

Redimensionamento de Imagem: Implementação do Seam Carving

Henrique Hott e Guilherme Bittencourt

Maio 2022

1 Introdução

O redimensionamento de imagem é uma funcionalidade utilizada constantemente no ramo digital. Atualmente com a diversidade de dispositivos, é necessário redimensionar as imagens para melhor adaptação das telas. Porém, torna-se necessário que ao reduzir ou aumentar o tamanho, não se perca muitos dados da imagem, sem diminuir o nível de detalhamento. Pode-se exemplificar uma de suas utilizações no mundo dos jogos. A surpreendente dificuldade de redimensionar spritesheets demonstra a necessidade de resoluções eficientes para o problema.

Neste trabalho, iremos utilizar a técnica de Seam Carving, desenvolvida por Shai Avidan, da Mitsubishi Electric Research Labs, e Ariel Shamir, do The Interdisciplinary Center MERL. Será utilizado dois métodos distintos para solucionar o problema: A programação dinâmica utilizando representação por matriz e o algoritmo de Dijkstra utilizando representação por grafos.

O Seam Carving é um procedimento que utiliza a energia de cada pixel para determinar sua relevância na imagem. Assim, pixels com baixa energia não demonstram um papel importante na composição dos detalhes, podendo ser retirados. Por tanto, busca-se o caminho entre as bordas de menor energia para ser removido da imagem.

A motivação para o trabalho é devido a importância do tema para a tecnologia. Atualmente torna-se cada vez mais necessário o redimensionamento de imagens. Por isso há uma grande busca por soluções mais eficientes. O objetivo é utilizar os conhecimentos adquiridos em sala com informações extracurriculares e implementar uma solução que seja eficiente em tempo e espaço. Analisar os resultados obtidos e avaliar pontos importantes acerca da problemática em questão.

2 Entrada e saída de dados

A imagem que será reduzida será do tipo PPM (Portable Pixmap Map), um tipo de imagem que possibilita sua leitura em formato de texto. O arquivo de entrada conterá uma string característica "P3", a largura e altura da imagem respectivamente e a sequência de cores de cada pixel. O pixel é formado por um vetor tridimensional RGB, cujos componentes são os valores de vermelho (Red), verde (Green) e azul (Blue).

No arquivo de entrada poderá conter hashtags (#) no começo das linhas, o que significa que são comentários, e espaços em branco arbitrários.

O arquivo de saída deverá conter o tipo da imagem PPM, a largura e altura atual e a sequência de pixels não removidos.

3 Caminho de dados

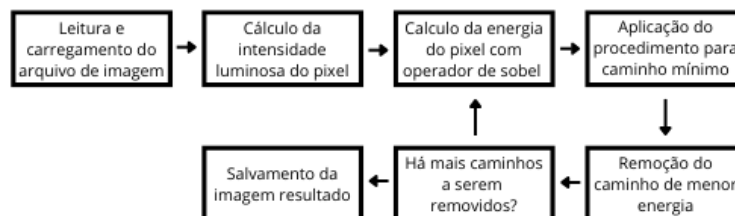


Figura 1: Caminho de execução do programa

3.1 Cálculo de energia

- (1) - No primeiro passo, é feita a leitura do arquivo de imagem passado por parâmetro.

(2) - Em seguida, é calculado a intensidade luminosa de cada pixel. A intensidade luminosa se dá por uma equação de pesos, onde cada peso representa a sensibilidade do olho humano para cada cor RGB:

$$\forall \text{pixel na matriz} \rightarrow IL(R, G, B) = 0,30R + 0,59G + 0,11B \quad (1)$$

(3) - Posteriormente é aplicado o operador de Sobel que multiplica uma matriz de pesos no pixel analisado e todos os oito adjacentes, calculando o vetor gradiente que representa o valor de menor variação do claro ao escuro em relação aos seus vizinhos. O objetivo é detectar pontos onde não há bordas de objetos na imagem, evitando anomalias na estrutura:



