Trabajo semanal 9 - Funciones de excitación no disipativas

Síntesis de funciones de excitación

1) Sea la función:

$$Z(s) = \frac{(s^2+3)(s^2+1)}{s(s^2+2)}$$

Se pide hallar la topología circuital y los valores de los componentes para:

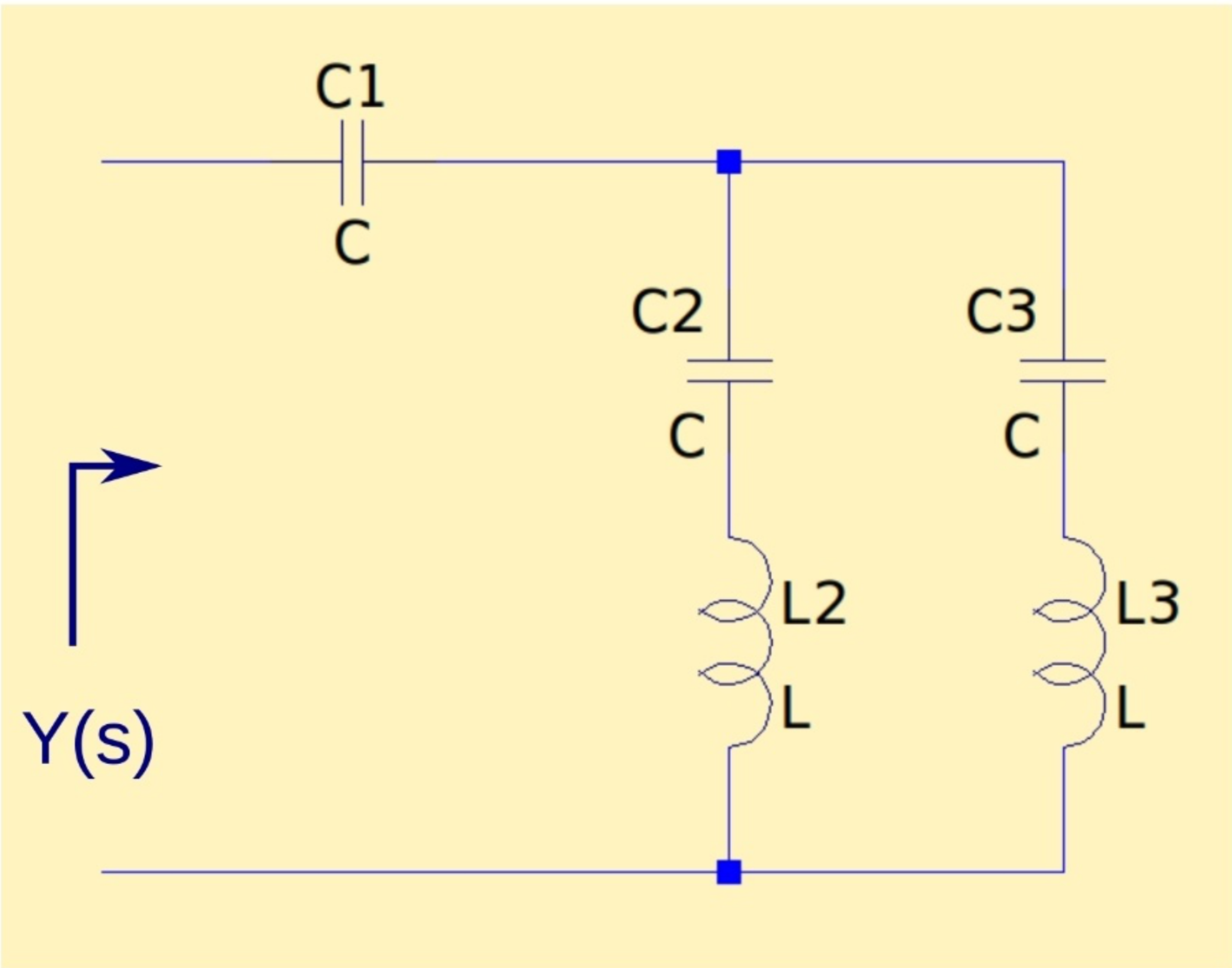
a) Síntesis de $Z(s)$ mediante el método de Foster en su versión "paralelo" o "derivación".

b) Idem **a)** mediante Cauer 1 y 2.

