



Universidade Estadual de Campinas



Instituto de Computação

MC 920 - Introdução ao Processamento de Imagem Digital

Trabalho 2 - Filtragem e Compressão no Domínio da Frequência de Imagens

Guilherme De Oliveira Zaleski, ra: 235914

Campinas

Abril de 2024

Introdução:

Para o segundo trabalho da disciplina de Processamento de Imagens, sob orientação do Prof. Hélio Pedrini, trabalharemos com processos de filtragem e compressão no domínio da frequência de imagens. Para tanto serão necessárias noções sobre Transformadas de Fourier, a importância do domínio de frequência, magnitude e fase de imagens transformadas, bem como a correta interpretação desses conceitos em consonância com a aplicação das diferentes técnicas de filtragem e compressão de imagens.

Transformadas de Fourier:

As transformadas de Fourier tem utilidade prática em vários campos do conhecimento como processamento de sinais de áudio, processamento de imagens, comunicações e aplicações teóricas na matemática e na física. Isso se dá principalmente por sua capacidade de transformar funções no domínio do tempo ou no domínio do espaço, decompondo suas componentes de frequência, através da fórmula a seguir:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt$$

Nota-se que para uma função que devolve o valor real $f(x)$ a transformada devolve um complexo $F(\omega)$ como saída onde ω corresponde a uma frequência onde a componente real corresponde a magnitude e sua componente complexa corresponde a fase do sinal. Dessa forma, aplicando esse conceito a nossa área de interesse, conseguimos transformar uma imagem do domínio do espaço (pixels de coordenada(x,y)) em uma imagem no domínio de frequências onde cada pixel é rotulado com seu respectivo valor complexo de frequência.

Filtragem:

As abordagens de filtragem são inúmeras e cada técnica tem seu propósito e aplicação prática, para esse trabalho, utilizaremos a FFT (do inglês, transformada rápida de Fourier) para aplicarmos quatro técnicas distintas de filtragem no domínio das frequências.

A filtragem em frequência é, em suma, o processo de corte de um determinado intervalo de frequências a depender de um limiar predefinido, aplicado às magnitudes de frequências de uma imagem transformada por uma FFT.

As quatro técnicas de filtragem utilizadas nesse projeto são: passa-baixa, passa-alta, passa-banda e rejeita-banda. Vale ressaltar que todos os quatro filtros serão implementados em sua forma ideal. Um filtro ideal é por definição uma máscara que atenua completamente sinais fora do intervalo proposto e não modifica sinais dentro desse limiar.

O processo:

Antes do disclaimer sobre cada um dos filtros, devemos entender como faremos o processo de filtragem. Após utilizar a FFT em uma imagem e centralizar a componente de frequência zero teremos um mapa de magnitudes (através da extração do logaritmo dos módulos da imagem transformada) em que cada pixel é relacionado com sua respectiva componente real e as variações crescem radialmente. Assim, as componentes com as maiores variações de frequência localizam-se no centro da matriz de magnitudes e se espalham radialmente, deixando os menores valores de variação de frequência nos cantos.

Sabendo disso, para aplicar uma filtragem qualquer, teremos que levar em conta essa distribuição radial e como o mapa de magnitudes é também uma função da altura e largura (x,y) dos pixels (pelo Teorema da Convolução), podemos utilizar máscaras radiais binárias geradas no domínio do espaço, onde os elementos de valor 0 (pretos) corresponderão aos valores que serão atenuados e os pixels 1 (brancos) aos valores que não serão alterados.

