Processamento de Sinais em Tempo Discreto

- Prof. Dr. Samuel Lourenço Nogueira

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

ufscar

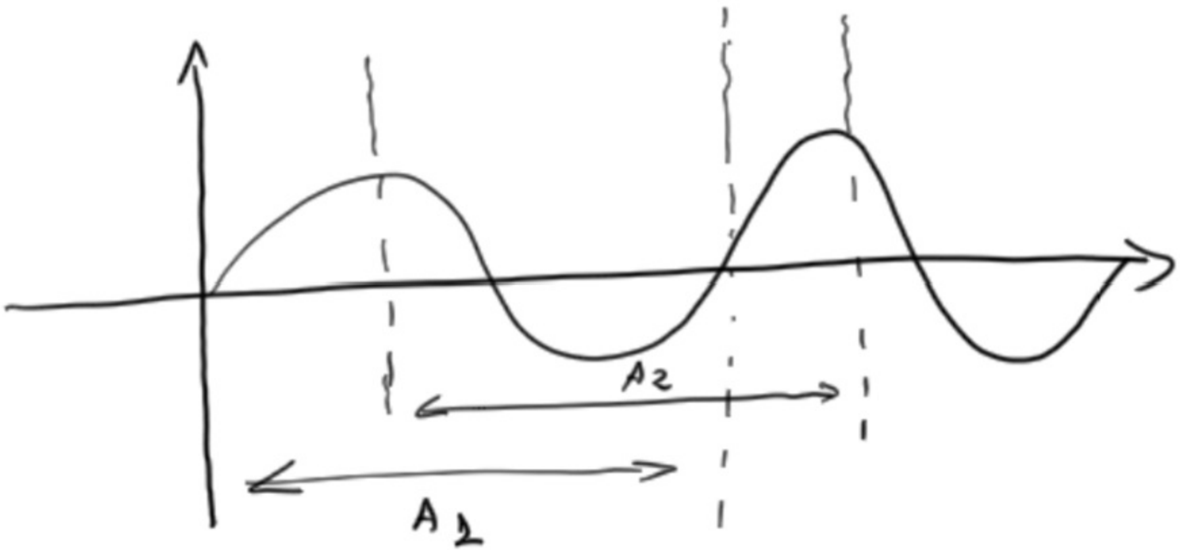
- Aula Anterior
  - Transformada Discreta Inversa de Fourier
    - Algoritmo da Transformada ~~Direta (DFT)~~ Inversa (IDFT)
  - Análise e Funcionamento
    - Resolução em Frequência
    - Preenchimento com Zeros (*Zero padding*):
      - Domínio do tempo
      - Domínio da frequência

Conteúdo Programático

- Teoria do Deslocamento para DFT
- Vazamento Espectral
- Harmônicos e a Transformada de Fourier

TEORIA DO DESLOCAMENTO PARA DFT

A amostragem de um sinal apresenta os mesmos resultados para a magnitude em frequência, mesmo que o sinal esteja deslocado no tempo.



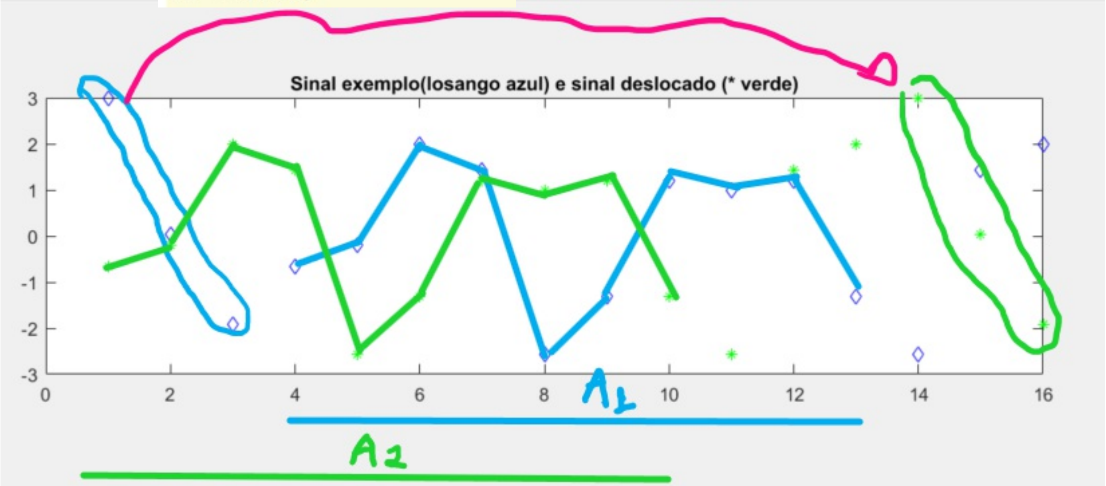
Os espectros de A_1 e A_2 são equivalentes em termos de magnitude de frequência, mudando somente a fase

