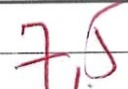
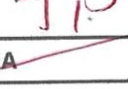
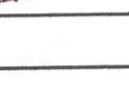


UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO Centro de Ciências Exatas e Tecnologia		Departamento de Informática - DEINF Internet: <a href="http://www.deinf.ufma.br">www.deinf.ufma.br</a>	1a AVALIAÇÃO
Disciplina: Matemática Discreta e Lógica		Curso: CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO	P 
Código 5595.8	Carga Horária: 60 horas	Créditos: 4.0.0	T 
Professor: Luciano Reis Coutinho		Email: <a href="mailto:luciano.rc@ufma.br">luciano.rc@ufma.br</a>	MEDIA 

## Primeira Avaliação: Prova Escrita

Data: 03 de outubro de 2023.

Aluno : \_\_\_\_\_

Código: \_\_\_\_\_

### INSTRUÇÕES

- Cada questão consiste de enunciado e requisitos. Respostas não atendendo aos requisitos podem em última instância ser desconsideradas durante a correção.
- A interpretação das questões faz parte da avaliação. Caso ache um enunciado ambíguo ou impreciso escreva na folha de resposta sua interpretação e correspondente resposta. Todas as questões devem ser interpretadas tendo em vista que foi discutido nas aulas de Matemática Discreta e Lógica.
- O tempo total de prova é de 100 min. Tem início às 14h00 e término às 15h40.

### QUESTÕES

- (1,0 ponto)** No contexto da **Lógica Proposicional**, assinale V para verdadeiro ou F para falso nas afirmações abaixo. Observação: cada resposta errada anula uma resposta certa! Caso queira se abster sobre determinada afirmação, assinale NR para Não Respondida.
  - Proposições são sentenças declarativas que podem ser verdadeiras ou falsas.
  - Proposição atômica é analisada dividindo-a em conectivos lógicos e proposições nucleares.
  - Tautologia é qualquer fórmula proposicional que não é contradição.
  - Tabela verdade é método geral para decidir a satisfatibilidade de fórmulas proposicionais.
  - Fórmulas proposicionais equivalentes têm a mesma tabela-verdade (coluna final) para todas as atribuições de valores-verdade a suas componentes atômicas.
- (1,0 ponto)** No contexto da **Lógica de Predicados**, assinale V para verdadeiro ou F para falso nas afirmações abaixo. Observação: cada resposta errada anula uma resposta certa! Caso queira se abster sobre determinada afirmação, assinale NR para Não Respondida.
  - Fórmulas predicativas são sentenças declarativas nas quais propriedades ou relações são atribuídas a um ou mais elementos de um domínio (universo de discurso).
  - Um elemento do domínio para o qual  $P(x) \equiv \text{FALSO}$  é dito um contra-exemplo de  $\forall x P(x)$ .
  - Na fórmula predicativa  $\exists x Q(x,y)$ ,  $x$  é uma variável livre.
  - Quando o domínio é vazio a fórmula  $\forall x P(x)$  é falsa.
  - A negação de  $\forall x [E(x) \rightarrow C(x)]$  é equivalente a  $\exists x [E(x) \wedge \neg C(x)]$ .
- (1,25 ponto)** No contexto da **Lógica Proposicional**, e com o uso de letras para denotar as proposições atômicas, traduza as seguintes sentenças compostas para notação simbólica (identifique claramente as proposições atômicas):
  - Está abaixo de zero, mas não está nevando.
  - Você acessa o sistema apenas se estiver cadastrado; sem acessar o sistema não há como realizar o protocolo.
  - Chove quando é final de semana, e é final de semana se chove.
  - Para entrar no país necessita-se de passaporte ou cartão de registro eleitoral.
  - Dirigir a mais de 120 km/h é suficiente para receber uma multa, a menos que o radar não esteja funcionando.
- (1,0 ponto)** De acordo com as regras de precedência dos conectivos lógicos discutidas em sala de aula, faça a **tabela verdade** para a seguinte fórmula:  $A \wedge B \rightarrow B \leftrightarrow \neg A \vee \neg B$ .



5. (1,25 pontos) Considere a seguinte especificação: "O sistema está em um estado de multiuso se e somente se estiver operando normalmente. Se o sistema está operando normalmente, o kernel está funcionando. O kernel não está funcionando ou o sistema está no modo de interrupção. Se o sistema não está em um estado de multiuso, então está em um modo de interrupção. O sistema não está no modo de interrupção".