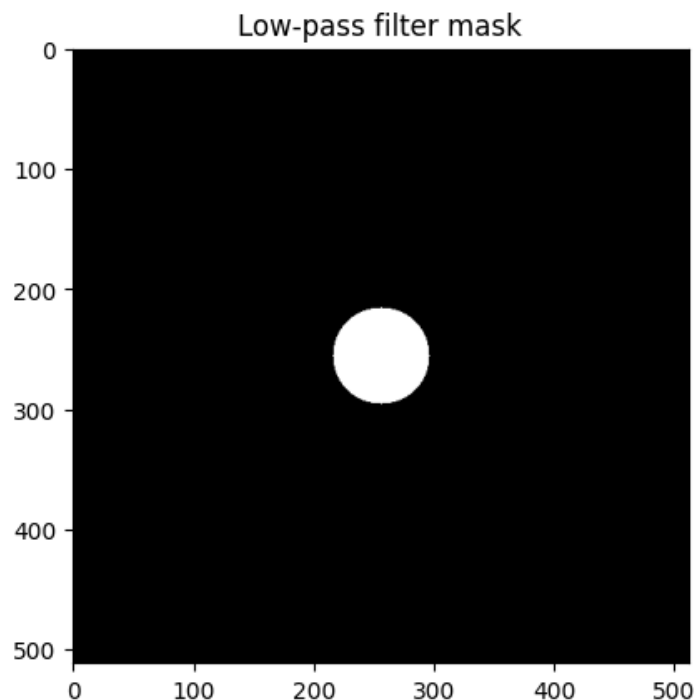


Figura 1: Exemplo de máscara de filtro, para um filtro passa-baixa.

Tendo em mãos as máscaras binárias dos filtros podemos executar a multiplicação elemento-a-elemento pela matriz de magnitudes, de forma a obter o núcleo dos filtros.

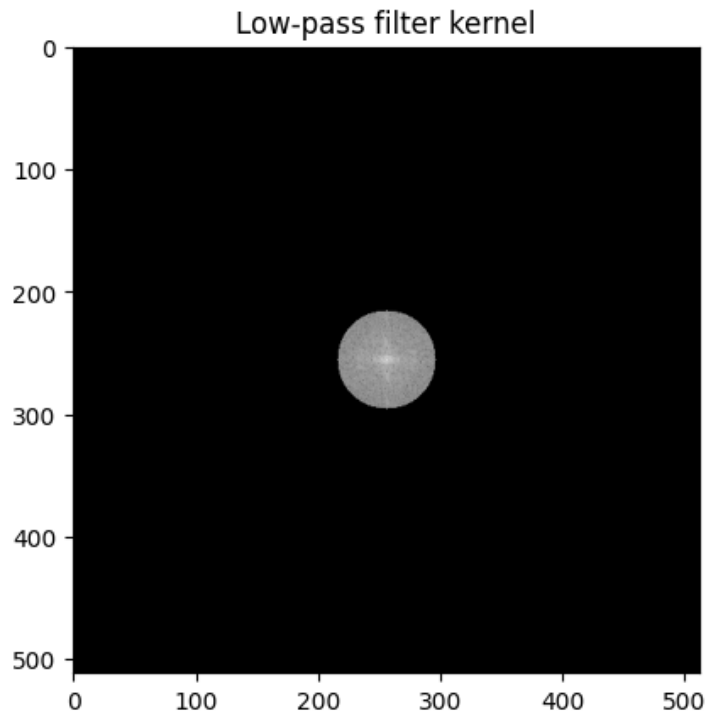


Figura 2: Exemplo de máscara de filtro, para um filtro passa-baixa.

Por fim, resta apenas retirar os valores filtrados agora da própria matriz transformada, zerando tanto sua componente real, quanto a componente de fase (imaginária). Assim, descentralizando a componente zero de frequência e aplicando a transformada inversa para obter novamente as intensidades dos pixels, podemos reconstruir a imagem de saída filtrada.

Uma vez definido o método de filtragem, podemos seguir para a definição dos filtros.

