

# Hw 15

Page579: 32.1-2

Page583: 32.2-2, 32.2-3

Page587: 32.3-2

Page593: 32.4-3, 32.4-7

## 32.1

Page579: 32.1-2

**32.1-2** 假设在模式  $P$  中所有字符都不相同。试说明如何对一段  $n$  个字符的文本  $T$  加速过程 NAIVE-STRING-MATCHER 的执行速度，使其运行时间达到  $O(n)$ 。

$T[1..n]$ ,  $P[1..m]$

修改后：

```
i = 0
while i <= n-m:
    isMatch = True
    for j = 1..m:
        if T[i+j] != P[j]:
            # 情况(1)
            isMatch = False
            if j == 1:
                # 情况(1.1)
                i = i + 1
            else:
                # 情况(1.2)
                i = i + j - 1
            break
    if isMatch:
        # 情况(2)
        print('match')
        i = i + m
```

两大类情况，三小种情况：

(1) 第  $i$  次循环匹配失败， $T[i+j] \neq P[j]$  时：

(1.1)  $j=1$  时，同 naive 算法， $i$  往后移一位重新开始比较；

(1.2)  $j>1$  时，下次应从  $T[i+j]$  开始比较（ $i$  跳到  $i+j-1$ ），因为  $T[i+k] \neq P[k] \neq P[1]$ ， $k=2..j-1$ 。

(2) 第  $i$  次循环匹配成功时，下次应从  $T[i+m+1]$  开始比较（ $i$  跳到  $i+m$ ），因为  $T[i+k] \neq P[k] \neq P[1]$ ， $k=2..m$ 。

综上，最坏情况： $T[1]$  比较 1 次， $T[2..n-m]$  比较两次， $T[n-m+1..n]$  比较 1 次，如  $T=aa..a$ ， $P=ab$ ，时间  $O(n)$ 。

## 32.2

**32.2-2** 如何扩展 Rabin-Karp 算法，使其能解决如下问题：如何在文本字符串中搜寻出给定的  $k$  个模式中的任何一个出现？起初假设所有  $k$  个模式都是等长的，然后扩展你的算法以适用于不同长度的模式。

#### Step 1 of 3

Rabin - karp algorithm can extend to search the text string for an occurrence of given set of  $K$  - patterns, by taking  $P$  as pointer to double dimensional array of size  $K \times M$  in its input parameter list. So double dimensional array will hold  $K$  patterns and each of length  $M$  characters.

#### Step 2 of 3

Now the modified algorithm is

Rabin - karp - matcher ( $T, P, d, q$ )

1.  $n \leftarrow \text{length}[T]$
2.  $m \leftarrow \text{length}[P]$
3.  $h \leftarrow d^{m-1} \bmod q$
4. for  $J \leftarrow 1$  to  $K$
5.   do  $P \leftarrow 0$
6.   to  $\leftarrow 0$
7.   for  $i \leftarrow 1$  to  $m$
8.     do  $P \leftarrow (dP + P[J][i]) \bmod q$
9.   to  $\leftarrow (dt_0 + T[i]) \bmod q$
10. for  $s \leftarrow 0$  to  $n - m$
11.   do if  $P = t_s$ ,
12.     then if  $P[J][1..m] = T[s+1..s+m]$
13.     then print "pattern occurs with shift"  $S$
14.   if  $s < n - m$
15.   then  $t_{s+1} \leftarrow (d(t_s - T[s+1]h) + T[s+m+1]) \bmod q$

#### Step 3 of 3

We can generalize this algorithm to allow the patterns of different lengths by placing 2,3 lines after the 6th line (within outer loop) and before the 7th line so that each time  $m$  takes the length of corresponding pattern in two dimensional array and continues inner loop  $m$  times

**32.2-3** 试说明如何扩展 Rabin-Karp 算法用于处理以下问题：在一个  $n \times n$  的二维字符数组中搜索一个给定的  $m \times m$  的模式。（该模式可以在水平方向和垂直方向移动，但是不可以旋转。）

The Rabin - karp method can extend to handle the problem of looking for a given  $m \times m$  pattern in an  $n \times n$  array of characters as follows

