[redacted] Data: 07 de agosto de 2025.

INSTRUÇÕES

Código: [redacted]

- Cada questão consiste de enunciado e requisitos. Respostas dadas que não atendam aos requisitos podem em última instância ser desconsideradas durante a correção da prova. Tenha em mente os requisitos ao dar as respostas.
- A interpretação das questões faz parte da avaliação. Caso ache um enunciado ambíguo ou impreciso escreva na folha de resposta sua interpretação e a correspondente resposta. Todas as questões devem ser interpretadas tendo em vista que foi discutido nas aulas de Matemática Discreta e Lógica.
- O tempo total de prova é de 100 min. Tem início às 14h00 e término às 15h40.

QUESTÕES

1. **(2,0 pontos)** Usando as **regras de precedência** de operadores discutidas em sala de aula, (a) coloque parênteses nas fórmulas abaixo e, em seguida, (b) construa as respectivas **tabelas-verdade**:

(a) $(A \rightarrow B) \wedge \neg A \vee B$ (b) $(A \leftrightarrow B) \vee (C \rightarrow A \wedge B \vee C)$

2. **(1,0 ponto)** Dado o argumento abaixo, (a) identifique explicitamente quais são as **premissas** e qual é a **conclusão**, (b) formalize as premissas e conclusões quebrando-as em proposições atômicas ligadas por conectivos; cada proposição atômica deve ser representada por uma letra proposicional diferente; (c) ao final mostre passo a passo como a conclusão pode ser demonstrada logicamente a partir das premissas, identificando claramente as regras de inferência sendo utilizadas; em outras palavras, mostre que o **argumento é válido**.

Argumento: Se a propaganda for bem-sucedida, então as vendas irão subir. A propaganda será bem-sucedida ou a loja irá fechar. As vendas não irão subir. Deste modo, a loja irá fechar.

3. **(1,0 ponto)** Sejam $R = \{1, 3, \pi, 4.1, 9, 10\}$, $S = \{\{1\}, 3, 9, 10\}$, $T = \{1, 3, \pi\}$ e $U = \{\{1, 3, \pi\}, 1\}$. Quais das sentenças a seguir são verdadeiras? Assinale V para VERDADEIRO, e F para FALSO.

a) $T \subseteq U$	b) $1 \in S$	c) $\{1\} \in S$	d) $1 \subseteq U$	e) $\{1\} \subseteq T$
f) $\{1\} \subseteq S$	g) $1 \in R$	h) $\varnothing \in U$	i) $T \in U$	j) $T \subseteq R$
k) $T \notin R$	l) $S \subseteq R$	m) $\varnothing \subseteq S$	n) $T \subset R$	o) $S \subseteq \{1,3,9,10\}$

4. **(1,0 ponto)** Sejam $S=\{0,2,4,6\}$ e $T = \{1,3,5,7\}$. (a) Determine se cada um dos conjuntos de pares ordenados abaixo representam ou não uma função com domínio S e contra-domínio T. (b) Se sim, determine se a função representada é ou não é injetora, e se é ou não é sobrejetora. (c) Se não, explique porque o conjunto de pares não representa uma função de S em T.

a. $\{(0, 2), (2, 4), (4, 6), (6, 0)\}$
b. $\{(6, 3), (2, 1), (0, 3), (4, 5)\}$
c. $\{(2, 3), (4, 7), (0, 1), (6, 5)\}$
d. $\{(2, 1), (4, 5), (6, 3)\}$
e. $\{(6, 1), (0, 3), (4, 1), (0, 7), (2, 5)\}$

5. **(2,0 pontos)** Utilizando o **princípio de indução matemática**, *demonstre PASSO-A-PASSO* que para qualquer inteiro positivo n,

$$4 + 10 + 16 + \cdots + (6n - 2) = n(3n + 1)$$

Lembrete: primeiro, prove a proposição para $n = 1$; em seguida, prove que se a proposição é verdadeira para um valor $n = k$ arbitrário, então ela também é verdadeira para $n = k+1$.

7. **(1,0 ponto)** Seja L(n,m) o conjunto de todas as palavras de comprimento n que podem ser formadas a partir de um alfabeto de tamanho m. Pergunta-se: Quantas palavras pertencentes a L(n,m) são são palíndromos (são iguais quando lidas de frente para tras, ou de tras para frente)? Justifique sua resposta. Resposta sem justificativa não será considerada na correção.

8. **(1,0 ponto)** **(a)** Quantas relações diferentes existem sobre o conjunto $S=\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 10\}$? (b) Desse total, quantas são reflexivas? Justifique suas respostas. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.

9. **(1,0 ponto)** Dados os conjuntos de pares ordenados abaixo sobre o conjunto $S=\{0,1,2,4,6\}$, determine: a) quais formam relações reflexivas sobre S; b) quais formam relações simétricas sobre S; c) quais formam relações anti-simétricas sobre S; d) e quais formam relações transitivas sobre S.

a. $\rho = \{(1, 3), (3, 3), (3, 1), (2, 2), (2, 3), (1, 1), (1, 2)\}$

b. $\rho = \{(1, 1), (3, 3), (2, 2)\}$

c. $\rho = \{(1, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 1), (1, 3)\}$

d. $\rho = \{(1, 1), (1, 2), (2, 3), (1, 3)\}$

Boa Prova!