TEORIA DO DESLOCAMENTO PARA DFT

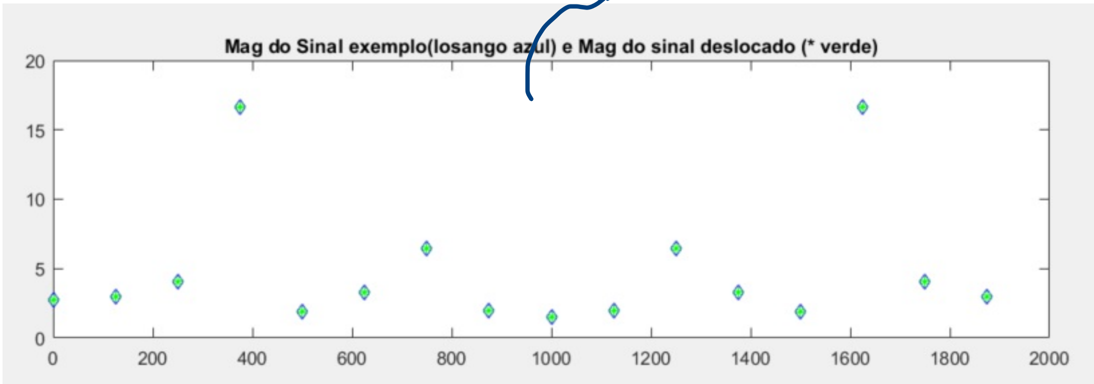
>> Topico4Exemplo3.m

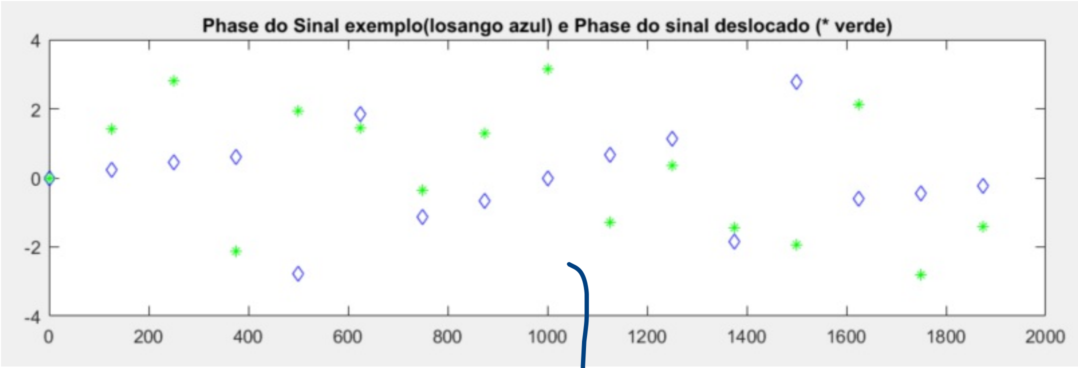
```
2*cos(2*pi*400*(range-1)*Ts) + cos(2*pi*700*(range-1)*Ts);
```

```
number_of_samples = 16;
shift = 3 + 1;
fs = 2000;
```



mesmo espectro





fases diferentes

VAZAMENTO ESPECTRAL

Ocorre quando as frequências presentes no sinal não são claramente definidas pela DFT. Ou seja, a DFT não possui resolução de frequência suficiente.

