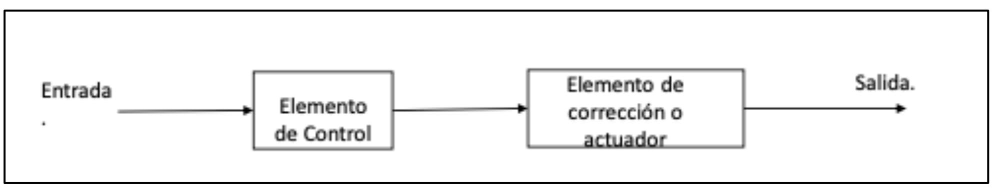
Resumen – Parcial Integrador – Teoría de Control – Raúl Gardella – 1C – 2022

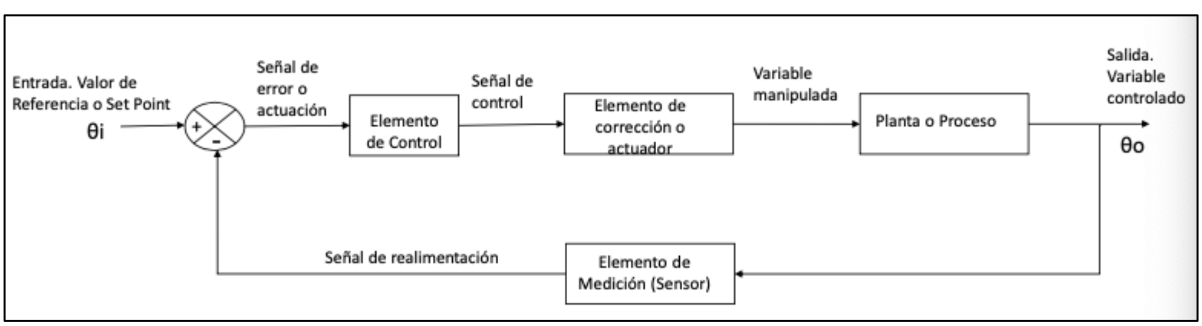
Unidad 1: “Introducción Teoría de Control”

Sistemas de Control

- Aquel que a la **salida del sistema se controla para tener un valor especifico o modificarlo, según lo determina la entrada de referencia**.
- Para definir si es **abierto o cerrado**, primero debo **definir la variable que quiero controlar**. *Ejemplo lavarropas y el agua, si solo veo la ropa es abierto, pero si mido el agua es cerrado porque se mide la cantidad y la temperatura*.
- **Sistemas de control automático** permiten tener **mayor eficiencia**, **mayor nivel de exactitud y precisión**. Ellos son **más simples que los sistemas de control manuales**, con menores costos y **menor margen de error**.
- **Sistema de Control en Lazo Abierto** (*Simple*)
  - Son los sistemas en los cuales **la salida no tiene efecto sobre la acción de control**.
  - **No se mide la salida ni se realimenta** para compararla con la entrada.
  - La salida no se modifica por el cambio en las condiciones externas. Sencillos y bajo costo.



- **Sistema de Control en Lazo Cerrado** (*Retroalimentación*)
  - La **señal de salida tiene efecto sobre la acción de control**. Se lo denomina también sistema de **control realimentado**.
  - El termino control en lazo cerrado **siempre implica el uso de una acción de control realimentada** para reducir el error del sistema.
  - Generalmente la retroalimentación es negativa, porque si no crece de manera indiscriminada.

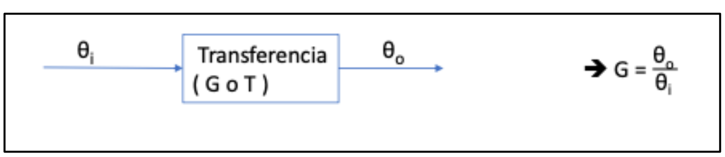


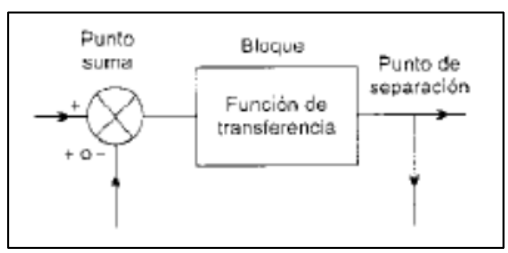
Conceptos de los Sistemas considerados para su Análisis

- Todos los sistemas se analizan desde cierto enfoque.
- **Representación Externa**: análisis a partir de las manifestaciones externas del sistema. Relación entrada/salida, función de transferencia. Método de "caja negra".
- **Tipos de Sistemas**
  - **Sistemas Descriptos por Ecuaciones Diferenciales de Coeficientes Constantes**
    - **De Parámetros Concentrados**: no se considera la distribución espacial del parámetro sino considerada en un punto.
    - **Sistemas LTI** (*Linear Time Invariant*)
      - **Lineales**: en estos sistemas se puede aplicar el principio de superposición.
      - **Estacionarios**: invariantes en el tiempo. Ante una misma entrada en distintos momentos, responde de igual forma
  - **Sistemas Determinísticos**: su salida es previsible. Se dispone de modelos explícitos. Se representan con fórmulas matemáticas.
  - **Sistemas Variables**
    - **Monovariables**: sistemas con una sola entrada y salida. (*SISO*).
    - **Multivariables**: sistemas que tienen más de una entrada (*MISO*) o ambas (*MIMO*).
  - **Sistemas Continuos o Discretos.**

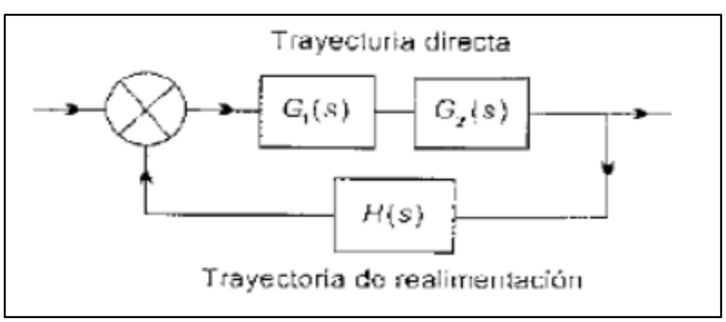
Modelo mediante Diagramas de Bloques

- Modelo matemático de un sistema es una "replica" de las relaciones entre entradas y salidas.
- **Función de Transferencia**: cociente de la salida en estado estable entre la entrada en estado estable para un sistema.

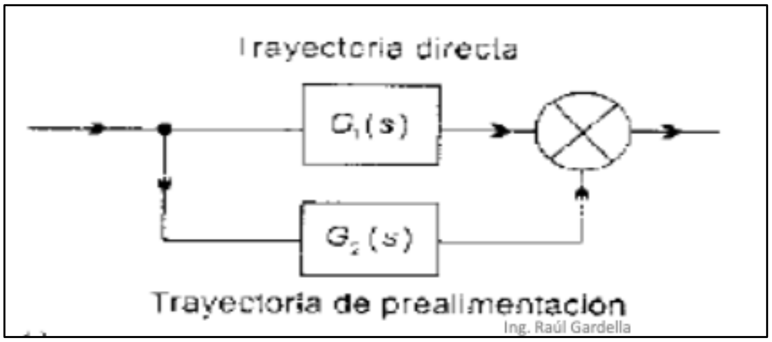




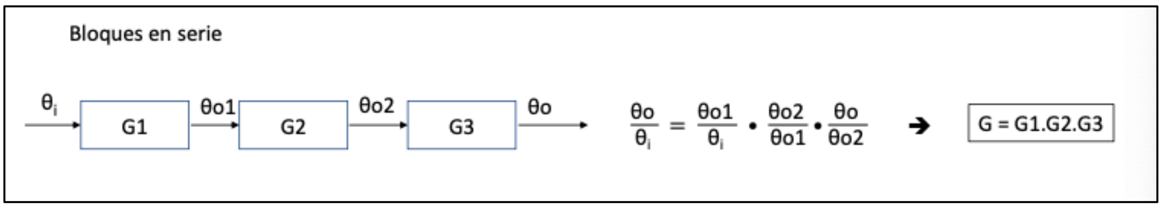
- **Trayectoria Directa y Trayectoria de Realimentación**



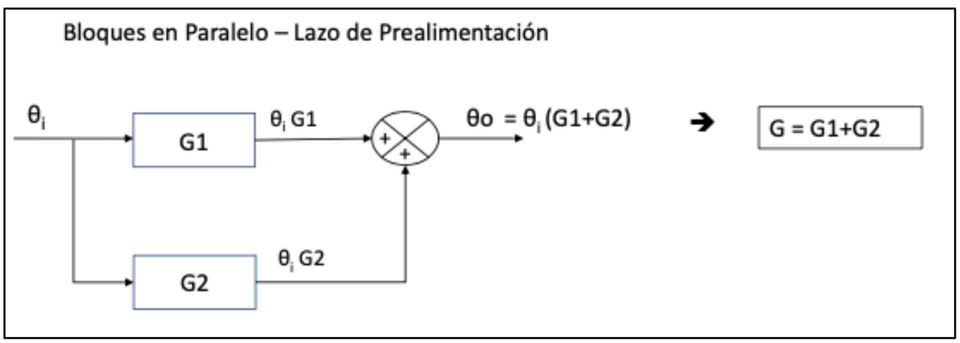
- **Trayectoria Directa y Trayectoria de Realimentación**



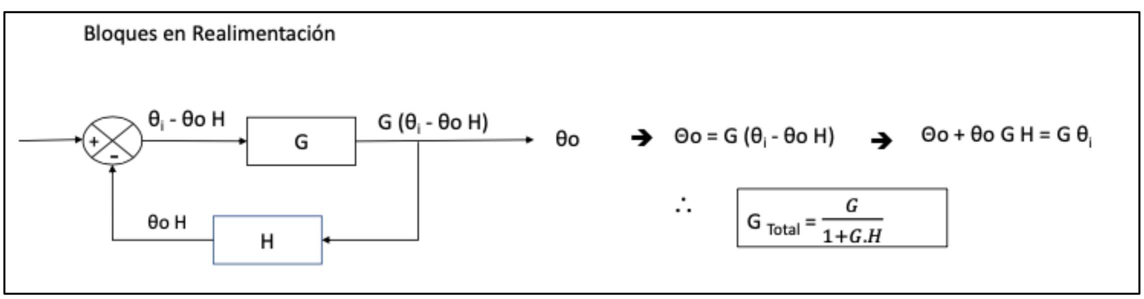
- **Bloque en Serie**



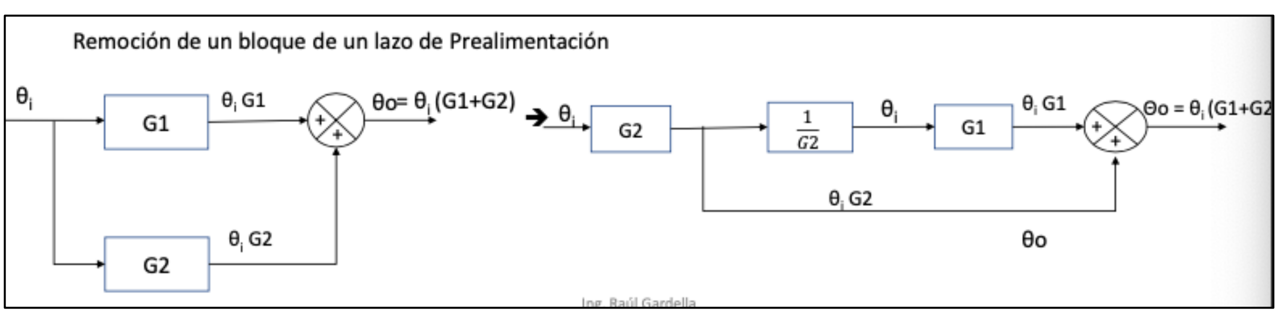
- **Bloques en Paralelo – Lazo de Prealimentación**



- **Bloques en Realimentación**



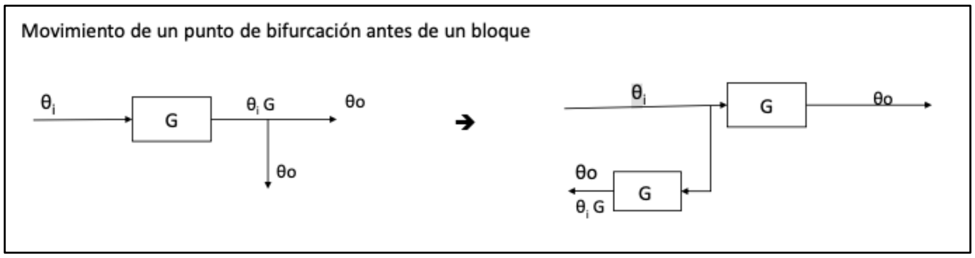
- **Remoción de un bloque de un lazo de Prealimentación**

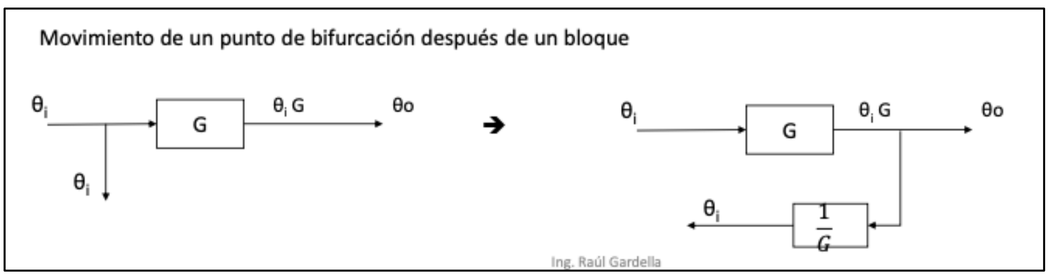


Unidad N°2: “Bloques”

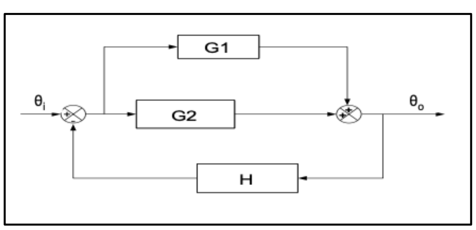
- Para analizar los sistemas de control se necesitan modelos matemáticos de los elementos que se emplean en dichos sistemas.
- Modelos son ecuaciones que representan la relación entre la entrada y la salida del sistema.

