9,0

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
Centro de Ciências Exatas e Tecnologia
Departamento de Matemática

DEMAT UFMA

Disciplina: DEMA0340 - Cálculo Vetorial e Geometria Analítica **Semestre:** 2023.1
Prof. Adecarlos Carvalho **Data:** 19/04/2023
Discente:

Avaliação 1

2,0 1. Dados os os pontos $A(-1,1)$ e $B(3,5)$, determine C tal que

(a) $\overrightarrow{AC} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

2,0 2. Escreva o vetor $w = (7,-1)$ como a soma de dois vetores, um dos quais é paralelo e o outro perpendicular ao vetor $v = (1,-1)$.

1,0 3. Se $P_u^v = (-1,2)$, $u = (-2,4)$ e $\|v\| = 5$, determine v.

4. Determine a interseção da reta $y = 2x - 1$ com a reta definida pelos pontos $A(2,1)$ e $B(0,0)$.

2,0 5. Determine o menor ângulo entre as retas

(a) $x + y + 1 = 0$ e $x = 1 - 2t$, $y = 2 + 5t$

2,0 6. Escreva as equações paramétricas das seguintes circunferências

(a) $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$

$(-1,1)$ e $B(3,5)$, determine C tal que: $\vec{AC} = \frac{2}{3}\vec{AB}$

$C(x,y)$ $\quad \vec{AB}=(4,4)$

$\vec{AC}=(x+1,y-1)$

$(x+1,y-1)=\frac{2}{3}(4,4)$

$(x+1,y-1)=\left(\frac{8}{3},\frac{8}{3}\right)$

$\begin{cases} x+1=\frac{8}{3} \to x=\frac{8}{3}-1 \to x=\frac{5}{3} \\ y-1=\frac{8}{3} \to y=\frac{8}{3}+1 \to y=\frac{11}{3} \end{cases}$

Assim, o ponto C é definido por $C\left(\frac{5}{3};\frac{11}{3}\right)$//

2) Escreva $W=(7,-1)$ como a soma de dois vetores, sendo um paralelo e outro perpendicular ao vetor $\vec{v}=(1,-1)$

$\vec{v}_1 = k\vec{v}$ $\quad \vec{u}\cdot\vec{v}=0$ $\quad \vec{u}=(x',y')$

$W=\vec{v}_1+\vec{u}$

$(x,y)=k(1,-1)$ $\quad x'1+y'(-1)=0$

$(x,y)=(k,-k)$ $\quad x'=y'$

$\vec{v}_1=(k,-k)$ $\quad \vec{u}=(x',x')$

$W=\vec{v}_1+\vec{u}$

$(7,-1)=(k,-k)+(x',x')$

$(7,-1)=(k+x',-k+x')$

$(7,-1)=(4+3,-4+3) \to (7,-1)=(7,-1)$

$\begin{cases} 7=k+x' \to 7=k+(-1)+k \\ -1=-k+x' \end{cases}$ $\quad 8=2k$ $\quad k=4$/

$x'=-1+k$

$x'=-1+4=3$/

Assim, $W=(7,-1)$ é resultado da soma dos vetores $\vec{v}_1=(4,-4)$ e $\vec{u}=(3,3)$//

4) interseção da reta $y=2x-1$ com a reta definida pelos pontos $A(2,1)$ e $B(0,0)$

$\vec{v}=(1,m)=(1,2): r$

$\vec{AB}=(-2,-1): s$

$\begin{cases} x=2+(-2)t \\ y=1+(-1)t \end{cases} \to \begin{cases} x=2-2t \\ 2y=2-2t \end{cases}$

$x-2y=0$ cart

$y=\frac{x}{2}$ cart

~~$x=\frac{y+1}{2}$~~

~~$(x_r,y_r)=(x_s,y_s)$~~

~~$\left(\frac{y+1}{2},2x-1\right)=\left(2y,\frac{x}{2}\right)$~~

~~$\begin{cases} \frac{y+1}{2}=2y \to y+1=4y \\ 2x-1=\frac{x}{2} \to x=4x-2 \end{cases}$~~

~~$x+y+1=4x-2+y$~~

~~$x+3=4x$~~

~~$3=5x$~~

~~$x=3/5$~~

↳ resolução:

$P(x,y) \to$ interseção

$y=2x-1$ e $y=\frac{x}{2}$ (cart de r e s)