Figura 2: Aplicação do operador de Sobel

Para determinar o vetor gradiente, o operador aplica uma matriz 3x3 nas intensidades luminosas do pixel central e seus oito vizinhos e calcula as derivadas parciais na direção vertical e horizontal:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} & \mathbf{c} \\ \mathbf{d} & \mathbf{e} & \mathbf{f} \\ \mathbf{g} & \mathbf{h} & \mathbf{i} \end{bmatrix} \quad G_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad G_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Figura 3: Matrizes de peso do operador de Sobel

$$\begin{aligned} Gx &= a * (1) + b * (0) + c * (-1) + d * (2) + e * (0) + f * (-2) + g * (1) + h * (0) + i * (-1) \\ Gy &= a * (1) + b * (2) + c * (1) + d * (0) + e * (0) + f * (0) + g * (-1) + h * (-2) + i * (-1) \\ e(p) &= \sqrt{(Gx)^2 + (Gy)^2} \end{aligned}$$

Para os pixels localizados nas bordas da imagem, onde não há adjacentes para alguns de seus lados, foi implementado uma lógica que utiliza o valor da intensidade do próprio pixel e de seus adjacentes para que seja efetuada a operação, como mostra na figura 4.

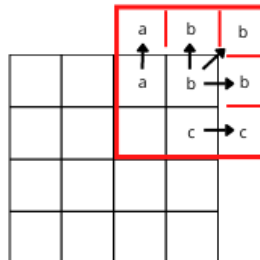


Figura 4: Cálculo de pixels nas bordas

(4) - Em seguida, é executado o procedimento requerido (Programação dinâmica ou Dijkstra) e é calculado o caminho mínimo.

(5) - No quinto passo, ocorre a remoção do caminho calculado no passo anterior. Posteriormente, o próximo passo definirá se será necessário remover mais colunas ou terminará o programa salvando a imagem.

4 Programação Dinâmica

4.1 Solução

A programação dinâmica é um paradigma de programação baseada no princípio da otimalidade e pode ser aplicado em problemas que possibilitam a obtenção de subestruturas ótimas. As soluções dos subproblemas são calculados e memorizados para serem usados nos próximos passos.

4.2 Estrutura de Dados

Iniciamos o algoritmo recebendo os dados do input e colocando dentro de uma matriz de pixels de dimensões $w \times h$, onde w é a largura e h a altura da imagem. A matriz foi implementada utilizando aritmética de ponteiros. Cada par de coordenadas (x, y) representa um pixel da imagem. Na estrutura é armazenado as dimensões iniciais da imagem e as dimensões atuais.

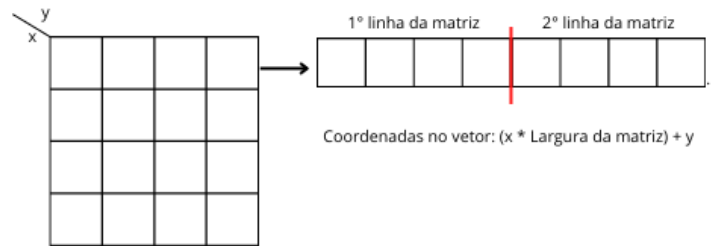


Figura 5: Estrutura da matriz de pixels

4.3 Análise de Complexidade

```

Carregar imagem () {
  Aloca matriz e espaço
  para os pixels;

  Armazena w e h da imagem ();

  Para cada pixel, armazena
  valor RGB ();
}

Calcula caminhos () {
  Se pixel já checado,
  retorna;

  Se ultima linha {
    Caminho = Energia(pixel);
  }
  Se não {
    Para cada adjacente {
      Calcula caminhos ();
      Analisa caminho;
      Escolhe adjacente de
      menor caminho;
    }
  }
}

Remove colunas () {
  Para cada coluna a ser
  retirada {
    Calcula energia dos
    pixels ();
    Calcula caminhos ();
    Obtém caminho mínimo ();
    Remove caminho ();
    Reseta estado dos pixels
    restantes ();
  }
}

Remove linhas () {
  Transpõe matriz ();
  Remove colunas ();
  Transpõe matriz ();
}

Remove linhas e colunas () {
  Para cada coluna ou linha
  a ser retirada {
    Obtém caminho mínimo ();
    Transpõe matriz ();
    Obtém caminho mínimo ();
    Se caminho mínimo == linha {
      Remove coluna ();
    }
    Se não {
      Transpõe matriz ();
      Remove coluna ();
    }
  }
}