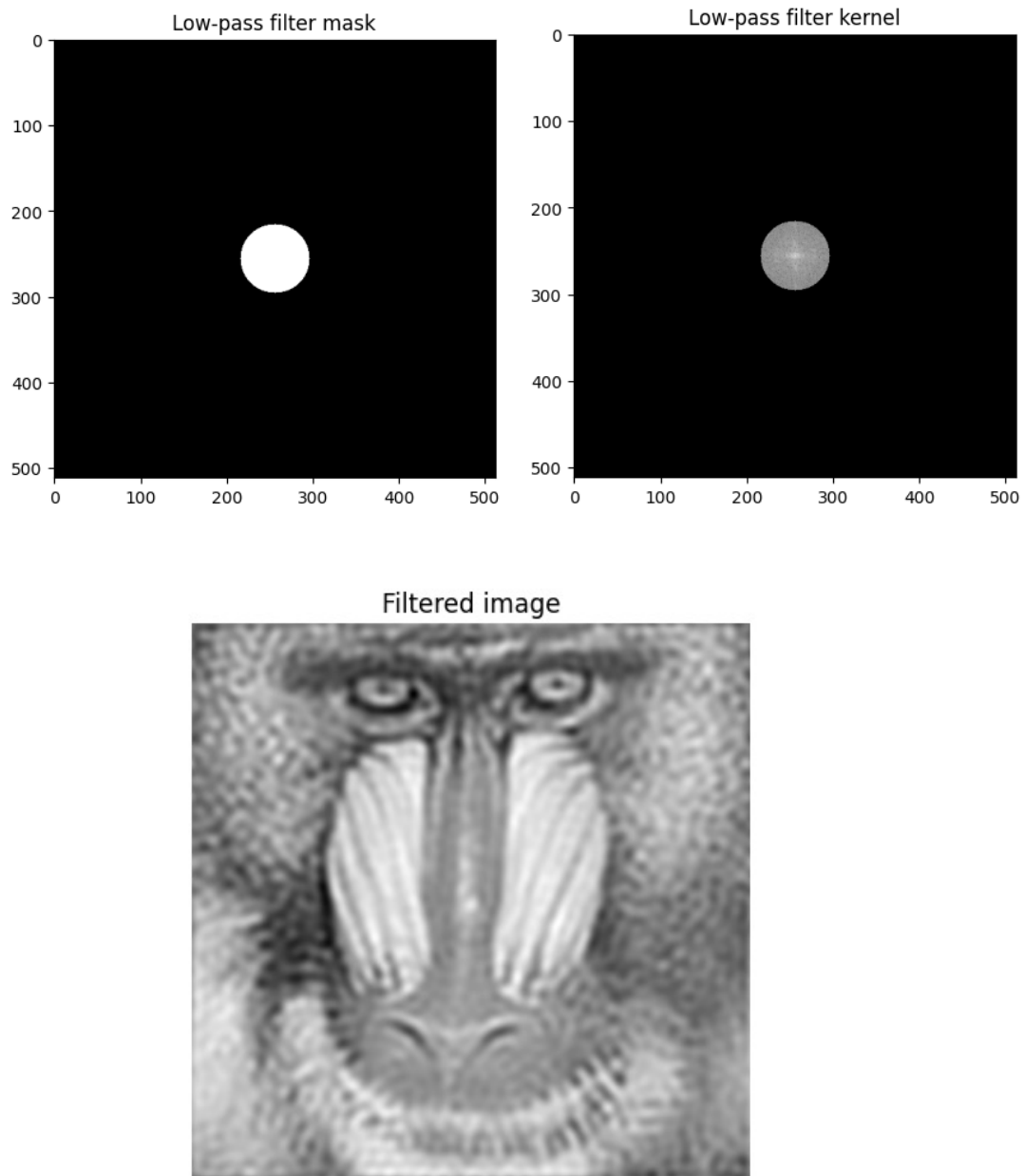
Filtro passa-baixa:

Um filtro passa baixa consiste em um filtro que, como o nome sugere, deixa passar frequências abaixo de um determinado limiar e corta frequências acima dele. Como vimos acima a variação de frequência diminui radialmente na matriz de magnitudes e por isso geramos uma máscara calculando a distância euclidiana do ponto correspondente a cada pixel da imagem com relação ao centro (onde está localizado o valor 0 no domínio da frequência) e preenchemos com 1 os pontos correspondentes a valores dentro de um círculo centrado na componente zero e de raio igual ao limiar imposto e com 0 os valores fora dessa área (como mostra a Figura 1 para um raio = 40).

