| | | |
|---|---|---|
| **UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO**<br>**Centro de Ciências Exatas e Tecnologia** | **Departamento de Informática - DEINF**<br>Internet: www.deinf.ufma.br | **2a AVALIAÇÃO**<br>**P** 9,0<br>**T** |
| **Disciplina:** **Matemática Discreta e Lógica** | **Curso:** **CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO** | **MEDIA** |
| **Código** **5595.8** · **Carga Horária:** 60 horas | **Créditos:** 4.0.0 | |
| **Professor:** Luciano Reis Coutinho | **Email:** luciano.rc@ufma.br | |

**Segunda Avaliação: Prova Escrita** **Data: 27 de novembro de 2025**

**Aluno :** ____________ **Código:** ____________

## INSTRUÇÕES

- Cada questão consiste de enunciado e requisitos que a resposta deve satisfazer. Respostas dadas que não atendam aos requisitos podem em última instância ser desconsideradas durante a correção da prova. Tenha em mente os requisitos ao dar as respostas.
- A interpretação das questões faz parte da avaliação. Caso ache um enunciado ambíguo ou impreciso escreva na folha de resposta sua interpretação e a correspondente resposta. Todas as questões devem ser interpretadas tendo em vista que foi discutido nas aulas de Matemática Discreta e Lógica.
- O tempo total de prova é de 100 min. Tem **início** às 14h00 e **término** às 15h40.

## QUESTÕES

5, 6, 9, 14, 21, 30, 41

1. (1,5 pontos) Sejam $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 5\}$, $B = \{10,12,16,20\}$ e $C = \{ x \in \mathbb{N} \mid \exists y(y\in\mathbb{N} \text{ e } x=y^2+5)\}$. Marque verdadeiro ou falso nas letras abaixo. Obs.: Marcações erradas anulam marcações corretas. Caso tenha dúvida em uma letra e queira deixar sem marcação, assinale NR para não respondido.
   a) $B \subseteq C$ F b) $B \subset A$ V c) $A \subseteq C$ F d) $30 \in C$ V e) $\{11,12,13\} \subseteq A$ V
   f) $\{11,12,13\} \subset C$ F g) $\{14\} \in B$ h) $\{14\} \subseteq C$ i) $5 \subseteq A$ j) $\{\varnothing\} \subseteq B$
   k) $\{x \in\mathbb{N} \mid x < 20\} \not\subseteq B$ l) $\varnothing \notin A$ m) $A \cap B = B$ n) $A \cup C = A$ o) $B \subset A \cap C$

2. (1,0 ponto) Escreva por extenso o conjunto $\wp(A) \times \wp(B)$, sendo $A = \{\{a\}, \varnothing\}$ e $B = \{b\}$. Primeiro identifique $\wp(A)$, em seguida $\wp(B)$ e, por fim, $\wp(A) \times \wp(B)$.

3. (1,0 ponto) Considere os seguintes conjuntos: $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é par e } 1 \leq x \leq 10\}$ (2, 4, 6, 8, 10), $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é mútiplo de 3 e } 1\leq x\leq 10\}$ (3, 6, 9), $C=\{1, 2, 5, 7, 10\}$. Determine:
   (a) $A - B$, (b) $B - A$, (c) $A - C$, (d) $(A\cup B) - C$, (e) $A - (B \cap C)$.
   2 3 4 6 8 9 10 ∅

4. (1,0 ponto) Seja o sucessor de um conjunto A definido como sendo $A \cup \{A\}$. Determine passo a passo o sucessor de:
   (a) $\{x,y,z\}$ (b) $\{0\}$ (c) $\varnothing$ (d) $\{\{\varnothing\}\}$.

5. (2,0 pontos) Analise cada uma das funções a seguir. Para cada função, determine se é injetora, sobrejetora e/ou bijetora. Para cada resposta explique o porquê. Respostas sem explicação não serão consideradas na correção.
   (a) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+3$, (b) $f:\mathbb{R}\to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$, (c) $f: \mathbb{R}-\{2\} \to\mathbb{R}-\{1\}$, $f(x) = x/(x-2)$, (d) $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}$, $f(x)=2n$ X ?

6. (1,5 pontos) Para cada uma das sequências abaixo (onde $n\in\mathbb{N}$), apresente uma relação de recorrência que gere a mesma sequência. Para cada resposta explique como a relação de recorrência gera a mesma sequência. Resposta sem explicação não serão consideradas na correção.
   (a) $s(n) = 2^n - 1$ (b) 1, 2, 5, 14, 41, 122,… (c) 1, 2, 3, 6, 11, 20, 37, ….
   0, 1, 3, 7, 15

7. (2,0 pontos) Determine o valor dos seguintes somatórios (mostrando os cálculos realizados):

$$\sum_{i=1}^{10} 3 \qquad \textbf{b)} \sum_{j=0}^{4} (-2)^j \qquad \textbf{c)} \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=0}^{2} i \qquad \textbf{d)} \sum_{i=0}^{2}\sum_{j=1}^{3} ij$$

8. (1,0 ponto) Um subconjunto de um conjunto contável é também contável? Justifique sua resposta tendo por base a definição de conjunto contável e apresentando exemplos tanto de conjuntos contáveis finitos quanto de conjuntos contáveis infinitos.