```

Figura 6: Pseudocódigo de matrizes

4.3.1 Carregar Imagem

A função de carregar a imagem é responsável por alocar o vetor matriz da estrutura, armazenar a largura e altura da imagem e processar para todos os pixels seus respectivos valores de RGB. Pelo fato de percorrer todos os pixels da imagem, sua complexidade se dá por $w \times h$ operações, o que no pior caso leva a complexidade quadrática.

$$\text{Complexidadedetempo} : O(n^2)$$

4.3.2 Calcular Caminhos

1 - Dentro da função de cálculo de caminhos, o caso de término da recursão é definido: Cada pixel recebe uma variável de status, a qual fornece ao algoritmo a instrução se aquele elemento já foi checado ou não. Assim, quando se encontra um elemento que já foi checado, o valor do caminho até ele é retornado para o anterior.

2 - No caso base da recursão significa que o programa chegou na última linha da matriz. A variável de status recebe uma instrução para o procedimento de remoção de colunas e o caminho para chegar até o referente pixel é sua própria energia, já que não possui adjacentes abaixo dele.

3 - Caso não estiver na última linha da matriz, para cada adjacente do pixel, é calculado o possível caminho até ele. Ao final da operação, escolhe-se o mínimo entre os vizinhos abaixo e é determinado o caminho a ser seguido posteriormente.

Dado a explicação do procedimento, a análise de tempo é dada da seguinte forma: No primeiro instante, é verificado se o pixel já foi checado. Caso afirmativo, retorna a função. Caso não, inicia-se chamadas recursivas a fim de chegar até os pixels da última linha da matriz. O custo para percorrer uma árvore de recursão é o logaritmo da entrada, que significa sua altura. Posteriormente, calcula-se o melhor caminho para cada pixel, retornando o valor do caminho percorrido para o pixel antecessor. Pelo fato da chamada recursiva formar uma árvore de recursividade onde a cada chamada a entrada é dividida por três, tem-se como função de recursividade: $T(n) = T(n/3) + c$.

$$\text{Complexidadedetempo} : O(\log(n))$$

4.3.3 Remove Colunas

Dado o número de colunas a serem retiradas, para cada uma é necessário calcular as energias de cada pixel, o que leva complexidade quadrática por percorrer toda a matriz. Calcula-se os caminhos mínimos com complexidade logarítmica. Para cada caminho encontrado, verifica-se o menor caminho entre eles, complexidade linear. Remove o caminho escolhido e coloca todos os pixels restantes em estado de não checado para a próxima iteração. Dado o pior caso, onde todas as colunas serão removidas, a complexidade da função é dada pelo máximo entre as funções no laço vezes a quantidade de vezes que o laço é executado. No pior caso, serão removidas todas os pixels da imagem.

$$\text{Complexidadedetempo} : O(n^3)$$

4.3.4 Remover Linhas

A função para remover linhas se dá pela complexidade da função de transpor, dada por complexidade quadrática, por percorrer toda a estrutura da matriz, a qual é executada duas vezes, e a complexidade da remoção de colunas, a qual é cúbica. Dado o máximo entre as funções.

Complexidadedetempo : $O(n^3)$

4.3.5 Remove linhas e colunas

Como ação extra do programa, foi implementado uma função que remove linhas e colunas alternadamente dado o melhor caminho adquirido entre elas. Pelo fato de utilizar funções, as quais a maior complexidade é dada cúbica, sua análise se torna semelhante.

Complexidadedetempo : $O(n^3)$

4.4 Paradigma de Programação Dinâmica

A programação dinâmica é um método eficiente para solucionar o problema em questão. O princípio da otimalidade garante que os resultados sejam ótimos, já que garante que os subresultados também sejam ótimos.

