

Processamento de Sinais em Tempo Discreto

Prof. Dr. Samuel Lourenço Nogueira



Aula Anterior

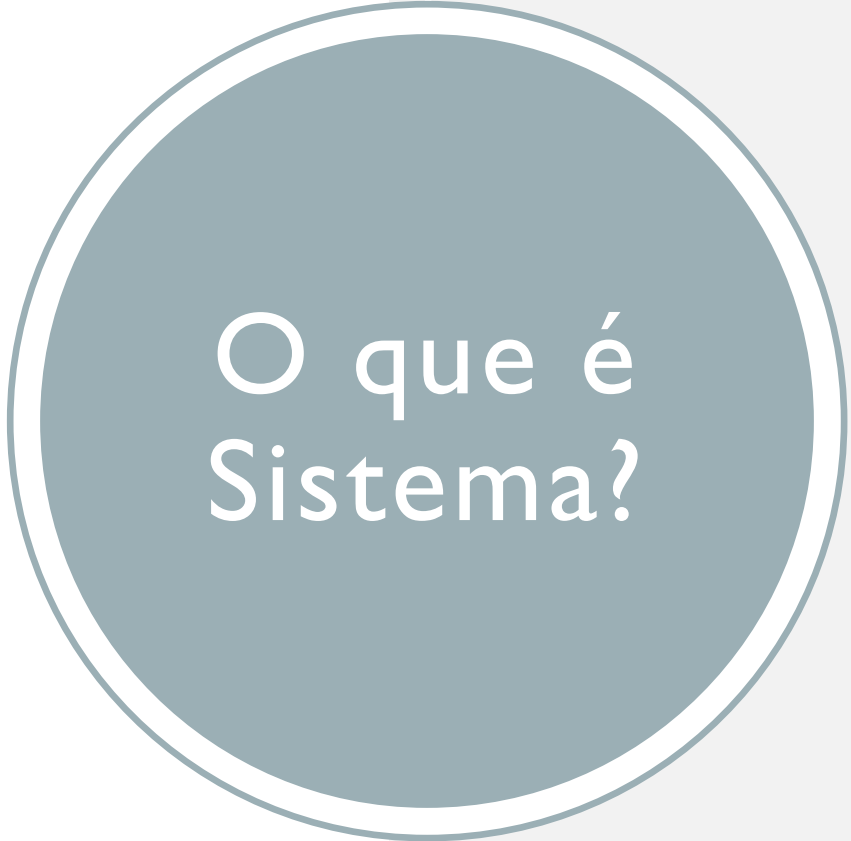
- Revisão:
 - Tipos de sinais (Contínuos/Discretos)
 - Analógico vs Digital
 - Ondas senoidais
- Amostragem
 - Processo de amostragem
 - Amostragem e ruído de alta frequência
 - Sobreposição espectral (aliasing)
 - Taxa de Nyquist



Conteúdo Programático

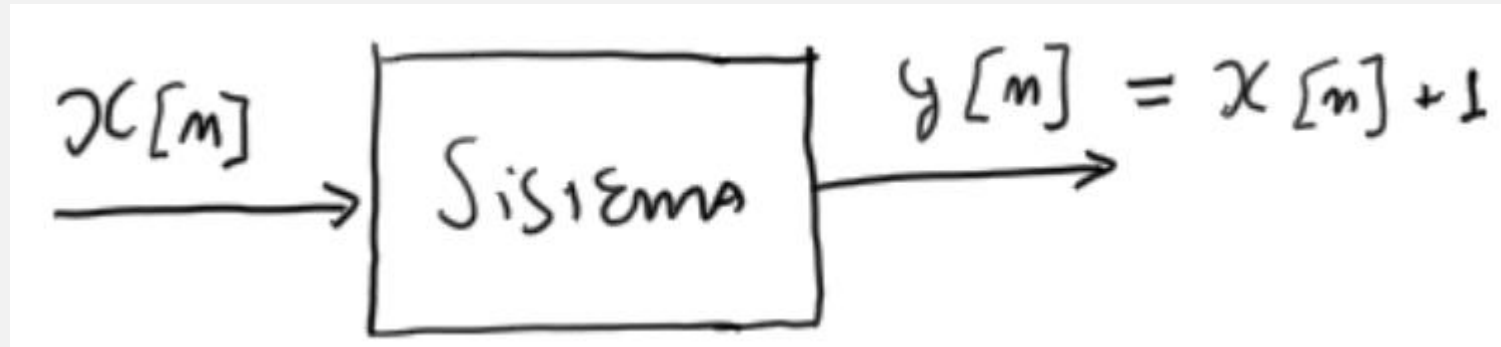
- **Revisão:**
 - Sinais e Sistemas
 - Transformadas
- **Introdução à Transformada de Fourier**
- **Fundamentos:**
 - Números Complexos
 - Fórmula de Euler

É algo que executa uma
operação ou **transformação**
em um **sinal**



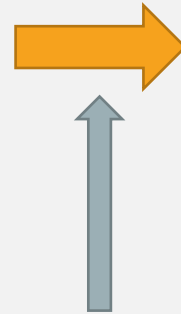
O que é
Sistema?