Pergunta-se: A especificação é consistente? Justifique sua resposta mostrando que formalização da especificação em lógica proposicional é satisfável.

6. (1,25 pontos) Utilizando as regras de equivalência proposicional, mostre que  $A \rightarrow (B \rightarrow C)$  e  $(A \wedge B) \rightarrow C$  são fórmulas logicamente equivalentes. Para cada passo da demonstração, explicita a regra de equivalência sendo utilizada.
7. (1,0 ponto) No contexto da **Lógica de Predicados**, Qual o valor verdade de cada uma das fórmulas abaixo considerando que o domínio de discurso são números reais? Justifique sua resposta apontando exemplos ou contraexemplos.

- a)  $\exists x(x^3 = -1)$                       b)  $\exists x(x^4 < x^2)$   
c)  $\forall x((-x)^2 = x^2)$                       d)  $\forall x(2x > x)$

8. (1,25 pontos) Usando os símbolos predicados mostrados e os quantificadores apropriados, escreva as sentenças abaixo como fórmulas predicativas. (O domínio é todo o mundo.)

$N(x)$  = "x é um nadador"                       $C(x)$  = "x é um corredor"  
 $J(x)$  = "x é um juiz"                       $A(x,y)$  = "x admira y".

- (a) Nenhum juiz é corredor ou nadador.  
(b) Todo nadador admira um corredor.  
(c) Alguns nadadores são corredores.  
(d) Apenas quem não é juiz não admira nadadores e corredores.  
(e) Há juiz que admira alguns nadadores que são corredores.
9. Usando a linguagem e as regras de inferência do **cálculo proposicional**: (a) (1,0 Ponto) formalize o argumento abaixo usando símbolos proposicionais e conectivos; indique claramente a forma lógica das premissas e da conclusão ; (b) (1,0 ponto) demonstre passo a passo que o argumento é válido, aplicando as regras de inferência discutidas em sala de aula; para cada passo da demonstração, indique explicitamente a regra de inferência sendo utilizada.

**Argumento:** Eu estou esperando na parada mas não há ônibus circulando. Irei a UFMA somente se houver ônibus circulando. Se não for a UFMA não assisto aula hoje. Assistir aula hoje é necessário para revisar o conteúdo da prova. Logo, não vou revisar o conteúdo da prova.

Use as letras: P, O, U, A, R para simbolizar as proposições atômicas.

**Boa Sorte!**



1) a. Verdadeira

b. falsa

c. NR

d. Verdadeira

e. NR

2) a. Verdadeira

b. Verdadeira

c. falsa

d. Verdadeira

e. falsa

0,2

4)  $A \wedge B \rightarrow B \vee \neg A \vee \neg B \equiv (A \rightarrow B)$ 

T0

A1

V2

 $\rightarrow$ 3 $\vee$ 4

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \wedge B$	$\neg A \vee \neg B$	$(A \wedge B) \rightarrow B$	$(A \wedge B) \rightarrow B \vee \neg A \vee \neg B$
T	T	F	F	T	F	T	T
T	F	F	T	F	T	T	F
F	T	T	F	F	T	T	T
F	F	T	T	F	T	T	T

6)  $A \rightarrow (B \rightarrow C) \equiv (A \wedge B) \rightarrow C$  $A \rightarrow (B \rightarrow C) \equiv \neg A \vee (\neg B \vee C)$  (equivalência da condicional) $\equiv (\neg A \vee \neg B) \vee C$  (propriedade associativa) $\equiv \neg(A \wedge B) \vee C$  (lei de De Morgan) $\equiv (A \wedge B) \rightarrow C$  (equivalência da condicional)7)  $D = \mathbb{R}$ a)  $\exists x (x^3 = -1)$ 

Verdadeira

se  $x = -1$ ; $(-1)^3 = -1$  $-1 = -1$ b)  $\exists x (x^4 < x^2)$ 

Verdadeira

se  $x = \frac{1}{2}$ ; $(\frac{1}{2})^4 < (\frac{1}{2})^2$  $\frac{1}{16} < \frac{1}{4}$ c)  $\forall x [(x^2 = x^2)]$ 

