

| | | |
|--|---|--|
| UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO Centro de Ciências Exatas e Tecnologia | Departamento de Informática - DEINF Internet: www.deinf.ufma.br | 1a AVALIAÇÃO |
| Disciplina: Matemática Discreta e Lógica | Curso: CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO | P 7,5 |
| Código 5595.8 | Carga Horária: 60 horas | T MÉDIA |
| Professor: Luciano Reis Coutinho | Email: luciano.rc@ufma.br | |

Primeira Avaliação: Prova Escrita

Data: 03 de outubro de 2023.

Aluno:

Código: _____

INSTRUÇÕES

- Cada questão consiste de enunciado e requisitos. Respostas não atendendo aos requisitos podem em última instância ser desconsideradas durante a correção.
- A interpretação das questões faz parte da avaliação. Caso ache um enunciado ambíguo ou impreciso escreva na folha de resposta sua interpretação e correspondente resposta. Todas as questões devem ser interpretadas tendo em vista que foi discutido nas aulas de Matemática Discreta e Lógica.
- O tempo total de prova é de 100 min. Tem **início** às 14h00 e **termino** às 15h40.

QUESTÕES

1. (1,0 ponto) No contexto da **Lógica Proposicional**, assinale V para verdadeiro ou F para falso nas afirmações abaixo. Observação: cada resposta errada anula uma resposta certa! Caso queira se abster sobre determinada afirmação, assinale NR para Não Respondida.

(a) Proposições são sentenças declarativas que podem ser verdadeiras ou falsas.
 (b) Proposição atômica é analisada dividindo-a em conectivos lógicos e proposições nucleares.
 (c) Tautologia é qualquer fórmula proposicional que não é contradição.
 (d) Tabela verdade é método geral para decidir a satisfatibilidade de fórmulas proposicionais.
 (e) Fórmulas proposicionais equivalentes têm a mesma tabela-verdade (coluna final) para todas as atribuições de valores-verdade a suas componentes atômicas.

2. (1,0 ponto) No contexto da **Lógica de Predicados**, assinale V para verdadeiro ou F para falso nas afirmações abaixo. Observação: cada resposta errada anula uma resposta certa! Caso queira se abster sobre determinada afirmação, assinale NR para Não Respondida.

(a) Fórmulas predicativas são sentenças declarativas nas quais propriedades ou relações são atribuídas a um ou mais elementos de um domínio (universo de discurso).
 (b) Um elemento do domínio para o qual $P(x) \equiv \text{FALSO}$ é dito um contra-exemplo de $\forall x P(x)$.
 (c) Na fórmula predicativa $\exists x Q(x,y)$, x é uma variável livre.
 (d) Quando o domínio é vazio a fórmula $\forall x P(x)$ é falsa.
 (e) A negação de $\forall x [E(x) \rightarrow C(x)]$ é equivalente a $\exists x [E(x) \wedge \neg C(x)]$.

3. (1,25 ponto) No contexto da **Lógica Proposicional**, e com o uso de letras para denotar as proposições atômicas, traduza as seguintes sentenças compostas para notação simbólica (identifique claramente as proposições atômicas):

- (a) Está abaixo de zero, mas não está nevando.
 (b) Você acessa o sistema apenas se estiver cadastrado; sem acessar o sistema não há como realizar o protocolo.
 (c) Chove quando é final de semana, e é final de semana se chove.
 (d) Para entrar no país necessita-se de passaporte ou cartão de registro eleitoral.
 (e) Dirigir a mais de 120 km/h é suficiente para receber uma multa, a menos que o radar não esteja funcionado.

4. (1,0 ponto) De acordo com as regras de precedência dos conectivos lógicos discutidas em sala de aula, faça a **tabela verdade** para a seguinte fórmula: $A \wedge B \rightarrow B \leftrightarrow \neg A \vee \neg B$.

- 5. (1,25 pontos)** Considere a seguinte especificação: "O sistema está em um estado de multiuso se e somente se estiver operando normalmente. Se o sistema está operando normalmente, o kernel está funcionando. O kernel não está funcionando ou o sistema está no modo de interrupção. Se o sistema não está em um estado de multiuso, então está em um modo de interrupção. O sistema não está no modo de interrupção".

Pergunta-se: A especificação é consistente? Justifique sua resposta mostrando que formalização da especificação em lógica proposicional é satisfatível.