Movimiento de Puntos de Bifurcación

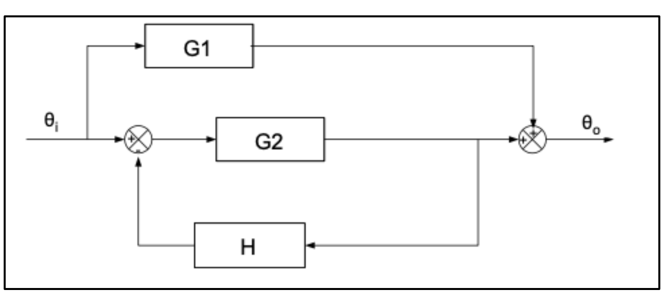
- Analizar θ y que pasa cuando va por G. Si quiero invertir (sacar) G, pongo 1/G.
- 

- 

Agrupamiento de Sistemas a un Solo Bloque

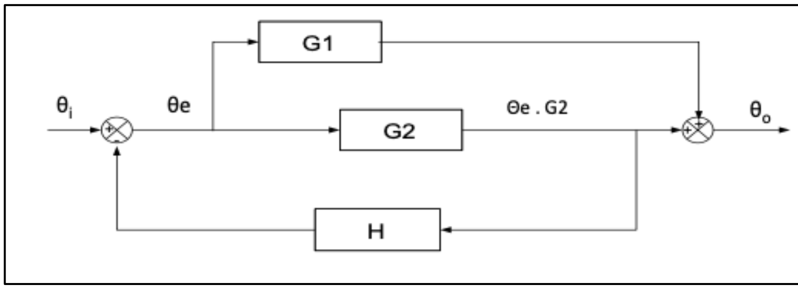
- **Consiste en la idea de llevar el conjunto de bloques a una forma ya conocida**.
- Si tengo un gran diagrama, puedo agrupar sus partes en partes más “pequeñas” utilizando conceptos anteriormente vistos. *Ejemplo: puedo tener un Bloque G1+G2 a partir de G1 y G2*
- 

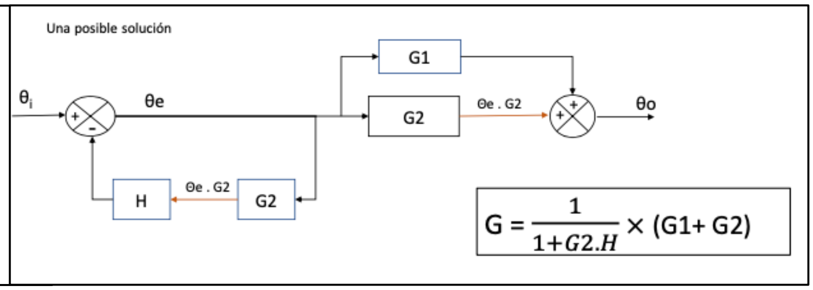
$$G = \frac{(G1+G2)}{1+(G1+G2).H}$$

- 

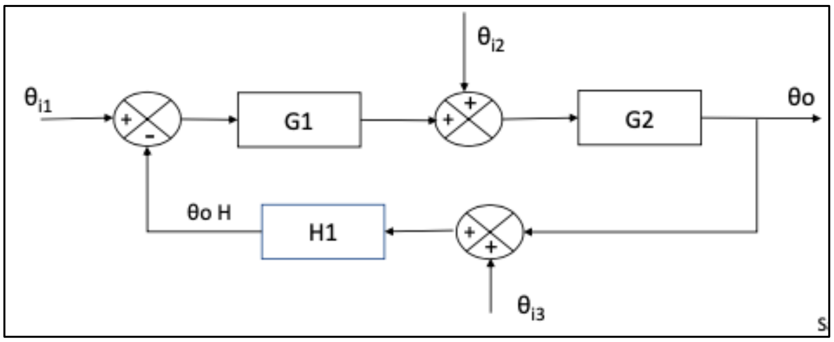
$$G = \frac{G2}{1+G2.H} + G1$$

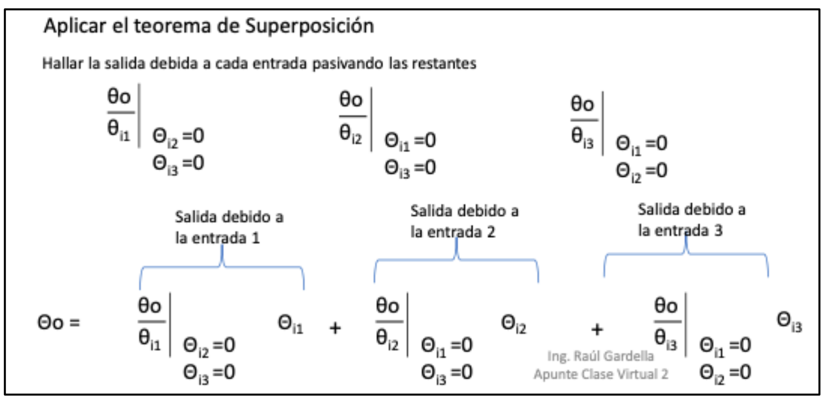
- Diagrama y Posible Solución

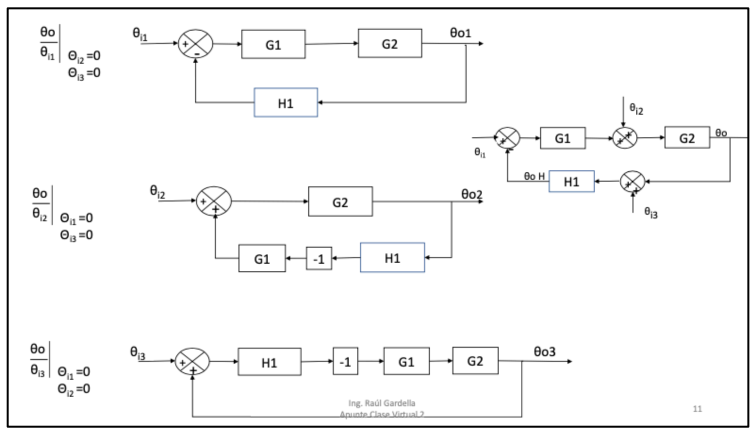




- Diagrama y Explicación del Teorema de Superposición





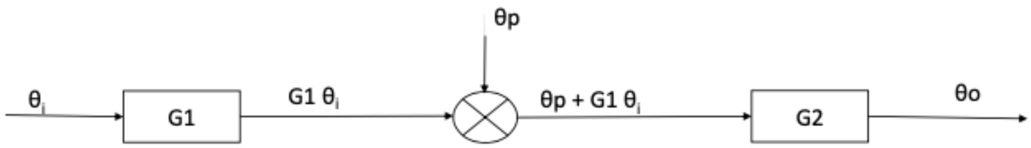


$$\Theta o = \frac{G1.G2}{1+G1.G2.H1}\theta i1 + \frac{G2}{1+G1.G2.H1}\theta i2 + \frac{(-G1.G2.H1)}{1+G1.G2.H1}\theta i3$$

Efecto de las Perturbaciones

- Cuando un sistema de lazo cerrado es sometido a una perturbación, presenta cierto nivel de rechazo a la misma, a diferencia de un sistema de lazo abierto.
- Esta es una manera de limitar el efecto de las perturbaciones o ruido ya sean externas o internas.

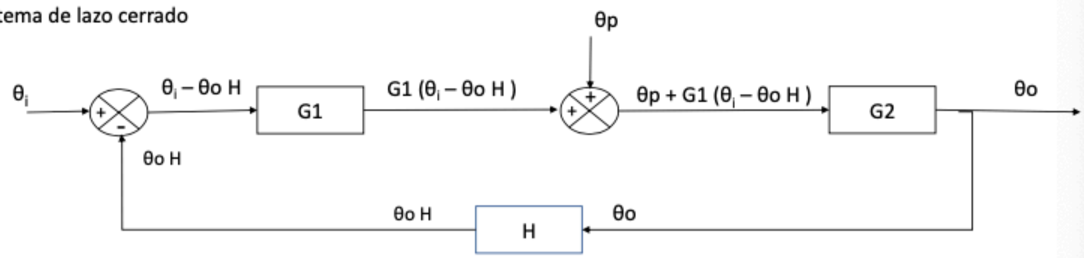
- Perturbación en un sistema de lazo abierto



$\theta o = G2\,[\theta p + G1\,\theta_i\,]$ $\Rightarrow$ $\theta o = G1\,G2\,\theta i + G2\,\theta p$

Error adicionado = G2 θp

- Perturbación en un sistema de lazo cerrado ⇒



$\theta o = G2\,[\theta p + G1\,(\theta_i - \theta o\,H\,)]$ $\Rightarrow$ $\theta o + G1\,G2\,\theta o\,H = G2\,\theta p + G1\,G2\,\theta_i$ $\qquad$ $\theta o\,(1 + G1\,G2\,H) = G1\,G2\,\theta_i + G2\,\theta p$

$\therefore$ $\boxed{\Theta o = \frac{G1.G2}{1+G1.G2.H}\,\theta i1 + \frac{G2}{1+G1.G2.H}\,\theta p}$ $\Rightarrow$ Error adicionado en lazo cerrado = $\frac{G2}{1+G1.G2.H1}\,\theta p$

Error adicionado en lazo abierto= G2 θp

Comparando este error adicionado con respecto al adicionado en el sistema de lazo abierto surge la siguiente reducción $\boxed{\frac{1}{1+G1.G2.H}}$ *Factor de Reducción de la perturbación*

- Algunas consideraciones

$\boxed{\Theta o = \frac{G1.G2}{1+G1.G2.H}\,\theta i + \frac{G2}{1+G1.G2.H}\,\theta p}$

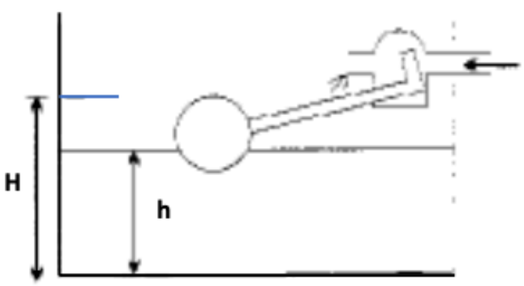
Teniendo en cuenta las siguientes condiciones: $|G1\,G2\,H| >> 1$ y $|G1\,H| >> 1$ ➔

✓ En el efecto en la perturbación $\boxed{\frac{G2}{1+G1.G2.H}\,\theta p \approx 0}$

✓ También en la transferencia de lazo cerrado : $\boxed{\frac{G1.G2}{1+G1.G2.H} \approx \frac{1}{.H}}$ *De manera que las variaciones de G1 y G2 no afectan la función de transferencia de lazo cerrado*

Modelos de Sistemas

- Para analizar los sistemas de control, se necesitan modelos matemáticos de los elementos que se emplean en esos sistemas.
- Estos modelos son ecuaciones que representan la relación entre la entrada y la salida del sistema.
- Las bases de cualquier modelo provienen de las leyes físicas fundamentales que gobiernan el comportamiento del elemento.
- Los sistemas dinámicos, que son lineales y están construidos por componentes concentrados e invariantes en el tiempo, puede ser descriptos por ecuaciones diferenciales lineales, invariantes en el tiempo. Estos sistemas reciben el nombre de lineales de coeficientes constantes.
- Ejemplo tanque de agua



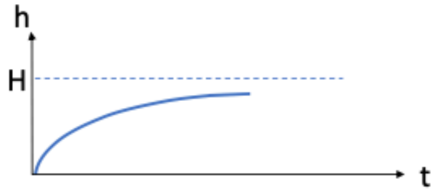
Q: Caudal
h: Altura real del agua en el tanque
H: Altura de referencia en la que deja de entrar agua al tanque

$\frac{dQ}{dt} \approx \frac{dh}{dt}$ *Depende de la diferencia de altura H-h*

$\rightarrow \frac{dh}{dt} \approx (H - h)$ $\therefore$ $\boxed{\frac{dh}{dt} = K\,(H - h)}$

La solución a esta ecuación diferencial que describe como varía la altura h es: $\boxed{h_{t)} = H\,(1 - e^{-kt})}$

$\therefore$



Ing. Raúl Gardella
Apunte Clase Virtual 2

- **Modelo eléctrico**

Elementos pasivos

Ejemplo circuito eléctrico con capacitor y resistor

Inductor

$L = \frac{\Phi}{I} \rightarrow \frac{d\Phi}{dt} = L \cdot \frac{dI}{dt}$

$\therefore \boxed{v_{L(t)} = L \cdot \frac{dI}{dt}}$

Capacitor

$C = \frac{Q}{V} \rightarrow \frac{dQ}{dt} = C \cdot \frac{dV}{dt}$

$\therefore \boxed{I_{(t)} = C \cdot \frac{dv(c)}{dt}}$

$\Rightarrow$ $\boxed{I_{L(t)} = \frac{1}{L} \cdot \int v_{L(t)}\, dt}$ $\boxed{v_{c(t)} = \frac{1}{C} \cdot \int I_{C(t)}\, dt}$

- Ley de Ohm $\rightarrow$ V [volt]= I [amp]. R [Ω]
- Primera ley de Kirchhoff $\rightarrow$ La suma algebraica de corrientes que convergen a un nodo es nula

$$\sum_{k=1}^{m} Ik_{(t)} = 0$$

- Segunda ley de Kirchhoff $\rightarrow$ La tensión aplicada a un circuito serie cerrado es igual a la suma de las caídas de tensión $\sum_{k=1}^{m} Vk_{(t)} = 0$

18

Unidad N°3: "Modelos"

Modelo Eléctrico

- **Elementos del Modelo Eléctrico**.
- Dentro del **Inductor y Capacitor, se ve la variación de la carga**.
- **Aplicaremos** la **Ley de Ohm, y Leyes de Kirchoff** a la hora de analizar modelos.

Modelo eléctrico

Ejemplo circuito eléctrico con capacitor y resistor

Elementos pasivos

Inductor

$$L = \frac{\Phi}{I} \rightarrow \frac{d\Phi}{dt} = L \cdot \frac{dI}{dt}$$

$$\therefore \boxed{v_{L(t)} = L \cdot \frac{dI}{dt}}$$

Capacitor

$$C = \frac{Q}{V} \rightarrow \frac{dQ}{dt} = C \cdot \frac{dV}{dt}$$

$$\therefore \boxed{I_{(t)} = C \cdot \frac{dv(c)}{dt}}$$

$$\Rightarrow \boxed{I_{L(t)} = \frac{1}{L} \cdot \int v_{L(t)}\, dt} \quad \boxed{v_{c(t)} = \frac{1}{C} \cdot \int I_{C(t)}\, dt}$$

- Ley de Ohm ➔ V [volt]= I [amp]. R [Ω]
- Primera ley de Kirchhoff ➔ La suma algebraica de corrientes que convergen a un nodo es nula

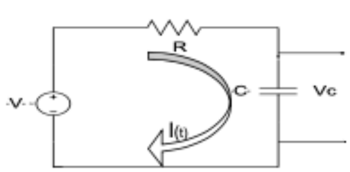
$$\sum_{k=1}^{m} Ik_{(t)} = 0$$

- Segunda ley de Kirchhoff ➔ La tensión aplicada a un circuito serie cerrado es igual a la suma de las caídas de tensión $\sum_{k=1}^{m} Vk_{(t)} = 0$

1

Modelo Eléctrico – Ejemplo Circuito RC

- **Analizamos la "forma" de la salida dentro del modelo eléctrico**. Para ello **planteamos la Ley de Kirchoff**.
- Ejemplo de un circuito RC



$$V = v_{r(t)} + v_{c(t)} \Rightarrow V = R.I_{(t)} + v_{c(t)} \Rightarrow V = R.\ C \cdot \frac{dv(c)}{dt} + v_{c(t)}$$

$$\Rightarrow \frac{dv(c)}{dt} = \frac{1}{RC}\,[\,V - v_{c(t)}\,]$$

del modelo hidraulico $\frac{dh}{dt} = K\,(H - h)$

$\therefore$ *Podemos decir que todos los sistemas de primer orden tienen la característica que la razón de cambio de alguna variable es proporcional a la diferencia entre esa variable y algún valor de referencia de la misma*

$$\boxed{v_{c(t)} = V\,(1 - e^{-\frac{t}{RC}})}$$

$$\Rightarrow$$

$$\therefore v_{c(t)} = \underbrace{V}_{\text{Componente forzado}} - \underbrace{V \cdot e^{-\frac{t}{RC}}}_{\text{Componente libre}} \Rightarrow$$