Provaremos por indução matemática que a programação dinâmica pode obter um resultado ótimo para o redimensionamento de imagem: Seja uma matriz onde cada célula possui um valor. É preciso calcular o menor caminho do topo até o fundo da matriz e removê-lo da estrutura. Caso base: Calcula-se o menor caminho do primeiro pixel até ele mesmo, sendo assim, sua própria energia.

$$Min(a, a) = energy(a) \quad (2)$$

Para a segunda coluna, calcula-se o melhor caminho de cada pixel somando sua própria energia com o custo gasto para chegar até ela. Assim, todos os pixels armazenam o pixel anterior a ele que possui o menor caminho. Passo indutivo: Para $k + 1$ passos, executa a mesma lógica do algoritmo, sempre obtendo o menor caminho para cada pixel.

$$Min(a, k + 1) = minEnergy(a, k) + energy(k + 1) \quad (3)$$

Logo, ao final da execução, cada pixel guarda o seu anterior de menor caminho. Portanto, garante-se a solução ótima por subsoluções ótimas.

5 Grafos

5.1 Solução

Na implementação de grafos, criamos uma matriz de vértices, onde cada um representa um pixel e possui uma lista de adjacência para cada um de seus vizinhos. Para se obter o caminho de menor energia, aplica-se o algoritmo de Dijkstra.

5.2 Estrutura de Dados

O grafo foi construindo utilizando uma matriz de pixels, onde cada pixel guarda uma lista de adjacência para cada um de seus vizinhos. É armazenado no pixel a sua energia assim como a energia necessária para chegar até ele. Na utilização

do Dijkstra, todos os caminhos serão setados como infinito. É colocada uma referência para guardar o seu antecessor e as referências para todos os seus adjacentes, como indica na figura 8.

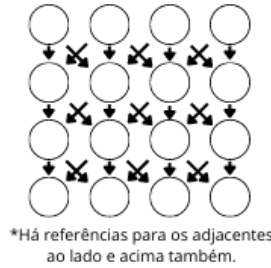


Figura 7: Estrutura da matriz baseada em grafos

5.3 Análise de Complexidade

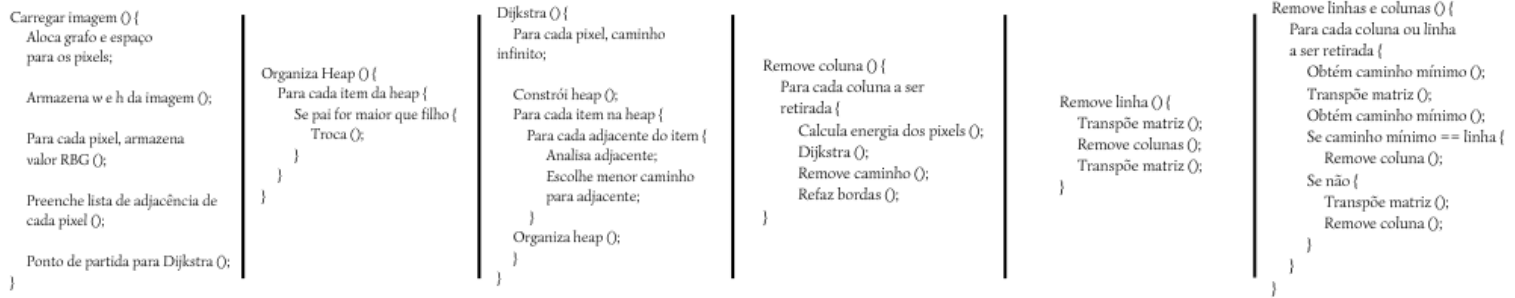


Figura 8: Pseudocódigo de grafos

5.3.1 Carregar Imagem

A função de carregar a imagem é responsável por alocar o vetor de vértices da estrutura, armazenar a largura e altura da imagem e processar para todos os pixels seus respectivos valores de RGB. Ela preenche a lista de adjacência dos pixels e determina o ponto inicial da operação do Dijkstra. Pelo fato de percorrer todos os pixels da imagem, sua complexidade se dá pela área varrida. Logo:

$$Complexidadedetempo : O(n^2)$$

5.3.2 Organiza Heap

A função para organizar a heap faz uma comparação entre os pais e filhos da árvore gerada na construção, trocando caso o pai seja maior que algum de seus filhos. Logo, sua complexidade se dá pela altura correspondente da árvore gerada.

$$Complexidadedetempo : O(\log(n))$$

5.3.3 Dijkstra

- 1 - Primeiramente, é atribuído infinito para os caminhos e o anterior como nulo para todos os vértices do grafo.
- 2 - Cria-se uma heap mínima que guardará os possíveis caminho que podem ser tomados pelo Dijkstra. Assim, sabe-se que o primeiro item a ser retirado da heap é o que apresenta o menor caminho calculado. Inicialmente, apenas os valores

da primeira linha são adicionados no heap. Ao decorrer da execução, os adjacentes são adicionados com o valor do caminho calculado.