**Boa Prova!**

1,1

1) a) F b) V c) F d) V e) V f) F g) F h) V
i) F j) V E k) V l) V m) F E n) V o) F

1,0

2) $P(A) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{a\}\}, \{\{a\}, \emptyset\}\}$, $P(B) = \{\emptyset, \{b\}\}$
$P(A) \times P(B) = \{(\emptyset, \emptyset), (\emptyset, \{b\}), (\{\emptyset\}, \emptyset), (\{\emptyset\}, \{b\}), (\{\{a\}\}, \emptyset), (\{\{a\}\}, \{b\}),$
$(\{\{a\}, \emptyset\}, \emptyset),$ ~~[illegible]~~ $(\{\{a\}, \emptyset\}, \{b\})\}$

0,8

3) a) $\{2, 4, 8, 10\}$ b) $\{3, 9\}$ c) $\{4, 6, 8\}$ d) $\{3, 4, 6, 8, 9\}$
e) $\{2, 4, 8, 10\}$ E

$\{x, y, z\} + \{\{x, y, z\}\}$ $\{0\} + \{\{0\}\}$ nulo é nulo $\{\{\emptyset\}\} + \{\{\{\emptyset\}\}\}$

0,75 4) a) $\{x, y, z, \{x, y, z\}\}$ b) $\{0, \{0\}\}$ c) $\emptyset$ d) $\{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}$

E

5) a) função bijetora, cada valor de x assume apenas um valor no contradomínio e existe uma imagem inversa para todos os valores do contradomínio, tendo em vista a natureza dos números reais e a estrutura da função, que não permite o elementos do domínio compartilharem da mesma imagem.

mostre! como??

b) função sobrejetora, pois a função $f(x) = x^2$ permite que $f(2)$ e $f(-2)$ possuam mesmo valor resposta, invalidando-a como uma função injetora e, dado o domínio se encontrar nos números reais, então todos os valores do contradomínio possuem uma ou mais imagens inversas.

E

1,0

c) função bijetora, pois o caso $f(2)$ foi removido do domínio e o caso de equação impossível também foi removido, mas do contradomínio, permitindo que a equação seja válida e possa assumir a função de injetora e sobrejetora.

mostre!

d) função injetora, pois o domínio e o contradomínio pertencem ao conjunto dos números inteiros, porém, caso o valor no contradomínio for, por exemplo, 1, então sua imagem inversa será 1/2, que não pertence aos números inteiros, invalidando a função como sendo sobrejetora.

1,5

6) a) $a_0 = 0$, $a_1 = 1$, $a_n = 2 \cdot a_{n-1} + 1$, pois o termo anterior também pode ser escrito como potência de 2, fazendo uma expressão assim: $a_n = 2 \cdot (2^{n-1} - 1) + 1 = 2 \cdot 2^{n-1} - 1 =$
$= 2^n - 1$

b) $a_1 = 1$, $a_n = 3 \cdot a_{n-1} - 1$, é possível perceber esse padrão ao se aplicar a função sugerida até o termo $a_6$, porque irá gerar a mesma sequência:
1, 2, 5, 14, 41, 122, ...

c) estabelece ~~[illegible]~~ $a_0 = 0$, $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, sendo $a_n = \cancel{a_{n-1}} + a_{n-2} + a_{n-3}$
aplicando a função, percebe-se a mesma sequência (com exceção do termo $a_0$): 1, 2, 3, 6, 11, 20, 37, ...

2,0

7)

a) $\sum_{i=1}^{10} 3 = \overset{3+3+3+3+3+3+3+3+3+3}{3 \cdot 10} = 30$

b) $\sum_{j=0}^{4} (-2)^j = \overset{0}{1} + \overset{1}{(-2)} + \overset{2}{4} + \overset{3}{(-8)} + \overset{4}{16} = 11$

c) $\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=0}^{2} i = \sum_{i=1}^{3} (i+i+i) = \sum_{i=1}^{3} 3i = 3\cdot 1 + 3\cdot 2 + 3\cdot 3 = 18$

d) $\sum_{i=0}^{2} \sum_{j=1}^{3} ij = \sum_{i=0}^{2} (i+2i+3i) = \sum_{i=0}^{2} 6i = 6\cdot 0 + 6\cdot 1 + 6\cdot 2 = 18$

8) Sim, pois a definição de conjuntos contáveis é todo conjunto que possua mesmo cardinalidade dos numeros naturais, podendo usar como exemplificador de numeros contáveis finitos o conjunto com todos os divisores do numero 24 no domínio dos naturais e um exemplo de numeros contáveis infinitos sendo o conjunto dos numeros inteiros.

ou é finito!

a questão pede que você justifique por que um subconjunto de um conjunto contável também é contável!