

**IM381 – Introdução ao Método de Elementos Finitos**  
**Professor Marco Lúcio Bittencourt**  
**Primeiro semestre de 2019**

**Projeto 1: Dimensionamento do quadro de uma bicicleta usando o método dos elementos finitos.**

O objetivo deste trabalho é dimensionar o quadro de uma bicicleta a partir de uma análise de elementos finitos. A figura 1 mostra um desenho esquemático do quadro da bicicleta:

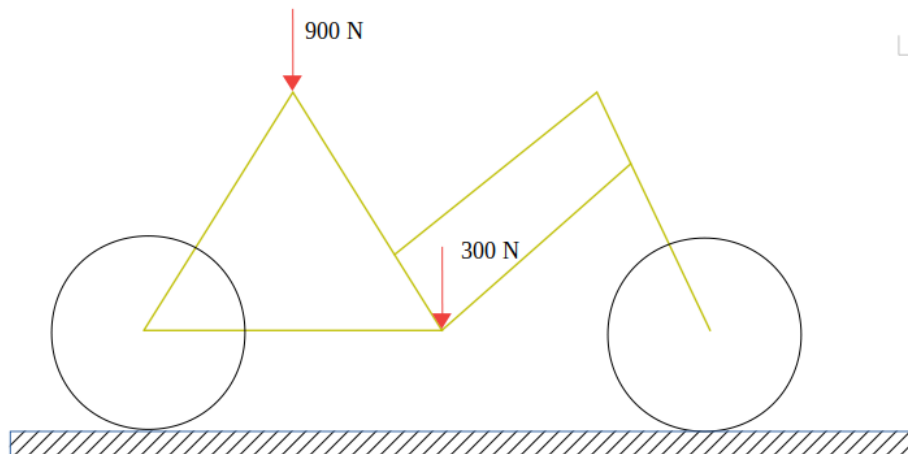


Figura 1.

**Condição de carga para o projeto**

- Para o projeto do quadro, deve-se considerar a seguinte condição de carga: quando um adulto utiliza a bicicleta, a carga nominal estimada é de 900 N no assento (nó 1) e de 300 N no pedal (nó 2).
- Na análise estática é necessário utilizar um fator de segurança  $G=2$  nas cargas nominais estimadas. O fator de segurança  $G$  considera as condições dinâmicas de operação da bicicleta.
- Utilizar o critério da tensão equivalente de von Mises, com um fator de segurança  $S=1.5$ , para prevenir escoamento do material.
- Considerar uma tensão cisalhante média  $\tau_{xy} = \frac{4Vy}{3A}$  para simplificar a análise.

**Análise do projeto usando o método dos elementos finitos**

- A numeração dos nós e dos elementos utilizados para a análise de elementos finitos é apresentada na figura 2.

