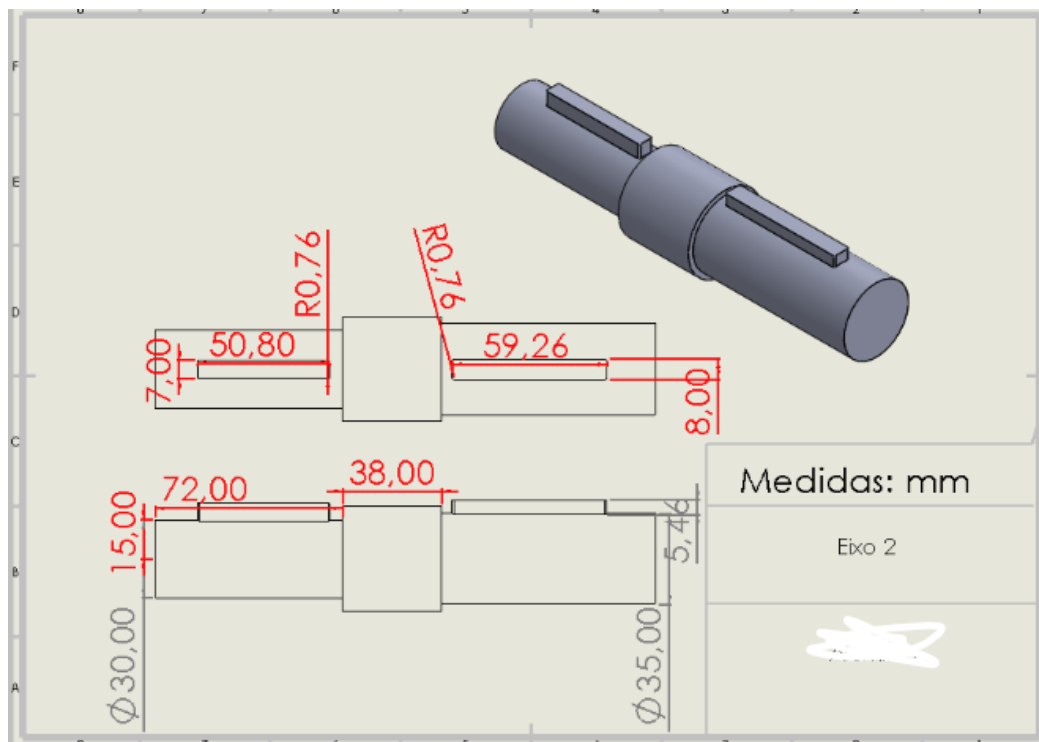
## Tampa



**Eixo 1**



**Eixo 2**



## Escorredor