Exemplo:

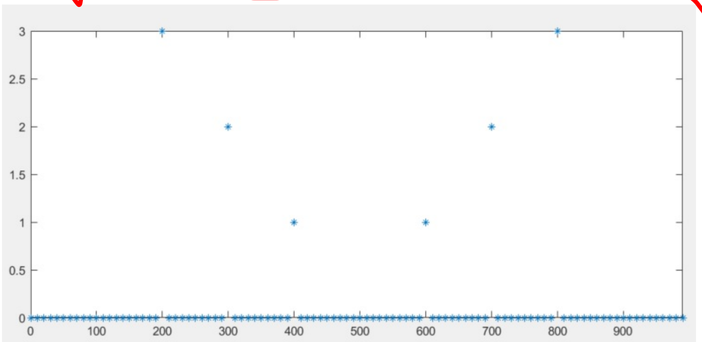
$$x(t) = 3\cos\left(2\pi\underline{200}t - \frac{7\pi}{8}\right) + 2\cos(2\pi\underline{300}t) + \cos\left(2\pi\underline{400}t + \frac{\pi}{4}\right)$$

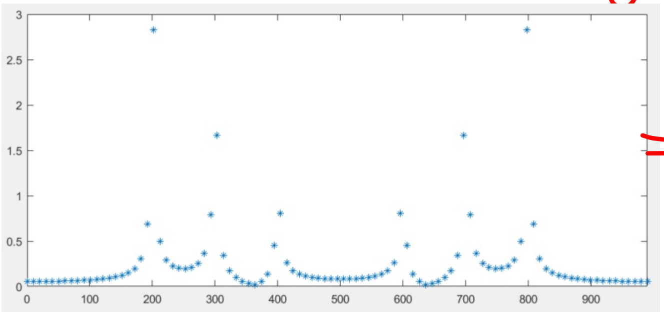
Amostrar o sinal em duas condições:

1) Fs = 1000 Hz e N = 100, ResolucaoFreq = Fs/N = 10 Hz

2) Fs = 1000 Hz e N = 99, ResolucaoFreq = Fs/N = 10,101 Hz

>> Topico4Exemplo4.m

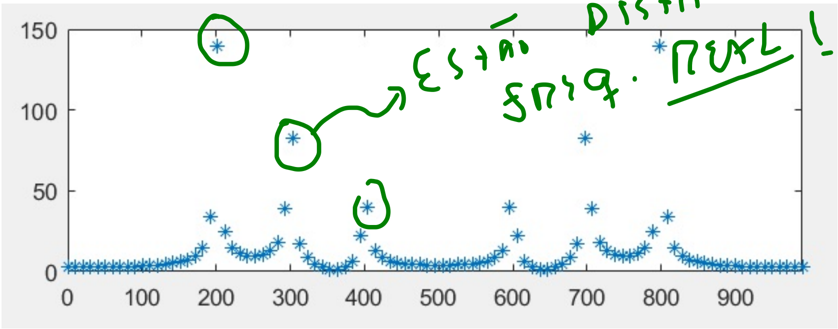




Ocorreu vazamento espectral: acúmulo de 0,1

VAZAMENTO ESPECTRAL

Assim, o vazamento espectral ocorre quando as frequências de análise não correspondem precisamente (afastam-se) das frequências do sinal.



Estão distantes da freq. REAL!