Sistema e Transformada



sendo :

$$x[n] = \{1, 2, 3, 4\}$$



$$y[n] = \{2, 3, 4, 5\}$$

operação executada por um sistema chama-se **Transformada**

Exemplos de Transformadas

Transformada Incrementadora:

$$y_1[n] = x_1[n] + 1$$

$$\begin{cases} x_1[n] = \{1, 3, 7\} \\ y_1[n] = \{2, 4, 8\} \end{cases}$$

Transformada Incrementadora Inversa:

$$y_2[n] = x_2[n] - 1$$

$$\begin{cases} x_2[n] = \{2, 4, 8\} \\ y_2[n] = \{1, 3, 7\} \end{cases}$$

=



Exemplos de Transformadas

- Assim, fazendo $x_2[n] = y_1[n]$, temos:

$$y_2[n] = x_2[n] - 1 \quad \longleftarrow \text{Transformada Inversa}$$

$$y_2[n] = (x_1[n] + 1) - 1$$

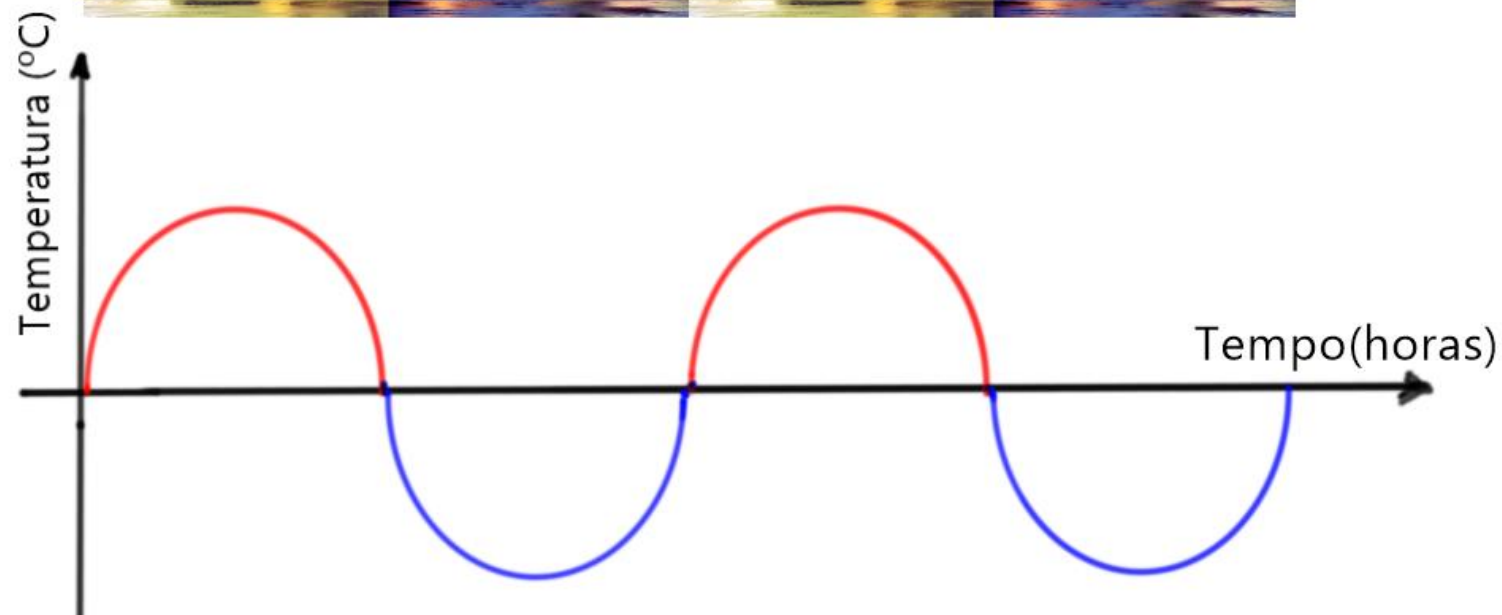
$$y_2[n] = x_1[n] \quad \longleftarrow \text{Transformada Direta}$$

Portando, ambos os sistemas se cancelam.