Fazendo a multiplicação dessa máscara elemento a elemento com a matriz de magnitudes obteremos o núcleo do filtro, que quando aplicado à imagem transformada resultará na imagem filtrada.

Conceitualmente, como a o filtro passa baixa tende a atenuar as áreas variação mais abrupta do domínio da frequência, que na interpretação de processamento de imagens correspondem em geral à bordas na imagem, a imagem resultante da filtragem será uma

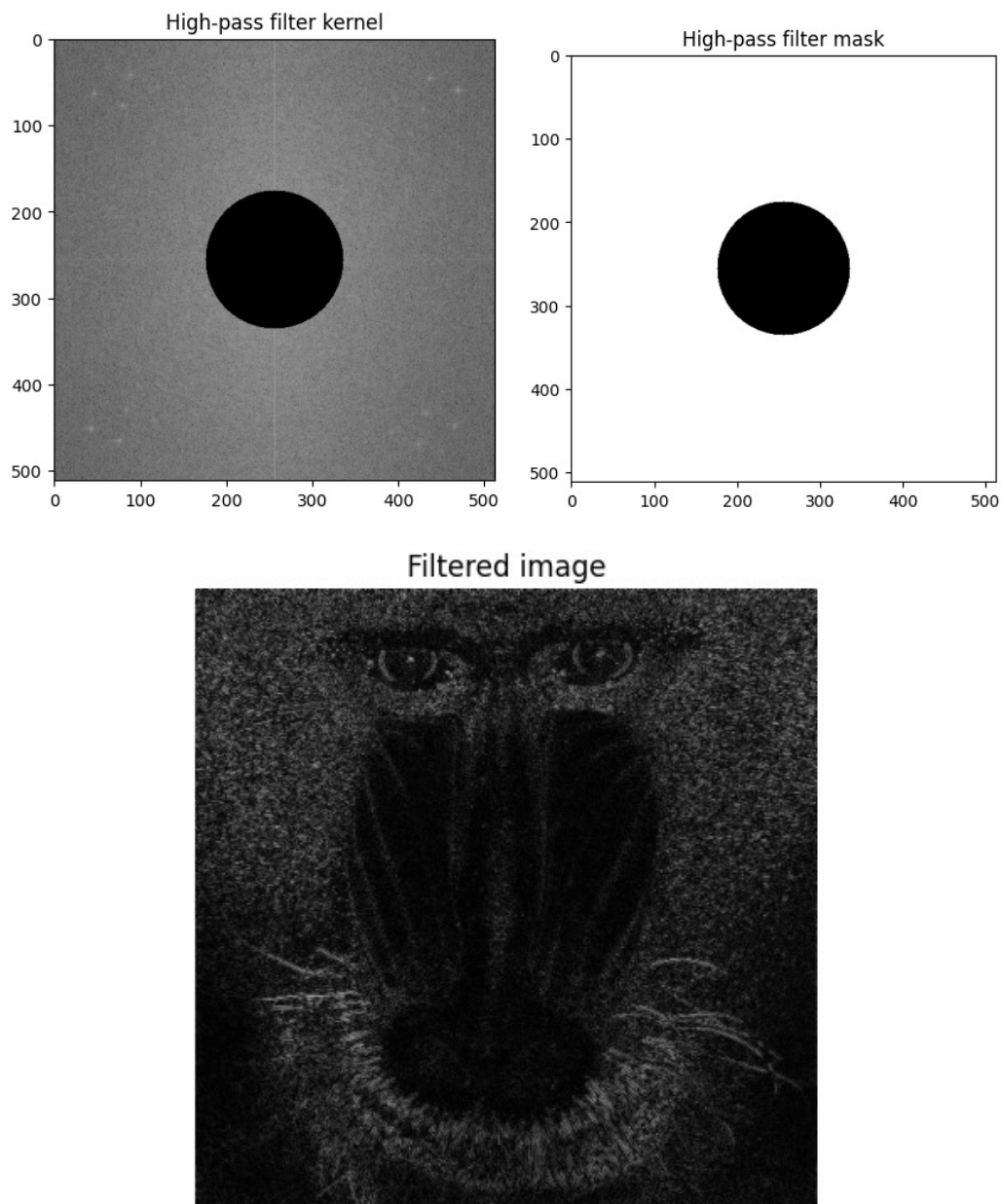
imagem borrada devido a suavização das bordas. Portanto, é válido dizer que quanto menor a frequência de corte utilizada, menor será o limiar de corte e mais elementos de alta frequência serão cortados, gerando uma imagem mais borrada.