Verdadeira

se  $x = -1$ ; $(-(-1))^2 = +1^2$  $1^2 = 1^2$ d)  $\forall x (2x > x)$ 

falsa

se  $x = -1$ ; $2(-1) < -1$  $-2 < -1$



3) a.  $P \equiv$  está abaixo de zero  
 $q \equiv$  está nevando

$$P \wedge \neg q$$

b.  $P \equiv$  ocorreu o erro

$q \equiv$  está rodando

$r \equiv$  realizou a operação

$$(P \rightarrow q) \wedge (\neg P \rightarrow \neg r)$$

c.  $P \equiv$  x par

$q \equiv$  o final de semana

$$(P \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow P)$$

$$P \leftrightarrow q$$

d.  $P \equiv$  entrou no país

$q \equiv$  tem passaporte

$r \equiv$  tem carteira de motorista

$$P \rightarrow (q \vee r)$$

e.  $P \equiv$  dirigia a mais de 120 km/h

$q \equiv$  recebeu multa

$r \equiv$  o radar falhou

$$(P \rightarrow q) \vee \neg r$$

5)  $P \equiv$  o sistema está limitado de memória

$q \equiv$  o sistema está operando normalmente

$r \equiv$  o kernel está funcionando

$s \equiv$  o sistema está na mode de interrupção

$$P \rightarrow q$$

$$q \rightarrow r$$

$$\neg r \vee s$$

$$\neg P \rightarrow s$$

$$\neg s$$

1) tomando  $\neg s \equiv T, \neg r \equiv T (\neg r \vee s)$

2) se  $q \rightarrow r$ , e  $r \equiv F$ ,  $q$  obrigatoriamente é falso ( $q \equiv F$ )

3) se  $P \rightarrow q$ , e  $q \equiv F$ ;  $P \equiv F$

4) se  $\neg P \equiv T$ ;  $\neg P \rightarrow s \equiv T \rightarrow F$  (o sistema não é satisfatório)

8) a.  $\forall x (I(x) \vee (C(x) \vee N(x)))$

b.  $\forall x (N(x) \wedge \exists y (C(y) \wedge A(x, y)))$

c.  $\exists x (N(x) \wedge C(x))$

d.  $\forall x [I(x) \rightarrow \forall y (N(y) \wedge C(y) \wedge A(x, y))]$

e.  $\exists x [I(x) \wedge \exists y (N(y) \wedge C(y) \wedge A(x, y))]$

$$\frac{1}{p} > \frac{1}{q}$$

9)  $P \equiv$  estar despendendo na parada

$O =$  foi à biblioteca circulando

$U =$  ir a escola

$A =$  assistir aula

$R =$  revisar para a cantilina da prova

$\alpha 1: P \wedge T O$

$\alpha 2: U \rightarrow O$

$\alpha 3: T U \rightarrow T A$

$\alpha 4: A \rightarrow R$

$\beta: T R$

$R \rightarrow A$

1.  $P \wedge T O$  ( $\alpha 1$ )

2.  $T O$  ( $\alpha 1$  simplificação)

3.  $T U V O$  ( $\alpha 2$  equivalência condicional)

4.  $U$  ( $\alpha 3$  ded.)

5.  $T U \rightarrow T A$  ( $\alpha 3$ )

6.  $T A$  (MT 9.5)

7.  $A \rightarrow R$  ( $\alpha 4$ )

8.  $R$  (MT 6.7)

9.  $T R$  ( $\alpha 4$  simplificação)

$\phi$   $O, S$

$A \rightarrow (B \rightarrow C) \equiv \neg A \vee (B \rightarrow C)$  (equivalência de condicional)

$\equiv \neg A \vee (\neg B \vee C)$  (implicação alternativa)

$\equiv \neg A \vee \neg B \vee C$  (lei de De Morgan)

$\equiv (A \wedge B) \rightarrow C$  (equivalência de condicional)

7)  $O = R$

$$0) \equiv x(x^2 = -1)$$

$$1) \equiv x(x^2 = 2)$$

$$2) \equiv x(x^2 = -2)$$

$$3) \equiv x(x^2 = 1)$$

$$2x^2 = -1$$

$$(-1) = -1$$

$$-1 = -1$$

$$2x^2 = 2$$

$$(1) = (1)$$

$$1 = 1$$

$$2x^2 = -1$$

$$(-1) = -1$$

$$-1 = -1$$

$$2x^2 = 1$$

$$(1) = (1)$$

$$1 = 1$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{10}$$