Rabin - karp - matcher ( T, P, d, q)

- ```

1. For  $K \leftarrow 1$  to  $n$ 
2.  $l_T \leftarrow \text{length}[T[K]]$ 
3. For  $J \leftarrow 1$  to  $m$ 
4.  $l_P \leftarrow \text{length}[P]$ 
5.  $h \leftarrow d^{m-1} \bmod q$ 
6.  $P \leftarrow 0$ 
7.  $t_0 \leftarrow 0$ 
8. for  $i \leftarrow 1$  to  $m$ 
9.   do  $P \leftarrow (dp + P[j][i]) \bmod q$ 
10.    $t_0 \leftarrow (dt_0 + t[K][i]) \bmod q$ 
11. for  $s \leftarrow 0$  to  $n - m$ 
12.   do if  $P = t_s$ ,
13.     then if  $(P[J][1 \dots m] = T[K][S+1 \dots S+m])$ 
14.       then print "pattern occurs with shift"  $S$ 
15. if  $S < n - m$ 
16. then  $t_{s+1} \leftarrow d(t_s - T[K][S+1]h) + T[K][S+m+1] \bmod q$ 

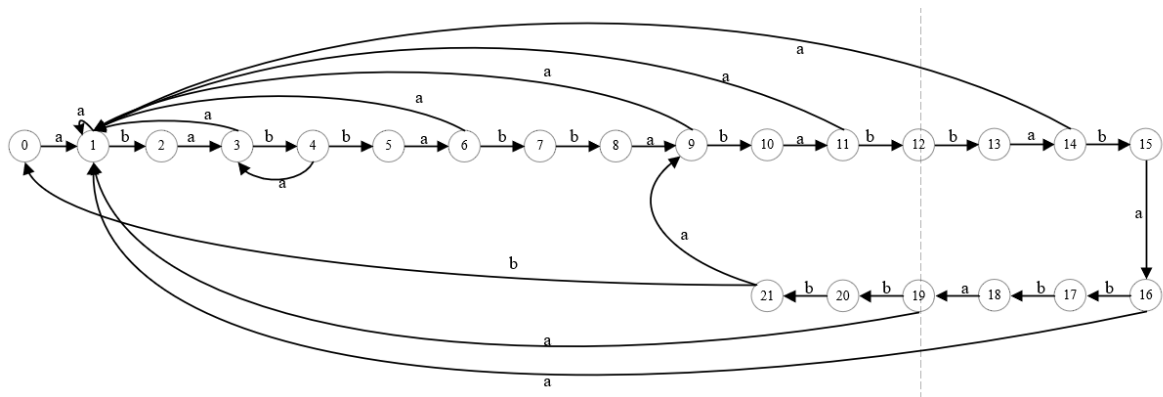
```

## 32.3

Page587: 32.3-2

**32.3-2** 对字母表  $\Sigma = \{a, b\}$ , 画出与模式  $ababbabbababbababbabb$  对应的字符串匹配自动机的状态转换图。

给出图和表均给分。



by#54

| state | a | b | state | a  | b  | state | a  | b  |
|-------|---|---|-------|----|----|-------|----|----|
| 0     | 1 | 0 | 9     | 1  | 10 | 18    | 19 | 0  |
| 1     | 1 | 2 | 10    | 1  | 10 | 19    | 1  | 20 |
| 2     | 3 | 0 | 11    | 1  | 12 | 20    | 3  | 21 |
| 3     | 1 | 4 | 12    | 3  | 13 | 21    | 9  | 0  |
| 4     | 3 | 5 | 13    | 14 | 0  |       |    |    |
| 5     | 6 | 0 | 14    | 1  | 15 |       |    |    |
| 6     | 1 | 7 | 15    | 16 | 8  |       |    |    |
| 7     | 3 | 8 | 16    | 1  | 17 |       |    |    |
| 8     | 9 | 0 | 17    | 3  | 18 |       |    |    |

## 32.4

Page593: 32.4-3, 32.4-7

**32.4-3** 试说明如何通过检查字符串  $PT$  (由  $P$  和  $T$  连结形成的长度为  $m+n$  的字符串) 的  $\pi$  函数来确定模式  $P$  在文本  $T$  中的出现位置。

答: 模式  $P$  在文本  $T$  中出现的位置集合如下:

只要给出  $\Pi[q]$  或  $\Pi^*[q]$  这种均给分。  $q$  是  $PT$  的下标, 这里要确定模式  $P$  在文本  $T$  中的出现位置, 需要减去  $2m$ 。

$$M = \{q - 2m \mid m \in \Pi^*[q] \text{ and } q \geq 2m\}$$

**32.4-7** 写出一个线性时间的算法, 以确定文本  $T$  是否是另一个字符串  $T'$  的循环旋转。例如  $\text{arc}$  和  $\text{car}$  是彼此的循环旋转。

主要思想: 将两个文本串  $T$  连结形成  $TT$ , 使用 KMP 算法判断  $T'$  是否是  $TT$  的子串, 若  $T'$  是  $TT$  的子串, 则  $T$  是  $T'$  的循环旋转; 否则, 不是。

算法:

```

Check_rot(string T, string T'):
    if T.length != T'.length:
        return false
    else:
        TT = concat(T, T)
        # 采用 KMP 算法判断 T' 是否是 TT 的子串
        if KMP(TT, T') == true:
            return true
        return false

```