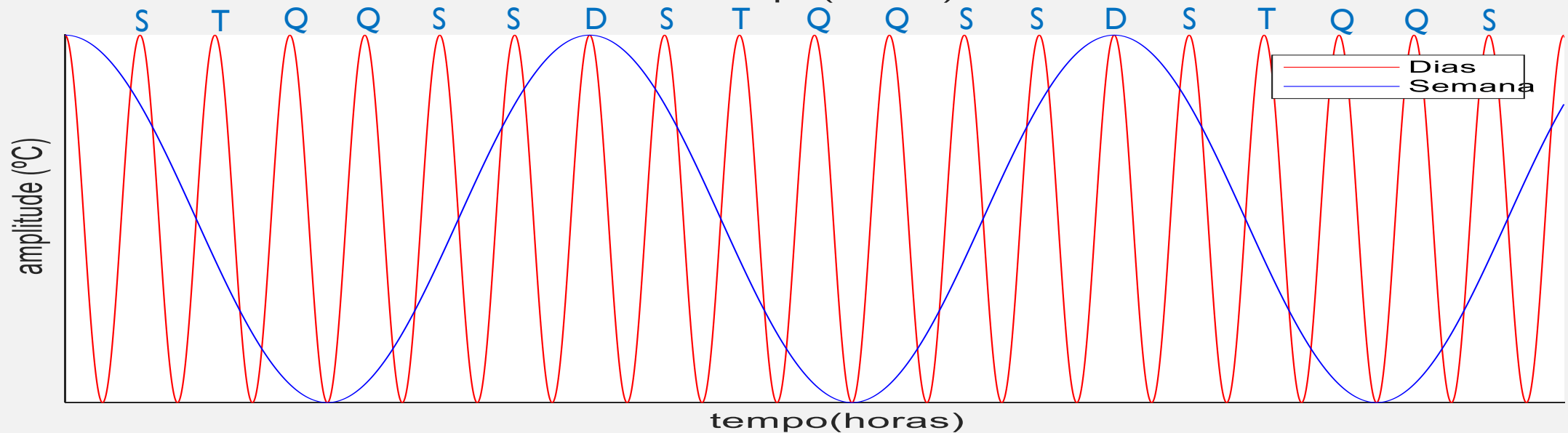
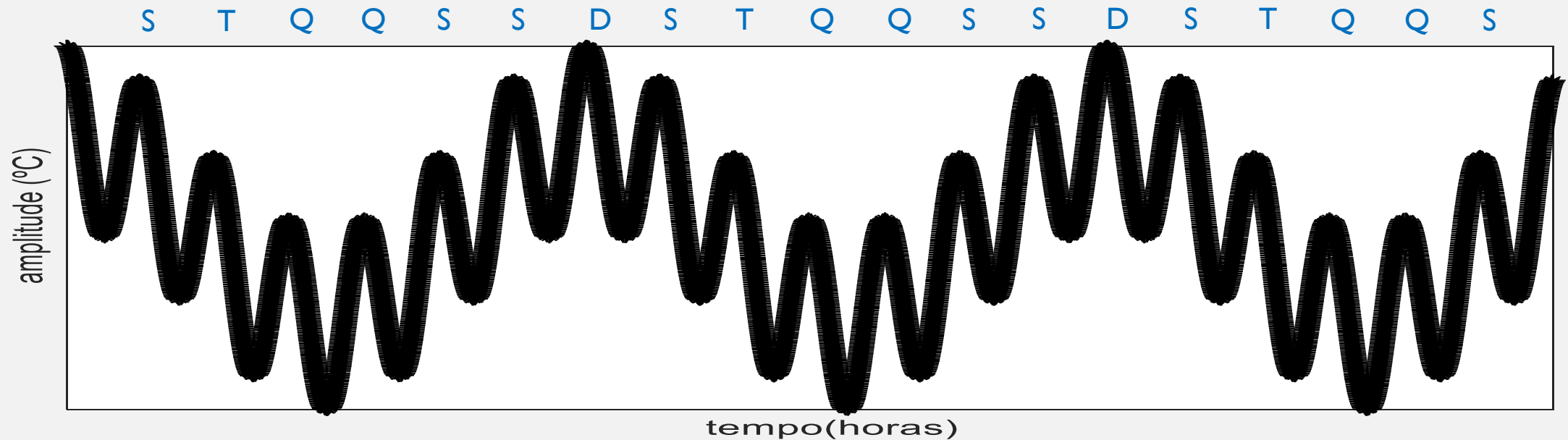
$$\begin{cases} x_2[n] = y_1[n] \\ y_2[n] = x_1[n] \end{cases}$$

INTRODUÇÃO À TRANSFORMADA DE FOURIER

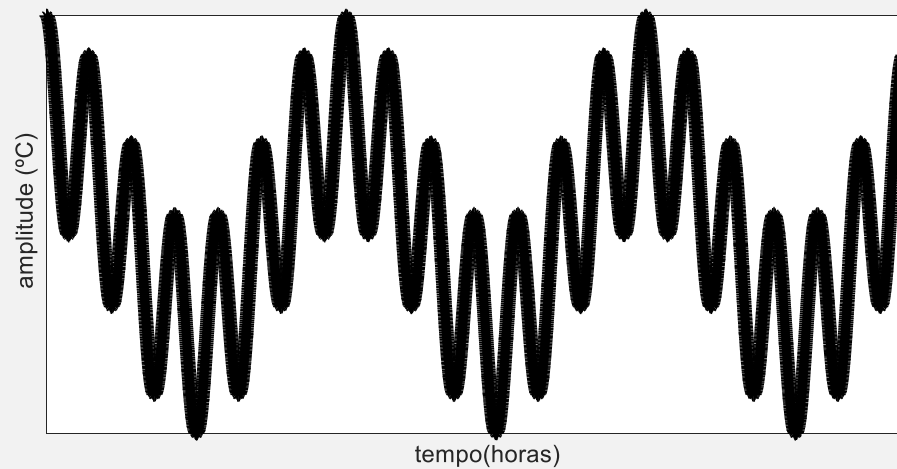
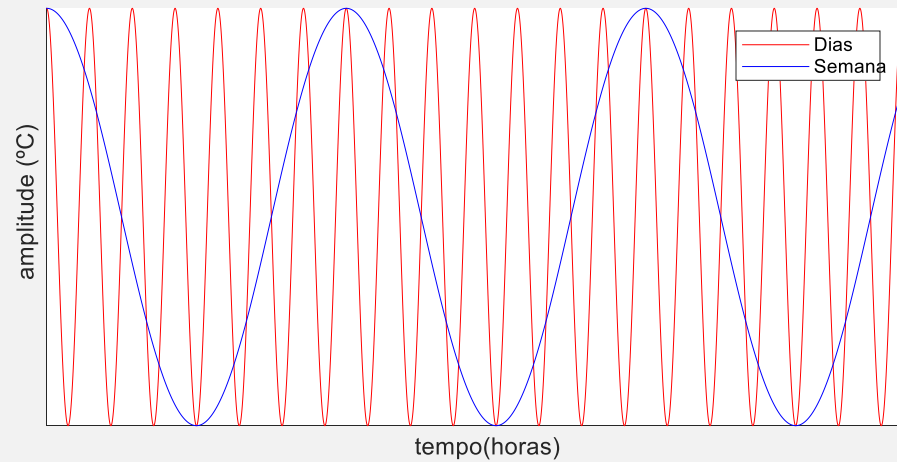
Introdução à Transformada de Fourier