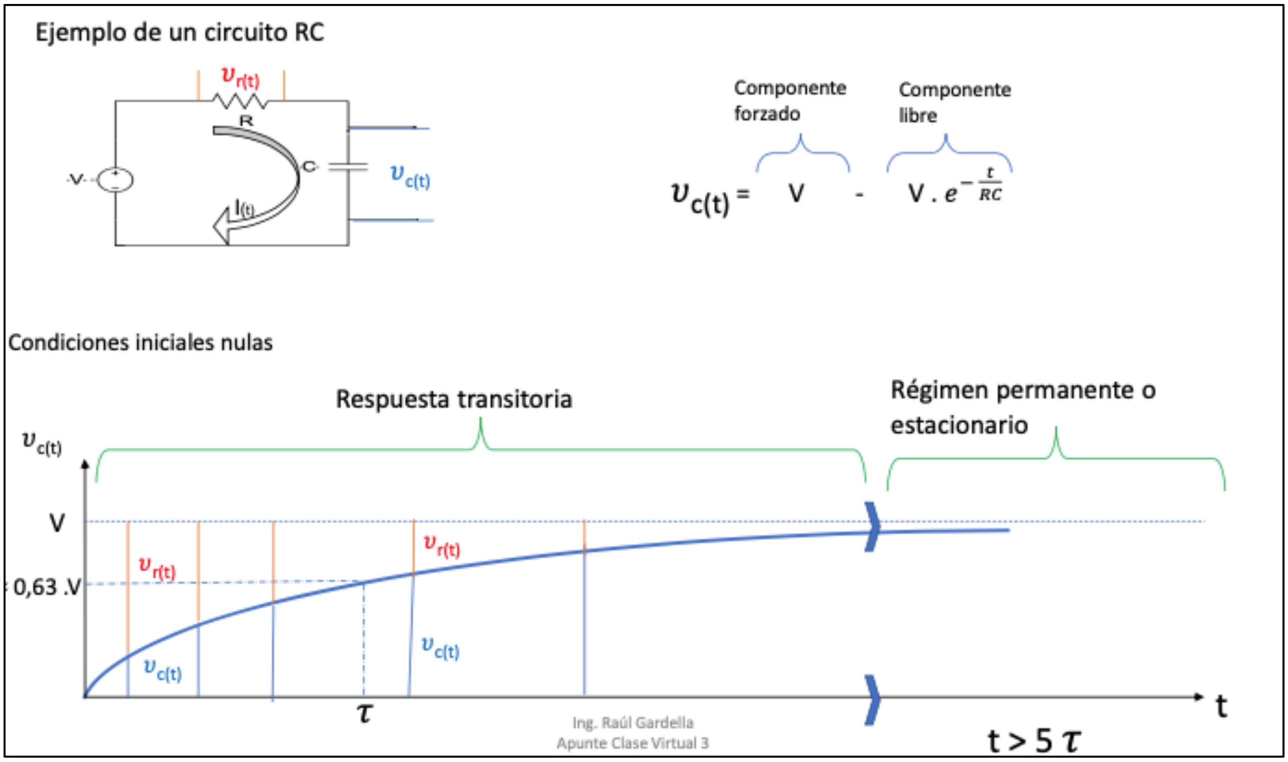
t (tiempo)	$e^{-\frac{t}{RC}}$	$V\,(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$
τ	0,368	V . 0,632
$2.\tau$	0,135	V . 0,865
$3.\tau$	0,050	V . 0,950
$4.\tau$	0,018	V . 0,982
$5.\tau$	0,007	V . 0,993

RC: Constante de tiempo del sistema

τ = RC [Seg]

Ing. Raúl Gardella 2

- Tenemos una respuesta transitoria, porque dura un momento. Mientras que luego tenemos una respuesta permanente.
- **Sistemas de Primer Orden: componente forzado y componente libre. Ellos generan una respuesta transitoria que dura un momento y luego tenemos una respuesta permanente que va a ser la respuesta del sistema una vez transcurrido el tiempo inicial.**



Ecuación Diferencial de Primer Orden

- A partir de **la ecuación diferencial podemos obtener: solución homogénea es la respuesta transitoria, y la solución particular es la permanente**.
- Si tiempo tiene a infinito, obtenemos una transferencia en estado estable.
- Ecuación diferencial de primer orden:

$$[1] \quad a_1 \frac{d\theta(o)}{dt} + a_{(0)}\,\theta_{(o)} = b_{(0)}\,\theta(i) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\theta_{(o)} = \frac{b_{(0)}}{a_{(0)}}\,\theta(i)\,.\,[\,1 - e^{\frac{-a_{(0)}t}{a_1}}\,]}$$

Respuesta de un sistema de primer orden para una entrada escalón

$$\text{Si } t \rightarrow \infty \qquad \theta_{(o)} = \frac{b_{(0)}}{a_{(0)}}\,\theta(i) \quad \rightarrow \quad \left.\frac{\theta_{(0)}}{\theta_{(i)}}\right|_{\infty} = \frac{b_{(0)}}{a_{(0)}}$$

Gss : Transferencia en estado estable

$$\boxed{Gss = \frac{b_{(0)}}{a_{(0)}}} \qquad \boxed{\frac{a_1}{a_0} = \tau \ [\text{Seg}]} \qquad \therefore \qquad \boxed{\theta_{(o)} = Gss\,.\,\theta(i)\,[\,1 - e^{\frac{t}{\tau}}\,]}$$

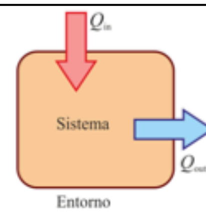
$$\text{de [1] dividiendo por } a_{(0)} \rightarrow \quad \boxed{\tau \frac{d\theta(o)}{dt} + \theta_{(o)} = Gss \ \ \theta(i)}$$

Ecuación diferencial de primer orden. Entrada escalón

Modelo Térmico

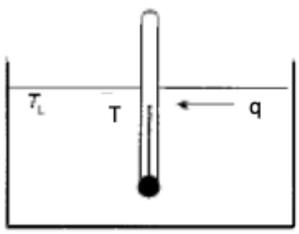
- Para utilizar el modelo térmico, vamos a usar las fórmulas de Capacidad Calorífica y la de Equivalente al Modelo Eléctrico (q).

Capacidad calorífica : $\dfrac{\textit{cantidad de calor transmitida a un cuerpo}}{\textit{cambio de temperatura que experimenta el cuerpo}}$ $\Rightarrow$ $\boxed{C = \dfrac{q_1 - q_2}{\frac{dT}{dt}}}$



Equivalente eléctrico $\quad I = \dfrac{V}{R} \quad$ $\boxed{q = \dfrac{T_2 - T_1}{R}}$

Ejemplo



$q = \dfrac{T_L - T}{R}$ $\quad q = c\,\dfrac{dT}{dt}$ $\quad\Rightarrow\quad$ $c\,\dfrac{dT}{dt} = \dfrac{T_L - T}{R}$

$\boxed{R\,C\,\dfrac{dT}{dt} + T = T_L}$ $\quad$ $\boxed{\dfrac{dT}{dt} = \dfrac{1}{RC}(T_L - T)}$

Comparar con el modelo hidráulico y eléctrico

$\dfrac{dv(c)}{dt} = \dfrac{1}{RC}\,[V - v_{c(t)}]$

Aplicaciones de la Transformada de Laplace

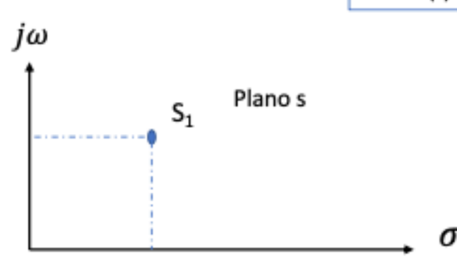
- No se trata de analizar matemáticamente, si no conceptualmente para aplicarla sobre modelos dentro de la vida real.
- **Nos permitirán obtener información del sistema que se encuentra de manera implícita dentro de la ecuación.**
- **Llevar las ecuaciones a formas de Laplace conocidas para resolver por tabla.**
- **Uno resuelve Transformada -> Analiza lo que tiene que analizar -> Antitransformada de nuevo.**
-

$F_{(S)} = \mathcal{L}\,[f_{(t)}]$; Donde $F_{(S)}$ es la transformada de Laplace de $f_{(t)}$; $\boxed{\mathcal{L}\,[f_{(t)}] = \int_0^{\infty} f_{(t)}\ e^{-st}}$

S : variable compleja $\left[\frac{1}{Seg}\right]$; $S = \sigma + j\omega$

Una función compleja G (s) como función de S, tiene una parte real y una parte imaginaria, es decir:

$G(s) = Gx + j\,Gy$



Ejemplo de la transformada de Laplace de un escalón unitario $\quad f_{(t)} = 0$ pata t < 0; $\quad f_{(t)} = 1$ pata t > 0

$\mathcal{L}\,[f_{(t)}] = \int_0^{\infty}(1)\ e^{-st}$ $\quad\Rightarrow\quad$ $F_{(S)} = -\frac{1}{s}\left(e^{-\infty} - e^{0}\right)$ $\quad\therefore\quad$ $\boxed{F_{(S)} = \dfrac{1}{s}}$

- **Reglas Básicas de la Transformada de Laplace**
-

1) $\boxed{\mathcal{L}\,[f_{1(t)} + f_{2(t)}] = F_1(s) + F_2(s)}$

2) $\boxed{\mathcal{L}\,[A.f_{(t)}] = A\,F_{(S)}}$

3) $\boxed{\mathcal{L}\,\frac{df(t)}{dt} = S\,F_{(S)} - f(0)}$

4) $\boxed{\mathcal{L}\,\frac{d^2f(t)}{dt} = S^2\,F_{(S)} - S.\,f(0) - \frac{df(0)}{dt}}$

5) $\boxed{\mathcal{L}\,[\int_0^{\infty} f_{(t)}] = \frac{1}{s}\,F(S)}$

6) $\boxed{\mathcal{L}\,[f(t-T)] = e^{-Ts}\;F(S)}$ La traslación de una función del tiempo f(t) en la magnitud **T**, corresponde a la multiplicación de la transformada F(s) por e^{-Ts}

- **Teorema del Valor Inicial y del Valor Final**

Teorema del valor inicial

$$\boxed{\lim_{S\to\infty} S\,.\,F(s) = \lim_{t\to 0} f(t)}$$

Teorema del valor final

$$\boxed{\lim_{S\to 0} S\,.\,F(s) = \lim_{t\to\infty} f(t)}$$

Ecuación diferencial de primer orden:

$$a_1\frac{d\theta(o)}{dt} + a_{(0)}\,\theta_{(o)} = b_{(0)}\,\theta(i)$$

Aplicando Laplace ➔

$$a_1\,S\,\theta o(s) + a_{(0)}\,\theta o_{(s)} = b(o)\,\theta i(s)$$

$$\theta o(s)[a_1\,S + a_{(0)}] = b(o)\,\theta i(s)$$

$$\frac{\theta o(s)}{\theta i(s)} = \frac{bo}{a_1\,S + a_{(0)}}$$

Recordando

$$Gss = \frac{b_{(0)}}{a_{(0)}} \qquad \frac{a_1}{a_0} = \tau\ [Seg]$$

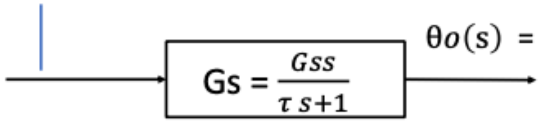
$$\therefore \qquad \boxed{Gs = \frac{Gss}{\tau\,s+1}}$$

Forma general de la transferencia en el dominio S para un sistema de primer orden

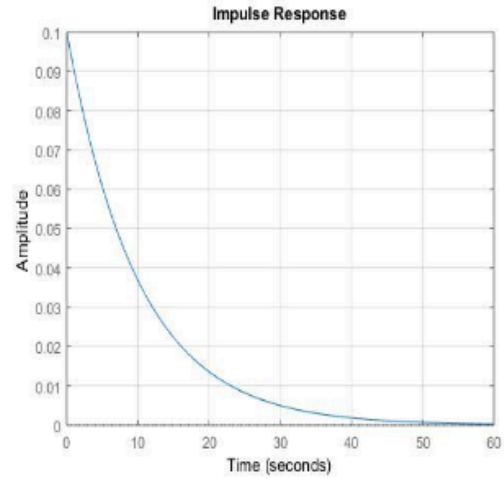
Respuestas en un Sistema de Primer Orden

- La Salida es la Entrada por la Transferencia. Por lo que la salida depende de la entrada.
- En la Materia vamos a ver tres entradas básicas que se corresponden con: Impulso, Escalón Unitario y Rampa Unitaria.

- *Impulso*



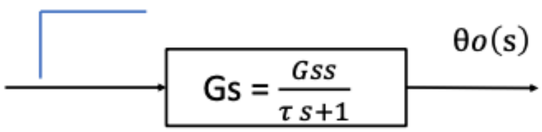
$$\theta o(s) = \frac{Gss}{\tau s+1} \quad (1)$$



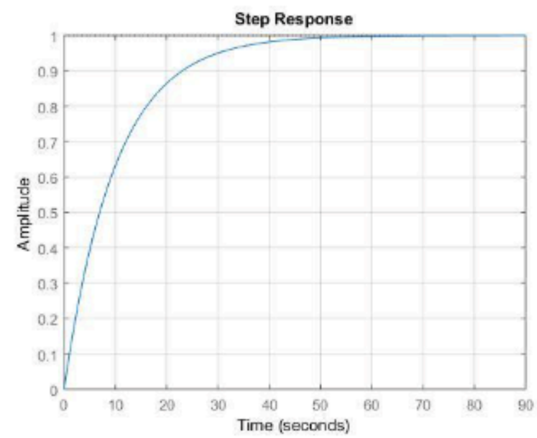
$$\theta o(s) = \frac{1}{\tau}\ \frac{Gss}{s+\frac{1}{\tau}}$$

$$\boxed{\theta o(t) = Gss\ \frac{1}{\tau}\ e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

- *Escalón Unitario*



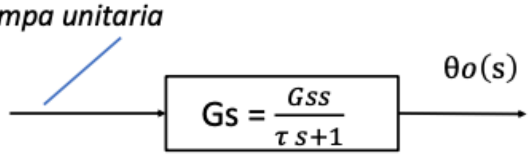
$$\theta o(s) = \frac{Gss}{\tau s+1}\ \frac{1}{S}$$



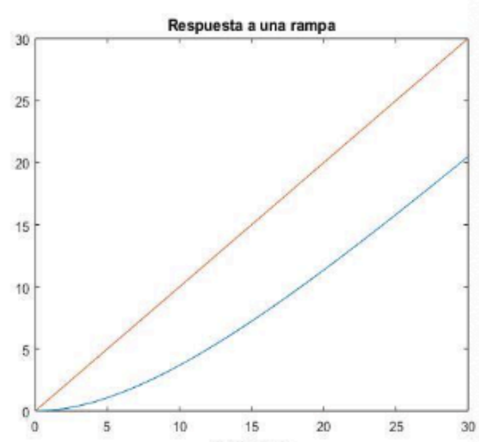
$$\theta o(s) = Gss\ \frac{\frac{1}{\tau}}{S\left(S+\frac{1}{\tau}\right)}$$

$$\boxed{\theta o(t) = Gss\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$$