2) Sea

$$Y(s) = \frac{3s(s^2+7/3)}{(s^2+2)(s^2+5)}$$

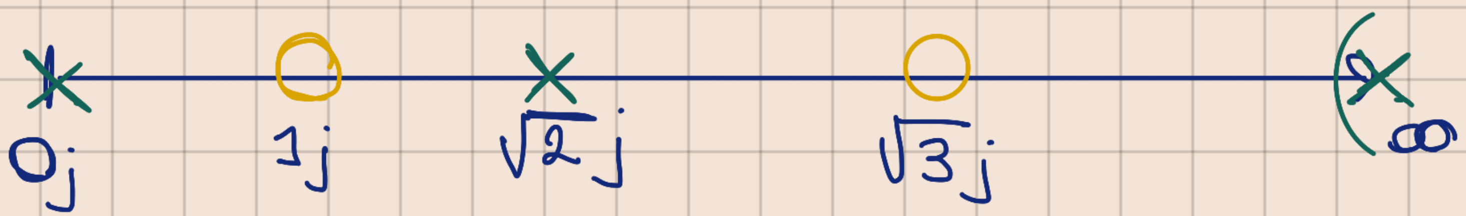
Obtenga los valores de los componentes de la siguiente red sabiendo que L2 y C2 resuenan a 1 r/s.



Ejercicio 1:

$$Z(s) = \frac{(s^2+3)(s^2+1)}{s(s^2+2)}$$

a) foster serie



$$Z(s) = \frac{(s^2+3)(s^2+1)}{s(s^2+2)} = \frac{K_0}{s} + s\,K_\infty + \frac{2K_1\, s}{s^2+\omega_1^2}$$

aplico residuos:

$$K_0 = \lim_{s \to 0} s \cdot Z(s) = \cancel{s}\,\frac{(s^2+3)(s^2+1)}{\cancel{s}(s^2+2)} = \frac{3}{2}$$

$$\boxed{K_0 = \frac{3}{2}}$$

$$K_\infty = \lim_{s \to \infty} \frac{1}{s}\,\frac{(s^2+3)(s^2+1)}{s(s^2+2)} = \boxed{1 = K_\infty}$$

$$2K_1 = \lim_{s^2 \to -2} \frac{\cancel{(s^2+2)}}{s}\,\frac{(s^2+3)(s^2+1)}{s\cancel{(s^2+2)}} =$$

$$2K_1 = \lim_{s^2 \to -2} \frac{(s^2+3)(s^2+1)}{s^2} = \boxed{\frac{1}{2} = 2K_1}$$

$$Z(s) = \frac{3}{2}\frac{1}{s} + s \cdot 1 + \frac{1}{2}\frac{s}{s^2+w_1^2}$$

Capacitor de valor 2/3

Inductor de valor 1

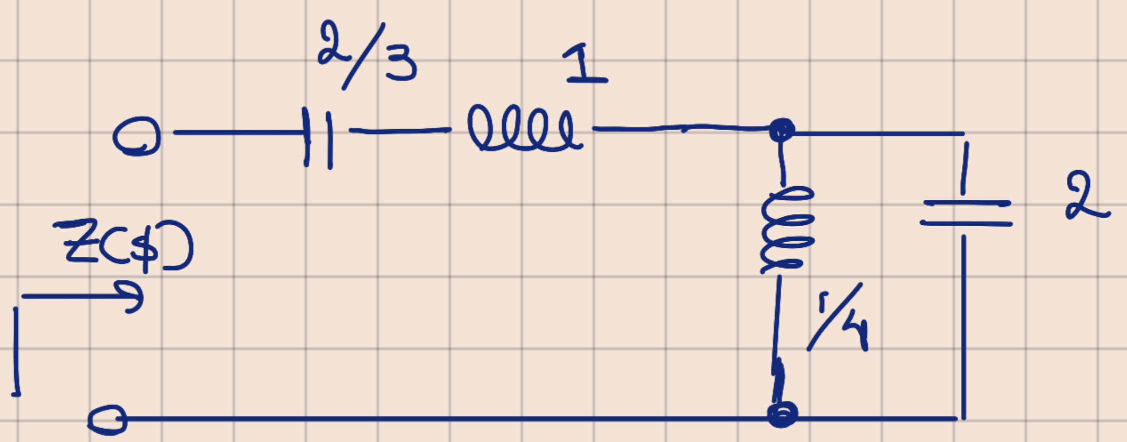
*

$$* \rightarrow \frac{s\,1/2}{s^2+w_1^2} = \frac{1}{\frac{s^2}{s\,1/2} + \frac{w_1^2}{s\,1/2}} = \frac{1}{s \cdot 2 + \frac{1}{s\frac{1}{2w_1^2}}}$$