Filtro passa-alta:

Correspondente ao oposto do filtro anterior, o passa-alta permite agora a passagem de componentes de alta frequência e cortando baixas frequências. Tendo a mesma definição do filtro anterior a diferir apenas em que agora, a máscara consiste em um círculo de raio igual ao limiar de corte proposto, preenchida com 0s no interior desse círculo e 1s fora dele.

Os filtros passa-alta, em contraposição ao passa-baixa, para destacar altas frequências, ou seja, uma vez aplicado o threshold correto, geram como saída um mapa de bordas da imagem.

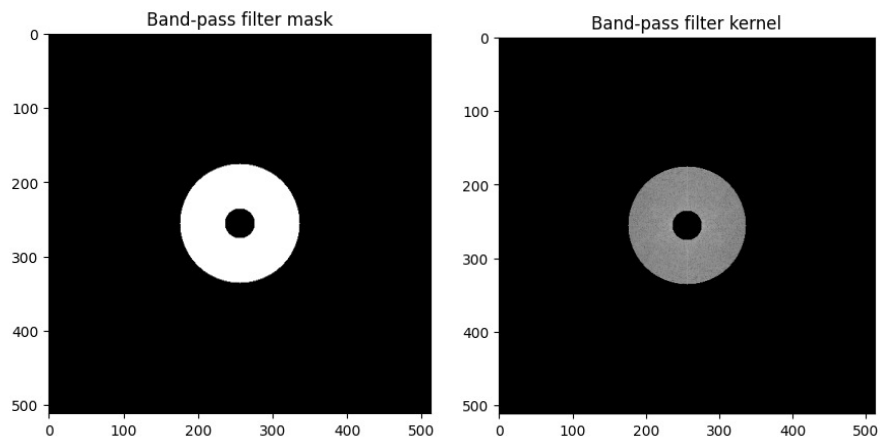


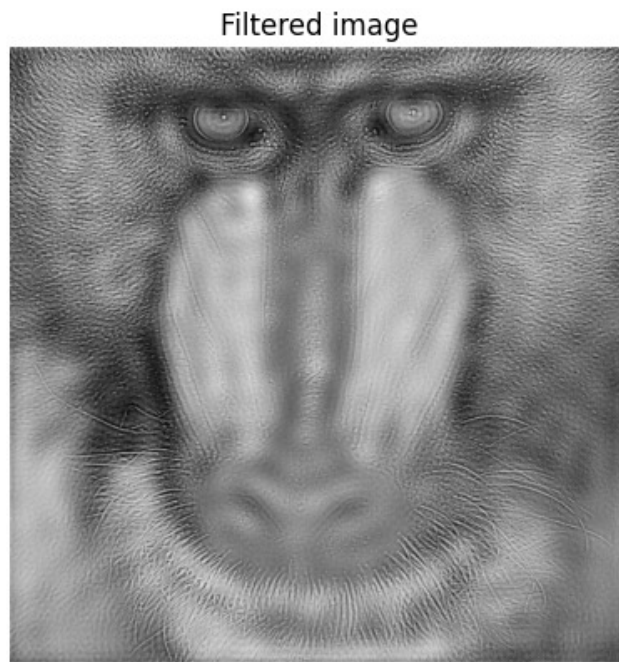
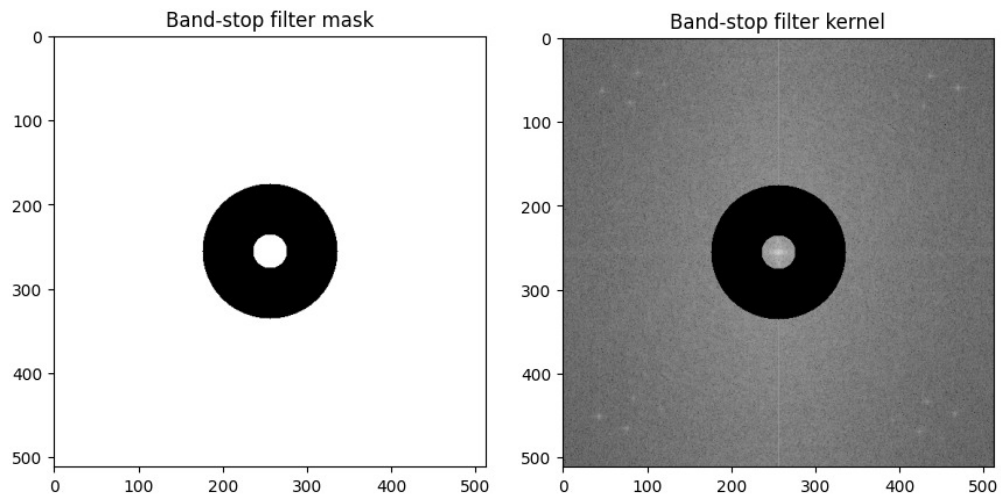
Filtro passa-banda e rejeita-banda:

Chegando agora aos filtros de manipulação de banda, que podem ser adquiridos analogamente aos filtros acima expostos, porém agora contando com dois limiares, um superior e um inferior para o corte de frequências. Dessa maneira, adquirimos agora uma faixa de frequências que é vista na máscara do filtro como um arco de componentes a serem atenuadas ou mantidas (a depender do filtro). Esse arco será preenchido com valores 1 para o filtro passa-banda (mantendo os valores na faixa de frequência) e 0 para o rejeita-banda

(zerando os valores), enquanto que os valores fora dele serão preenchidos de maneira contrária.

Os filtros de manipulação de bandas no domínio da frequência tem um objetivo menos claro e direto, mas também são de suma importância no processamento de imagem no que se refere a análise de faixas de frequência específica ou no tratamento de ruído e exclusão de artefatos que tendem a aparecer também em faixas específicas.