Introdução à Transformada de Fourier



Introdução à Transformada de Fourier



Freq.
Semanal da
Temperatura

Freq.
Diária da
Temperatura

Frequência

Introdução à Transformada de Fourier

- Exemplo:
 - Considere as seguintes notas musicais tocadas simultaneamente

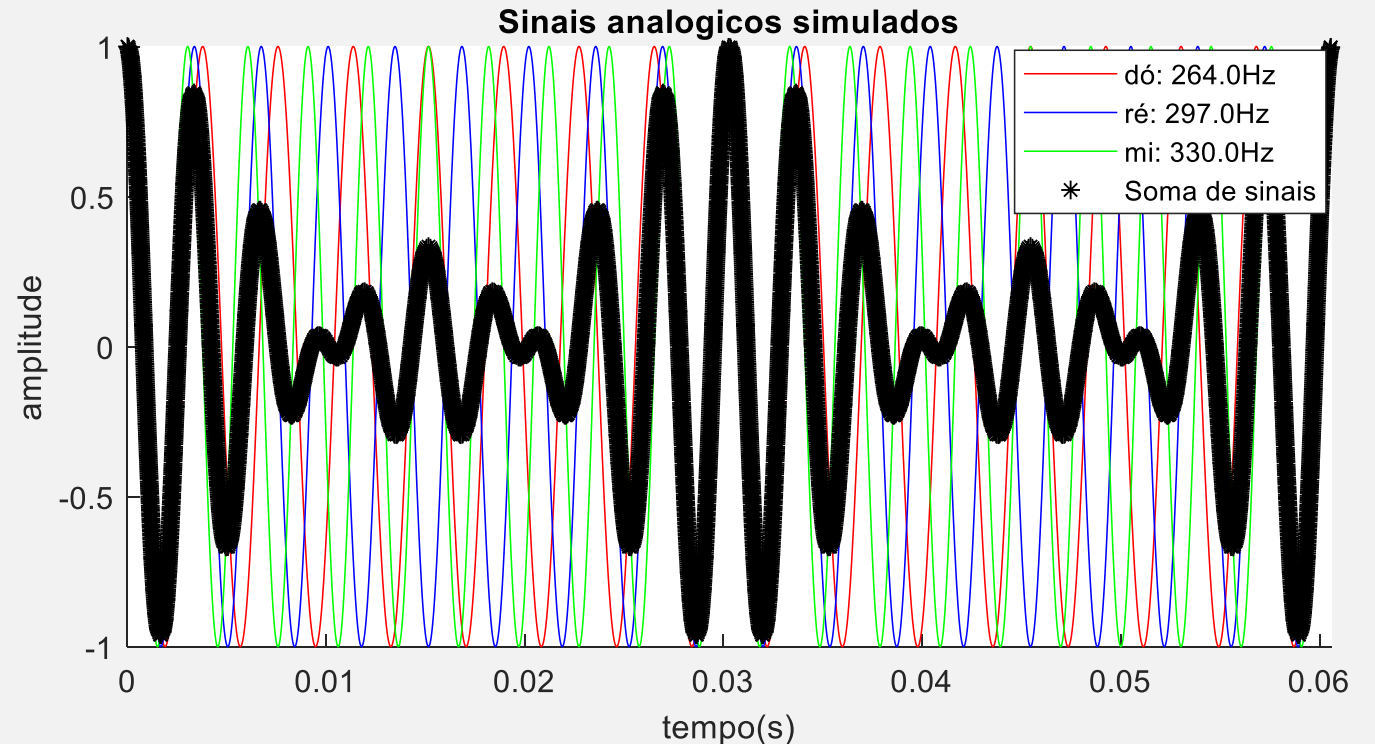
Dó: 264 Hz

Ré: 297 Hz

Mi: 330 Hz

$$\cos(2\pi 264t) + \cos(2\pi 297t) + \cos(2\pi 330t)$$

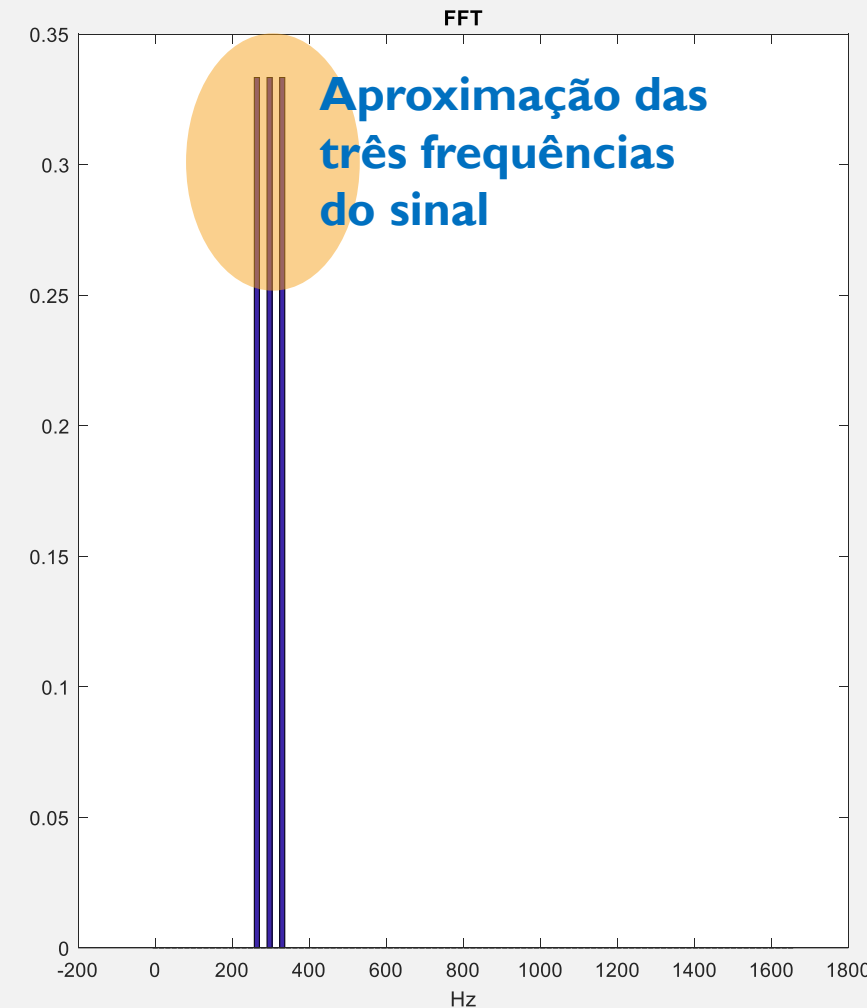
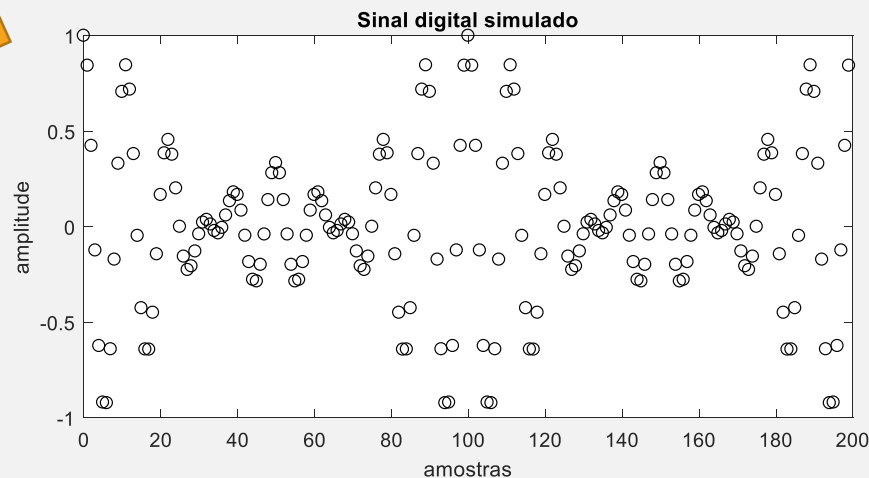
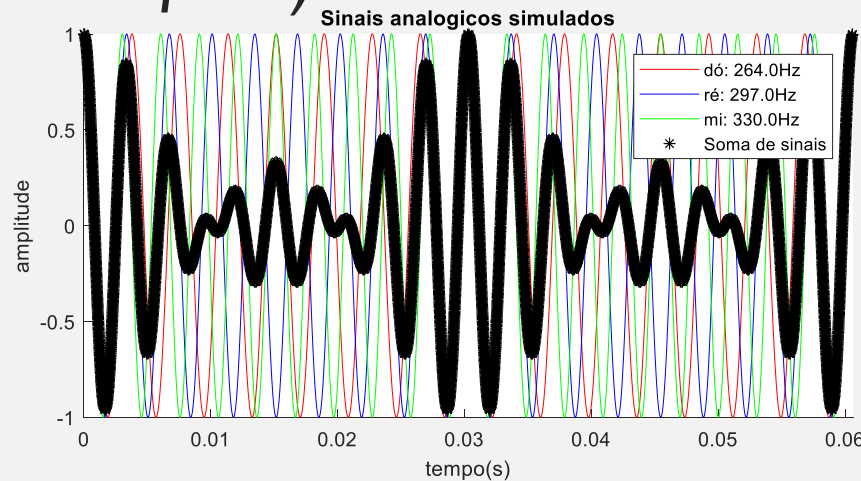
Para 20 Repetições



