

En este documento voy a ir enumerando diferentes TIPS sobre cosas que fui aprendiendo al hacer muuuchas fdps. Los mismos van a ir de menor a mayor complejidad.

- 1- Dicho por Millin en un final de febrero del 2020: "Las fdps de los finales siempre se resuelven por el método de la inversa". Por lo cual, **si en un final no podés hallar la inversa de  $F(x)$ , ni te gastes en resolver por rechazo (no les importa que hagas un buen razonamiento si habías pifiado en una cuenta o un signo, no te cuentan nada de ese ejercicio).**

- 2- Supongamos  $f(x) = f(x) = 5e^{-5x} \quad x \geq 0$

*Nota: es el ejercicio 10 del apunte FDP\_EJ\_Variables\_Aleatorias*

Tendemos a pensar que si  $x$  no está acotada entre 2 números no se puede resolver. Esto es falso, lo que importa es que se forme un área debajo de la curva y que valga la redundancia, igualando a un  $R$  se pueda invertir. Por eso las **funciones asintóticas como esta se resuelven por inversa**, otro ejemplo es el ejercicio 9 del apunte FDP\_EJ\_Variables\_Aleatorias.

- 3- Sigamos con  $f(x) = f(x) = 5e^{-5x} \quad x \geq 0$

Cuando calculamos la integral indefinida de  $f(x)$  hay dos formas de hacerlo,

- a. Calculando la indefinida, y quedando una constante  $C$ , que se calcula al analizar  $F$  en la cota inferior de  $x$ .

Recordar que si  $a \leq x \leq b$  entonces:  $F(a)=0$  y  $F(b)=1$

Para esta  $f(x)$  seria:  $F(x) = -e^{-5x} + C$

Luego:  $F(0) = 0 \Rightarrow 0 = -1 + C \Rightarrow C = 1$

Por lo cual:  $F(x) = -e^{-5x} + 1$

- b. Calculando la integral definida entre "la cota inferior de  $x$ " y " $x$ ". **Yo recomiendo esta opción porque suele ser más rápida (tener en cuenta que en el final te dan 45 minutos aprox.). Solo hay un caso en el que no recomiendo aplicar esta forma, y lo comento en el TIP 7.**

Para esta  $f(x)$  seria:  $F(x) = \int_0^x f(u) du = -e^{-5x} \Big|_0^x = -e^{-5x} + 1$

Noten como se usa  $f(u) du$ , esto es porque se integra hasta  $x$

**Tanto si resuelven por a. o por b., les aconsejo que siempre verifiquen con la cota superior que  $F(x_{max}) = 1$ , si no les dio eso significa que en algo se confundieron.**

Para esta  $f(x)$  seria:  $F(\infty) - e^{-5\infty} + 1 = 0 + 1 = 1$

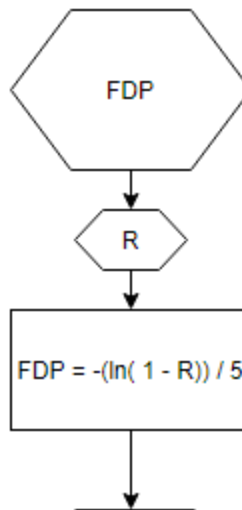
4- Sigamos con  $f(x) = 5e^{-5x}$   $x \geq 0$

En el TIP anterior llegamos a:  $F(x) = -e^{-5x} + 1$

Ahora la podemos igualar a un random y despejar:

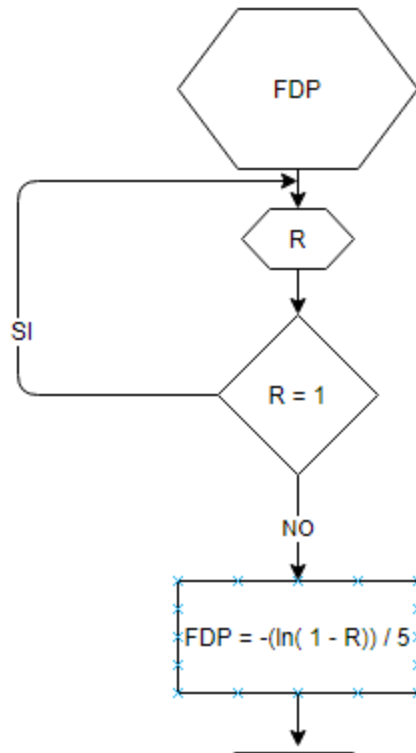
$$F(x) = -e^{-5x} + 1 = R$$
$$e^{-5x} = 1 - R \quad x = \frac{(1-R)}{5}$$

Ahora sí, haces la rutina y listo:



Bueno, déjame decirte que **ESTA MAL, PERO NO ESTA TAN MAL**. ¿Por qué? ¿Y bueno... que pasa si  $R = 1$ ? Y...  $\ln(0)$  no existe y se rompe la rutina choronga, entonces??