Compressão:

A compressão de imagens no domínio das frequências, na abordagem utilizada, consiste em determinar um threshold para as frequências, excluindo as componentes que possuem valor de magnitude menor que esse limiar.

Para tanto foi utilizada a média simples das frequências dividindo a diferença da frequência máxima e mínima pela metade e multiplicando esse valor por um número entre 0 e 1, que corresponde a porcentagem da escala de frequência da imagem que deve ser mantida. Feito isso, as componentes reais e imaginárias dos valores da imagem transformada devem ser zerados de modo a excluir esses coeficientes da imagem resultante.

Assim, de maneira semelhante a um filtro passa-baixa, a imagem resultante é uma imagem borrada, porém com padrões de borramento diferentes que não acompanham necessariamente as bordas da imagem.

A partir da análise dos histogramas da imagem original e da imagem comprimida podemos perceber que na imagem comprimida temos um gráfico mais estreito, representando uma menor variação da intensidade dos pixels, porém mais longilíneo e pouco homogêneo, o que representa uma má distribuição dos valores de intensidade o que nos mostra uma imagem de baixo contraste (o que se confirma visualmente na imagem de saída), dificultando sua interpretação, sendo necessárias talvez, aplicações de técnicas de equalização de histogramas para a recuperação do contraste da imagem.