- *Rampa unitaria*



$$\theta o(s) = \frac{Gss}{\tau s+1}\ \frac{1}{S^2}$$



$$\theta o(s) = Gss\ \frac{\frac{1}{\tau}}{S^2\left(S+\frac{1}{\tau}\right)}$$

por fracciones parciales o por tabla

$$\boxed{\theta o(s) = Gss\left[\frac{1}{S^2} + \frac{\tau}{S+\frac{1}{\tau}} - \frac{\tau}{S}\right]}$$

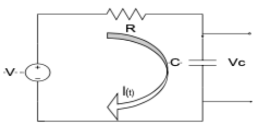
$$\boxed{\theta o(t) = Gss\left[t + \tau . e^{-\frac{t}{\tau}} - \tau\right]}$$

Unidad N°4: "Error Estado Estable"

Respuestas en un Sistema de Primer Orden

- Ejemplo Ejercicio aplicando transformada de Laplace:

. Hallar la **salida Vc(t)** en el circuito de la figura utilizando la transformada de Laplace. La entrada es un escalón de tensión V que se aplica en t=0.



$$V = v_{r(t)} + v_{c(t)} \quad \Rightarrow \quad V = R.I_{(t)} + v_{c(t)}$$

$$V = R.C.\frac{dv(c)}{dt} + v_{c(t)}$$

Aplicando Laplace

$$\frac{V}{S} = R.C\,Vc(s)\,S + Vc(s) \quad \Rightarrow \quad V = Vc(s)\,[1 + RCS]\,S$$

$$Vc(s) = \frac{V}{S\,[1+RCS]} \quad \Rightarrow \quad Vc(s) = V\,\frac{1/_{RC}}{S\,[S + 1/_{RC}]} \quad \therefore \quad \boxed{v_{c(t)} = V\,(1 - e^{-\frac{t}{RC}})}$$

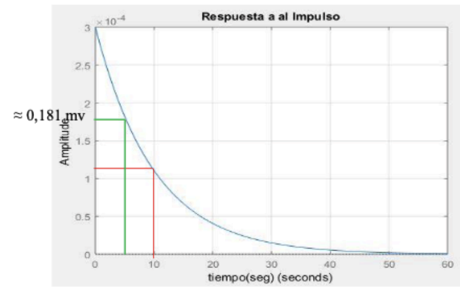
Un termopar tiene la función de transferencia que relaciona su salida en volts con su entrada $\theta(i)$ en °C de la forma : G(S) = 30 10-6 / 10S + 1 . ¿Cuál será la salida del termopar 5 segundos después de tener como entrada un impulso de temperatura de 100 °C mediante un contacto muy breve y súbito con un objeto caliente?

$$\theta o(s) = \frac{30\ 10^{-6}}{10\,s+1}\ \frac{[Volt]}{[°C]}\ 100\,[°C] \qquad \theta o(s) = \frac{3\ 10^{-4}}{s+\frac{1}{10}}\ [Volt]$$

$$\theta o(t) = 3\ 10^{-4}\,e^{-\frac{t}{10}}\ [Volt]$$

$$\theta o_{(t=5seg)} = 3\ 10^{-4}\,e^{-\frac{5}{10}}\ [Volt]$$

$$\boxed{\theta o_{(t=5seg)} \approx 0{,}181\ mv}$$



Error en Estado Estable

- **Error en Régimen Estacionario**, es decir**, error para tiempos elevados donde la respuesta es estable**.
-

$$E(s) = \theta i(s) - \theta o_{(s)}$$

$$E(s) = \theta i(s) - \theta i(s)\,\frac{G_0(s)}{1+G_0(s)}$$

$G_{0(s)}$ **:** Se la define como la transferencia en el trayecto directo cuando la realimentación es unitaria. Se la denomina también función transferencia en lazo abierto del sistema de lazo cerrado

$$E(s) = \theta i(s)\left[1 - \frac{G_0(s)}{1+G_0(s)}\right] \qquad E(s) = \theta i(s)\left[\frac{1+G_0(s) - G_0(s)}{1+G_0(s)}\right] \qquad E(s) = \theta i(s)\left[\frac{1}{1+G_0(s)}\right]$$

Teorema del valor final

$$\lim_{S\to 0} S\,.\,F(s) = \lim_{t\to\infty} f(t)$$

$$\boxed{e_{ss} = \lim_{S\Rightarrow 0} S\,.\,\frac{1}{1+G_0(s))}\,.\,\theta i(s)}$$

e_{ss} : steady state error

- Representar G_0 mediante polinomios

$G_{0(s)}$ **:** Se la define como la transferencia en el trayecto directo cuando la realimentación es unitaria. Se la denomina también función transferencia en lazo abierto del sistema de lazo cerrado

$$G_{0(s)} = \frac{K\,(S^m + a_{m-1}.S^{m-1} + a_{m-2}.S^{m-2} + \ \dots\dots + a_1.S + a_0\,)}{S^q\ (S^n + bn - 1\,S^{n-1} + bn - 2\,S^{n-2} + \cdots \qquad + b_1.S + b_0)}$$

q : Tipo o clase del sistema
K: Constante
m y n : enteros

El error estacionario es una medida de la exactitud de un sistema de control.
Se determina el comportamiento en estado estacionario de un sistema en general debido a las entradas escalón, rampa y parábola. Si un sistema presenta o no error estacionario ante determinada entrada, depende de $G_{0(s)}$, es decir exclusivamente de sus características intrínsecas.
El error estacionario determina también la incapacidad de un sistema para seguir cierto tipo de entrada.

- **Error en Estado Estable para diversas entradas**:
-

Entrada escalón unitario

$$e_{ss} = \lim_{S \Rightarrow 0} S \cdot \frac{1}{1+G_0(s)} \cdot \frac{1}{S} \qquad e_{ss} = \lim_{S \Rightarrow 0} \frac{1}{1+G_0(s)}$$

si $Kp = \lim_{S \Rightarrow 0} G_0(s)$

Kp: Coeficiente estático de error de posición. Es adimensional

$$e_{ss} = \frac{1}{1+Kp}$$

Sistema tipo 0

$$G_{0(s)} = \frac{K\,(S^m + a_{m-1}.S^{m-1} + a_{m-2}.S^{m-2} + \ldots\ldots + a_1.S + a_0)}{S^q\,(S^n + bn-1\,S^{n-1} + bn-2\,S^{n-2} + \cdots \quad + b_1.S + b_0)}$$

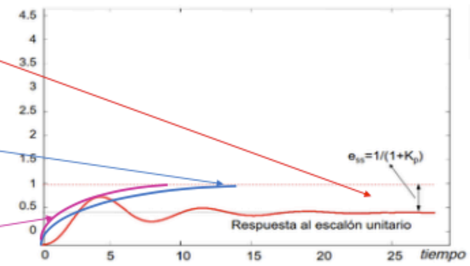
$$e_{ss} = \frac{1}{1+Kp}$$

Sistema tipo 1

$Kp \rightarrow \infty$ $\quad e_{ss} = 0$

Sistema tipo 2

$Kp \rightarrow \infty$ $\quad e_{ss} = 0$



Ing. Raúl Gardella
Apunte Clase Virtual 4

Entrada rampa unitaria

$$e_{ss} = \lim_{S \Rightarrow 0} S \cdot \frac{1}{1+G_0(s)} \cdot \frac{1}{S^2} \qquad e_{ss} = \lim_{S \Rightarrow 0} \frac{1}{S + S.\,G_0(s)}$$

si $Kv = \lim_{S \Rightarrow 0} S.\,G_0(s)$

Kv: Coeficiente estático de error de velocidad. Unidades = $^1/_{Seg}$

$$e_{ss} = \frac{1}{Kv}$$

$$G_{0(s)} = \frac{K\,(S^m + a_{m-1}.S^{m-1} + a_{m-2}.S^{m-2} + \ldots\ldots + a_1.S + a_0)}{S^q\,(S^n + bn-1\,S^{n-1} + bn-2\,S^{n-2} + \cdots \quad + b_1.S + b_0)}$$

Sistema tipo 0

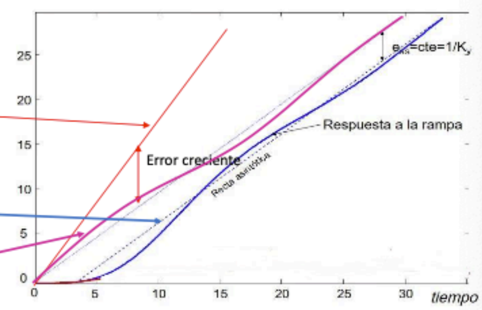
$Kv \rightarrow 0$ $\quad e_{ss} \rightarrow \infty$

Sistema tipo 1

$Kv \rightarrow K\,\frac{a_0}{b_0}$ $\quad e_{ss} = \frac{1}{Kv}$

Sistema tipo 2

$Kv \rightarrow \infty$ $\quad e_{ss} = 0$



Ing. Raúl Gardella

Entrada parábola unitaria

$$e_{ss} = \lim_{S \Rightarrow 0} S \cdot \frac{1}{1+G_0(s)} \cdot \frac{1}{S^3} \qquad e_{ss} = \lim_{S \Rightarrow 0} \frac{1}{S^2 + S^2.\,G_0(s)}$$

si $Ka = \lim_{S \Rightarrow 0} S^2.\,G_0(s)$

Ka: Coeficiente estático de error de aceleración. Unidades = $\frac{1}{Seg^2}$

$$e_{ss} = \frac{1}{Ka}$$

$$G_{0(s)} = \frac{K\,(S^m + a_{m-1}.S^{m-1} + a_{m-2}.S^{m-2} + \ldots\ldots + a_1.S + a_0)}{S^q\,(S^n + bn-1\,S^{n-1} + bn-2\,S^{n-2} + \cdots \quad + b_1.S + b_0)}$$

Sistema tipo 0

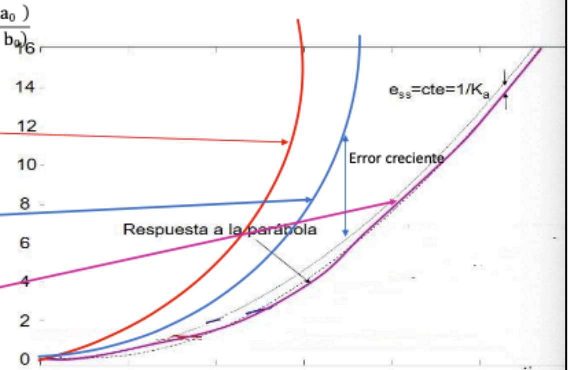
$Ka \rightarrow 0$ $\quad e_{ss} \rightarrow \infty$

Sistema tipo 1

$Ka \rightarrow 0$ $\quad e_{ss} \rightarrow \infty$

Sistema tipo 2

$Ka \rightarrow K\,\frac{a_0}{b_0}$ $\quad e_{ss} = \frac{1}{ka}$



Ing. Raúl Gardella
Apunte Clase Virtual 4

Tabla Resumen Errores según Entradas

-

Sistema \ entrada	$\frac{1}{S}$ escalón	$\frac{1}{S^2}$ rampa unitaria	$\frac{1}{S^3}$ parábola unitaria	$\frac{1}{S4}$
Sistema Tipo 0	$\frac{1}{1+Kp}$	∞	∞	∞
Sistema Tipo 1	0	$\frac{1}{Kv}$	∞	∞
Sistema Tipo 2	0	0	$\frac{1}{Ka}$	∞
Sistema Tipo 3	0	0	0	$\frac{1}{K4}$

Unidad N°4: "Estabilidad"

-

Estabilidad

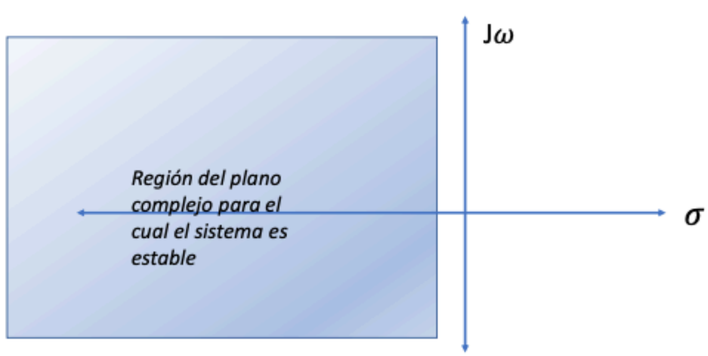
Un sistema está en equilibrio si era ausencia de cualquier perturbación o entrada la salida se mantiene en el mismo estado.

Un sistema de control lineal, invariante en el tiempo es estable si finalmente la salida retorna a su estado de equilibrio cuando el sistema es sometido a una perturbación

Un sistema de control lineal invariante en el tiempo, es inestable si continúa indefinidamente una oscilación en la salida, o si la salida diverge sin límite respecto de su estado de equilibrio cuando es sometido a una perturbación.

Considerando una entrada impulso unitario en un sistema con condiciones iniciales nulas, la respuesta será igual a la transferencia del sistema. Se puede obtener la información dinámica del sistema excitándolo con un impulso y midiendo la respuesta. Una manera de definir la estabilidad de un sistema es si para una entrada impulso, la respuesta tiende a cero a medida que el tiempo tiende a infinito

-



Si cualquiera de los polos está ubicado sobre el plano derecho, la respuesta transitoria aumenta u oscila de manera creciente. Si todos los polos de lazo cerrado están ubicados en el semiplano izquierdo del eje jw, la respuesta transitoria llega al equilibrio representando el estado estable. Si hay polos cercanos al eje jw , la respuesta transitoria puede ser muy lenta o presentar demasiadas oscilaciones. Por esta razón se toma un margen respecto al eje jw como el indicado en el gráfico.
El tipo de entrada no afecta la estabilidad del sistema, sino que contribuye a la respuesta estacionaria. En otras palabras, si un sistema es estable o no depende de sus características intrínsecas y no de su entrada.

Criterio Routh-Hurwitz

- **Método practico que nos permite saber si la raíz es negativa, permitiendo saber si el sistema es estable.**

Ejemplo de aplicación del criterio de Routh- Hurwitz

Dado el siguiente polinomio, determinar si tiene raíces positivas. $s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 1 = 0$

Al ser todos los coeficientes positivos y ninguno cero, las raíces pueden ser todas negativas. Si algún coeficiente es negativo, esto indica que tiene al menos una raíz positiva. En caso de representar estas raíces a los polos de lazo cerrado del sistema podemos determinar, si el sistema es o no estable.

s^4	1	3	1
s^3	2	4	0
s^2	b1	b2	b3
s^1	c1	c2	c3
s^0	d1	d2	d3

Se desprende de la ecuación

Cada fila se calcula en base a las dos anteriores

$b1 = 3 - \frac{1}{2}4$ $b2 = 1 - \frac{1}{2}0$ $b3 = 0 - \frac{1}{2}0$

$c1 = 4 - \frac{2}{b1}b2$ $c2 = 0 - \frac{2}{b1}b3$ $c3 = 0 - \frac{2}{b1}0$

$d1 = b2 - \frac{b1}{c1}c2$ $d2 = b3 - \frac{b1}{c1}c3$ $d2 = b3 - \frac{b1}{c1}c3$

s^4	$\boxed{1}$	3	1
s^3	$\boxed{2}$	4	0
s^2	b1	b2	b3
s^1	c1	c2	c3
s^0	d1	d2	d3

Ing. Raúl Gardella
Apunte Clase Virtual 5

-

Ejemplo de aplicación del criterio de Routh- Hurwitz

s^4	1	3	1
s^3	2	4	0
s^2	1	1	0
s^1	2	0	0
s^0	1	0	0

Se desprende de la ecuación

Cada fila se calcula en base a las dos anteriores

Si todos los coeficientes de la primera columna son positivos, indica que todas las raíces (polos de lazo cerrado) son negativas. En este caso podemos afirmar que el sistema es estable.