Capacitor de valor 2

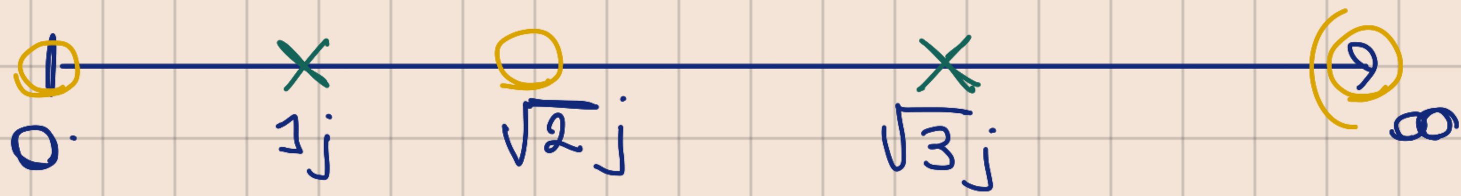
Inductor de valor 1/4

Circuito resultante:



Foster paralelo

$$Y(s) = \frac{1}{Z(s)} = \frac{s\,(s^2+2)}{(s^2+3)(s^2+1)}$$



Como solo hay polos complejos conjugados:

$$Y(s) = \frac{s\,(s^2+2)}{(s^2+\underbrace{3}_{\to\omega_0^2})(s^2+\underbrace{1}_{\to\omega_1^2})} = \frac{2k_0\,s}{s^2+\omega_0^2} + \frac{2k_1\,s}{s^2+\omega_1^2}$$

Residuos:

$$2k_0 = \lim_{\substack{s^2\to-\omega_0^2\\ s^2\to-3}} \frac{\cancel{(s^2+3)}}{\cancel{s}}\;\frac{\cancel{s}\,(s^2+2)}{\cancel{(s^2+3)}(s^2+1)} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{2k_0 = \frac{1}{2}}$$

$$2k_1 = \lim_{\substack{s^2\to-\omega_1^2\\ s^2\to-1}} \frac{\cancel{(s^2+1)}}{\cancel{s}}\;\frac{\cancel{s}\,(s^2+2)}{(s^2+3)\cancel{(s^2+1)}} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{2k_1 = \frac{1}{2}}$$

$$Y(\$) = \frac{\frac{1}{2}\,\$}{\$^2 + 3} + \frac{\frac{1}{2}\,\$}{\$^2 + 1}$$

$$Y(\$) = \frac{1}{\frac{\$^{\cancel{2}}}{\frac{\cancel{\$}}{2}} + \frac{3}{\frac{\$}{2}}} + \frac{1}{\frac{\$^{\cancel{2}}}{\frac{\cancel{\$}}{2}} + \frac{1}{\frac{\$}{2}}}$$

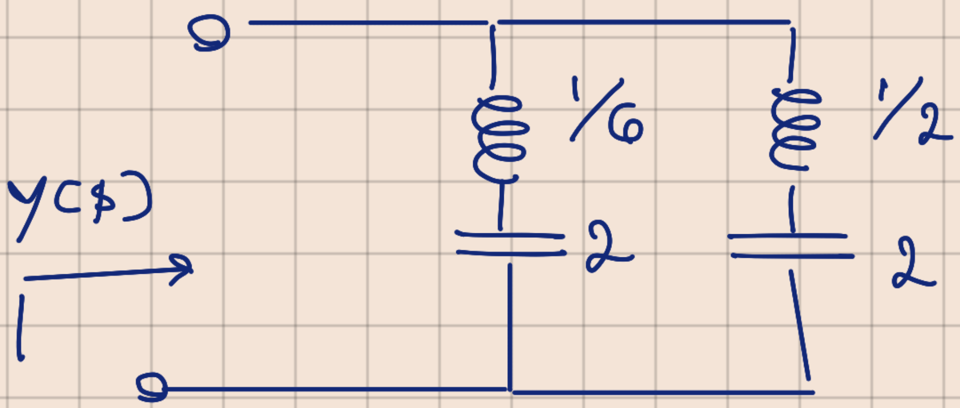
$$Y(\$) = \frac{1}{\$2 + \frac{1}{\$\,\frac{1}{6}}} + \frac{1}{\$2 + \frac{1}{\$\,\frac{1}{2}}}$$

capacitor de valor 2

inductor de valor 1/6

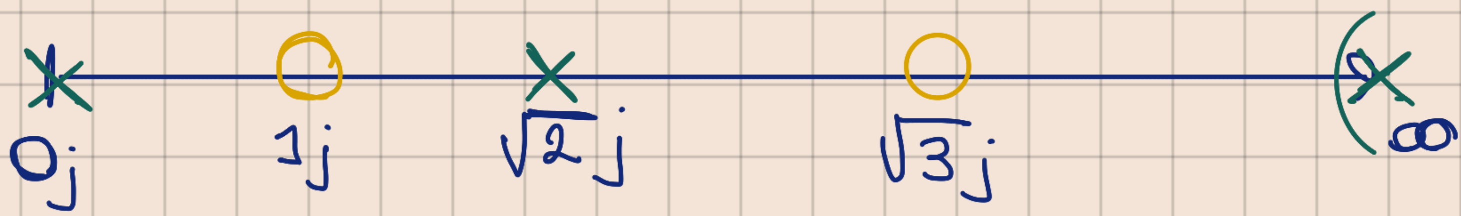
capacitor de valor 2

inductor de valor 1/2



b) método de cauer 1:

$$Z(s) = \frac{(s^2+3)(s^2+1)}{s(s^2+2)}$$



elimino polos en $\omega = 0$

$$Z(s) = \frac{(s^2+3)(s^2+1)}{s(s^2+2)} = \frac{s^4 + 4s^2 + 3}{s^3 + 2s}$$

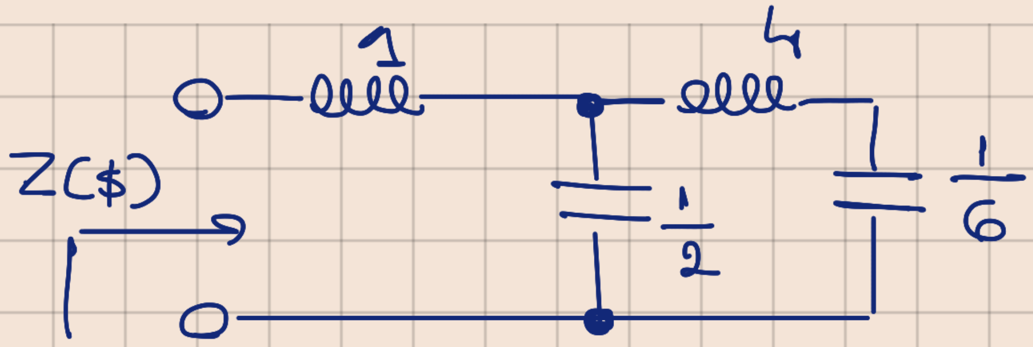
$$\begin{array}{l|l}
s^4 + 4s^2 + 3 & s^3 + 2s \\
-(s^4 + 2s^2) & s \\
\hline
s^3 + 2s & 2s^2 + 3 \\
-(s^3 + \frac{3}{2}s) & \frac{1}{2}s \\
\hline
2s^2 + 3 & \frac{1}{2}s \\
-(2s^2 + 0) & 4s \\
\hline
\frac{1}{2}s & 3 \\
-\frac{1}{2}s & \frac{1}{6}s \\
\hline
0 &
\end{array}$$

s → como estoy en $Z(s)$ esto es un $L = 1$ en serie.

$\frac{1}{2}s$ → estoy en $Y(s)$ por lo que es un cap en derivacion

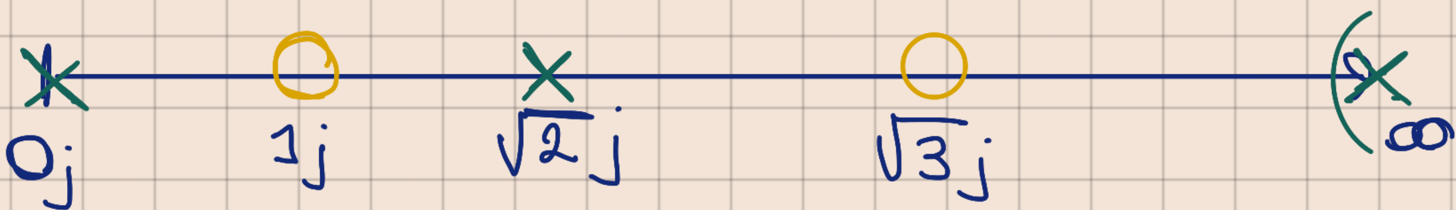
$4s$ → inductor en serie

$\frac{1}{6}s$ → cap en derivacion.



método de cauer 2 :

$$Z(s) = \frac{(s^2+3)(s^2+1)}{s(s^2+2)}$$



elimino polos en $\omega = \infty$

$$Z(s) = \frac{(s^2+3)(s^2+1)}{s(s^2+2)} = \frac{s^4+4s^2+3}{s^3+2s}$$

$$\begin{array}{l|l} 3+4s^2+s^4 & 2s+s^3 \\ \cline{2-2} -\left(3+\frac{3}{2}s^2\right) & \frac{3}{2}\frac{1}{s} \\ \hline \frac{5}{2}s^2+s^4 & \end{array}$$

estamos en $Z(s)$ por lo q' es un cap de $2/3$

$$\begin{array}{l|l} 2s+s^3 & \frac{5}{2}s^2+s^4 \\ \cline{2-2} -\left(2s+\frac{4}{5}s^3\right) & \frac{4}{5}\frac{1}{s} \\ \hline \frac{1}{5}s^3 & \end{array}$$

