

ÉCOLE D'ACTUARIAT
UNIVERSITÉ LAVAL

Travail pratique 1

Guillaume MICHEL
Nathanaël PELCHAT
Mikael ROBERTSON
Olivier TURCOTTE

AUTOMNE 2018

1 Sommaire exécutif

Table des matières

1	Sommaire exécutif	2
2	Analyse des données	4
3	Modèle proposé	6
3.1	Équation	6
3.2	Traitement des variables qualitatives	6
3.3	Interactions	7
3.4	Interprétation	7
3.5	Statistiques	7
4	Analyse des résidus	9
4.1	Linéarité	9
4.2	Homogénéité	10
4.3	Indépendance	10
4.4	Normalité	11
4.5	Test pour manque d'ajustement	11
5	Prévisions	12
6	Recommandations	12
	Annexes	12
A	Erreurs de données	12
B	Transformation	14
C	Sélection des variables	15

2 Analyse des données

Voici les variables disponibles afin d'effectuer un modèle prédictif de la perte économique :

Tableau 1 – Description des variables

Variables	Type	Description
CASENUM	Valeur entière	Numéro d'identification de la réclamation
ATTORNEY	Variable indicatrice	Indique si le réclamant est représenté par un avocat
CLMSEX	Variable indicatrice	Indique le sexe du réclamant
MARITAL	Variable polytomique	Indique le statut marital du réclamant
CLMINSUR	Variable polytomique	Indique si le réclamant est assuré
SEATBELT	Variable polytomique	Indique si le réclamant portait une ceinture de sécurité
CLMAGE	Valeur entière	Âge du réclamant
LOSS	Valeur continue	Perte économique totale du réclamant en milliers de dollars

Ces variables sont en majorité qualitative. Une analyse de fréquences de celles-ci permet d'avoir un meilleur ressenti quant à leurs interaction avec la variable exogène LOSS :

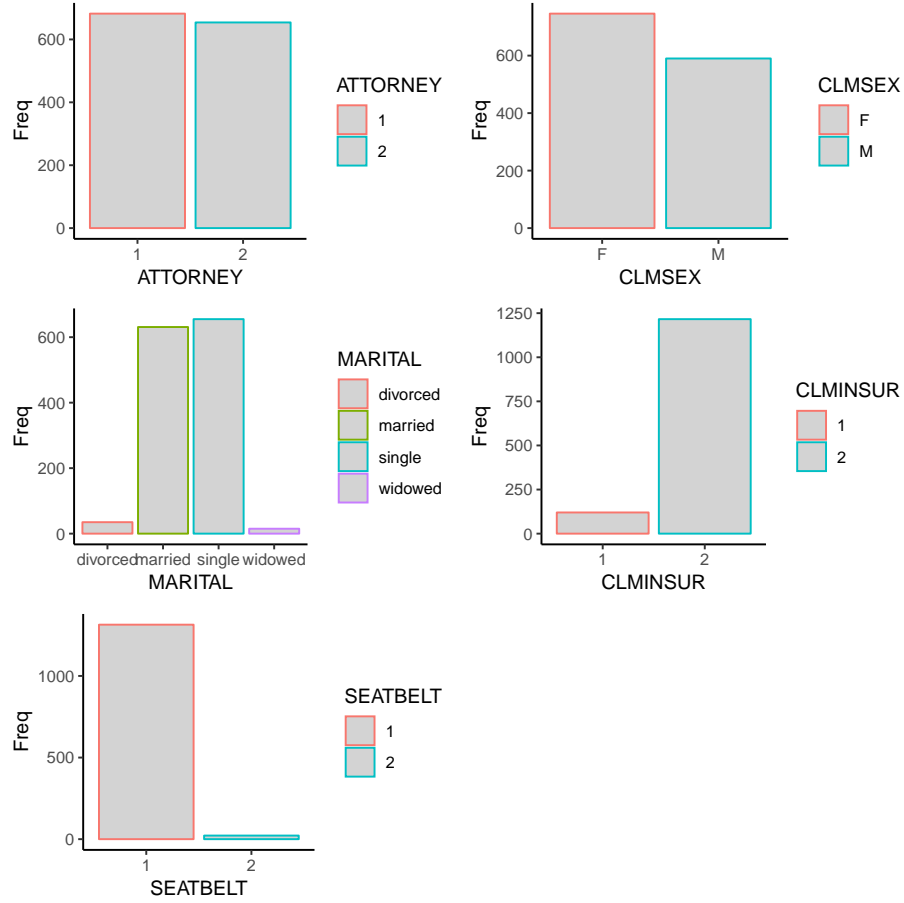


Tableau 2 – Analyse des variables continues

	CLMAGE	LOSS
$\min(X)$	0.0	0.005
$F_X^{-1}(0.25)$	21	0.640
$F_X^{-1}(0.5)$	33	2.331
$E[X]$	32.6	5.965
$F_X^{-1}(0.75)$	41	3.998
$\max(X)$	95	1067.697