Si algún coeficiente de la primer columna es negativo, tiene al menos una raíz positiva. Este polo de lazo cerrado con parte real positiva indica que el sistema es inestable.

Unidad N°5: “Lugar de Raíces”

- Sistemas de Control deben ser estables para su aplicación en la práctica.
- Lugar de Raíces es un método para poder determinar la estabilidad de un sistema. Nos permite chequear que los polos se encuentran en el semiplano negativo.
- Se habla lugar de raíces porque según el valor que se le dé a K, las raíces son infinitas. Es cuando yo tomo un K que determino las raíces.

Ecuación Principal

- El lugar de raíces es el lugar geométrico para todos los valores de S que satisfacen la siguiente ecuación característica:

  $1+ G(s). H(s) = 0$

  (*) *G (s). H(s): denominada función de transferencia de lazo abierto también llamada Ganancia de lazo (expresa la relación entre la señal realimentada y la señal de error o actuación)*

  Considerando que **G(s) H(s)** se puede expresar como: $$\frac{K\,(s-z_1)\,(s-z_2)\ldots.\,(s-z_m)}{(s-p_1)\,(s-p_2)\ldots\ldots\,(s-p_n)}$$

  $$\Rightarrow\ 1+\frac{K\,(s-z_1)\,(s-z_2)\ldots.\,(s-z_m)}{(s-p_1)\,(s-p_2)\ldots\ldots\,(s-p_n)}=0 \rightarrow \frac{K\,(s-z_1)\,(s-z_2)\ldots.\,(s-z_m)}{(s-p_1)\,(s-p_2)\ldots\ldots\,(s-p_n)}=-1 \rightarrow \frac{(s-p_1)\,(s-p_2)\ldots\ldots\,(s-p_n)}{(s-z_1)\,(s-z_2)\ldots.\,(s-z_m)}=-K$$

- **Condición de Ángulos**:

$$|K| = \pi \frac{|s-p_i|}{|(s-z_j|}$$

$$\sum\angle(s-p_i)-\sum\angle(s-z_j)=180°(2r+1) \qquad \text{Si } K>0$$

$$\sum\angle(s-p_i)-\sum\angle(s-z_j)=180°\,.\,(2r) \qquad \text{Si } K<0$$

Reglas de Construcción de Lugar de Raíces

1. **El lugar de raíces tiene tantas ramas como polos tiene la transferencia en lazo abierto G(s) . H(s).**

$$1+\frac{K\,(s-z_1)\,(s-z_2)\ldots.\,(s-z_m)}{(s-p_1)\,(s-p_2)\ldots\ldots\,(s-p_n)}=0$$

Todos los puntos del plano complejo que satisfacen esta ecuación forman parte del lugar de raíces. Es decir, son los polos de la transferencia en lazo cerrado

2. **El eje real forma parte del lugar de raíces y el signo de K cambia cada vez que se saltea un polo o cero**.

Conclusiones:

1) Los polos o ceros complejos conjugados contribuyen con ángulos que se anulan.
2) El valor de K cambia de signo cada vez que se encuentra con un polo o cero simple en el eje real.
3) Todo el eje real pertenece al lugar de raíces.

3. **Puntos del Plano donde comienzan y terminan las ramas**.
   a. Hallar el valor de K donde empiezan y terminan las raíces.

$G(s).\,H(s) = -1 \quad ; \quad G(s).\,H(s) = \dfrac{K\,(s-z_1)\,(s-z_2)\ldots.\,(s-z_m)}{(s-p_1)\,(s-p_2)\ldots\ldots\,(s-p_n)} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{(s-z_1)\,(s-z_2)\ldots.\,(s-z_m)}{(s-p_1)\,(s-p_2)\ldots\ldots\,(s-p_n)} = -1/K$

Si S→ Zi , es decir para S cercano a un cero, el valor de K se acerca a $\pm\infty$. Esto nos indica que el lugar de raices comienza y termina en los ceros.

Si S→Pi, es decir S se acerca a un polo, el valor de K se acerca a ± 0 (En otras palabras, los puntos sobre el lugar de raíces correspondiente a K=0 son los polos de lazo abierto)

Como primera conclusión podemos decir que las ramas del lugar de raíces comienzan en ceros (para k → $-\infty$), pasan por los polos (para K→ 0) y terminan en ceros (para k → $+\infty$)

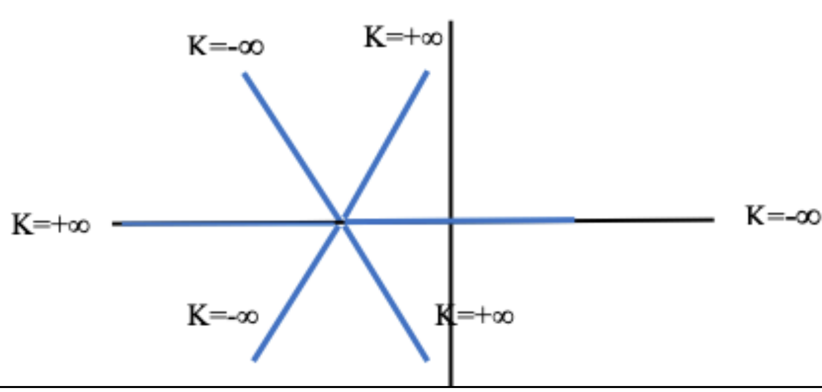
Conclusión: **Las ramas del lugar de raíces comienzan en los ceros propios o impropios (K → $-\infty$) pasan por los polos (K→0) y terminan en ceros propios o impropios (K → $+\infty$).**

4. **Asíntotas: se refiere al ángulo con que las ramas del lugar de raíces dejan el eje real**.

Como regla general podemos decir que independientemente del signo de k:

$$B = \frac{180\,°}{número\ de\ polos - número\ de\ ceros}$$

En este caso, con B =60° quiere decir que cada 60° trazamos una asíntota y luego se le asigna el valor d correspondiente empezando por k menor que cero para 0°.
Como todas las asíntotas están trazadas para S→∞ empezando o terminando en ceros impropios, el val de k en la unión de rama y asíntotas (S→∞) debe ser $-\infty$ o $+\infty$



5. **Las asíntotas se intersecan en un punto sobre el eje real. Este punto se denomina centroide o centro de gravedad de las asíntotas. (Se ve arriba donde se une la X).**

$$= \frac{(p_1+p_2+p_3+\ldots p_n)-(z_1+z_2+z_3+\ldots Z_n)}{n-m}$$

6. **Punto de Desprendimiento o de Ruptura: valor a partir del cual donde las raíces comienzan a ser complejas.**

Para hallar estos puntos de entrada o escape del eje real, hay que tomar expresión -k, se la deriva e iguala a cero y se hallan los valores de S que satisfacen dicha ecuación.

En estos puntos $d\,[(-k)/ds] = 0$

7. **Ángulo que forman las tangentes a las ramas del lugar de raíces con las horizontales en un cero o polo complejo conjugado.**

Se considera un punto s muy cercano al polo o cero, tan cercano que consideramos que pertenece al lugar de raíces y se cumple la condición de ángulos. $[\ \sum\angle(s-p_i)-\sum\angle(s-z_j)=180°(2r+1) \quad \text{Si } K>0\ ]$

Siendo conocidos los ángulos desde el resto de polos y ceros puede obtenerse lo siguiente:

$\alpha_1+\alpha_2+\beta \ldots + \alpha_n - \phi_1 - \phi_2 - \ldots \phi_n = 180° \ \rightarrow$

$\beta = 180° - \alpha_1 - \alpha_2 - \ldots - \alpha_n + \phi_1 + \phi_2 + \ldots \phi_n$

α: ángulo que forma desde cada polo hasta el cero o polo complejo conjugado
ϕ_1. ángulo que forma desde el cada cero hasta el cero o polo complejo conjugado

β: Ángulo que queremos hallar correspondiente al ángulo formado por la tangente del lugar de raíces respecto a la horizontal.

Tg al polo complejo

8. **Intersección del lugar de raíces con el eje imaginario**: aplicar el criterio de Routh El sistema es estable cuando todos los coeficientes de la primera columna son positivos, indicando de esta manera que todos los polos de lazo cerrado están ubicados en el semiplano izquierdo. En este caso, dado que los polos están sobre el eje jw (en estos puntos el sistema es críticamente estable) un coeficiente de la primera columna será cero.

   Una vez aplicado el criterio en la ecuación característica, realizar los siguientes pasos:

   - En el primer coeficiente de la primera columna donde intervenga K, igualarlo a cero
   - Despejar el valor de K para esa condición
   - Reemplazar ese valor de K en la fila anterior
   - Formar la ecuación con el valor de k hallado y despejar S

Tener en cuenta que si los valores de jω que satisfacen la ecuación se verifican para k negativo, no se consideran.

Ejemplo. Dada la siguiente función de característica, determinar el punto por el cual el lugar de raíces corta el eje imaginario

$$GH = \frac{K}{S\,[\,(S+4)^2 + 16]}$$

$$1 + G(s).\,H(s) = 0 \quad \rightarrow \quad 1 + \frac{K}{S\,[\,(S+4)^2 + 16]} = 0$$

Es suficiente que solo sea nula:

$$S^3 + 8\,S^2 + 32\,S + k = 0$$

Aplicando el criterio de Routh

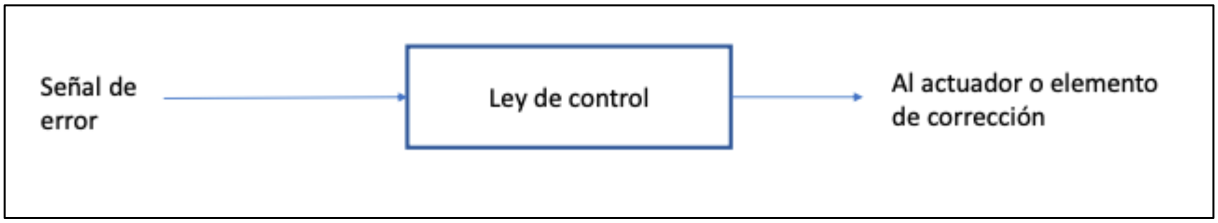
s^3	1	32
s^2	8	k
s^1	$\frac{256-k}{8}$	0
s^0	k	0

Si K =256, los polos están ubicados sobre el eje imaginario. Para determinar la frecuencia a la que ocurre este corte reemplazamos este valor en la fila anterior.

$$8\,S^2 + 256 = 0 \;\rightarrow\; S^2 = -32 \;\rightarrow\; S = \pm j\sqrt{32}$$

- **Ejercicio. Construir el lugar de raíces** $G(s).\,H(s) = \dfrac{K}{S^2\,(S+2)}$

Unidad N°6: “Controladores”

- 

Control Proporcional

- Ante una entrada, la salida tiene la misma forma que la entrada y lo único que hacemos es multiplicar. **La forma de la señal no cambia porque la multiplico por una constante**.
- **KP es Ganancia Proporcional**
- Control Proporcional

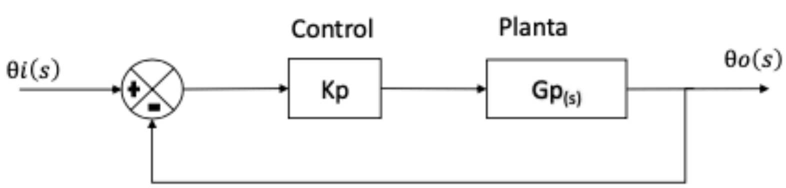
  Salida $_{(t)}$ = Kp . $e_{(t)}$

  Kp : Ganancia proporcional [adimensional]

  Salida $_{(s)}$ = Kp . $E_{(s)}$

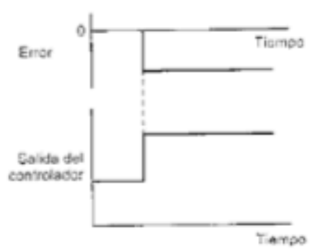
  $\boxed{Gc_{(s)} = Kp}$

- **Hay una banda proporcional donde funciona, fuera de los limites hay errores. Limites dado por el sistema en cuestión.**
- **El tipo del sistema no cambia.**
- Control Proporcional