$$F_{analise} = m \cdot F_s / N \rightsquigarrow 99$$

ñ existe um 'm' q faça a igualdade ocorrer

200
300
400

>> Topico4Exemplo4.m % PARTE 2

$200 = m_1 \cdot 1000/N$

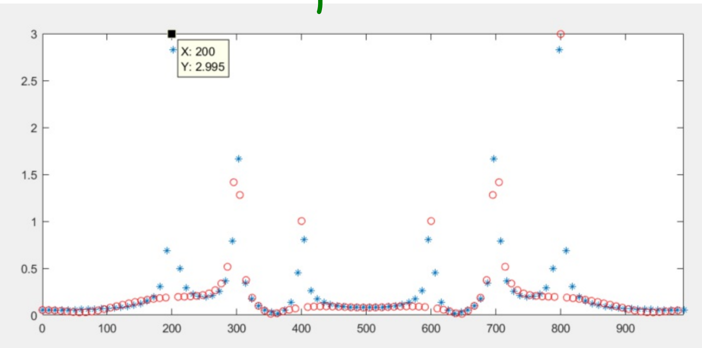
$m_1 = \dfrac{N}{5}$

$400 = m_2 \cdot 1000/N$

$m_2 = 2 \cdot \dfrac{N}{5}$

∴ supor $N = 105$

$m_1 = 21, m_2 = 42$



$300 = m_3 \cdot 1000/N$

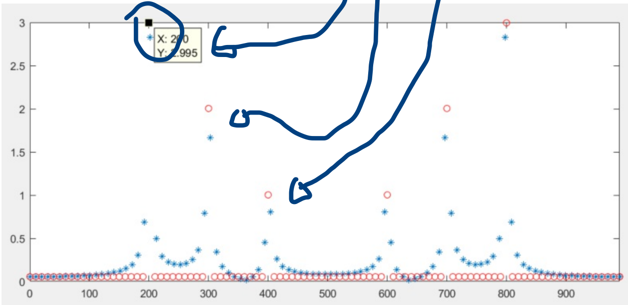
$m_3 = 3 \cdot \dfrac{N}{10}$

p/ $N = 100$

$m_1 = 20$

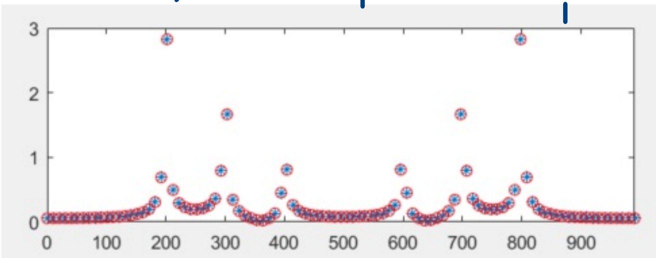
$m_2 = 40$

$m_3 = 60$



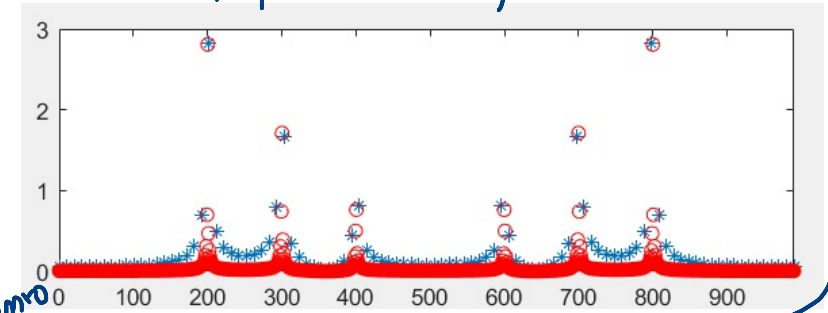
VAZAMENTO ESPECTRAL

N = 99 , Resolução = 10,101...

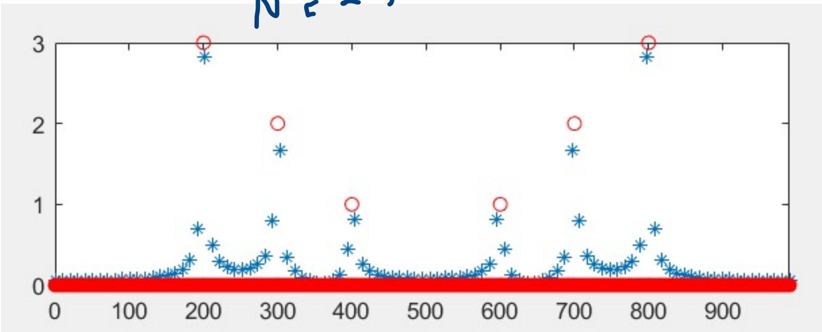


Melhoria do vazamento

N = 999 , Resolução = 1,001...



N = 2500



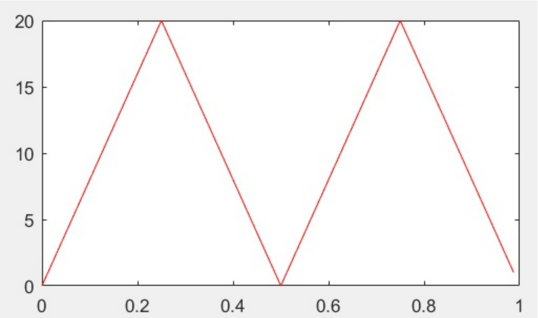
Resolução = $\frac{1000}{2500}$ $= \boxed{0,4}$

HARMÔNICOS E A TRANSFORMADA DE FOURIER

Harmônicos são frequências correlatas (múltiplas) de uma frequência fundamental.