Lo que pasa es que como te mencione en el punto 2-, la función es asintótica, si analizas su imagen cuando tiende a infinito la  $x$ ,  $f(x)$  tiende a 0, pero NUNCA es 0, por eso te pasa esto con el  $R$ . Esto se soluciona poniendo un if para salvar la excepción, de esta manera:



Entonces recuerda que esto siempre se hace en las funciones con asíntotas (como en el ejercicio 9 del apunte de VA).

- 5- **MEMORIZATE ESTO:** si la fdp está dada por una función que representa una recta, SIEMPRE la integral te va a dar una cuadrática, y una cuadrática SIEMPRE se puede invertir. Si viste alguna que no se podía invertir, es porque está mal resuelta. En los siguientes TIPS te voy a mencionar un par de artilugios para que no falles en estos casos.

- 6- Supongamos una fdp donde  $2 \leq x \leq 6$  y  $f(2) = 0.2$

*Nota: es el ejercicio 4 del apunte FDP\_EJ\_Variables\_Aleatorias QUE ESTA MAL RESUELTO POR LA CATEDRA (si, así de genios son, después pretenden que uno haga todo perfecto el final en 45 minutos de mierda)*

En el ejercicio original está el grafico, pero con esta info ustedes ya podrían graficar la recta, y decir que  $f(6) = h$

Después calculas h sabiendo que el área debajo de la curva (segmento en este caso :P) tiene que ser = 1. Esto se saca con Áreas, viendo el grafico sale fácil que  $A + B = 1 \Rightarrow h = 0.3 = 3/10$

Pase rápido esa parte porque es la fácil, si no te sale mira varios ejercicios y lo vas a entender. El paso siguiente es calcular  $f(x)$ , que tiene la forma  $f(x) = mx + b$

“m” siempre se calcula haciendo:  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

En este caso:  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(0.3-0.2)}{4} = \frac{1}{40}$

Entonces ya tenes que  $f(x) = x/40 + b$

Para calcular b tenes que usar que  $f(2) = 0.2 \Rightarrow$  despejando  $\Rightarrow b = 0.15 = 3/20$

Entonces ya tenes que:  $f(x) = x/40 + 3/20$

El TIP acá es que chequees siempre con el otro extremo usando el b. A esta altura ya hiciste varios pasos, y haciendo esta verificación ya validas que hasta acá hiciste todo bien.

Para este ejercicio  $f(6) = 6/40 + 3/20 = 0.3 = h$  joya, podemos seguir

7- **Presta mucha atención a este TIP, es CLAVE para los ejercicios de rectas.**

Sigamos en el ejercicio del TIP anterior, habíamos obtenido  $f(x) = x/40 + 3/20$

La gente de esta catedra es tan linda y copada, que te clava un montón de fracciones para que pierdas tiempo operando en el final, pero nosotros somos vivos y vamos a aplicar el *truquito a*: **vamos a hacer factor común por LA MITAD de la pendiente** (seguime la corriente, ya te vas a enterar por qué hacemos esto...)

En este ejercicio:  $m = 1/40$ , entonces vamos a hacer factor común por **1/80**

Nos quedaría:  $f(x) = \frac{1}{80} (2x + 12)$

Y ahora integramos (**no te olvides de la constante de integración, pero acá va el *truquito b*: métela adentro del factor común**). Entonces:

$$F(x) = \frac{1}{80} (x^2 + 12x + C)$$

Fijate que al integrar la  $x^2$  no quedo multiplicada por nada, eso fue gracias al *truquito a*.

Después sabemos que  $F(2) = 0$ , entonces todo lo que tenes adentro del factor común tiene que ser 0 (gracias a ese factor común no tenes que lidiar con fracciones y calculas el C fácil 😊).