- 6. (1,25 pontos)** Utilizando as regras de equivalência proposicional, mostre que $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ e $(A \wedge B) \rightarrow C$ são fórmulas logicamente equivalentes. Para cada passo da demonstração, explice a regra de equivalência sendo utilizada.

- 7. (1,0 ponto)** No contexto da **Lógica de Predicados**, Qual o valor verdade de cada uma das fórmulas abaixo considerando que o domínio de discurso são números reais? Justifique sua resposta apontando exemplos ou contraexemplos.

a) $\exists x(x^3 = -1)$ b) $\exists x(x^4 < x^2)$
c) $\forall x((-x)^2 = x^2)$ d) $\forall x(2x > x)$

- 8. (1,25 pontos)** Usando os símbolos predicados mostrados e os quantificadores apropriados, escreva as sentenças abaixo como fórmulas predicativas. (O domínio é todo o mundo.)

$N(x) = "x \text{ é um nadador}"$ $C(x) = "x \text{ é um corredor}"$
 $J(x) = "x \text{ é um juiz}"$ $A(x,y) = "x \text{ admira } y"$

- (a) Nenhum juiz é corredor ou nadador.
(b) Todo nadador admira um corredor.
(c) Alguns nadadores são corredores.
(d) Apenas quem não é juiz não admira nadadores e corredores.
(e) Há juiz que admira alguns nadadores que são corredores.

- 9. Usando a linguagem e as regras de inferência do cálculo proposicional:** (a) **(1,0 Ponto)** formalize o argumento abaixo usando símbolos proposicionais e conectivos; indique claramente a forma lógica das premissas e da conclusão ; (b) **(1,0 ponto)** demonstre passo a passo que o argumento é válido, aplicando as regras de inferência discutidas em sala de aula; para cada passo da demonstração, indique explicitamente a regra de inferência sendo utilizada.

Argumento: Eu estou esperando na parada mas não há ônibus circulando. Irei a UFMA somente se houver ônibus circulando. Se não for a UFMA não assisto aula hoje. Assistir aula hoje é necessário para revisar o conteúdo da prova. Logo, não vou revisar o conteúdo da prova.

Use as letras: P, O, U, A, R para simbolizar as proposições atômicas.

Boa Sorte!

1) a. Verdad

b. Falsa

b/p c. NR

d. Verdad

d. NR

2) a. Verdad

b. Verdad

c. Falsa

d. Verdad

d. Falsa

0,2

p>19

4) $A \wedge B \rightarrow P B \rightarrow \neg A \vee \neg B$

10

(nrp) + 9

| $\neg 0$ | A | B | $\neg A$ | $\neg B$ | $A \wedge B$ | $\neg A \vee \neg B$ | $(A \wedge B) \rightarrow B$ | $(A \wedge B) \rightarrow B \rightarrow \neg A \vee \neg B$ |
|----------|-----|-----|----------|----------|--------------|----------------------|------------------------------|---|
| $\neg 1$ | T | T | F | F | T | F | T | T |
| $\neg 2$ | T | F | F | T | F | T | T | F |
| $\neg 3$ | F | T | T | F | F | T | T | F |
| $\neg 4$ | F | F | T | T | F | T | T | F |

6) $A \rightarrow (B \rightarrow C) \equiv (A \wedge B) \rightarrow C$

$A \rightarrow (B \rightarrow C) \equiv \neg A \vee (\neg B \vee C)$ (Equivalencia de condicional)

$\equiv (\neg A \vee \neg B) \vee C$ (Propiedad distributiva)

$\equiv \neg (A \wedge B) \vee C$ (Ley de De Morgan)

$\equiv (A \wedge B) \rightarrow C$ (Equivalencia de condicional)

7) $D = \mathbb{R}$

a) $\exists x (x^3 = -1)$

Verdad

$\exists x = -1;$

$(-1)^3 = -1$

$-1 = -1$

b) $\exists x (x^4 = x^2)$

Verdad

$\exists x = \frac{1}{2};$

12

$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$\frac{1}{16} = \frac{1}{4}$