Dado f_0, $1.f_0$, $2.f_0$, $3.f_0$, ...

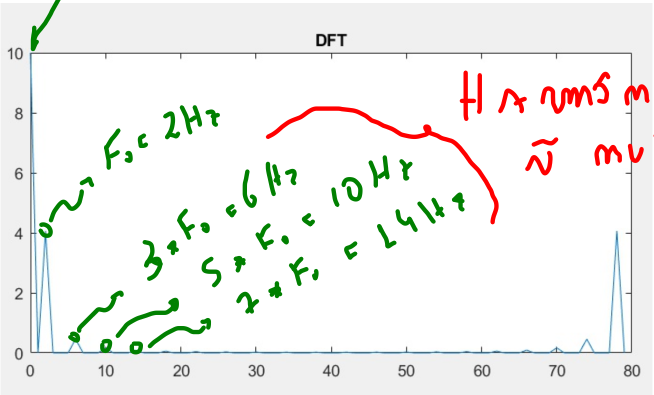
Exemplo: Dado a seguinte onda triangular, calcule a DFT:



$T_0 = 0,5 \Rightarrow F_0 = 2Hz$

DFT

D.C.



$F_0 = 2Hz$

$3 * F_0 = 6Hz$

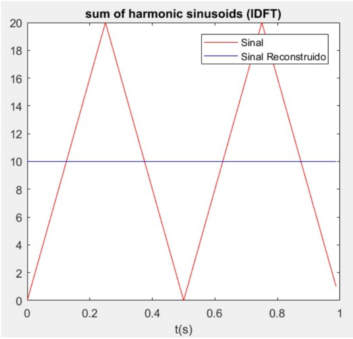
$5 * F_0 = 10Hz$

$7 * F_0 = 14Hz$

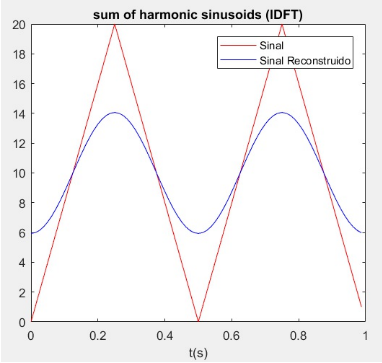
Harmônicos ñ nulos

>> Topico4Exemplo5.m / Reconstrução

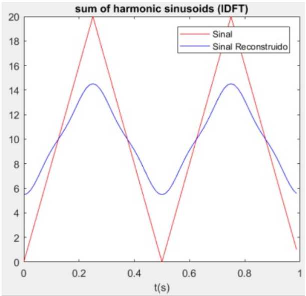
DC



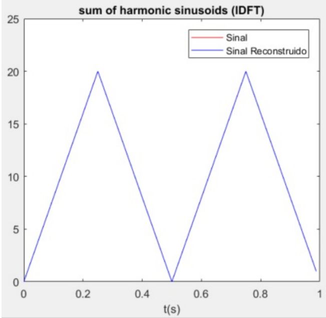
DC + F_0



DC + F_0 + $3.F_0$



DC + F_0 + $3.F_0$ + ...



Outros Exemplos:

- Onda dente de Serra:
  - >> Topico4Exemplo5b.m
- Onda quadrada:
  - >> Topico4Exemplo5c.m
- Onda quadrada + dente de serra :
  - >> Topico4Exemplo5b.m

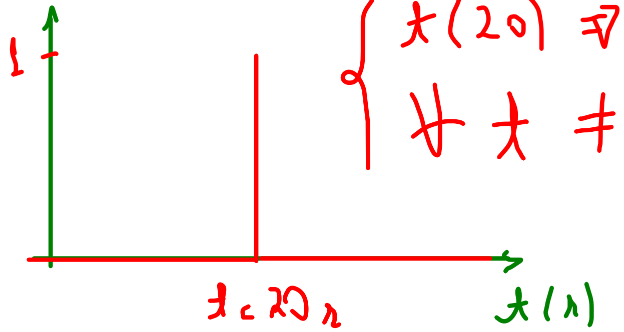
HARMÔNICOS E A TRANSFORMADA DE FOURIER

Como você pode perceber as mudanças bruscas dos sinais são de difícil representação no domínio da frequência, exemplo:

- Ondas quadradas
- Dente de serra
- Impulso
- Etc

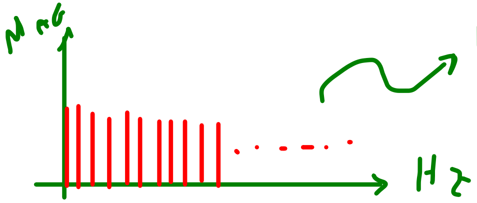
No entanto, são facilmente representadas no domínio do tempo.

Exemplo



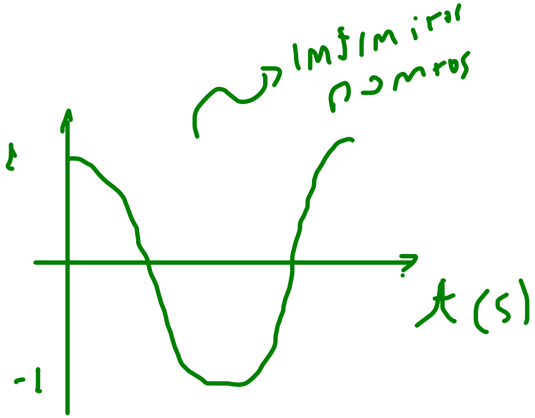
$$\begin{cases} t(20) \Rightarrow 1 \\ \forall\, t \neq 20 \Rightarrow 0 \end{cases}$$

$\Longrightarrow$ DST

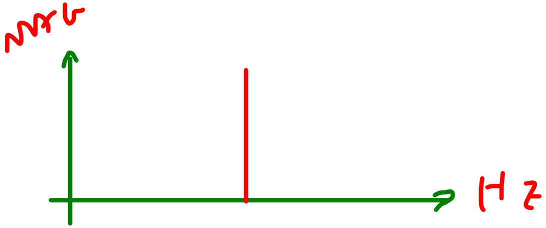


infinitos pontos

IDEM p/ phase



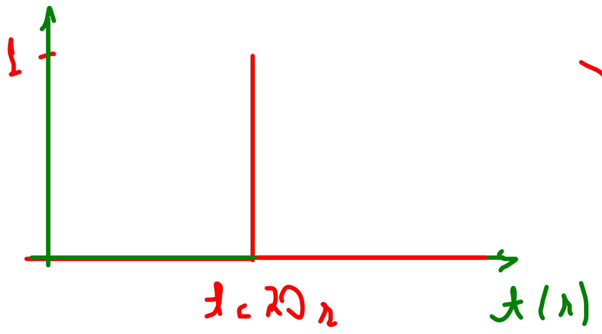
$\Downarrow$ DST

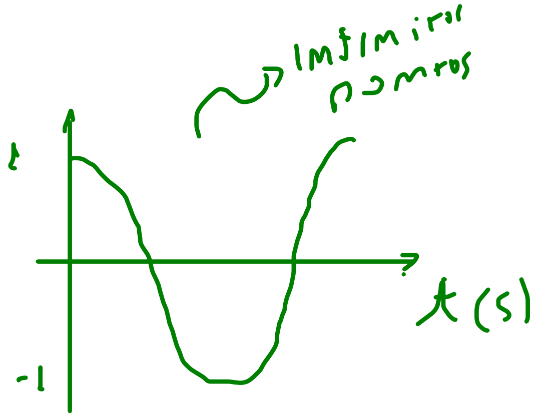


HARMÔNICOS E A TRANSFORMADA DE FOURIER

- Sinais bem definidos no tempo são de difícil representação na frequência

- Sinais bem definidos na frequência são de difícil representação no tempo





Princípio da incerteza de Werner Heisenberg

EPC 6 : p/ 2 semanas!

Vazamento/Zero Padding - DFT e IDFT