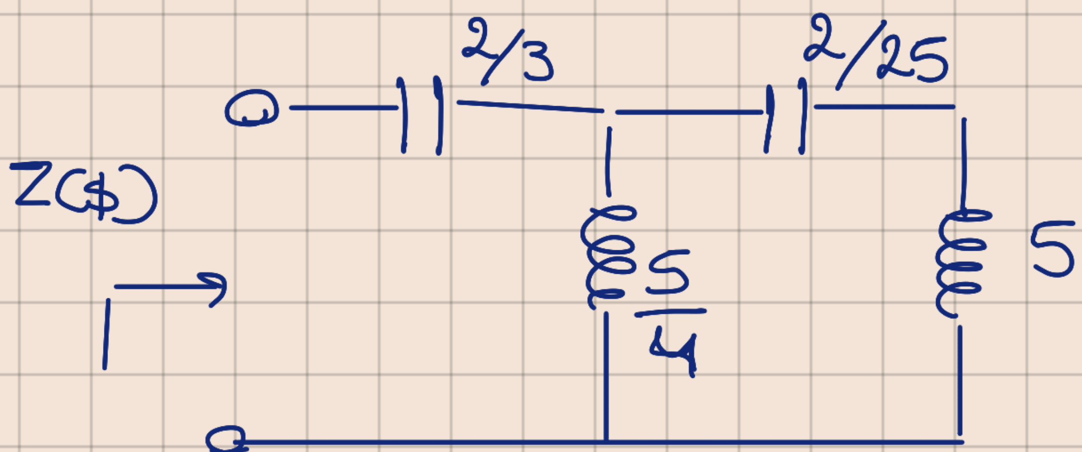
estamos en $y(s)$ por lo que es un ind en derivacion de valor $5/4$

$$\begin{array}{l|l} \frac{5}{2}s^2+s^4 & \frac{1}{5}s^3 \\ \cline{2-2} -\left(\frac{5}{2}s^2\right) & \frac{25}{2}\frac{1}{s} \\ \hline s^4 & \end{array}$$

estamos en $Z(s)$ por lo que es un capacitor en serie de valor $\frac{2}{25}$

$$\begin{array}{l|l} \frac{1}{5}s^3 & s^4 \\ \cline{2-2} -\frac{1}{5}s^3 & \frac{1}{5}\frac{1}{s} \\ \hline 0 & \end{array}$$