$2x-1=\frac{x}{2} \to -1=\frac{x}{2}-2x$

~~$4x-2=x$~~

$-1=\frac{x-4x}{2}$

$-2=-3x \to x=\frac{2}{3}$

$y=2\left(\frac{2}{3}\right)-1$

$y=\frac{4}{3}-1=\frac{1}{3}$

$P\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)$

5) determine o menor ângulo entre as retas $x+y+1=0$ e $x=1-2t, y=2+5t$

$\cos\theta=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}$

$\vec{u}\cdot\vec{v}=-2+(-5)=-7$

$y=-x-1$

$\vec{v}=(1,-1)$

$|\vec{v}|=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$

$\vec{u}=(-2,5)$

$|\vec{u}|=\sqrt{4+25}=\sqrt{29}$

$\cos\theta=\frac{-7}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{29}}=-\frac{7}{\sqrt{58}}$

$\theta=\arccos\left(\frac{-7}{\sqrt{58}}\right)$

o menor ângulo entre as retas será $\arccos\left(-\frac{7}{\sqrt{58}}\right)$//

6) Escreva as equações paramétricas das seguintes circunferências: $x^2+y^2-2x-2y+1=0$

$x^2+y^2-2x-2y=-1$

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

$x^2-2x+y^2-2y=-1$ $\quad -1^2$

$x^2-2x\cdot1+1^2-1^2+y^2-2y1+1^2-1^2=-1$

$(x-1)^2+(y-1)^2-1^2-1^2=-1 \to (x-1)^2+(y-1)^2=1$

~~$(x-1)^2+(y-1)^2=-3$~~

$r=1$ $\quad C(1,1)$

$\begin{cases} x=1+1\cos t \\ y=1+1\,\text{sen}\,t \end{cases}$

As equações paramétricas da circunferência de centro $(1,1)$ e raio 1 são: $\begin{cases} x=1+1\cos t \\ y=1+1\,\text{sen}\,t \end{cases}$//

* $P_{\vec{u}}^{\vec{v}} = (-1,2)$, $\vec{u} = (-2,4)$, $|\vec{v}| = 5$

$\vec{v} = (x,y)$ $\vec{v}\cdot\vec{u} = -2x+4y$

$P_{\vec{u}}^{\vec{v}} = \frac{\vec{v}\cdot\vec{u}}{\vec{u}\cdot\vec{u}}\vec{u} = \frac{\vec{v}\cdot\vec{u}}{4+16}(-2,4) = \frac{-2x+4y}{20}(-2,4) = \left(\frac{2x-4y}{10}; \frac{-4x+8y}{10}\right)$

$\frac{-1x+2y}{10}$

$\left(\frac{x-2y}{5}; \frac{-2x+4y}{5}\right) = (-1,2)$ ✓

$|\vec{v}| = 5$

$|\vec{v}| = \sqrt{x^2+y^2}$

$5 = \sqrt{x^2+y^2}$

assim, $\vec{v} = (-5+2\sqrt{12xy}, \sqrt{12xy})$ ///

?

AS DUAS EQUAÇÕES SÃO IGUAIS

$\begin{cases} \frac{x-2y}{5} = -1 \to x-2y=-5 \to x=-5+2y \\ \frac{-2x+4y}{5} = 2 \to -2x+4y=10 \end{cases}$

$-2(-5+2y)+4y=10$

$10-4y+4y=10$

$x=-5+2y$

$x=-5+2\sqrt{12xy}$

$x-2y=5$

$x-2y=-5$ (-1)

$-x+2y=\sqrt{x^2+y^2}$

$x^2+2(-x)\cdot 2y+4y^2 = x^2+y^2$

$-2x\,2y$

$-4xy$ $+4y^2=y^2$

$3y^2=4xy$

$y=\sqrt{12xy}$

VOCÊ TEM DUAS EQUAÇÕES

$\begin{cases} x-2y=5 \\ \sqrt{x^2+y^2}=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-2y=5 \\ x^2+y^2=25 \end{cases}$

BASTA ISOLAR x NA PRIMEIRA E SUBSTITUIR NA SEGUNDA.

$\begin{cases} x-2y=5 \to x = \cancel{5+2y}\ 2y-5 \to x=5+2\cdot 0 \\ \sqrt{x^2+y^2}=5 \to (\cancel{5+2y}\ 2y-5)^2+y^2=25 \end{cases}$

$-20y+25+4y^2+y^2=25$

$5y^2-20y=0$

$y^2-4y=0$

$y(y-4)=0$

$y=0$ $y-4=0$

$y=4$

$\vec{v} = (5,0)$

$\vec{v} = (3,4)$