  $G_{0(s)}$ = Kp $Gp_{(s)}$

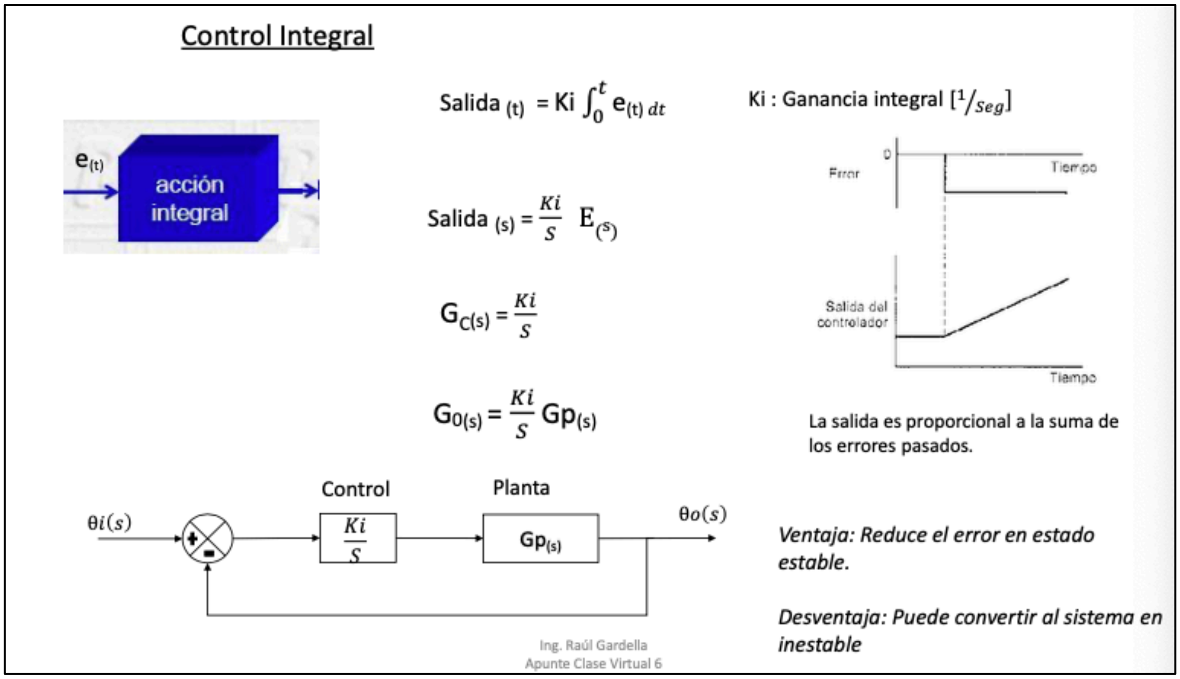
  

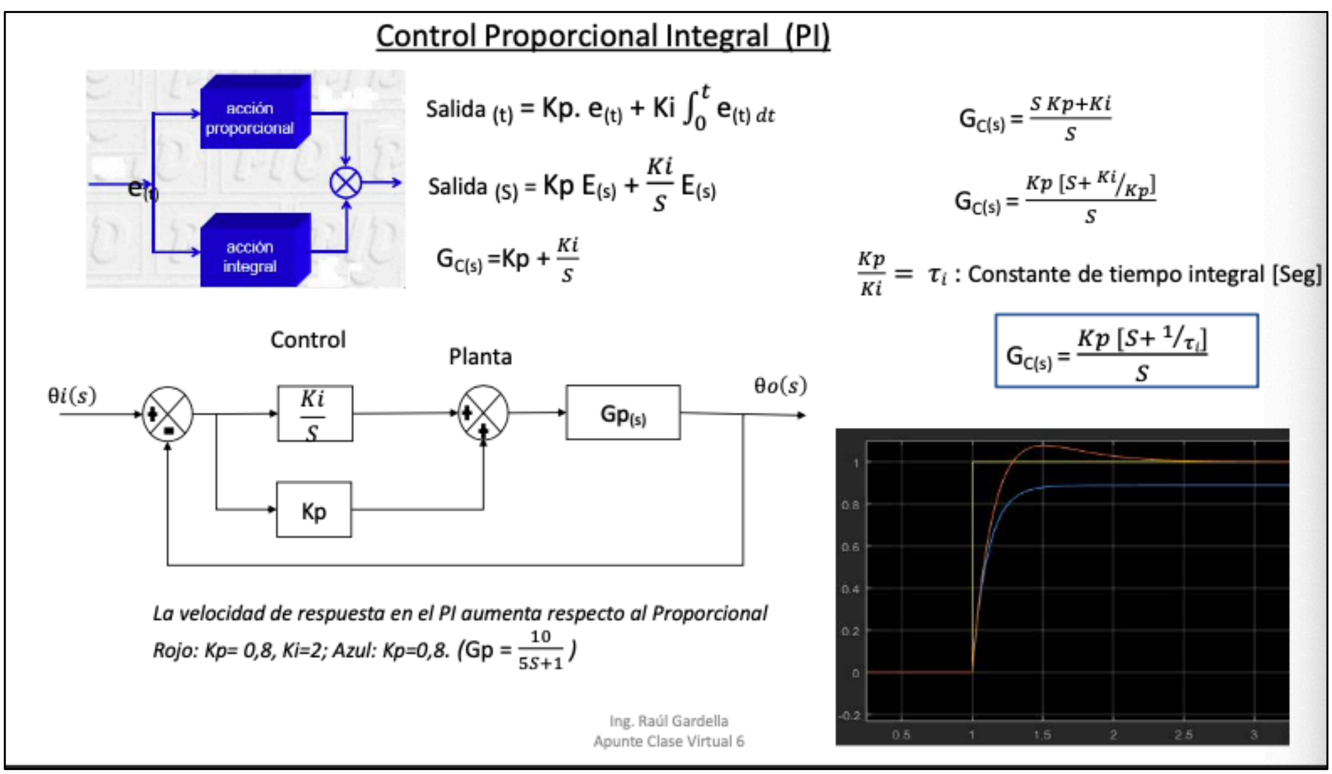
  ➢ El tipo de sistema no cambia

$$G_{0(s)} = \frac{K\,(S^m + a_{m-1}.S^{m-1} + a_{m-2}.S^{m-2} + \ \dots\dots + a_1.S + a_0\,)}{S^q\ (S^n + bn-1\,S^{n-1} + bn-2\,S^{n-2} + \cdots \qquad + b_1.S + b_0)}$$

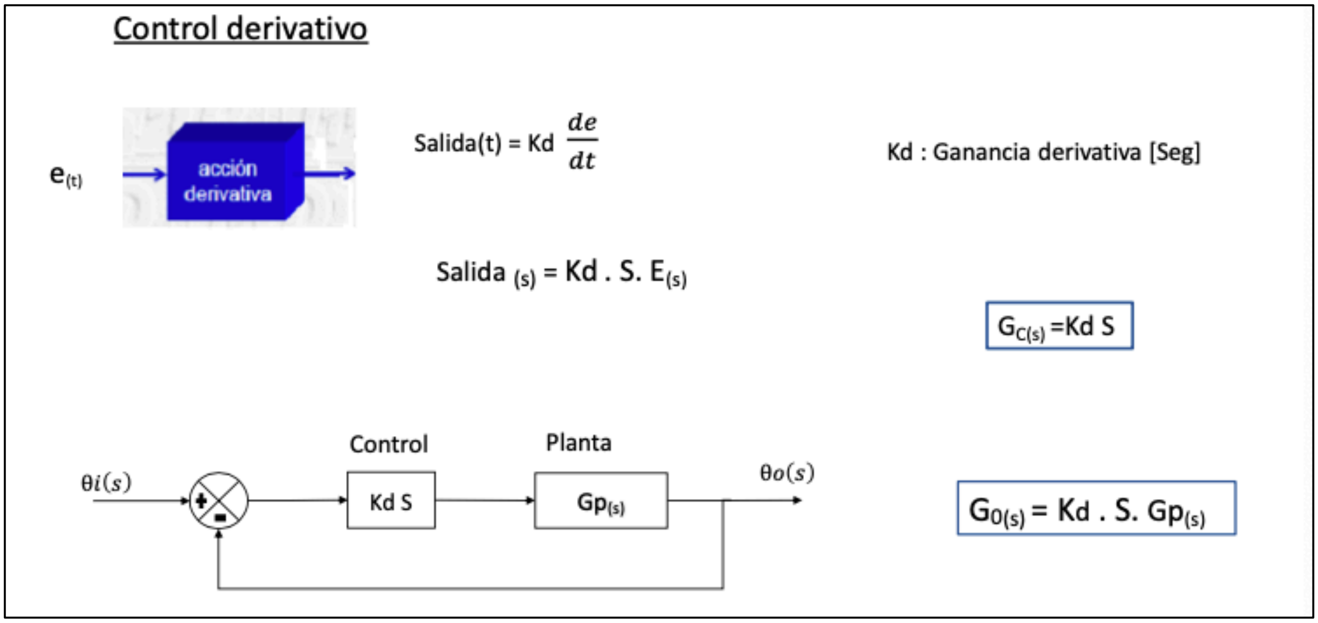
Control Integral

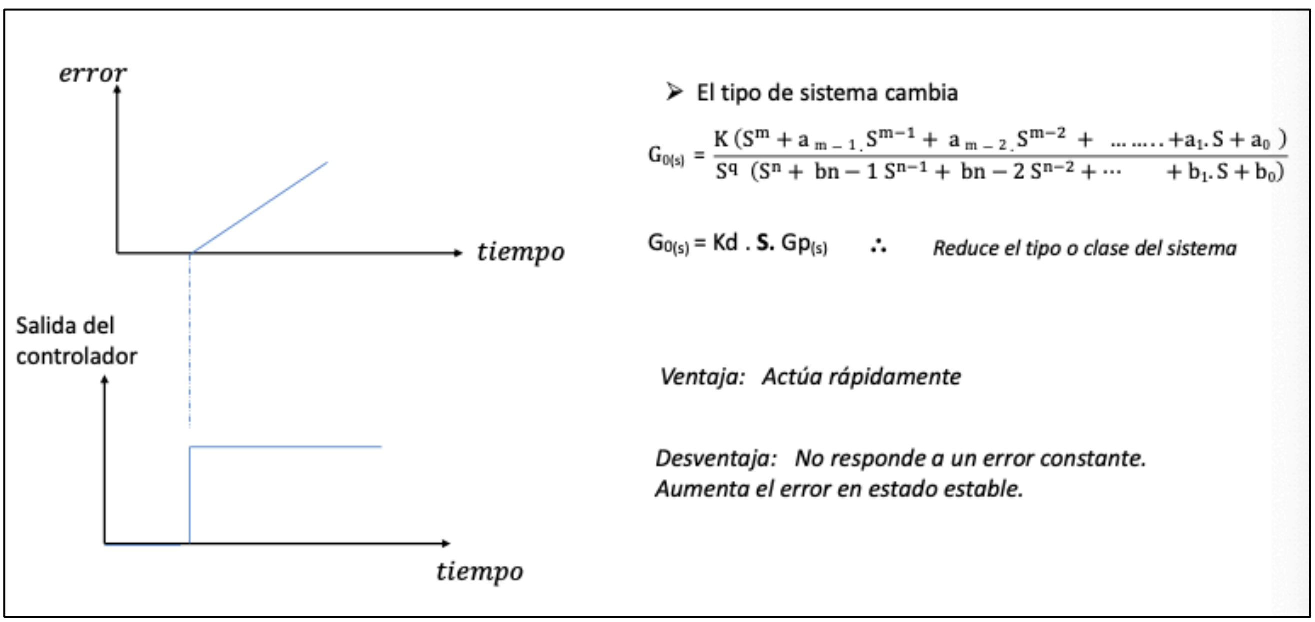
- Ganancia integral ya que la **salida es proporcional a la suma de los errores pasados**.
- **La salida esta influenciada por un polo**, por lo que **puede convertir al sistema en inestable**. **NO SE USA SOLO.**
- **Aumenta el tipo de sistema frente a la misma entrada.**
- 

Control Proporcional Integral (PI)

- **Controlador Integral + Controlador Proporcional**. Es la suma de los dos. **Me permite usar el integral sin que convierta al sistema en inestable**. **Agrega un polo y un cero por lo que se compensan entre ellos**.
- 

Control Derivativo

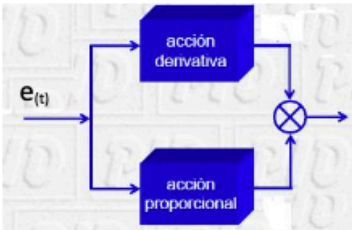
- **La salida es la derivada de la entrada.**
- **Kd: ganancia derivativa.**
- **Reduce el tipo o clase del sistema. Aumenta el error en estado estable.**
- 

- **Actúa rápidamente y se anticipa al error.**
- 

Control Proporcional Derivativo (PD)

- Control Derivativo + Control Proporcional.
- **Logra rápida respuesta sin cambiar el tipo de sistema. En el instante inicial, respuesta es abrupta**.
-

Control Proporcional derivativo (PD)



$$\text{Salida}_{(t)} = Kp \cdot e_{(t)} + Kd\ \frac{de}{dt}$$

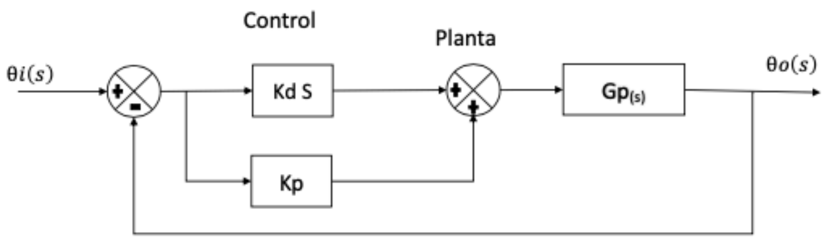
$$\text{Salida}_{(s)} = Kp.\ E_{(s)} + Kd\ .\ S.\ E_{(s)}$$

$\frac{Kd}{Kp} = \tau d$: Constante de tiempo derivativa [Seg]

$$G_{C(s)} = Kp + Kd.\ S$$

$$G_{C(s)} = Kd\ (S + \frac{Kp}{Kd})$$

$$\boxed{G_{C(s)} = Kd\ (S + \frac{1}{\tau_d})}$$



Ventaja: Logra rápida respuesta sin cambiar el tipo de sistema, es decir sin reducir el error en estado estable.

Control Proporcional Integral Derivativo (PID)

- Control Proporcional + Control Derivativo + Control Integral.
- **La respuesta es abrupta en el instante inicial, mayor velocidad de respuesta y reducción del Error**.
-

Control Proporcional Integral derivativo (PID)

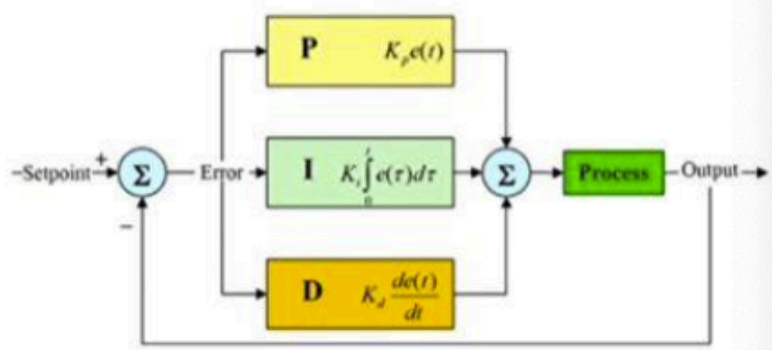
$$\text{Salida}_{(t)} = Kp\ e_{(t)} + Ki \int_0^t e_{(t)}\, dt\ + Kd\ \frac{de}{dt}$$

$$\text{Salida}_{(s)} = Kp\ E_{(s)} + \frac{Ki}{S} E_{(s)} + Kd\ .\ S.\ E_{(s)}$$

$$Gc_{(s)} = Kp + \frac{Ki}{S} + Kd\ .\ S$$

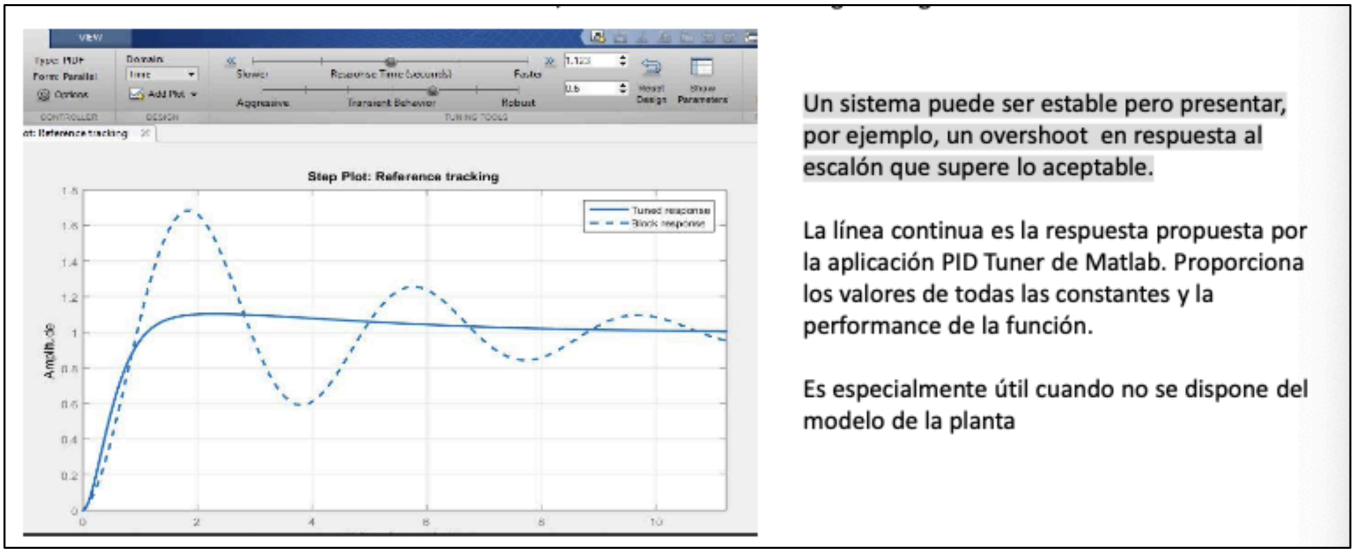
$$Gc_{(s)} = Kp\ (\ 1 + \frac{Ki}{Kp.S} + \frac{Kd}{Kp}.\ S\ )$$

$$Gc_{(s)} = Kp\ (\ 1 + \frac{1}{\tau_{i\,S}} + \tau_d.\ S\ )$$



$$\boxed{Gc_{(s)} = Kp\ (\ \frac{\tau_{i\,S} + 1 + \tau_i \tau_{d\,S}{}^2}{\tau_{i\,S}}\ )}$$

Sintonía de los Controladores PID

- Existen distintas técnicas de diseño con el objetivo de determinar que los parámetros del controlador cumplan con las especificaciones.
- Si no se conocen los modelos matemáticos de las plantas, los métodos de Ziegler-Nichols son prácticos.
- Un sistema puede ser estable pero presentar, por ejemplo, un overshoot en respuesta al escalón que supere lo aceptable.
- 

Unidad N°7: "PLC"

- **Controladores lógicos programables**. **Vienen a reemplazar a relevadores y cables, y posteriormente a tarjetas electrónicas**.
- Son reemplazados por la poca facilidad para detectar fallas ya que son arquitecturas y manojos de cables super complejos.