estamos en $y(s)$ por lo que es un inductor en derivacion de valor 5

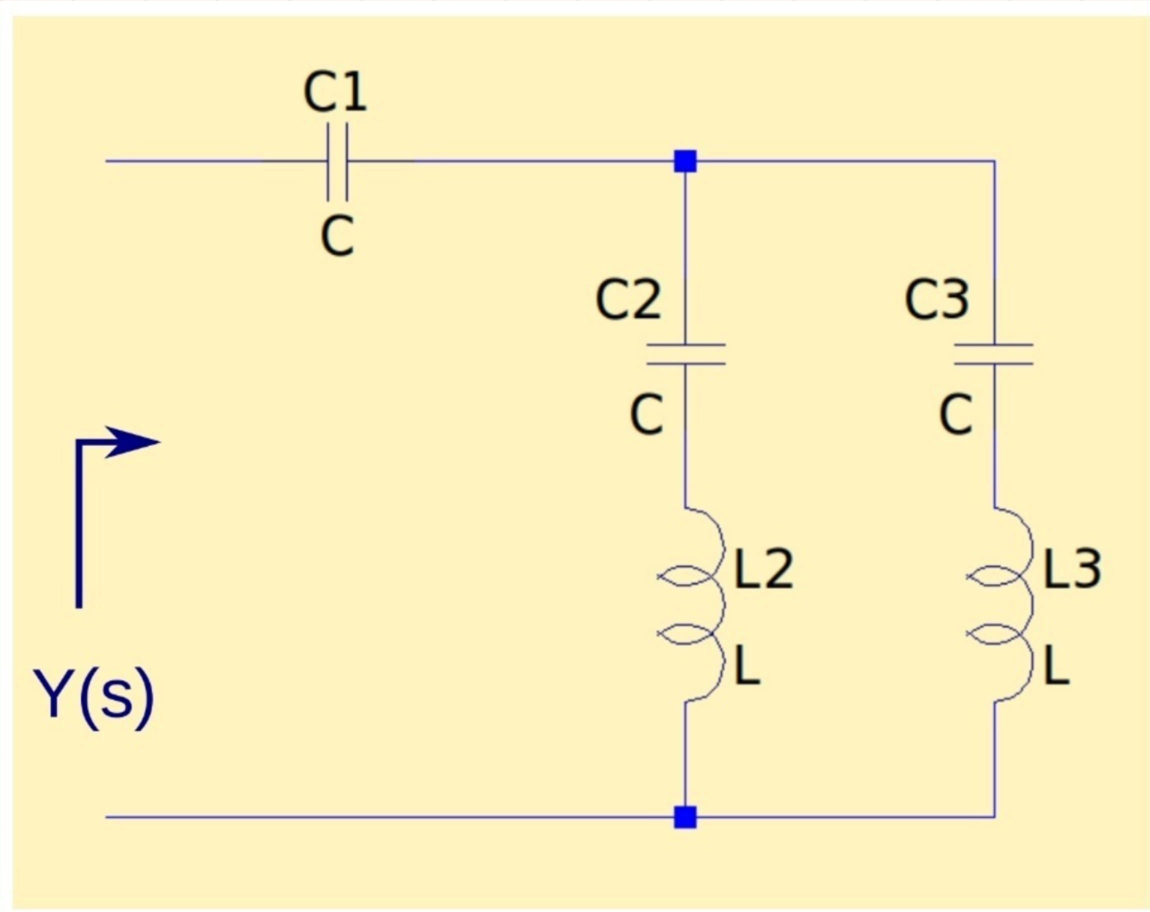


2)

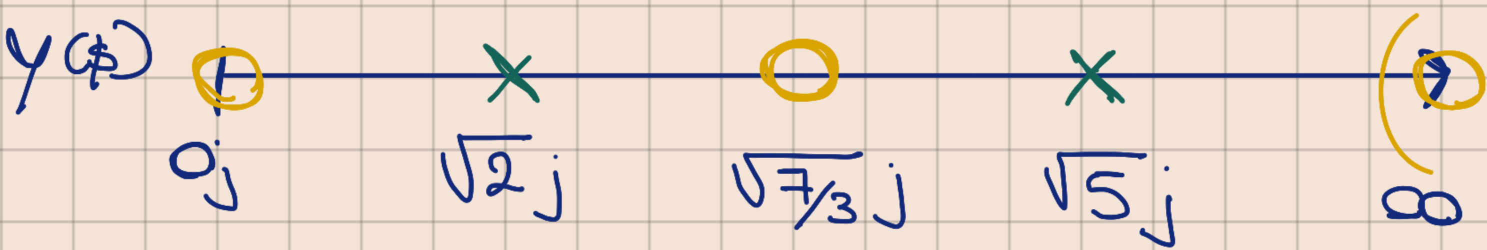
2) Sea

$$Y(s) = \frac{3s(s^2 + 7/3)}{(s^2 + 2)(s^2 + 5)}$$

Obtenga los valores de los componentes de la siguiente red sabiendo que L2 y C2 resuenan a 1 r/s.



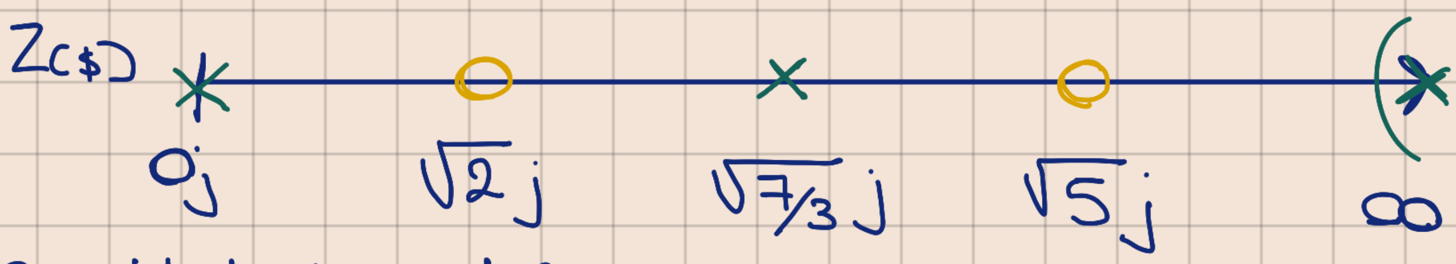
analisis de la funcion exitacion



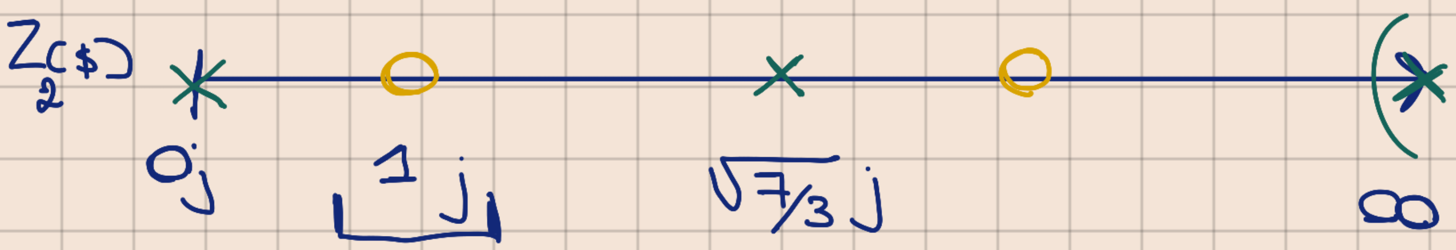
Requiero de un polo en tal que $w_1 = 1$ rad/s

$$\frac{s\,2K_0}{(s^2+\omega_1^2)}$$ → para conseguir esta estructura debemos mover un polo sin embargo los polos no se pueden desplazar.