c) $\forall x [(-x)^2 = x^2]$

Verdad

$\forall x = -1;$

$(-(-1))^2 = +1^2$

$1^2 = 1^2$

falsa

$2(-1) < -1$

$-2 < -1$

73 / 700 / 23 EO

3) a. $P \equiv$ está aberta de giro
 $q \equiv$ está enroscada

$$P \wedge q$$

br. $P \equiv$ ocorre o risco

$q \equiv$ risco evitável

$r \equiv$ violar a proteção

$$(P \rightarrow q) \wedge (\neg P \rightarrow r)$$

c. $P \equiv$ chance

$q \equiv$ é final da reunião

$$(P \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow P)$$

$$P \leftrightarrow q$$

d. $P \equiv$ entrar no país

$q \equiv$ ter passaporte

$r \equiv$ ter carta de viagem

$$P \rightarrow (q \vee r)$$

v. $P \equiv$ dirigir a mais de 120 km/h

$q \equiv$ receber multa

$r \equiv$ o rodar fluviana

$$(P \rightarrow q) \vee \neg r$$

5) $P \equiv$ o sistema está em falta de multibits

$q \equiv$ o sistema está operando normalmente

$r \equiv$ o kernel está fluviana

$s \equiv$ o sistema está na moda de interrupções

$$P \rightarrow q$$

$$q \rightarrow r$$

$$\neg r \vee s$$

$$\neg r \rightarrow s$$

$$\neg r \wedge s$$

1) tamanda $\neg s \equiv \neg r, \neg r \equiv \neg t$ ($\neg r \vee s$)

2) se $q \rightarrow r, r \rightarrow s$; q obigatoriamente é Falso ($q \equiv F$) $\neg r \equiv (\neg r \wedge s) \wedge A$

3) se $P \rightarrow q, q \equiv F; P \equiv F$ ($\neg P \wedge \neg q \wedge A$) ($\neg P \wedge \neg q \wedge A$) \equiv

4) se $\neg P \equiv T; \neg P \rightarrow S \equiv T \rightarrow F$ (o que é falso) O sistema não é falso

b) a. $\forall x (\neg f(x) \vee (C(x) \vee N(x)))$

br. $\forall x (N(x) \rightarrow \exists y (C(y) \wedge A(x, y)))$

c. $\exists x (N(x) \wedge C(x))$

d. $\forall x [\neg f(x) \rightarrow \forall y (N(y) \wedge C(y) \wedge A(x, y))]$

e. $\exists x [\neg f(x) \wedge \exists y (N(x) \wedge C(x) \wedge A(x, y))]$

$\neg \rightarrow (\neg \rightarrow \neg)$ $\neg \neg = ((\neg \rightarrow \neg))$

$\neg \neg \neg = \neg$

$$(\neg \neg) \rightarrow (\neg \neg)$$

$$\frac{1}{P} \rightarrow \frac{1}{P}$$



9) $P \equiv$ efeito hidráulico na forma

$\alpha_1: P \wedge T_0$

$O =$ fluxo análico circulando

$\alpha_2: U \rightarrow O$

$U =$ em a forma

$\alpha_3: U \rightarrow T_A$

$A =$ abertura alta

$\alpha_4: A \rightarrow R$

$R =$ resultado para a contínua da forma

$\beta: T_R$

$R \rightarrow A$

1. $P \wedge T_0$ (α_1)

(α_1, α_2)

2. T_0 (α_2 simplificação)

3. TUV_0 (α_2 Igualando condicional)

4. U (α_3 red.)

5. $UV \rightarrow TA$ (α_3)

6. TA ($M \wedge \alpha_5$)

7. $A \rightarrow R$ (α_4)

8. R ($M \wedge G, 7$)

9. $T_R \rightarrow \perp$ (M é falso $\Rightarrow \perp$)

$A = P \wedge T_0 \rightarrow TA \wedge T_A$ (efeito hidráulico condicional)

$\equiv TA \wedge T_A$ (efeito hidráulico constante)

$\equiv T_A \wedge T_A$ (constante de tempo)

$\equiv T_A \rightarrow C$ (efeito hidráulico de fundo constante)

? $B = A$

$$B) \exists x((x = -i) \rightarrow \exists x(x = -i))$$

$$\exists x(x = -i) \rightarrow \exists x(x = -i)$$

$$\exists x(x = -i) \rightarrow \exists x(x = -i)$$

$$\exists x(x = -i)$$

$$\exists x = -i$$

$$(-i) = -i$$

$$-i = -i$$

$$\exists x = -i$$

$$(-i) = -i$$

$$\exists x = -i$$

$$(-i) = -i$$

$$\exists x = -i$$

$$(-i) = -i$$

$$\exists x = -i$$

$$\exists x = -i$$