Tarjetas Electrónicas (*Anterior a PLC*)

- Anteriores a los PLC. Tienen microcontroladores y son la evolución de los cables y relés.
- Problema es la exposición al polvo, humedad, etc. Principalmente en las industrias donde se utilizan.
- Se debe tener stock de tarjetas por si se rompen (20%), lo que eleva el costo.

PLC

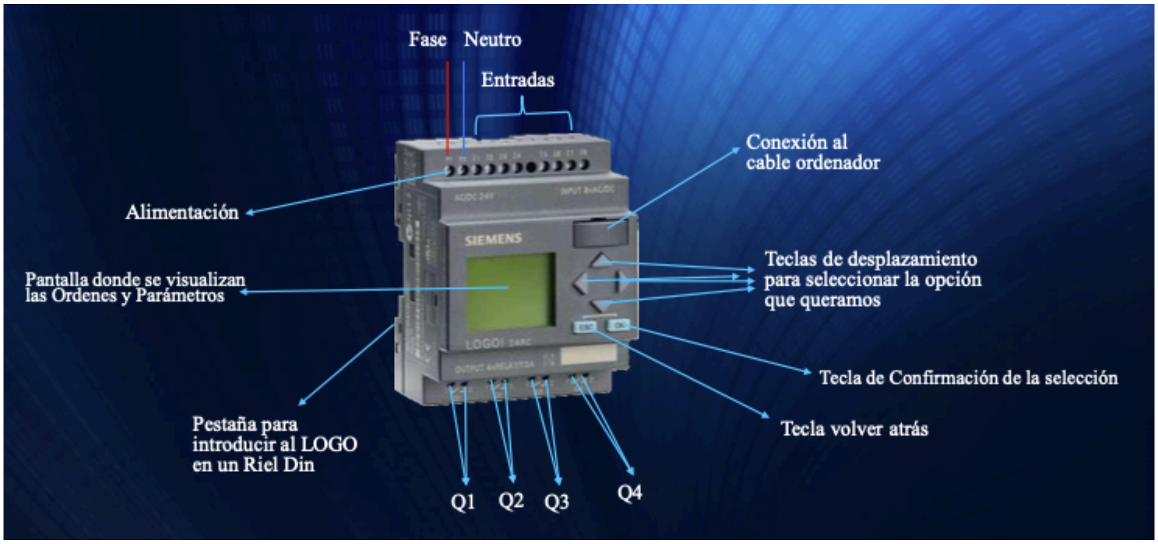
- **Controladores lógicos programables** que surgen para **reemplazar las tarjetas electrónicas**.
- **Conformado**:
    - **Entradas**: sensores o pulsadores.
    - **CPU**: tenemos simuladores de software que nos permiten probar la configuración para luego ser cargada dentro del PLC.
    - **Salida**: motores, lámparas, sensores, neumáticos. Generalmente están asociadas a otro PLC.

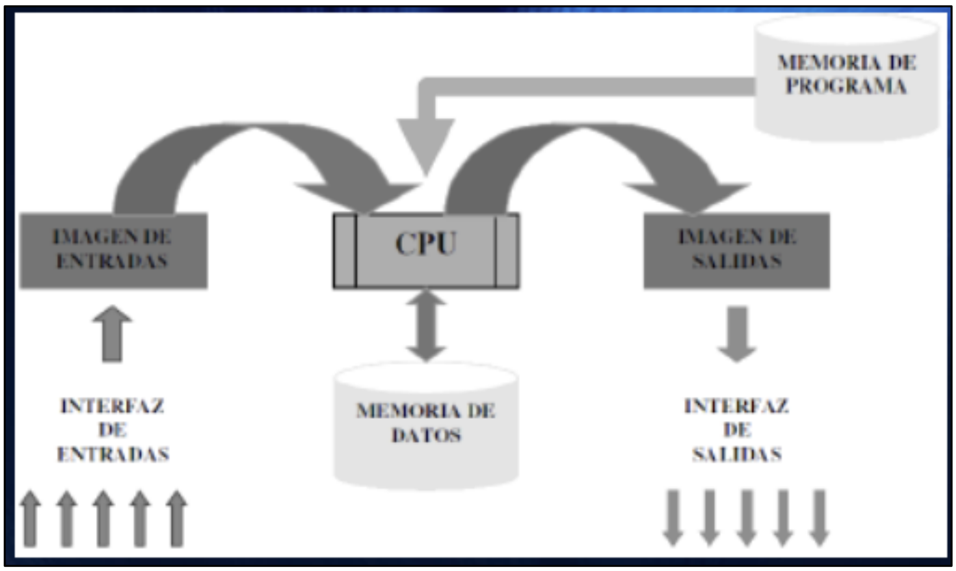
Entradas y Salidas PLC

-

TIPOS	CODIFICACIÓN	SENTIDO	FUNCIONES DE LA INTERFAZ
TODO O NADA	BINARIA 1 bit	ENTRADAS	– Adaptación de niveles de tensión – Filtrado de perturbaciones – Aislamiento galvánico
		SALIDAS	– Adaptación de niveles de tensión – Amplificación de corriente – Aislamiento galvánico
SEÑALES CONTINUAS	ANALÓGICAS (0, ± 10 V) (4, 20 mA)	ENTRADAS	– Adaptación y filtrado de señal – Conversión A/D
		SALIDAS	– Conversión D/A – Adaptación a 0, ±10 V o 4, 20 mA
	DIGITALES (8, 16... bits)	ENTRADAS	– Selección de canal y multiplexado – Conversión de códigos
		SALIDAS	– Conversión de código (Bin. ↔ ASCII ↔ 7 segmentos) – Amplificación de corriente
		BIDIRECCIONALES	– Conversión de código (serie ↔ paralelo) – Protocolo de diálogo (hard + soft)

Partes y Arquitectura de PLC

- 

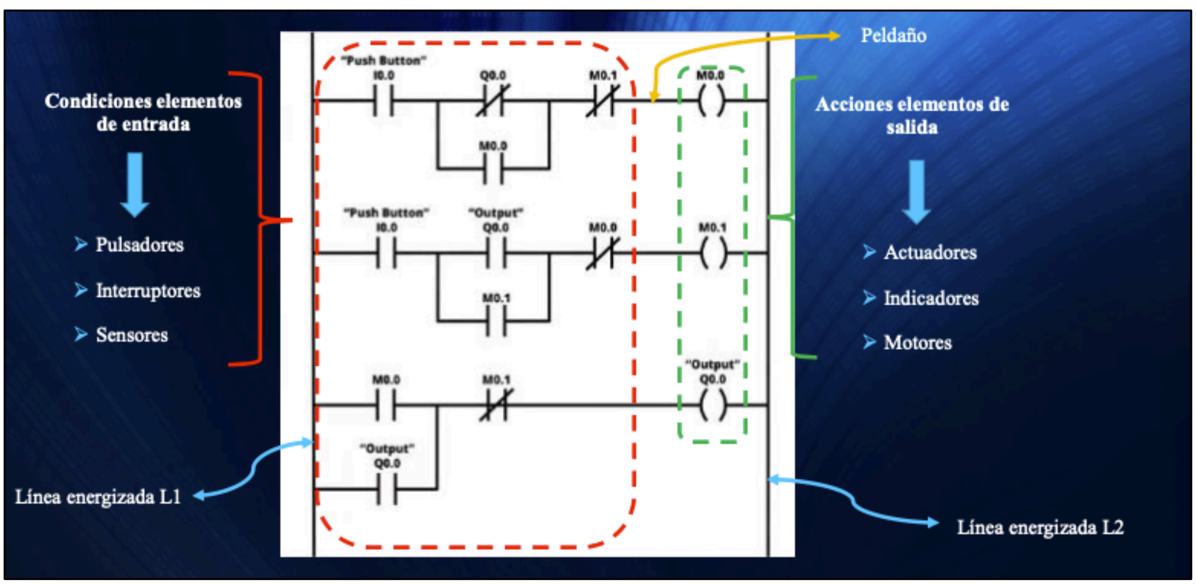
- 

- **Lenguajes**:
  - **FUP (FBD):** diagrama de funciones.
  - **KOP (LD)**: diagrama de contactos.
  - **AWL (IL)**: lista de instrucciones.
- **Ciclos**: **ciclo de 4 etapas**
  - **1. Barrido del Tipo** de Entradas: adapta y convierte las entradas al proceso.
  - **2. Barrido del Programa**: a través de las entradas que ingresan, corre el programa.
  - **3. Barrido / Entrega de Salidas**: adapta y convierte las salidas.
  - **4. Mantenimiento Interno**: limpia el dispositivo haciendo un reset propio.

Ventajas y Desventajas

- **Ventajas**
    - Los PLC responden a las necesidades humanas.
    - Están diseñados para el duro entorno de la actividad industrial.
    - Preparado para trabajar en temperaturas elevadas, ruido eléctrico, vibraciones e incluso impactos.
    - Disminuye consumo eléctrico, mantenimiento y mejora el proceso.
- **Desventajas**
    - La automatización de las tareas, genera que el ser humano pase a ser prescindible.
    - Se requiere personal calificado para el manejo de estos dispositivos lo que implica un costo elevado y dificultad para conseguir.
    - Se deben tener en cuenta múltiples detalles para que la operación salga a la perfección, tanto en la producción como en el código de programación.

Lenguaje LADDER

- **Recorre de izquierda a derecha y de arriba abajo**.
- 

- **Elementos**

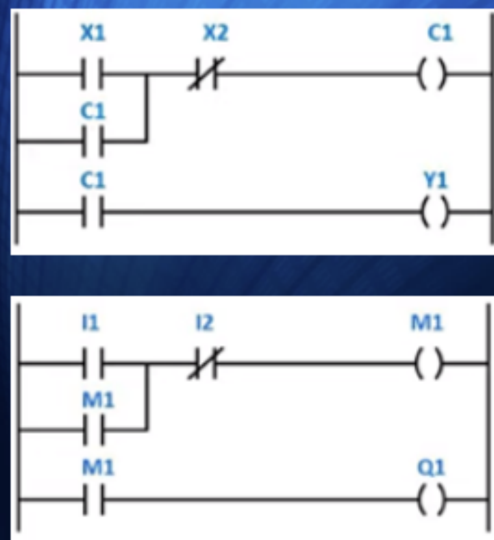
NOMBRE	SÍMBOLO	DESCRIPCIÓN
Contacto NA	—| |—	Se **activa** cuando hay un **1** lógico en el elemento que representa. Puede ser una entrada física, una variable interna o un bit de sistema.
Contacto NC	—|/|—	Su función es similar al contacto NA, con la única diferencia que se **activa** cuando hay un **0** lógico.
Bobina NA	—( )—	Se **activa** cuando la combinación que hay a su entrada (izquierda) da un **1** lógico. Suele representar elementos de salida o variable interna.

Bobina NC	—(/)—	Su función es similar a la bobina NA, con la única diferencia que se **activa** cuando hay un **0** lógico (izquierda)
Bobina set **Bobina reset**	—(S)— —(R)—	La **bobina set** una vez **activada**, solo puede ser **desactivada** por su correspondiente **bobina reset**.

- **Etiquetas (Centrarnos en el Símbolo 2)**

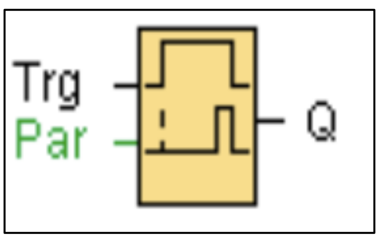
ETIQUETAS

Símbolo 1	Símbolo 2	Concepto
X	I	Entrada
Y	Q	Salida
C	M	Bandera o Memoria
T	T	Temporizador
C	C	Contador
S	S	Instrucción Set
R	R	Instrucción Reset



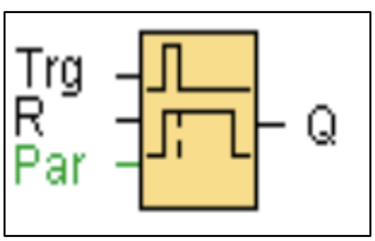
Tipos de Temporizadores

- **TON**: temporizador con retardo a la conexión.



Conexión	Descripción
Entrada **Trg**	La entrada Trg (Trigger) dispara el temporizador de retardo a la conexión.
Parámetro	**T**: tiempo de retardo tras el que se activa la salida (transición de la señal de salida de 0 a 1). **Remanencia** activada = el estado se guarda de forma remanente.
Salida **Q**	**Q** se activa una vez expirado el tiempo parametrizado, si Trg sigue activada.

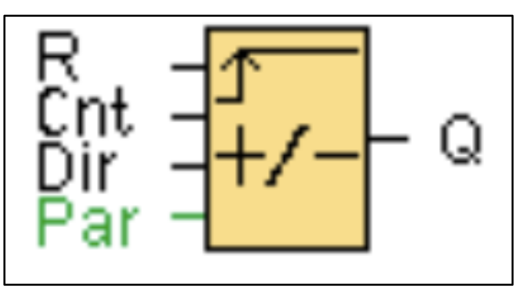
- **TOF**: temporizador con retardo a la desconexión.



Conexión	Descripción
Entrada **Trg**	Un flanco descendente (transición de 1 a 0) en la entrada **Trg** (Trigger) inicia el tiempo de retardo a la desconexión.
Entrada **R**	Por medio de la entrada **R** (Reset), el tiempo de retardo a la desconexión y la salida se ponen a 0. Reset tiene prioridad sobre **Trg**.
Parámetro	**T**: la salida se desactiva cuando expira el tiempo de retardo **T** (transición de la señal de salida de 1 a 0). **Remanencia** activada = el estado se guarda de forma remanente.
Salida **Q**	**Q** se activa con un disparo en la entrada **Trg** y permanece activada hasta que haya expirado el tiempo **T**.