Lo que se hace es convertir a impedancia la expresion para poder mover un cero a dicha ω.



resultado buscado:



por lo tanto no podemos eliminar por completo el polo en cero. Hacemos una remocion parcial.

$$Z(s) = \frac{1}{Y(s)}$$

$$\left[Z(s) - Z_A(s)\right]\Big|_{s=j1} = 0$$

Siendo Z_A la impedancia removida.

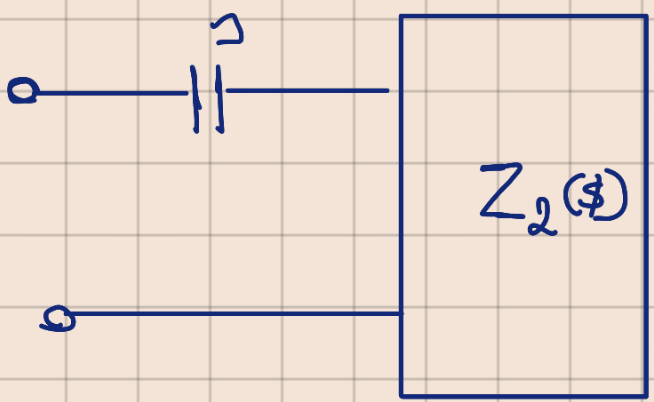
$$Z_A = \frac{K_0}{s}$$

$$\left[\frac{(s^2+2)(s^2+5)}{3s(s^2+7/3)} - \frac{K_0}{s} \right] \Bigg|_{s=j1} = 0$$

$$\frac{(s^2+2)(s^2+5)}{3\cancel{s}(s^2+7/3)} \cdot \cancel{s} \Bigg|_{s=j1} = K_0$$

$$\frac{(-1+2)(-1+5)}{3(-1+7/3)} = K_0$$

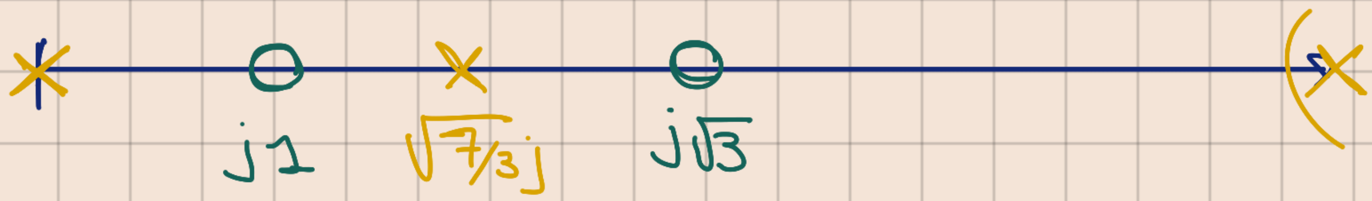
$$\frac{4}{-3+7} = \boxed{K_0 = 1}$$



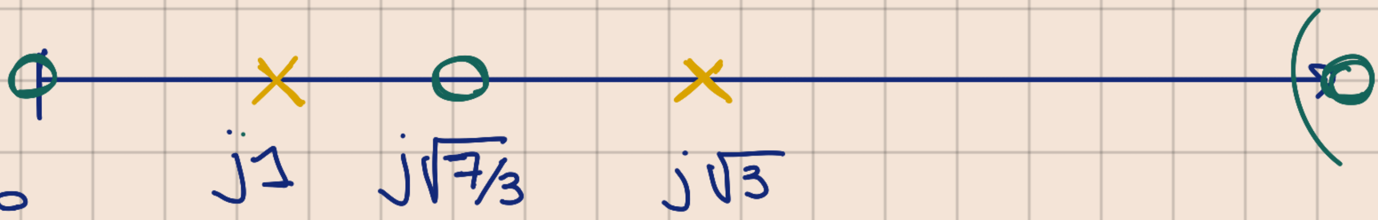
$$Z_2(s) = \left[\frac{(s^2+2)(s^2+5)}{3s(s^2+7/3)} - \frac{1}{s} \right]$$

$$Z_2(s) = \frac{s^4 + 7s^2 + 10 - 3s^2 - 7}{3s(s^2+7/3)} =$$

$$Z_2(\$) = \frac{\$^4 + 4\$^2 + 3}{3\$(\$^2 + 7/3)} = \frac{(\$^2+1)(\$^2+3)}{3\$(\$^2+7/3)}$$



pasando a admitancia:



$$Y(\$) = \frac{3\$(\$^2 + 7/3)}{(\$^2+1)(\$^2+3)}$$

ahora calculamos los demas componentes haciendo los residuos.