3 - Ao se retirar o valor inicial do heap, calcula-se o valor do caminho até cada um de seus adjacentes, adicionando-os no heap. Repete o processo até que se encontre o menor caminho possível. Ao final, o heap é reordenado.

O algoritmo de Dijkstra puro tem complexidade do número de arestas percorridas vezes a altura da árvore gerada pelo caminho, porém, dentro da função existe um laço aninhado que coloca os valores do caminho de cada pixel como infinito. Devido a isso, sua complexidade se diferencia para quadrática.

$$Complexidade_{tempo} : O(n^2)$$

5.3.4 Remover colunas

A função para remover colunas executa seu laço para cada coluna a ser retirada. No interior do loop, chama-se a função de calcular energia de cada pixel do grafo, que possui complexidade quadrática. Em seguida, executa-se o Dijkstra para se encontrar o caminho mínimo, remove o caminho encontrado e refaz as referências dos pixels das bordas da imagem reduzida. Sua complexidade é cúbica devido a complexidade do Dijkstra vezes o número de colunas retiradas no pior caso.

$$Complexidade_{tempo} : O(n^3)$$

5.3.5 Remove linha

Analogamente, a função para remover linhas se dá transpondo a imagem, a qual tem complexidade quadrática. Remove a coluna calculada com complexidade cúbica e transpõe novamente o grafo. Vale ressaltar que a transposição do grafo não é semelhante ao apresentado na literatura. Portanto, segue o mesmo padrão da matriz, onde os dados são invertidos e a diagonal principal é mantida.

$$Complexidade_{tempo} : O(n^3)$$

5.3.6 Remove linhas e colunas

Por fim, como ação extra do programa, foi implementado uma função que remove linhas e colunas alternadamente dado o melhor caminho adquirido entre elas. Pelo fato de utilizar funções, as quais a maior complexidade é dada cúbica, sua análise se torna semelhante:

$$Complexidade_{tempo} : O(n^3)$$

5.4 Algoritmo Guloso de Dijkstra

Grafos é uma ótima modelagem para representação de elementos que possuem fatores em comum, que podem ser representados como ligações entre eles. O algoritmo de Dijkstra é um procedimento capaz de encontrar o caminho mínimo de um vértice para todos os vértices do grafo, o que é a solução ideal para o problema analisado, sendo efetivo e eficaz na solução.

6 Análise de Complexidade Geral de Tempo e Espaço das Rotinas

Nesta seção, faremos a análise de complexidade geral de tempo e espaço das rotinas internas do programa, dando ênfase aos principais procedimentos executados.

6.1 Matriz

Devido ao grande número de operações executadas no procedimento por matrizes, a complexidade geral do programa ao se escolher este módulo é dado com complexidade cúbica, pois além de percorrer a matriz $w \times h$, que no seu pior caso é uma matriz quadrada, ela executa funções que percorrem a estrutura mais de uma vez a fim de encontrar caminhos mínimos. Dado isso, conclui-se a sua complexidade de tempo cúbica. Para a complexidade de espaço, ocorre-se dois momentos: No primeiro momento, removerá apenas colunas, alocando apenas uma matriz. No segundo momento, se remove linhas, alocando uma segunda matriz como auxiliar na transposição. Consideramos o pior caso sendo aquele removendo linhas.

