

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO Centro de Ciências Exatas e Tecnologia		Departamento de Informática - DEINF Internet: www.deinf.ufma.br		2a AVALIAÇÃO	
Disciplina: Matemática Discreta e Lógica		Curso: CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO		P	7,0
Código 5595.8		Carga Horária: 60 horas		T	1,0
Professor: Luciano Reis Coutinho		Email: luciano.rc@ufma.br		MEDIA	

Segunda Avaliação: Prova Escrita

Data: 03/11/23

Aluno: _____ Código: _____

INSTRUÇÕES

- Cada questão consiste de enunciado e requisitos. Respostas não atendendo aos requisitos podem em última instância ser desconsideradas durante a correção.
- A interpretação das questões faz parte da avaliação. Caso ache um enunciado ambíguo ou impreciso escreva na folha de resposta sua interpretação e correspondente resposta. Todas as questões devem ser interpretadas tendo em vista que foi discutido nas aulas de Matemática Discreta e Lógica.
- O tempo total de prova é de 100 min. Tem início às 14h00 e término às 15h40.

QUESTÕES

- (0,5 ponto) Para cada um dos pares de conjuntos a seguir, assinale se os conjuntos são iguais ou diferentes.
 - $\{1, 3, 7, 7\}$ e $\{7, 3, 1, 1\}$
 - $\{\{1, \{1\}\}\}$ e $\{1, \{1\}\}$
 - $\{2, 4, 6, 8, 0\}$ e $\{x \in \mathbb{Z} \mid 2x < 10\}$
 - \emptyset e $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 1 = 0\}$
- (1,0 ponto) Determine se cada uma das proposições abaixo é verdadeira ou falsa.
 - $0 \notin \emptyset$
 - $\emptyset \subseteq \{0\}$
 - $\emptyset \in \{0\}$
 - $\{0\} \subset \emptyset$
 - $\{\emptyset\} \in \{\emptyset\}$
 - $\{x\} \subseteq \{\{x\}\}$
 - $\emptyset \subseteq \emptyset$
 - $\emptyset \in \emptyset$
- (0,5 ponto) Escreva o conjunto potência $\wp(S)$ para $S = \{0, 1, \{0, 1\}\}$ (em termos dos elementos de S).
- (0,5 ponto) Considere $A = \{a, b, c, d\}$ e $B = \{0, 1\}$. Escreva por extenso os conjuntos $A \times B$ e $B \times A$.
- (0,5 ponto) Considere $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{0, 3, 6\}$. Determine:
 - $A \cap B$
 - $A \cup B$
 - $A - B$
 - $B - A$
- (1,0 ponto) Seja o sucessor de um conjunto A definido como sendo $A \cup \{A\}$. Qual o sucessor de:
 - $\{1, 2, 3\}$
 - \emptyset
 - $\{\emptyset\}$
 - $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- (1,0 ponto) Apresente um exemplo de função de $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ em $\text{Par} = \{0, 2, 4, 6, \dots\}$ que seja:
 - apenas injetora;
 - apenas sobrejetora;
 - bijetora;
 - nem injetora, nem sobrejetora.
- (1,0 ponto) Sejam a e b números reais tais que $a < b$. Use as funções piso e/ou teto para expressar o número de inteiros x que satisfazem a inequação $a < x < b$. Ou seja, quantos elementos há no conjunto $\{x \in \mathbb{Z} \mid a < x < b\}$, em termos de a e b , e das funções piso e teto?
- (1,0 ponto) Qual o quinto termo (a_5) da sequência $\{a_n\}$ quando:
 - $a_n = 2^{n-1}$
 - $a_n = 7$
 - $a_n = a_{n-1} - a_{n-2}$, $a_0 = 2$, $a_1 = -2$
 - $a_n = \lceil n/2 \rceil - \lfloor n/2 \rfloor$
- (1,0 ponto) Para cada uma das listas de inteiros abaixo, encontre uma fórmula simples que gere uma sequência cujo começo seja a lista apresentada. Assumindo que a sua fórmula seja correta, determine os próximos três termos de cada sequência.
 - 3, 6, 11, 18, 27, 38, 51, 66, 83, 102, ...
 - 0, 1, 0, 2, 0, 4, 0, 8, 0, 16, 0, ...
- (1,0 ponto) Determine o valor dos seguintes somatórios:
 - $\sum_{k=1}^5 (k+1)$
 - $\sum_{k=1}^{10} 3$
 - $\sum_{j=0}^4 (-2)^j$
 - $\sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^3 (i+j)$
- (1,0 ponto) Determine se cada um dos conjuntos abaixo é contável ou incontável. Para os que forem contáveis, exiba uma bijeção entre o conjunto dos números naturais e o conjunto:
 - inteiros pares;
 - números reais entre 0 e $\frac{1}{2}$;
 - inteiros negativos.

Boa Sorte!