$$Y(\$) = \frac{2K_1\$}{(\$^2+1)} + \frac{2K_2\$}{(\$^2+3)}$$

$$2K_1 = \lim_{\$^2 \to -1} \frac{(\$^2+1)}{\$} \cdot Y(\$)$$

$$= \lim_{\$^2 \to -1} \frac{3(\$^2+7/3)}{(\$^2+3)} = \frac{-3+7}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\boxed{2K_1 = 2}$$

$$2K_2 = \lim_{s^2 \to -3} \frac{\cancel{(s^2+3)}}{\cancel{s}} \cdot \frac{3\cancel{s}(s^2+7/3)}{(s^2+1)\cancel{(s^2+3)}}$$

$$\lim_{s^2 \to -3} \frac{3(s^2+7/3)}{(s^2+1)} = \frac{3.(-3+7/3)}{-3+1} = \frac{2}{2}$$

$$\boxed{2K_2 = 1}$$

$$Y(s) = \frac{2s}{(s^2+1)} + \frac{s}{(s^2+3)}$$

$$Y(s) = \frac{1}{\frac{s^{\cancel{2}}}{2\cancel{s}} + \frac{1}{2s}} + \frac{1}{\frac{s^{\cancel{2}}}{\cancel{s}} + \frac{1}{s\frac{1}{3}}}$$

$$Y(s) = \frac{1}{s\frac{1}{2} + \frac{1}{2s}} + \frac{1}{s + \frac{1}{s\frac{1}{3}}}$$

Inductor de 1/2

capacitor de 2

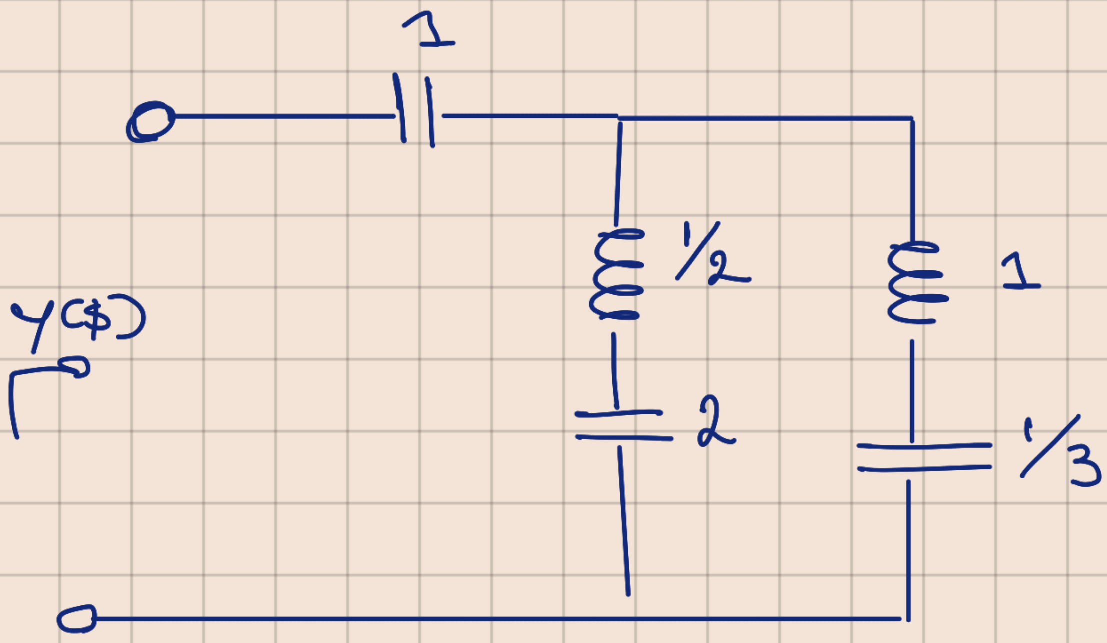
inductor de 1

capacitor 1/3

$$Y(s) = \frac{1}{\frac{1}{Y_1(s)} + \frac{1}{Y_2(s)}}$$

$Y_1(s) = \frac{1}{s\frac{1}{2}}$ → Inductor de 1/2

$Y_2(s) = 2s$ → capacitor de 2


1
1/2
1
Y(s)
2
1/3