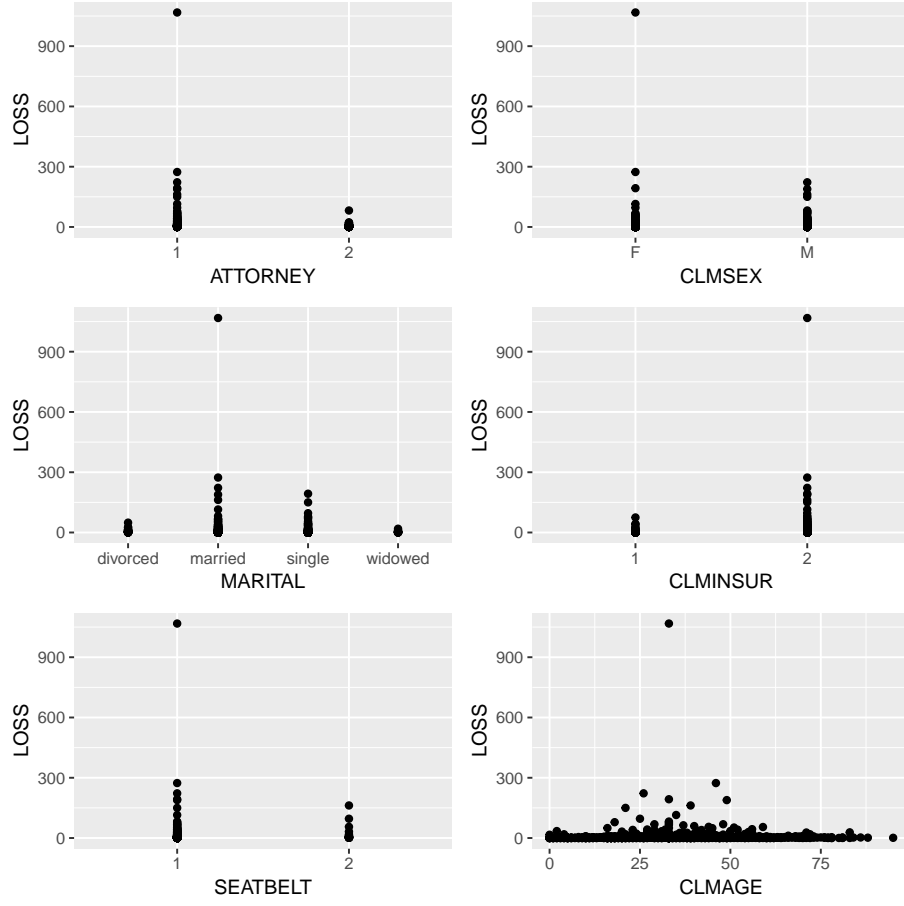


FIGURE 1 – Variable LOSS en fonction de chaque variables explicatives

3 Modèle proposé

3.1 Équation

Le modèle choisit est donné par l'équation suivante

$$\ln Y = \beta_0 + \beta_1 x_{i,CLMAGE} + \beta_2 x_{i,ATTORNEY} + \beta_{3,1} x_{i,MARITAL,2} + \beta_{3,2} x_{i,MARITAL,3} + \beta_{3,3} x_{i,MARITAL,4} + \beta_4 x_{i,SEATBELT} + \beta_5 x_{i,CLMAGE} * x_{i,ATTORNEY}$$

3.2 Traitement des variables qualitatives

Les variables qualitatives du modèle, soit *ATTORNEY*, *SEATBELT* et *MARITAL*, ont chacune été converti en *factor* car c'est le type de données usuelle de

R afin d'effectuer des régression linéaire comportant des variables qualitatives.

3.3 Interactions

Suite à la sélection des variables, il nous a été possible de déterminer qu'il n'y avait qu'une seule interaction non-redondante (qui ne cause pas de multicolinéarité) et significative au modèle. Il s'agit de l'interaction entre les variables *CLMAGE* et *ATTORNEY* qui représentent respectivement l'âge du réclamant ou de la réclamante et la présence d'un avocat pour la réclamation. Cette interaction est logique car en effet, l'âge d'un réclamant peut influencer la décision de prendre un avocat.