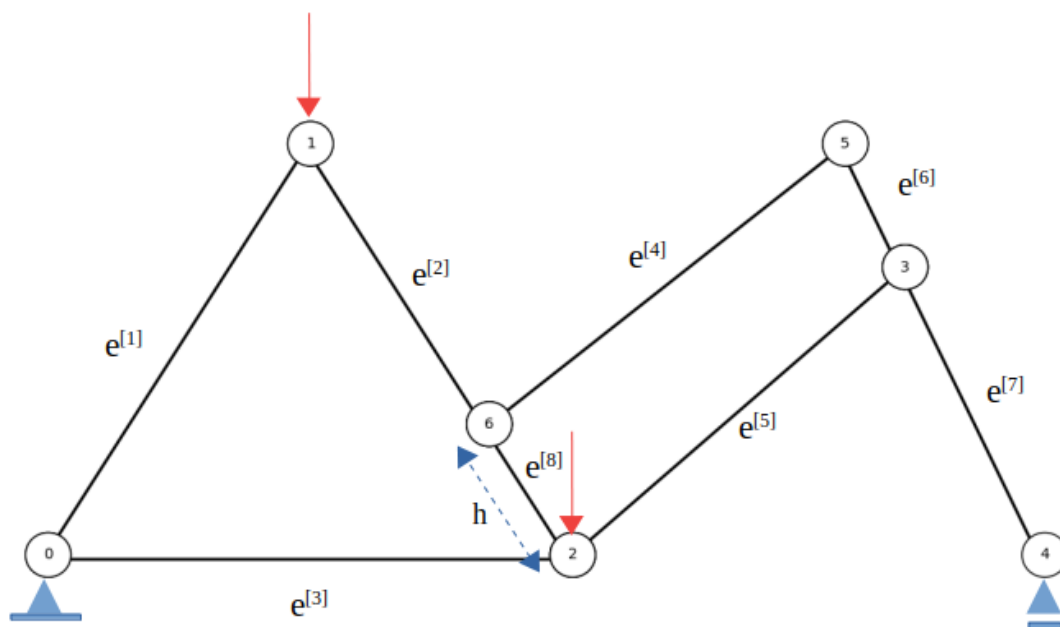


Figura 2.

Considerações para a análise usando o método dos elementos finitos:

- Aproxime o quadro da bicicleta como um pórtico no plano x-y.
- Utilize elementos de pórtico de 2 nós com 3 graus de liberdade por nó (deslocamentos em x e y e rotação em z) para discretizar o quadro da bicicleta.
- O apoio do nó 0 restringe o deslocamento em x e y
- O apoio do nó 4 só restringe o deslocamento em y.

**Geometria do problema:**

nó	coordenada x [mm]	coordenada y [mm]
0	0	0
1	250	400
2	500	0
3	817	280
4	950	0
5	760	400
6	$x_6$	$y_6$

Elemento	Diâmetro	Espessura
1	$d_1$	2 mm
2-3-4-5	$d_2$	2 mm
6-7-8	$d_3$	2 mm

Observações:

- Os valores  $x_6$  e  $y_6$  são determinados a partir do valor do comprimento  $h$  do elemento 8 apresentado na figura 2.
- O comprimento  $h$  deve estar no intervalo de 120 a 360 mm.
- O elemento 2 e o elemento 8 têm a mesma orientação.
- Os diâmetros  $d_1$ ,  $d_2$  e  $d_3$  dos elementos não podem ser inferiores a 12 mm.

**Propriedades do material (alumínio)**

Propriedade	Valor
Módulo de Young $E$	70 GPa
Densidade $\rho$	$2580 \frac{Kg}{m^3}$
Tensão de escoamento $\sigma_{esc}$	210 MPa

**Entregáveis do projeto:**

1) Implementar um código para a análise estática de pórticos utilizando o elemento finito de viga de 2 nós com 3 graus de liberdade por nó. O código deve retornar os valores dos graus de liberdade de todos os nós, os esforços internos máximos em cada elemento (força normal, força cortante e o momento fletor) e plotar a posição deformada e não deformada do quadro.

Descrever o algoritmo utilizado. Para isto, pode-se usar uma descrição narrativa, um fluxograma, um pseudocódigo ou qualquer outra forma simples e resumida de explicar o código.

Observações:

- O código deve ser implementado para qualquer problema de pórtico, por tanto as condições de contorno, o número de elementos, a geometria dos elementos e demais valores de entrada podem ser modificados.
- O gráfico da posição deformada só deve incluir os deslocamentos em  $x$  e  $y$ .

2) Use o código implementado para fazer o dimensionamento do quadro da bicicleta:

Procedimento:

2.1) Utilizar o valor mínimo permitido para os diâmetros externos  $d_1, d_2, d_3$  (12 mm) para escolher o valor do comprimento h.