Introdução à Transformada de Fourier

- Amostrando o sinal à aproximadamente 3300 Hz ($10 \times f_0$), e plotando a FFT (*Fast Fourier Transform*)

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos(2\pi 264t) + \\ \cos(2\pi 297t) + \\ \cos(2\pi 330t) \end{array} \right.$$



>> Topico2Exemplo1.m

FUNDAMENTOS NÚMEROS COMPLEXOS

Números Complexos

- Forma compacta para armazenar 4 informações com apenas 2 valores:

- Coordenadas (x,y)
- Polar (M,θ)

Ex: considere a equação abaixo

$$2x^2 + 4x - 30 = 0$$
$$(x - \pi_1)(x - \pi_2) = 0$$
$$\pi_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Raízes reais

$$\therefore (x - 3)(x + 5)$$

O problema ocorre quando $b^2 - 4ac$ é negativo, pois não existe $\sqrt{\quad}$ negativa

Define-se a quantidade imaginária (i ou j)

$$j = \sqrt{-1}$$

$$x^2 - 6x + 25 = 0$$
$$\begin{cases} x_1 = 3 + j4 \\ x_2 = 3 - j4 \end{cases}$$

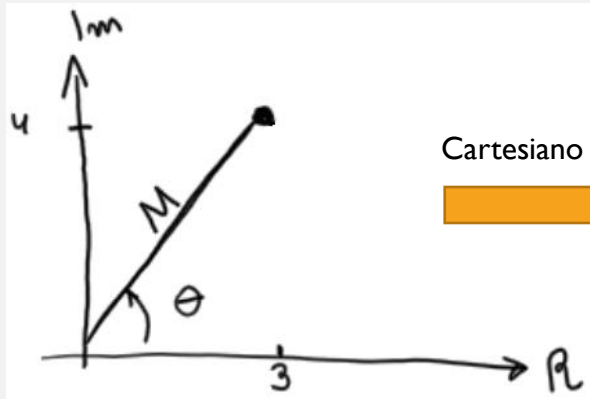
Portanto números que possuem j são chamados de imaginários ou complexos.:

$$\text{real} + j * \text{imag}$$

$$x_1 = 3 + 0j$$
$$x_2 = -5 + 0j$$

Números Complexos

Seja $x = \underbrace{3}_{\text{Real}} + j \underbrace{4}_{\text{Imaginária}}$



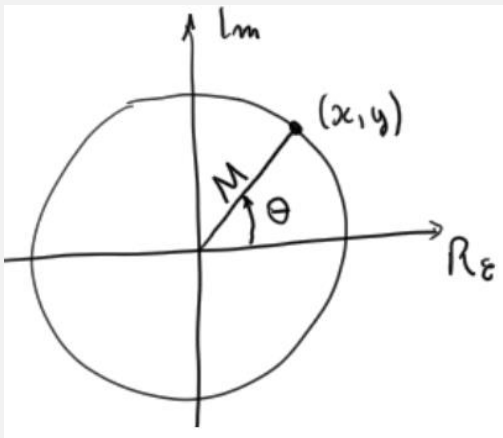
Cartesiano p/ Polar

$$M = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$
$$\theta = \arctan(4/3) = 0.9273 \text{ rad}$$
$$5 \angle 0.9273 \text{ (polar)}$$

Polar p/ Cartesiano

$$\text{Real} = 5 \cdot \cos(\theta) = 3$$
$$\text{Imag} = 5 \cdot \sin(\theta) = 4$$
$$\Downarrow 3 + j4$$

Concluindo:



Códigos

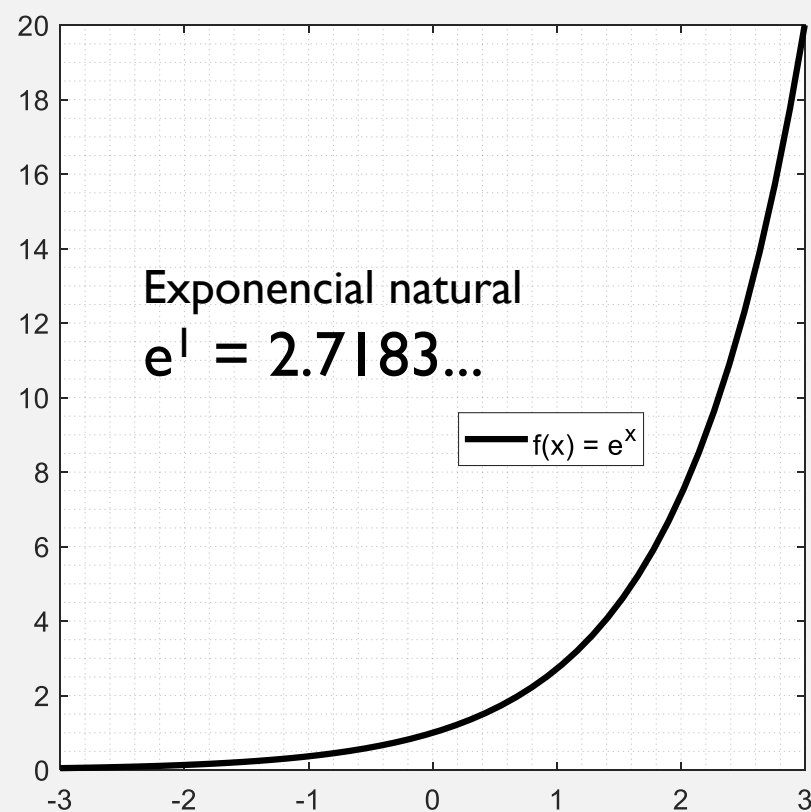
```
>> x = 3 + 4i % cria número complexo
% cartesiano
>> real(x)    % parte real
>> imag(x)    % parte imaginária
% polar
>> abs(x)     % módulo
>> angle(x)   % ângulo
```