Para este ejercicio  $F(2) = 0 \Rightarrow C = -28$

Ya llegaste re lejos, no seas bolu y chequea que  $F(6) = 1$ , si no te da es que hiciste algo mal, empieza a revisar desde que empezaste a hacer factor común (porque lo anterior ya lo chequeaste y lo tenías bien 😊).

Ahora vas a completar cuadrados como un/a campeón/a:

$$F(x) = \frac{1}{80} (x^2 + 12x - 28) = \frac{1}{80} [(x - 6)^2 - 64]$$

A mi no me mientas, estoy seguro de que no entendiste un carajo ese paso porque no te acordas ni ahí como se completan cuadrados de una manera fácil. Y no te vas a poner a probar al tun tun en el final porque te van a culiar. Como no te acordas te paso este video que te explica bien:  
<https://www.youtube.com/watch?v=r73CRduTgdQ>

¡¡Ahora sí, MAGIA!! Podes igualar  $F(x)$  a un random y calcular la inversa:

$$F(x) = \frac{1}{80} [(x - 6)^2 - 64] = R$$

$$(x - 6)^2 = 80R + 64$$

$$x = 6 + \sqrt[2]{80R + 64}$$

Ahora hace la rutinita, yo no tengo ganas :D

El ultimo chequeo que podés hacer es que cuando  $R = 0$ :  $x = 2$  y cuando  $R = 1$ :  $x = 6$

Si quieres hace la prueba, intenta resolver este ejercicio sin todos esos truquitos, vas a ver cuántos renglones haces, cuantas fracciones escribís y cuánto tiempo tardas :p. Es más, fijate que los capos de la catedra te lo resolvieron mal (pero después en el final te lo toman y te garchan).

- 8- Y siguen los artilugios con los ejercicios de rectas, pero en esta ocasión rectas con pendiente negativa. Supongamos una fdp donde  $ORD(150) = ORD(250)$ . Con esa info ya deberías graficar, te queda una pendiente negativa.

Voy a escribir la función resultante para acelerar, creeme que está bien (o mejor, verifica con los extremos 😊):

$$m = -1/15000$$

$$b = 7/300$$

$$f(x) = mx + b = \frac{-x}{15000} + \frac{7}{300}$$

Acá usamos el *truquito a* del TIP 7:

$$f(x) = \frac{-1}{30000} (2x - 700)$$

Y seguís con los otros pasos del TIP 7:

$$F(x) = \frac{-1}{30000} (x^2 - 700x + C)$$

Como  $F(150) = 0 \Rightarrow C = 82500$

$$F(x) = \frac{-1}{30000} (x^2 - 700x + 82500) = \frac{-1}{30000} [(x - 350)^2 - 40000] = R$$

$$(x - 350)^2 = 40000 - 30000R$$

$$\text{Luego: } x = 350 + \sqrt[2]{40000 - 30000R}$$

Entonces por último chequeamos que para  $R=0$ :  $x=150$  y para  $R=1$ :  $x = 250$   
 Kheee? ¿??? Pero chabón... si seguí todos los pasos bien, por que no me da??? ☹

**Por eso hay marcado en azul un paso, resulta que cuando calculas la raíz cuadrada en ambos lados de la ecuación, a la izquierda no te queda "x-350", te queda un MODULO (pero la puuu, esto me lo enseñaron en el colegio y al igual q completar cuadrados no me lo acordaba, q bolu). Y bueno, cuando es modulo se puede cumplir una de las dos:**

$$x = 350 + \sqrt[2]{40000 - 30000R} \quad \vee \quad x = 350 - \sqrt[2]{40000 - 30000R}$$

**Y bueno... resulta que era la segunda expresión la valida... memorizate esto: CUANDO LA PENDIENTE ES NEGATIVA ANTES DE LA RAIZ TE TIENE QUE QUEDAR UN MENOS**

Ahora sí, si chequeas los valores da que para  $R=0$ :  $x=150$  y para  $R=1$ :  $x = 250$ .

9- Siempre que dentro de la  $f(x)$  haya un  $(x + a)$ , usa sustitución  $u = (x + a)$ . Esto te evita aplicar distributiva, hacer factor común y completar cuadrados.

Por ejemplo:

- Para  $(x - 3)^2$  usar  $u = x - 3$
- Para  $\frac{x-1}{24}$  usar  $u = x - 1$