$$\text{Complexidadedetempo} : O(n^3) - \text{Complexidadedeespaco} : O(n)$$

6.2 Grafos

Analogamente, os grafos também utilizam uma estrutura de matrizes para armazenamento de seus vértices. Além desse quesito quadrático, é necessário passar pela estrutura diversas vezes para checar estados dos pixels, calculos de energia e armazenamento na heap. Simplificações foram feitas a fim de melhorar a complexidade de tempo do procedimento, o qual é cúbico. Já na complexidade de espaço, o algoritmo tem comportamento quadrático, devido a quantidade de alocações feitas da matriz, dos vértices e dos ponteiros para adjacentes.

$$\text{Complexidadedetempo} : O(n^3) - \text{Complexidadedeespaco} : O(n^2)$$

7 Análise de Resultados

7.1 Análise Qualitativa

Essa seção será dedicada a uma análise qualitativa das imagens processadas. A análise em questão vale para ambos os resultados, já que possuem semelhanças na conclusão.

7.1.1 Imagens com bons resultados



(A) - Thrill



(B) - Praça Sete



(C) - Death Valley

Figura 9: Imagens que geraram resultados bons



(A) - Remoção de 300 colunas



(B) - Remoção de 300 colunas



(B) - Remoção de 400 linhas

Figura 10: Resultado do Redimensionamento

Na imagem (A) - Thrill, há um grande espaço de mesma cor ao redor do homem, o que facilita os cálculos do algoritmo. Sendo assim, ao se remover 300 colunas, o resultado obtido é ótimo e sem nenhuma deformação. Na imagem (B) - praça sete, o elemento central se dispõe no meio do céu escuro, deixando um grande contraste. O chão, apesar de cores semelhantes, possui semelhança com os prédios atrás, o que também impede que o obelisco seja deformado. Na figura (C) - Death Valley, é possível perceber que o chão tem cores bastante homogêneas, assim como o céu acima. Ao se remover 400 linhas, o resultado não perde tantos detalhes, mesmo removendo um número alto de caminhos.



(A) - Anders



(B) - CircusPerformer



(C) - Papa

Figura 11: Imagens que geraram resultados ruins



(A) - Remoção de 300 linhas



(B) - Remoção de 300 linhas



(C) - Remoção de 200 colunas

Figura 12: Resultados

7.1.2 Imagens com maus resultados

Já nas imagens da figura 12, houveram muitas distorções em relação a original devido a alguns fatores que o algoritmo falha em cobrir. Na imagem (A) - Anders, cuja está em preto e branco, o cantor fica completamente deformado devido a similiaridade do tom de sua pele com o fundo da imagem. Na figura (B) - CircusPerformer, há uma distorção na parte inferior. Ao se remover 300 linhas, em dado momento da remoção, não existe caminhos possível os quais não alterarão mais o detalhamento da imagem. Já na imagem (C) - Papa, ao contrário da figura (B), há vários caminhos a serem seguidos pelo

algoritmo. Porém, em dado momento, o elemento principal da imagem se asselha ao fundo, causando uma deformação em sua forma.

7.2 Conclusão da Análise Qualitativa

É possível perceber que o algoritmo é muito eficiente para alguns casos em questão, principalmente quando há um plano de fundo sem muito detalhamento. A performance do procedimento é rápida e eficaz, principalmente com programação dinâmica, dando um resultado ótimo na maior parte das vezes. Porém, para alguns casos como demonstrado anteriormente, o algoritmo falha devido a similiaridades de energias ou impossibilidade de tirar caminhos sem distorções de detalhamento.

8 Análise Quantitativa

Nesta seção, será abordado uma análise dos resultados de tempo e espaço obtidos empiricamente, dado uma diversidade de entradas. Todas as imagens testes e resultados estão no arquivo compactado do programa.

