UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO **Centro de Ciências Exatas e Tecnologia**	**Departamento de Informática - DEINF** Internet: www.deinf.ufma.br	**3a AVALIAÇÃO**
		P
Disciplina: Matemática Discreta e Lógica	**Curso: CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO**	**T**
Código 5595.8 / **Carga Horária**: 60 horas	**Créditos**: 4.0.0	**MEDIA**
Professor: Luciano Reis Coutinho	**Email**: luciano.rc@ufma.br	

Ter

Alu **Data: 27 de fevereiro 2025.**

INST ______ **Código:** ____________________

- Cada questão consiste de enunciado e requisitos. Respostas dadas que não atendam aos requisitos podem em última instância ser desconsideradas durante a correção da prova. Tenha em mente os requisitos ao dar as respostas.
- A interpretação das questões faz parte da avaliação. Caso ache um enunciado ambíguo ou impreciso escreva na folha de resposta sua interpretação e a correspondente resposta. Todas as questões devem ser interpretadas tendo em vista que foi discutido nas aulas de Matemática Discreta e Lógica.
- O tempo total de prova é de 100 min. Tem **início** às 14h00 e **término** às 15h40.

QUESTÕES

1. **(2,0 pontos)** Utilizando o **princípio de indução matemática**, prove detalhadamente (demonstração textual conforme realizada em sala de aula) que para qualquer número inteiro não negativo n,

$$\sum_{j=0}^{n}\left(-\frac{1}{2}\right)^{j} = \frac{2^{n+1}+(-1)^{n}}{3\cdot 2^{n}}$$

Lembrete: primeiro, mostre que a equação vale quando $n = 0$ (**passo base**: P(0)); em seguida, prove que se a equação é verdadeira para um valor $n = k$ arbitrário, então ela também é verdadeira para $n = k+1$ (**passo indutivo**: P(k) → P(k+1)). Desenvolva a demonstração passo a passo, com explicação textual explícita (frases em português) de cada passo. Respostas sem detalhamento, sem explicações explícitas e legíveis não serão consideradas.

2. Seja S o subconjunto de pares ordenados de inteiros definido recursivamente por: **[BASE]** $(0,0) \in S$, **[RECURSÃO]** Se $(a,b) \in S$, então $(a, b+1) \in S$. A) **(1,0 ponto)** Calcule, passo a passo, os elementos de S produzidos pelas primeiras quatro aplicações da definição recursiva (passo de recursão). B) **(1,0 ponto)** Usando indução estrutural, demostre passo a passo que $a \leq 2b$ para todo $(a,b) \in S$.

3. **(1,5 pontos)** Um **palíndromo** é uma cadeia de caracteres que é igual ao seu reverso. Exemplos: "ARARA", "DENNIS SINNED". Considerando um alfabeto com m caracteres diferentes, quantos palíndromos de tamanho n podem ser formados. Justifique sua resposta em detalhes usando as regras de contagem discutida durante as aula. **Escreva** texto claro e estruturado explicando explicitamente que regras são aplicadas e, mais importante, como as regras são aplicadas para se chegar ao resultado.

4. **(1,5 pontos)** Quantos números pares de 4 algarismos distintos podemos formar com os algarismos 1, 2, 4, 5, 7, 8 e 9? Justifique sua resposta em detalhes usando as regras de contagem discutida durante as aula. **Escreva** texto claro e estruturado explicando explicitamente que regras são aplicadas e, mais importante, como as regras são aplicadas para se chegar ao resultado.

5. **(1,5 pontos)** Um hacker está tentando invadir um site do Governo e, para isso, utiliza um programa que consegue testar 16^3 diferentes senhas por minuto. A senha é composta por 5 caracteres escolhidos entre os algarismos de 0 a 9 e as letras de A a F. Sabendo que o programa testa cada senha uma única vez e que já testou, sem sucesso, 75% das senhas possíveis, qual é o tempo decorrido desde o início de sua execução? **Escreva** texto claro e estruturado explicando explicitamente que regras são aplicadas e, mais importante, como as regras são aplicadas para se chegar ao resultado.

6. **(1,5 pontos)** Utilizando o **princípio da casa de pombos**, bem como a noção de **relação de equivalência**, mostre que em qualquer grupo de cinco números inteiros (não necessariamente consecutivos) há dois que deixam o mesmo resto quando dividido por 4. **Escreva** texto claro e estruturado explicando explicitamente que regras são aplicadas e, mais importante, como as regras são aplicadas para se chegar ao resultado.

7. **(1,5 pontos)** Seja R a relação no conjunto de pares ordenados de inteiros positivos tais que $((a,b), (c,d)) \in R$ se e somente se $ad=bc$. Mostre que R é uma **relação de equivalência**, ou seja, que é ao mesmo tempo: (a) reflexiva, (b) simétrica e (c) transitiva. **Apresente** argumento detalhado (texto claro e estruturado) baseado nas definições formais das propriedades de reflexividade, simetria e transitividade discutidas em aula. Respostas sem detalhamento, sem explicações explícitas e legíveis não serão consideradas.

Boa Sorte!