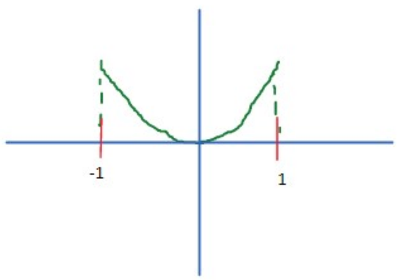
Indique verdadero o falso para los siguientes enunciados referidos a integración numérica:

a) Si al calcular la integral de una función f(x) en un intervalo [a,b] por el método de trapecios se obtiene error cero entonces la función es lineal. Falso

b) La integración por el método trapecios en un intervalo simétrico no presenta error. Falso

c) En el método de Simpson la cota de error se reduce a la cuarta parte cuando h se reduce a la mitad. Falso



Condiciones SUFICIENTES, pero NO NECESARIAS para que el error sea cero

Impar e Intervalo simétrico ---> Error Cero
Función lineal / Función constante --> Error cero

Error cero --> ???

Dada la siguiente integral definida (INTEGRAL DE -1 HASTA 1 de "x.sin(x)")

$$\int_{-1}^{1} x.\sin(x)dx$$

a) La cantidad de subintervalos que es SUFICIENTE tomar para que al aplicar el método de integración de trapecios, con un h racional NO periódico, dé un error menor que 10^{-3} es: 40. Para dicha cantidad de subintervalos es valor de h es: 0.05

b) Indiqué cual de los siguientes valores de h permite resolver la integral del enunciado por el método de trapecios pero no por el método de Simpson

0.4	n=5 , solo por trapecios
1	n=2 , trapecios y simpson
0.5	n=4 , trapecios y simpson
0.1	n=20 , trapecios y simpson
0.75	n = 2,66, NI POR TRAPECIOS NI POR SIMPSON

$$|E| \leq 10^{-3}$$

Tenemos una fórmula para acotar el error

$$|E| \leq \frac{|a-b|}{12}.h^2.\left|f''(x)\right|_{max}, \; x \in \left[-1;1\right]$$

$$\frac{|a-b|}{12}.h^2.\left|f''(x)\right|_{max} \leq 10^{-3}$$

Primero debemos hallar el máximo en módulo de la derivada segunda de la función

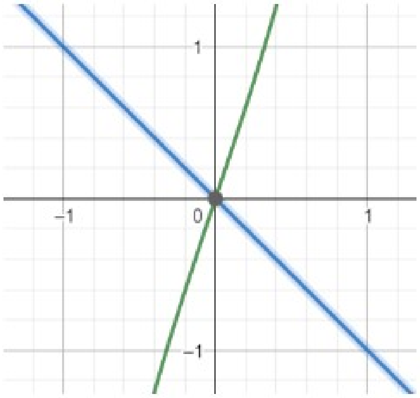
$$f(x) = x.\,sin(x)$$
$$f'(x) = sin(x) + x.\,cos(x)$$
$$f''(x) = cos(x) + cos(x) - x.\,sin(x) = 2cos(x) - x.\,sin(x)$$

Para hallar el máximo del módulo de la derivada segunda debemos evaluar si dentro del intervalo [-1;1] la función presenta extremos relativos

$$f'''(x) = -3.\,sin(x) - x.\,cos(x) = 0$$

$$3.\,sin(x) + x.\,cos(x) = 0$$
$$3.\,sin(x) = -x.\,cos(x)$$

$$3.\,tg(x) = -x$$



$x = 0,\ es\ un\ punto\ crtico,\ puede\ haber\ un\ extremo\ relativo$

Debemos evaluar el módulo de la derivada segunda en los extremos del intervalo -1 y 1, y además en todo aquel punto crítico de la función que se encuentre dentro del intervalo de integración

|f''(-1)| = $|2cos\,(-1) - -1.\,sin(-1)| = 0.2391$
|f''(1)| = $|2cos\,(1) - 1.\,sin(1)| = 0.2391$
|f''(0)| = $\mathbf{|2cos\,(0) - 0.\,sin(0)| = 2 = |f''(x)|_{max}}$

$$\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{12}}.\,h^2.\,2 \leq \mathbf{10^{-3}}$$

$$h^2 \leq 0.003$$

$$\boldsymbol{h \leq 0.05477\ldots(Es\ un\ h\ irracional,\ inifitas\ cifras\ decimales)}$$

$$n \geq \frac{b-a}{h}$$

$$n \geq \frac{2}{0.05477}$$

$n \geq 36.51$, $pero\ como\ n\ es\ natural,\ como\ mnimo\ debe\ ser\ mayor\ a\ 37$

$$n \geq 37$$

Para n=37 , ¿Qué valor tiene h? h = 2/37 -> Racional PERIÓDICO

$$h = \frac{b-a}{n}$$

Debemos ir avanzando en los valores de n hasta obtener un h racional NO PERIÓDICO, es decir, que tenga una cantidad finita de cifras decimales

Sea el conjunto de puntos (x_i , y_i) dado por la siguiente tabla:

n = 40 , h = 0.05

progresiva con h = 2 --> Tenemos una central con h = 2
regresiva con h = 1
central con h = 2

x_i	-2	-1	0	2	4	6
y_i	8	4	2	0	7	10

Aplique en cada caso la fórmula que sea más conveniente para estimar una aproximación de la derivada de primer o segundo orden según corresponda. Aplique únicamente las fórmulas dadas en el apunte. → solo para puntos equiespaciados

El valor de la derivada primera en el punto x=0, f'(0) =

El valor de la derivada segunda en el punto x=4, f''(4) =

Por central con h = 2 , f'(0) = -2
Por regresiva con h = 1 , f'(0) = -2

Por central con h = 2 , f''(4) = (10 - 2.7 + 0) / 4 =
-1

Indique verdadero o falso para las siguientes cuestiones referidas a diferenciación numérica:

La estimación de las derivadas de primer y segundo orden requieren que los puntos sean equiespaciados. Falso

La fórmula central de primer orden puede obtenerse como un promedio de la derivada de primer orden obtenido mediante la fórmula regresiva y progresiva. Verdadero

a) En general, es aconsejable tener las fórmulas para puntos equiespaciados dado que la estimación tendrá un menor error. Pero , puede utilizarse puntos no equiespaciados tomando las diferencias finitas correspondientes.

$x_{i+1} - x_i \neq x_i - x_{i-1}$