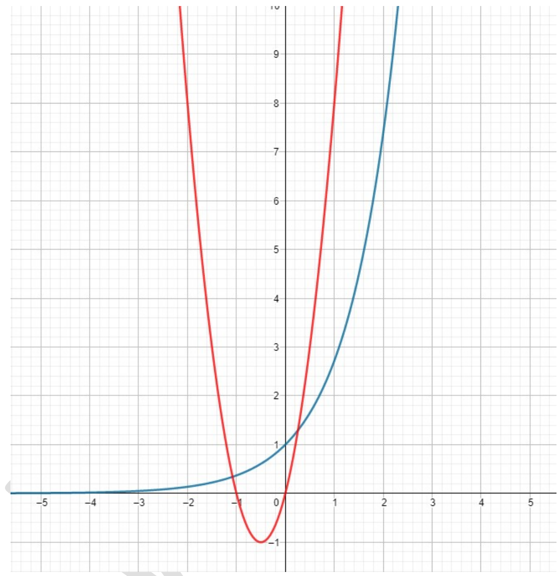
2do Parcial Matemática Superior

Curso K3011 – 1er Cuatrimestre 2020

25/07/2020

1. $f(x) = e^x - 4x^2 - 4x$



a) Cantidad de raíces

$$\begin{cases} h(x) = e^x \\ g(x) = 4x^2 + 4x \end{cases}$$

$$3 \text{ raíces} \begin{cases} (-2;-1) \\ (0;1) \\ (4;5) \end{cases}$$

$Por\ Bolzano\ se\ verifica\ que\ en\ f(x) que:$

$sg(f(-2)) \neq sg(f(-1))$

$sg(f(0)) \neq sg(f(1))$

$sg\big(f(4)\big) \neq sg\big(f(5)\big) \rightarrow En\ el\ gráfico\ no\ se\ puede\ apreciar, ya\ que\ no\ entraba.$

b)

$$E = \frac{b-a}{2^n} \leq \varepsilon$$

$$\frac{5-4}{2^n} \leq 0{,}001$$

$$\frac{1}{0{,}001} \leq 2^n$$

$$\frac{\ln\left(\frac{1}{0{,}001}\right)}{\ln(2)} \leq n$$

$$9{,}96 \ldots \leq n$$

$$\boxed{n = 10}$$

c)

$f'(x) = e^x - 8x - 4 \rightarrow$ para todo el intervalo $[0,1], f'(x) < 0$

$f''(x) = e^x - 8 \rightarrow$ para todo el intervalo $[0,1], f''(x) < 0$

Como el $sg(f'(x)) = sg(f''(x)) \rightarrow$ *hay que fijar el extremo b, o sea* 1.

$\boxed{\text{Falso}}$

d)

$|g'(x)| < 1$

$g'(x) = \dfrac{8x-4}{4x^2-4x}$

<u>Convergencia$(-2,-1)$</u>

$\mathbf{g(x) \in (-2,-1)}$ ✓

$\mathbf{|g'(x)| < 1}$ ×

<u>Convergencia$(0,1)$</u>

$\mathbf{g(x) \in (0,1)}$ ✓

$\mathbf{|g'(x)| < 1}$ ×

<u>Convergencia$(4,5)$</u>

$\mathbf{g(x) \in (4,5)}$ ✓

$\mathbf{|g'(x)| < 1}$ ✓

$\rightarrow$ *Es una de sus raíces*

2.

$$A = \begin{pmatrix} 3k-1 & 3 & -2 \\ -3 & 5 & 1 \\ 3 & -3 & 8-k \end{pmatrix} \rightarrow \textit{para que sea DD}$$

a)

$$|3k-1| \geq 5 \begin{cases} 3k-1 \geq 5 & \rightarrow k \geq 2 \\ 3k-1 \leq -5 & \rightarrow k \leq -\dfrac{4}{3} \end{cases}$$

$$|8-k| \geq 6 \begin{cases} 8-k \geq 6 & \rightarrow 2 \geq k \\ 8-k \leq -6 & \rightarrow 14 \leq k \end{cases}$$

$\boxed{(-\infty; -4/3] \cup [14; +\infty)}$

b)

Falso, si A es DD para cualquier X_0 (este caso -3) los métodos van a converger a la solución.

c)

