Geometría Diferencial

Ejercicios para Entregar - Práctica 4

Guido Arnone

Sobre los Ejercicios

Ejercicio 6. Si M y N son variedades no vacías, entonces $M \times N$ es orientable si y sólo si M y N lo son.

Demostración. content... □

Ejercicio 8.

a) Si $f : M \to N$ es una función diferenciable entre variedades, probar que los pull-backs $f^* : \Omega^k(N) \to \Omega^k(M)$ son tales que

- $f^*(\omega_1 + \omega_1) = f^*(\omega_1) + f^*(\omega_2)$,
- $f^*(h \cdot \omega_1) = h \circ f \cdot f^*(\omega_1)$, y
- $f^*(\omega_1 \wedge \omega_2) = f^*(\omega_1) \wedge f^*(\omega_2)$

para cada $\omega_1, \omega_2 \in \Omega^\bullet(N)$ y $h \in C^\infty(N)$.

b) Si U y V son abiertos de $\mathbb{R}^n$ y $f : U \to V$ es diferenciable, entonces

$$f^*(d\,x_i) = \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial f_i}{\partial x_k} \, d\,x_k$$

y

$$f^*(g \cdot d\,x_1 \wedge \cdots \wedge d\,x_n) = g \circ f \cdot \det\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\right)_{i,j} \cdot d\,x_1 \wedge \cdots \wedge d\,x_n$$

para cada $i \in \{1, \ldots, n\}$ y cada $g \in C^\infty(V)$.

Demostración. content... □