1) a. iguais

b. diferentes

c. diferentes

d. iguais

2) a. Verdadeira

b. Verdadeira

c. falsa

d. Falsa

e. Falsa

f. Falsa

g. Verdadeira

h. Verdadeira

0,9

3)

$$\mathcal{P}(S) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{\{0,1\}\}, \{0,1\}, \{0, \{0,1\}\}, \{1, \{0,1\}\}, \{0,1, \{0,1\}\}\}$$

$2^3 = 8$ elementos

0,5

4) $A \times B = \{(a,0), (a,1), (b,0), (b,1), (c,0), (c,1), (d,0), (d,1)\}$

$B \times A = \{(0,a), (0,b), (0,c), (0,d), (1,a), (1,b), (1,c), (1,d)\}$

0,5

5) $A \cap B = \{3\}$

$A \cup B = \{0,1,2,3,4,5,6\}$

$A - B = \{1,2,4,5\}$

$B - A = \{0,6\}$

0,5

6) a) $A = \{1,2,3\}$

$A \cup \{A\} = \{1,2,3, \{1,2,3\}\}$

c) $\{\emptyset\} = A$

$A \cup \{A\} = \{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}$

E

b) $\emptyset = A$

$A \cup \{A\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

d) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} = A$

$A \cup \{A\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$

8) $\lceil \lfloor \rfloor - \lfloor \rfloor - 1$

ex: $\lfloor \rfloor = 5 \rightarrow 5 - 3 - 1 = 2 - 1 = 1$

$a = 3, 1$

9) a) $a_n = 2^{n-1}$

$a_5 = 2^4 = 16$

$a_5 = 16$

b) $a_n = 7$

$a_5 = 7$

c) $a_n = a_{n-1} - a_{n-2} \quad (a_1=2, a_2=-2)$

$a_2 = -2 - 2 = -4$

$a_3 = 0 - (-4) = 4$

$a_4 = 2 - 4 = -2$

$a_5 = -2 - (-2) = 0$

$a_5 = 0$

d) $a_n = \lceil \frac{n}{2} \rceil - \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$

$a_5 = \lceil \frac{5}{2} \rceil - \lfloor \frac{5}{2} \rfloor$

$a_5 = 3 - 2 = 1$

$a_5 = 1$

0,75

como chegar
a fórmula?

09 / 11 / 23

$$11) a) \sum_{k=1}^5 (k+1) = (1+1) + (2+1) + (3+1) + (4+1) + (5+1) \\ = 2+3+4+5+6 = 20$$

$$\sum_{k=1}^5 (k+1) = 20$$

$$b) \sum_{k=1}^{10} 3 = 3+3+3+3+3+3+3+3+3+3 \\ = 3 \cdot 10 = 30$$

$$\sum_{k=1}^{10} 3 = 30$$

$$c) \sum_{p=0}^4 (-2)^p = (-2)^0 + (-2)^1 + (-2)^2 + (-2)^3 + (-2)^4 \\ = 1 - 2 + 2 - 2 + 2 = 1$$

$$\sum_{p=0}^4 (-2)^p = 1$$

$$d) \sum_{j=1}^2 \sum_{p=1}^3 (j+p) = (1+1) + (1+2) + (1+3) \\ = \sum_{j=1}^2 3j + 6 = (3 \cdot 1 + 6) + (3 \cdot 2 + 6) \\ = 9 + 12 = 21$$

$$\sum_{j=1}^2 \sum_{p=1}^3 (j+p) = 21$$

12) a) inteiros positivos

seja $A =$ inteiros positivos, a família \mathcal{A} contávelpois $f: \mathbb{N} \rightarrow A$ é uma bijeção $f(x) = 2x$; $\forall x \in \mathbb{N}, \exists! y \in A$ correspondentee $\forall y \exists! x$ correspondente.b) reais entre 0 e $\frac{1}{2}$

a família \mathcal{A} incontável, pois para
qualquer lista de reais na família,
é possível criar um número real
que não está na família.

c) inteiros negativos:

seja $C =$ inteiros negativos, a família \mathcal{A} contável, pois $f: \mathbb{N} \rightarrow C$ é uma bijeção. $f(x) = \{y / y < 0\}$; $\forall x \in \mathbb{N}, \exists! y \in A$ correspondente, e $\forall y \exists! x$ correspondente.

10) a) $a_0 = 3 + 0 = 3$

$a_1 = 3 + 3 = 6$

$a_2 = 6 + 5 = 11$

$a_3 = 11 + 7 = 18$

$a_n = a_{n-1} + \text{ímpar}^*_n //$

$\text{ímpar}^* = \{0, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, \dots\}$

$a_{11} = 102 + 23 = 125$

$a_{12} = 125 + 25 = 150$

$a_{13} = 150 + 27 = 177$

$a_{11} = 125$

$a_{12} = 150$

$a_{13} = 177$

b) $a_0 = 0$

$a_1 = 1$

$a_2 = 0$

$a_3 = 2$

$a_4 = 0$

$a_5 = 4$

$$a_n = \begin{cases} 0, & \text{se } n \text{ é par} \\ 2^{n-2}, & \text{se } n \text{ é ímpar} \end{cases}$$

$a_{11} = 2^9 = 512$

$a_{12} = 0$

$a_{13} = 2^{11} = 2048$

$$a_1 = 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

$$7) a) f(x) = \left(\frac{3}{4}\right) + 7x^2$$

$$b) f(x) = 1 - x^2$$

$$c) f(x) = 2x$$

$$d) f(x) = \frac{3}{5} + x$$

9,25