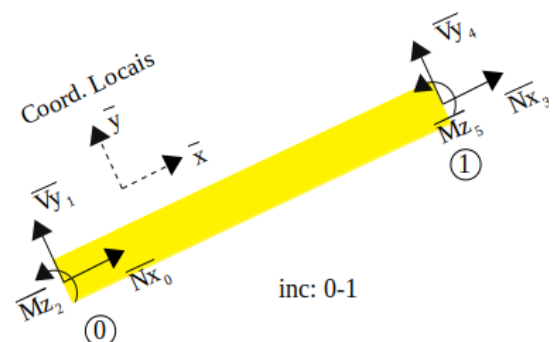
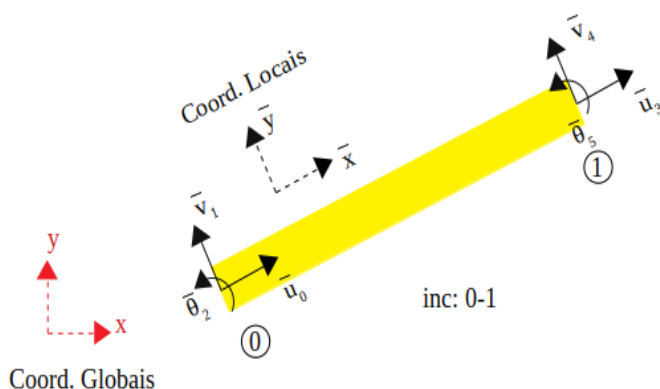
- Fazer um gráfico com a evolução das tensões equivalentes de von Mises de cada elemento para os diferentes valores de h. Plotar a evolução da tensão de cada elemento no mesmo gráfico usando uma cor diferente para cada elemento.
- Indicar os elementos cuja tensão equivalente têm maior sensibilidade ao valor de h.
- Determinar o valor do comprimento h e descrever o critério utilizado para a sua escolha.

2.2) Usando o valor do comprimento h do item anterior, determinar os valores mínimos para os diâmetros  $d_1, d_2, d_3$ . Para este caso, a tensão equivalente de von Mises de cada elemento deve ser inferior à tensão de escoamento do material (considerando o fator de segurança) e o peso do quadro da bicicleta deve ser o menor possível.

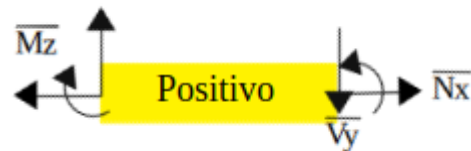
- Tabelar ou graficar a máxima tensão equivalente e o peso total do quadro da bicicleta para cada combinação de diâmetros  $d_1, d_2, d_3$  consideradas.
- Determinar os valores para os diâmetros  $d_1, d_2, d_3$  e descrever o critério utilizado para a sua escolha.

**Cálculo dos esforços internos para um elemento:**

$$\begin{Bmatrix} \bar{N}_{x0} \\ \bar{V}_{y1} \\ \bar{M}_{z2} \\ \bar{N}_{x3} \\ \bar{V}_{y4} \\ \bar{M}_{z5} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_b & 0 & 0 & -K_b & 0 & 0 \\ 0 & 12K_f & 6L_e K_f & 0 & -12K_f & 6L_e K_f \\ 0 & 6L_e K_f & 4L_e^2 K_f & 0 & -6L_e K_f & 2L_e^2 K_f \\ -K_b & 0 & 0 & K_b & 0 & 0 \\ 0 & -12K_f & -6L_e K_f & 0 & 12K_f & -6L_e K_f \\ 0 & 6L_e K_f & 2L_e^2 K_f & 0 & -6L_e K_f & 4L_e^2 K_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_0 \\ \bar{v}_1 \\ \bar{\theta}_2 \\ \bar{u}_3 \\ \bar{v}_4 \\ \bar{\theta}_5 \end{Bmatrix}$$



Usando a seguinte convenção de sinais:



$$\begin{Bmatrix} -\bar{N}_{x0} \\ \bar{V}_{y1} \\ -\bar{M}_{z2} \\ \bar{N}_{x3} \\ -\bar{V}_{y4} \\ \bar{M}_{z5} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_b & 0 & 0 & -K_b & 0 & 0 \\ 0 & 12K_f & 6L_eK_f & 0 & -12K_f & 6L_eK_f \\ 0 & 6L_eK_f & 4L_e^2K_f & 0 & -6L_eK_f & 2L_e^2K_f \\ -K_b & 0 & 0 & K_b & 0 & 0 \\ 0 & -12K_f & -6L_eK_f & 0 & 12K_f & -6L_eK_f \\ 0 & 6L_eK_f & 2L_e^2K_f & 0 & -6L_eK_f & 4L_e^2K_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_0 \\ \bar{v}_1 \\ \bar{\theta}_2 \\ \bar{u}_3 \\ \bar{v}_4 \\ \bar{\theta}_5 \end{Bmatrix}$$