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -5 & -8 & -11 \\ 1 & -2 & -5 & -8 \\ 6 & 3 & 0 & -3 \\ 13 & 10 & 7 & 4 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \longrightarrow \quad 26 \\ \longrightarrow \quad 16 \\ \longrightarrow \quad 12 \\ \longrightarrow \quad 34 \end{array}$$

$\boxed{\|A\|_\infty = 34}$

3.

a)

X_i	-4	0	1	k	3
Y_i	-26	6	4	-2	-12

x_i	y_i	Orden 1	Orden 2
-4	**-26**		
		8	
0	6		**-2**
		-2	
1	4		

$$p(x) = -26 + 8(x+4) - 2(x+4)x$$

$$p(x) = -26 \cancel{+ 8x} + 32 - 2x^2 \cancel{- 8x}$$

$$p(x) = 6 - 2x^2$$

$$-2 = -2k^2 + 6$$

$$k^2 = 4$$

$$|k| = \sqrt{4}\begin{cases}\boxed{k = -2}\\ k = 2\end{cases}$$

c)

x_i	y_i	Orden 1	Orden 2	Orden 3
-4	**-26**			
		8		
0	6		**-2**	
		4		**0**
-2	-2		-2	
		-2		
3	-12			

$$p(x) = -26 + 8(x+4) - 2(x+4)x$$

Falso, sigue quedando el mismo polinomio.

d)

$$f'(x) = \frac{f(X_{i+1}) - f(0)}{h}$$

$$f'(0) = \frac{f(0+1) - f(0)}{1} = \frac{f(1) - f(0)}{1} = \frac{4-6}{1}$$

$$\boxed{f'(0) = -2}$$

4.

a)

$$|E| \leq \left|\frac{a-b}{12}\right| h^2 |f''(\varphi)| < 0{,}001$$
$$|f''(0)| = 0$$
$$|f''(1{,}7)| = 1{,}76429\ldots$$
$$|f''(1{,}19246)| = 2{,}299025749$$

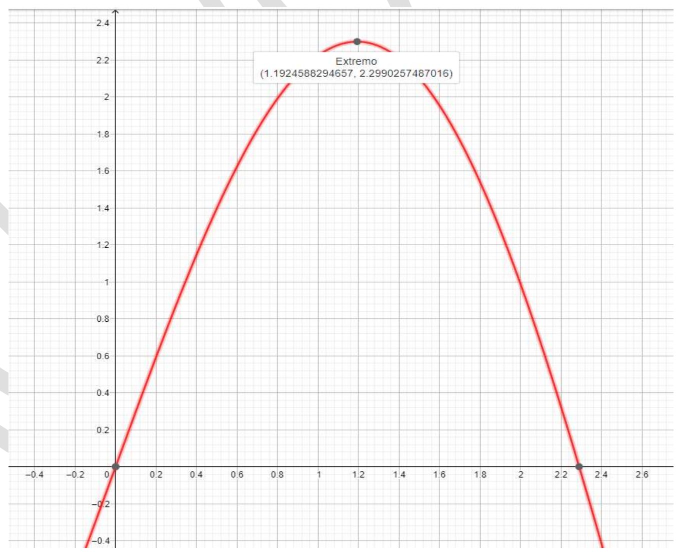
$$\frac{1{,}7}{12} h^2 * 2{,}299025749 < 0{,}001$$

$$h < 0{,}05541077758$$

$$n \geq \frac{b-a}{h} \rightarrow n \geq 30{,}67995207$$

$$\boxed{n = 34 \rightarrow h = 0{,}05}$$

$$f'(x) = -x\,\mathrm{sen}(-x) - \cos(-x)$$
$$f''(x) = x\cos(-x) - 2\,\mathrm{sen}(-x)$$



b)

$$\boxed{f''(x) > 0\ \forall\ \textit{el intervalo}\ (0; 1.7) \rightarrow f''(x) \text{ cóncava hacia arriba } \therefore \text{ error por exceso}}$$

c)

Si, *porque el n obtenido es par (condición de Simpson).*

5.

a) **Falso**, este método RK 4to lo que busca es tener una precisión del método de Taylor pero utilizando únicamente la derivada primera.

b) **Verdadero**, ya que en la etapa predictora se utiliza el algoritmo de Euler y en correctora el algoritmo de Heun.