Contadores

- Contador Adelante / Atrás



Conexión	Descripción
Entrada **R**	Con una señal en la entrada **R** (Reset), el valor de contaje interno y la salida se ajustan al valor inicial (StartVal).
Entrada **Cnt**	La función cuenta en la entrada **Cnt** los cambios de estado de 0 a 1. Los cambios de estado de 1 a 0 no se cuentan. ● Utilice las entradas I3, I4, I5 e I6 para contajes rápidos (LOGO! 12/24RC/RCo, LOGO! 12/24RCE, LOGO! 24/24o y LOGO! 24C/24Co): máx. 5 kHz, si la entrada rápida está conectada directamente al bloque de función contador adelante/atrás ● Utilice cualquier otra entrada o un elemento del circuito para contajes lentos (típ. 4 Hz).
Entrada **Dir**	La entrada **Dir** (Direction) determina el sentido de contaje: Dir = 0: adelante Dir = 1: atrás
Parámetro	**On**: umbral de conexión / Rango de valores: 0 a 999999 **Off**: umbral de desconexión / Rango de valores 0 a 999999 **Valor inicial**: valor inicial a partir del cual se cuenta adelante o atrás. **Remanencia** activada = el estado se guarda de forma remanente.
Salida **Q**	**Q** se activa o desactiva en función del valor real Cnt y de los umbrales ajustados.

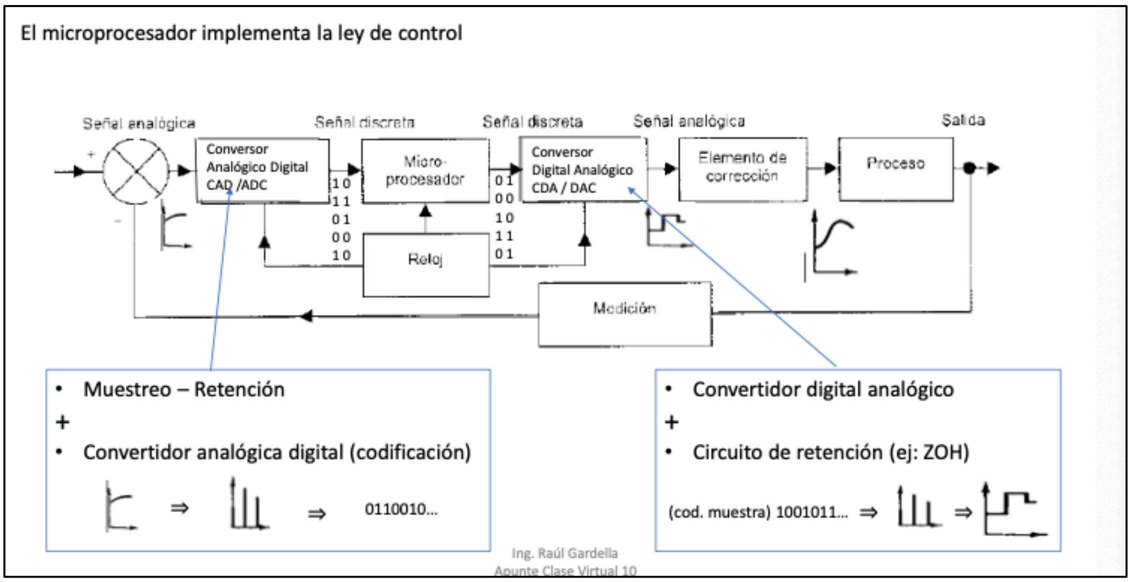
Unidad N°8: "Transformada Z"

- Aplicamos la Transformada Z para analizar la digitalización de una señal analógica.

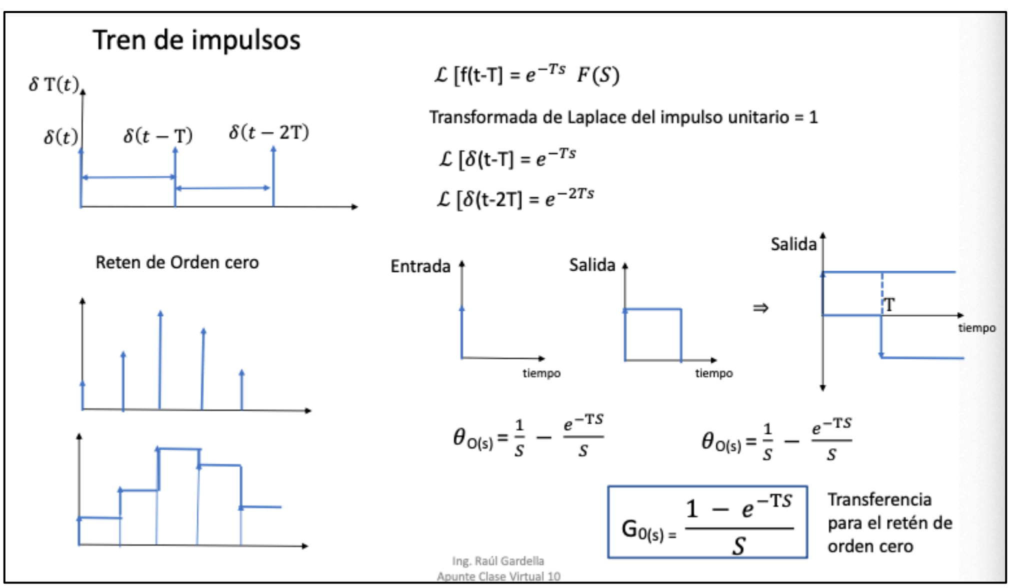
Teorema de Nyquist o del Muestreo

- Dada una función cuya energía esta enteramente contenida en un ancho de banda cuya frecuencia máxima es fmax**, si se muestrea a una frecuencia igual o mayor a 2 fmax (ancho de banda finito), la función original puede ser totalmente recuperada por medio de un filtro pasa bajos ideal.**
- **La frecuencia mínima de muestreo será: fm (min) = 2 . fmax**

Sistema de Datos Muestreados

- **Digitalización de la etapa de control**. Señal analógica se transforma en Señal Discreta y luego nuevamente en Señal analógica. Lo que estudiamos es el Reten (Circuito de Retención).
- 

Reten de Orden Cero

- Retengo los valores hasta que llegue el próximo. Cuanta más retención, más fiel es la señal.
- 

Transformada Z

- **Definición de la Transformada Z**

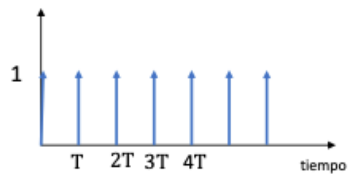
Si Z = $e^{TS} \Longrightarrow e^{-TS} = Z^{-1}$

$$\boxed{\therefore \quad F_{(Z)} = f[0] + f[1]\,Z^{-1} + f[2]\,Z^{-2} + \ldots\ldots\ldots + f[k]\,Z^{-k}}$$

$$\boxed{F_{(Z)} = \sum_{k=0}^{k=\infty} f[k]\,.\,Z^{-K}}$$

- **Transformada Z para Escalón Unitario Muestreado**

Escalón unitario muestreado



$$\boxed{F_{(Z)} = \sum_{k=0}^{k=\infty} f[k]\,.\,Z^{-K}}$$

$$F_{(Z)} = f[0] + f[1]\,Z^{-1} + f[2]\,Z^{-2} + \ldots\ldots\ldots + f[k]\,Z^{-k}$$

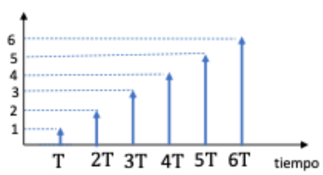
$$F_{(Z)} = f[0] + [1]\,Z^{-1} + [1]\,Z^{-2} + \ldots\ldots\ldots + [1]\,Z^{-k}$$

Como $1 + x + x^2 + \ \ldots\ldots para\ |X| < 1\ converge\ a\ \frac{1}{1-x}$

Si $x = \frac{1}{z} \quad \Longrightarrow \quad F(z) = \frac{1}{1-{}^{1}/_{z}} \qquad \Longrightarrow \qquad \boxed{F(z) = \frac{Z}{Z-1}}$

- **Transformada Z para Rampa Unitaria Muestreado**

Rampa unitaria muestreada



$$\boxed{F_{(Z)} = \sum_{k=0}^{k=\infty} f[k]\,.\,Z^{-K}}$$

$$F_{(Z)} = f[0] + f[1]\,Z^{-1} + f[2]\,Z^{-2} + f[3]\,Z^{-3} \ + \ldots\ldots$$

$$F_{(Z)} = [0] + [1]\,Z^{-1} + [2]\,Z^{-2} + [3]\,Z^{-3} \ + \ \ldots\ldots.$$

$$Z\,.\,F(Z) = [1]\,Z^{0} + [2]\,Z^{-1} + [3]\,Z^{-3} \ + \ \ldots\ldots$$

Como $1 + 2x + 3x^2 + \ \ldots\ldots para\ |X| < 1\ converge\ a\ \frac{1}{(1-x)^2}$

Si $x = \frac{1}{z} \quad \Longrightarrow \quad F(z).Z = \frac{1}{(1-\frac{1}{z})^2} \qquad \Longrightarrow \qquad \boxed{F(z) = \frac{Z}{(Z-1)^2}}$

Algunas Transformadas Z

-

$f(t)$ *muestreada, periodo de muestreo* T	$F(z)$
Impulso unitario, $\delta(t)$	1
Impulso unitario retardado por kT	z^{-k}
Escalón unitario, $u(t)$	$\frac{z}{z-1}$
Escalón unitario retardado por kT	$\frac{z}{z^k(z-1)}$
Rampa unitaria, t	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
t^2	$\frac{T^2 z(z-1)}{(z-1)^3}$
e^{-at}	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
$1-e^{-at}$	$\frac{z(1-e^{-aT})}{(z-1)(z-e^{-aT})}$
te^{-at}	$\frac{Tze^{-aT}}{(z-e^{-aT})^2}$

$f[k]$	$f[0], f[1], f[2], f[3], \ldots$	$F(z)$
$1u[k]$	$1, 1, 1, 1, \ldots$	$\frac{z}{z-1}$
a^k	$a^0, a^1, a^2, a^3, \ldots$	$\frac{z}{z-a}$
k	$0, 1, 2, 3, \ldots$	$\frac{z}{(z-1)^2}$
ka^k	$0, a^1, 2a^2, 3a^3, \ldots$	$\frac{az}{(z-a)^2}$
ka^{k-1}	$0, a^0, 2a^1, 3a^2, \ldots$	$\frac{z^2}{(z-a)^2}$
e^{-ak}	$e^0, e^{-a}, e^{-2a}, e^{-3a}, \ldots$	$\frac{z}{z-e^{-a}}$

Reglas Básicas de la Transformada Z

- Reglas básicas de la transformada Z

1) $\boxed{Z\{f[k]+g[k]\} = Z\{f[k]\} + Z\{g[k]\}}$

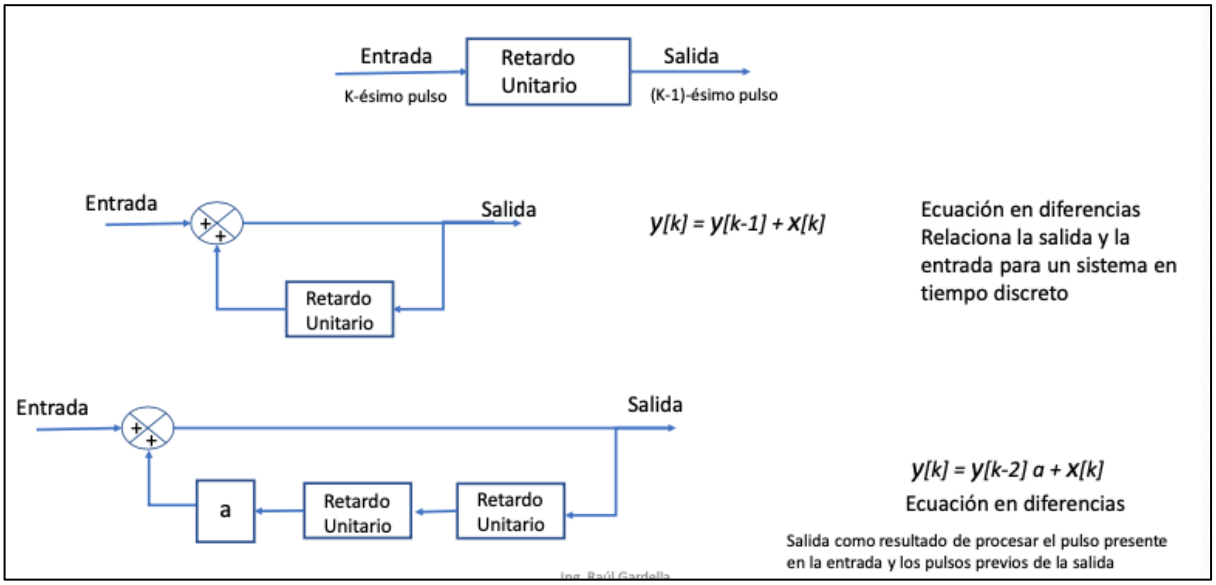
2) $\boxed{Z\{a\,f[k]\} = a\,Z\{f[k]\}}$

3) $\boxed{\mathcal{L}\, f[k-n] = Z^{-n}\, F(z)}$

Teorema del valor inicial $\boxed{f[0] = \lim_{t\to 0} f[k] \equiv \lim_{z\to\infty} F(z)}$

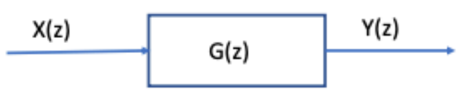
Teorema del valor final $\boxed{f[\infty] = \lim_{t\to\infty} f[k] \equiv \lim_{z\to 1} (1 - Z^{-1})\, F(z) \equiv \lim_{z\to 1} \frac{Z-1}{Z}\, F(z)}$

Procesamiento de Señales en Tiempo Discreto

- Salida no es en el mismo instante de tiempo que la entrada ya que existe un retardo. **Salida esta atrasada una unidad de tiempo.**
- 

Función Transferencia de Pulso

- La función transferencia de pulso relaciona la transformada Z de la salida en los instantes de muestreo respecto a la entrada muestreada



$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

Dada la siguiente ecuación en diferencias, hallar la función transferencia de pulso

Ecuación en diferencias

$y[k] = y[k-2]\, a + x[k]$ Al aplicar la transformada Z obtenemos: $Y(z) = a\, Y(z)\, Z^{-2} + X(z)$

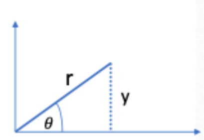
$$Y(z)\,[1 - a\,Z^{-2}] = X(z) \qquad \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{[1 - a\,z^{-2}]} \qquad \boxed{G(z) = \frac{1}{[1 - a\,z^{-2}]}}$$

Estabilidad de un Sistema en Tiempo Discreto

- $Z = e^{TS}$ $\quad S = \sigma + j\omega$ $\quad Z = e^{(\sigma + j\omega)T}$ $\quad Z = e^{\sigma T}\, e^{j\omega T}$

$Z = \rho\, e^{j\omega T}$

La condición de estabilidad en el plano S es que σ<o.
Esto indica que los límites de ρ será entre cero y uno



x = r cos θ $\quad$ y = r sen θ

X + jy = r $(\cos\theta + j sen\theta)$

$e^{i\varphi} = \cos\varphi + j sen\varphi$ (Formula de Euler)

$\boxed{X + jy = r\, e^{i\varphi}}$