3.4 Interprétation

3.5 Statistiques

Voici les intervalles de confiances à 95% pour chacun des paramètres du modèle :

Tableau 3 – Intervalles de confiances des paramètres du modèle

	2.5%	97.5%
β_0	0.28583388	1.262939359
β_1	0.01334127	0.026414523
β_2	-1.32630903	-0.708680308
$\beta_{3,1}$	-0.51501270	0.340256198
$\beta_{3,2}$	-0.72345837	0.148361570
$\beta_{3,3}$	-1.69700396	-0.155725880
β_4	0.46855029	1.528929789
β_5	-0.02025211	-0.003201663

De plus, voici le R_a^2 : 0.2754. Ainsi, une grande variabilité de la variable endogène n'est pas expliqué par le modèle. Ceci est en parti dû au grand nombre de variables qualitatives dans le modèle qui n'ont pas assez de valeurs possibles afin de refléter l'étendue des valeurs possible de la perte économique.

Voici la table anova du modèle :

Tableau 4 – Table anova du modèle

Source	Dl	SS	MS	F
SSR	7	809.4939	115.642	73.48
SSE	1328	2089.85386	1.573685	
SST	1335	2899.348	2.171796	

Selon la statistique F du tableau 4, on peut effectuer un test de validité globale de

la régression linéaire. Ce faisant, nous obtenons une p-value inférieur à $2.2*10^{-16}$ et donc nous concluons que la régression est tout à fait valide.