8.1 Imagens que produziram bons resultados

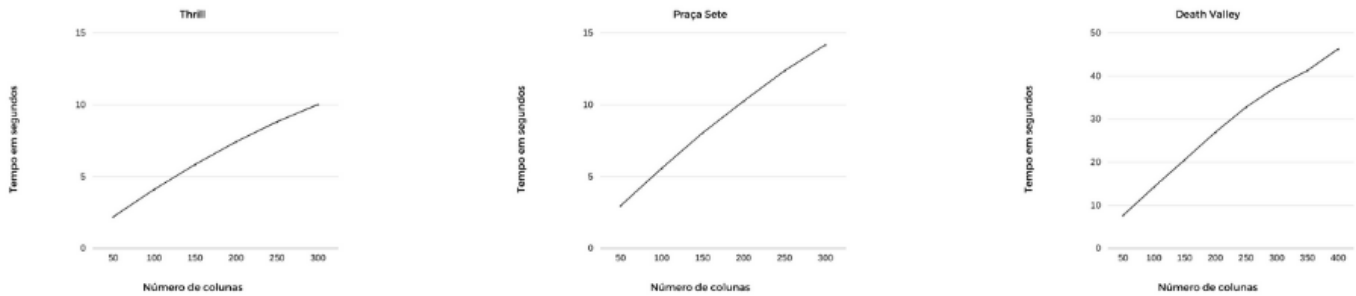


Figura 13: Comportamento de tempo para imagens que produziram melhores resultados

Nos gráficos acima é possível notar o comportamento linear para as imagens que produziram os melhores resultados. Devido a detalhes importantes nas figuras que facilitavam o processamento do algoritmo, foi possível obter resultados em tempos não necessariamente grandes e com uma taxa de crescimento linear.

8.2 Imagens que produziram maus resultados

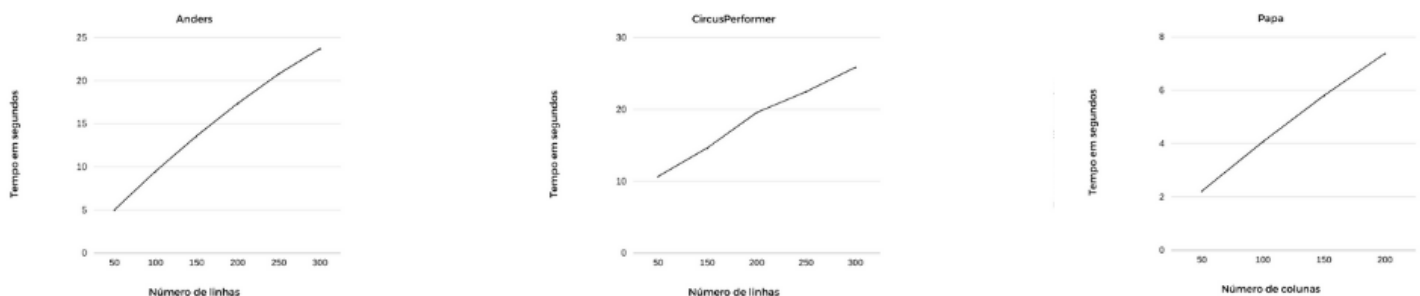


Figura 14: Comportamento de tempo para imagens que produziram piores resultados

Nas imagens que produziram resultados ruins, é possível observar que o tempo de execução se mantém semelhante ao das imagens com resultados bons. Isso indica que a qualidade do resultado não impacta no tempo de execução do algoritmo, o que demonstra que o principal erro ocorrido é no calculo do operador, que não leva em consideração alguns casos particulares das imagens.

8.3 Comportamento Geral

8.3.1 Análise geral de tempo

Como informado na análise de complexidade, o programa possui complexidade assintótica cúbica, o que indica que a medida que a entrada cresce, seu comportamento se torna computacionalmente demorado. Nos gráficos a seguir é demonstrado para os dois diferentes modos de execução como o tempo em segundos aumenta de acordo com o aumento da entrada. Para tal análise, foi considerado imagens com a mesma largura e altura com variação constante a cada teste.