FUNDAMENTOS FÓRMULA DE EULER

Fórmula de Euler

Utilizada para representar vetores complexos

$$e^{j\theta} = \cos(\theta) + j\sin(\theta)$$

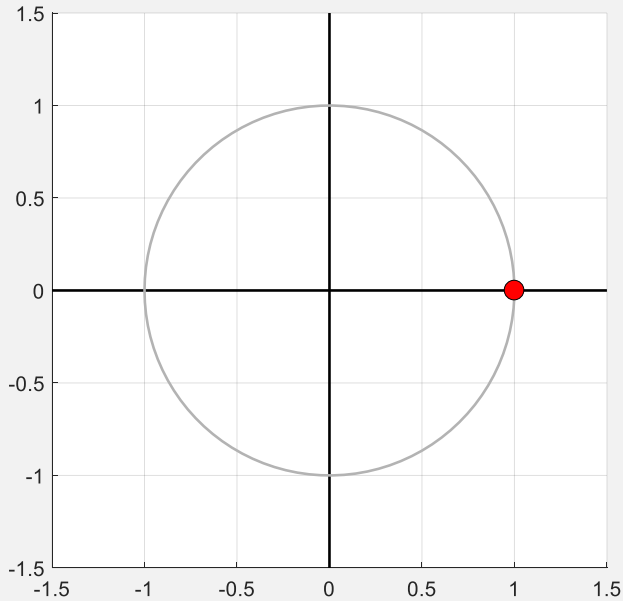


Fórmula de Euler

Utilizada para representar vetores complexos

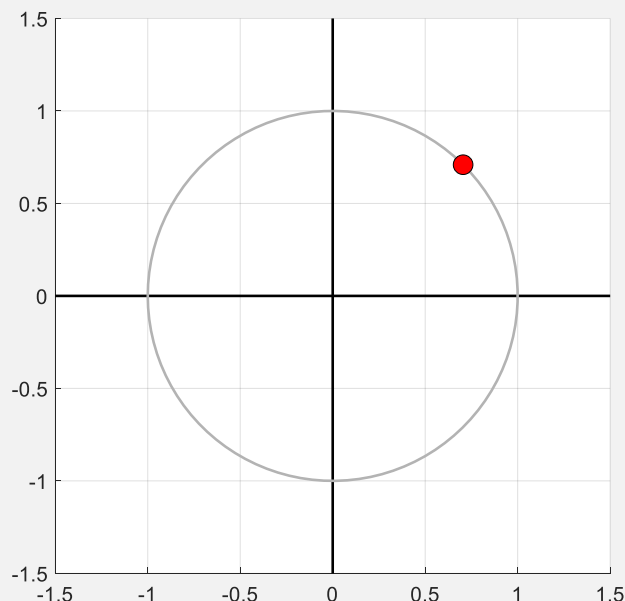
$$e^{j\theta} = \cos(\theta) + j\sin(\theta)$$

$$\theta = 0^\circ$$



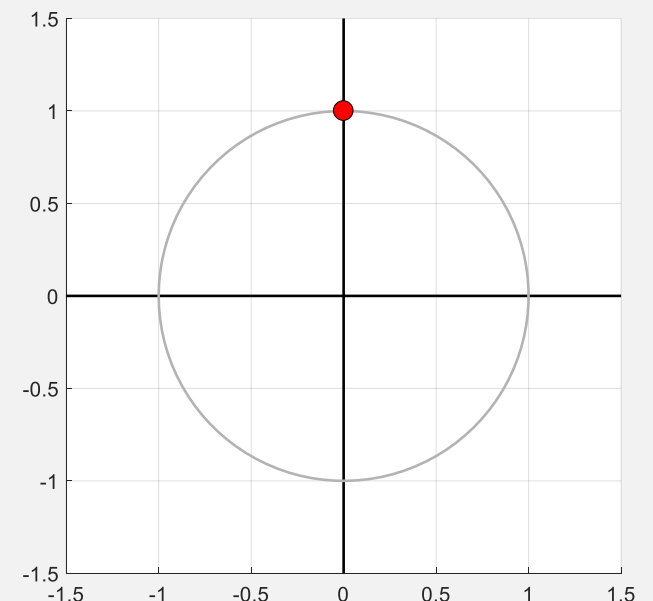
$$e^{j0} = [1 \ 0j]$$

$$\theta = 45^\circ$$



$$e^{j45*\pi/180} = \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \ \frac{\sqrt{2}}{2}j \right]$$

$$\theta = 90^\circ$$



$$e^{j90*\pi/180} = [0 \ j]$$

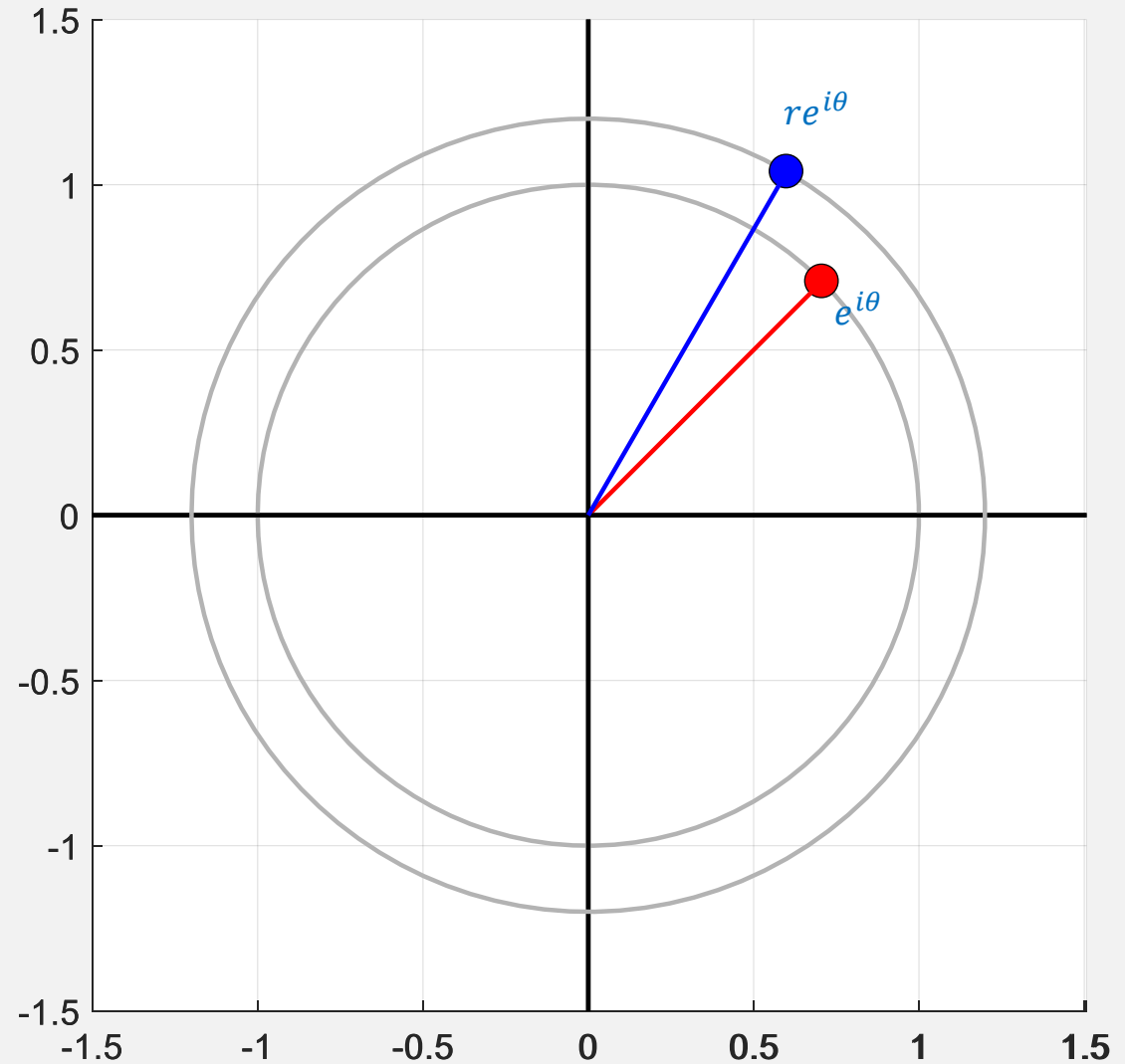
>> [Topico2EulerFormula.m](#) (parte I)

Fórmula de Euler

$$e^{j\theta} = \cos(\theta) + j\sin(\theta)$$

$$re^{j\theta} = r\cos(\theta) + rj\sin(\theta)$$

>> [Topico2EulerFormula.m](#) (parte 1 e 2)



Exercício Para Casa 3

- EPC3:
 - Revisões
 - Transformada de Fourier (conceitual)
 - Amostragem e Sinais
- Todos os Exercícios e atividades Para Casa (EPCs) são disponibilizados no [AVA da disciplina](#)

Referências Bibliográficas

- Utilizados da aula:
 - WEEKS, M.; Processamento Digital de Sinais, utilizando Matlab® e Wavelets; 2a.ed., LTC, 2012. Processamento em tempo discreto de sinais. Capítulos: 1, 4 e 6.
 - OPPENNHEIM, A. V. SHAFFER, R. W.; Processamento em Tempo Discreto de Sinais, 3a.ed., Pearson, 2013. Capítulos: 8.
 - Cohen, Mike X.; Fundamentals of Time-Frequency Analyses in Matlab/Octave. Sinc(x) press. Capítulo 4.