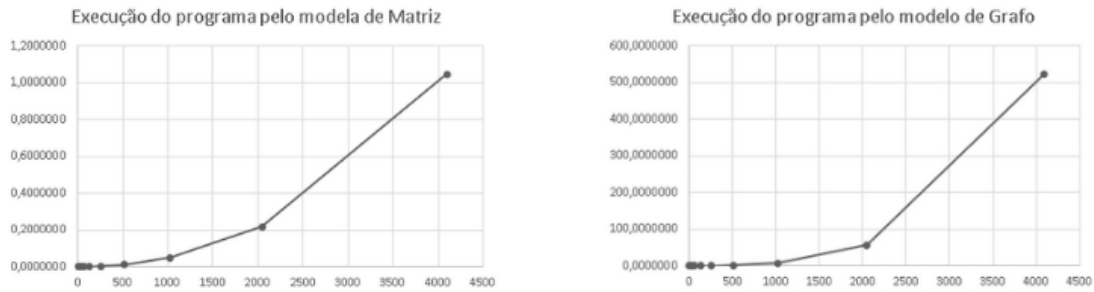


Figura 15: Comportamento de tempo geral do algoritmo

8.4 Análise geral de espaço

Já para o comportamento assintótico do espaço utilizado na execução, os modos se diferenciam drasticamente. Enquanto no modelo de grafos o espaço utilizado aumenta linearmente em relação ao tamanho da entrada, devido a quantidade de adjacentes alocados, na matriz o comportamento é praticamente constante, já que seu manejo é feito com coordenadas e acontece apenas uma alocação de um vetor para armazenar a imagem e duas alocações para transpor no caso de remoção de linhas.

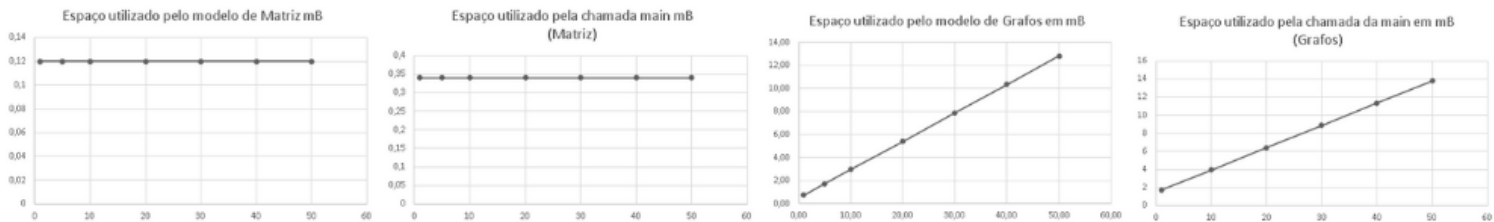


Figura 16: Comportamento de espaço geral do algoritmo

9 Extra

Duas implementações extras foram realizadas no trabalho: Como descrito anteriormente e calculado sua complexidade, foi implementado uma função a qual remove linhas e colunas alternadamente, dando dinamismo ao procedimento. E também é possível alterar o operador no momento da chamada do programa. Existem diversos operadores que podem ser utilizados para o redimensionamento de imagem, todos com qualidades e defeitos distintos. O operador extra utilizado foi o de Scharr.

$$G_x = \begin{bmatrix} 3 & 10 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -3 & -10 & -3 \end{bmatrix} \quad G_y = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -3 \\ 10 & 0 & -10 \\ 3 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

Figura 17: Operador de Scharr

10 Conclusão

A conclusão desse trabalho prático permitiu um maior conhecimento sobre algoritmos de redimensionamento de imagem, computação gráfica e uma visão abrangente do futuro mercado de dispositivos, os quais têm se tornado cada vez mais compactos. Além disso, exerceu a compreensão acerca de paradigmas de programação e suas aplicações, as quais podem gerar resultados ótimos dependendo de sua modelagem. Abrangiu o conhecimento sobre grafos e algoritmos conhecidos da literatura capazes de resolverem problemas computacionalmente complexos. Em meio a isso, foi possível concluir o trabalho com êxito e eficiência, trazendo conceitos extraclasse para a composição de soluções.

11 Referências

- [1] SILVA, Oscar Paesi da. "Redimensionamento de imagens preservando a proporção dos objetos". Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2009.
- Avidan, Shai. Shamir, Ariel. "Seam Carving for Content-aware Image Resizing. Mitsubishi Electric Research Labs". 2012.
- Danahay, Ethan E. "Algorithms for the resizing of binary and grayscale images using a logical transform". Tufh University. 2014.
- "The surprising Difficult of Resizing Images on Spritesheets". Construct Online. 2020.
- Rocha, Leonardo Chaves Dutra da. "Redimensionamento de Imagens Baseado no Conteúdo". Universidade Federal de São João del Rei. 2020.