4 Analyse des résidus

4.1 Linéarité

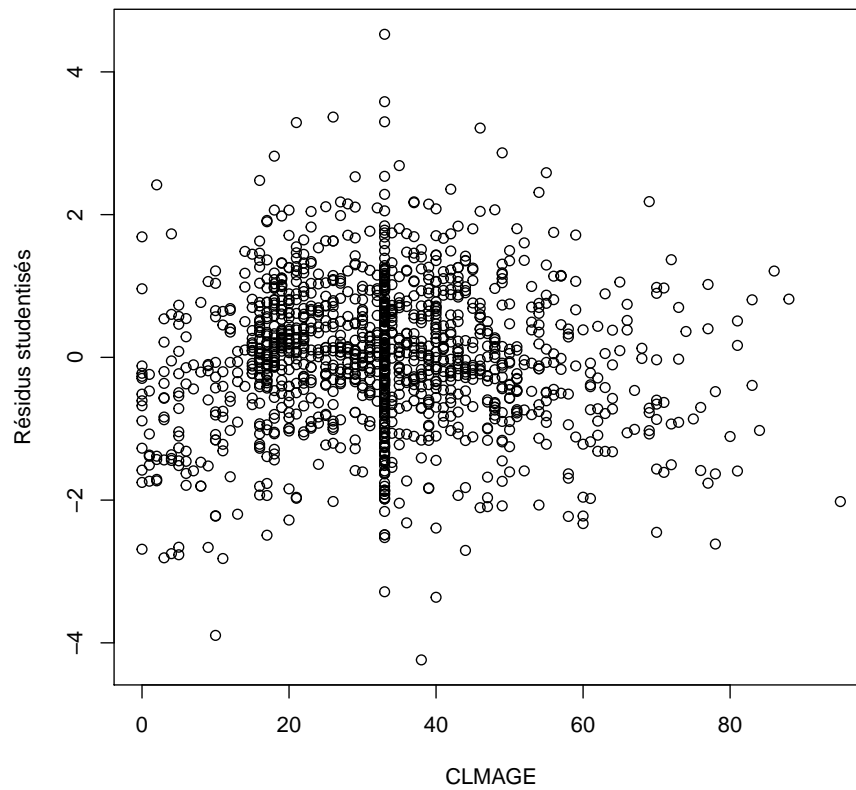


FIGURE 2 – Résidus studentisé en fonction de CLMAGE

4.2 Homogénéité

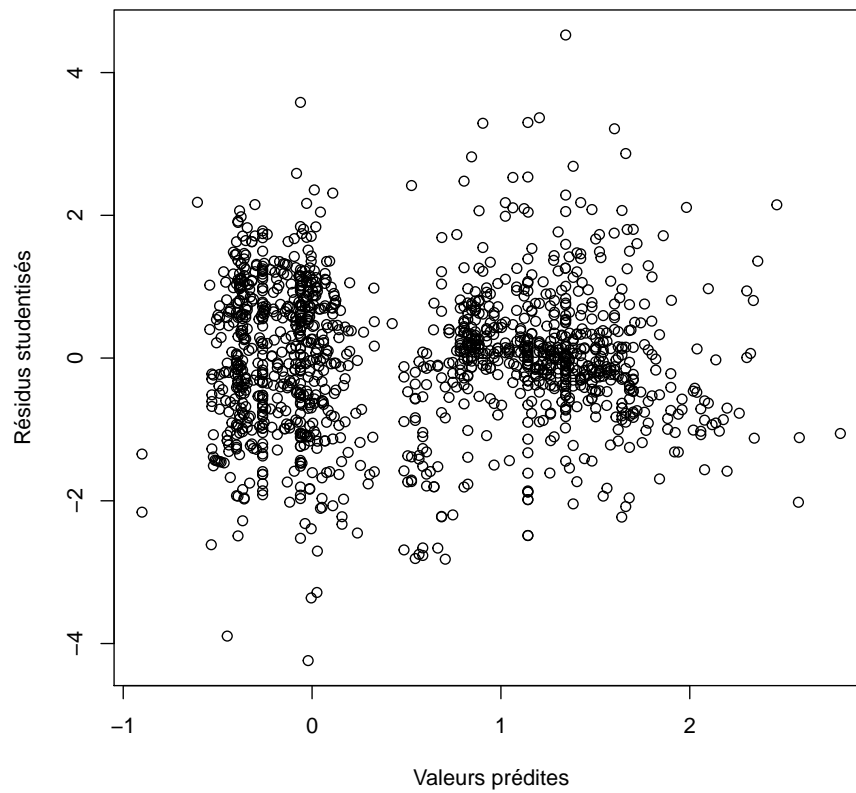


FIGURE 3 – Résidus studentisé en fonction de Y

4.3 Indépendance

```
##  
## Durbin-Watson test  
##  
## data: modele  
## DW = 1.9557, p-value = 0.2091  
## alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
```

4.4 Normalité

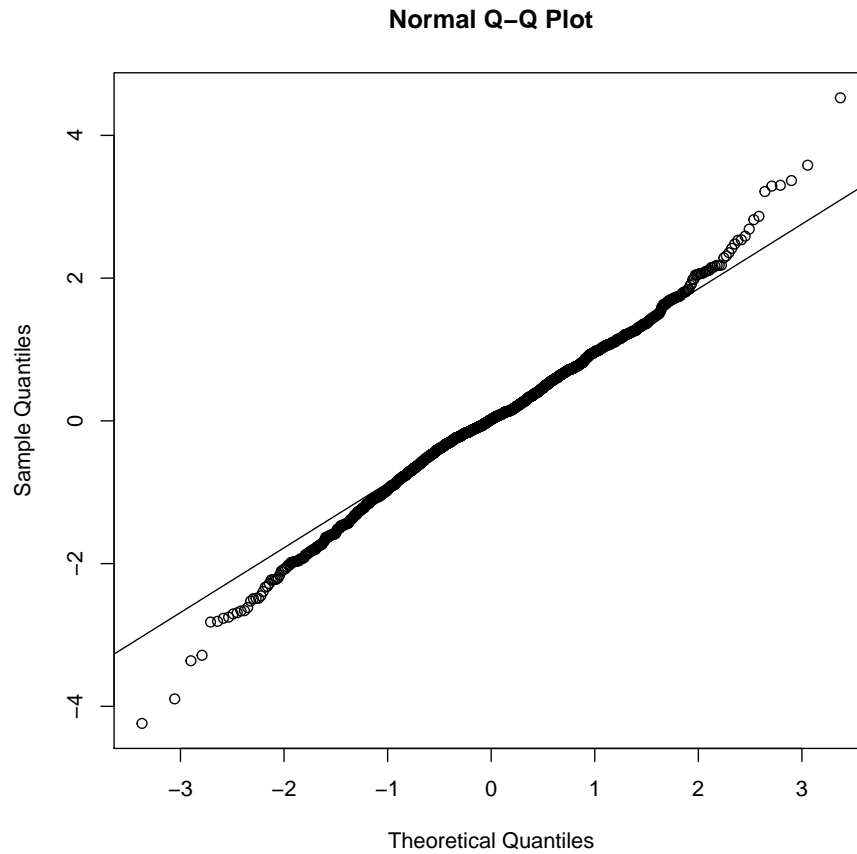


FIGURE 4 – Quantile théorique versus quantile pratique

4.5 Test pour manque d'ajustement

Après avoir effectué un test pour manque d'ajustement, on obtient une p-value de 8.623×10^{-5} , valeur inférieure au seuil de 5%. Ainsi, on doit rejeter H_0 , ce qui implique que le modèle actuel ne s'ajuste pas bien aux données.

5 Prévisions

Pour répondre à la question du directeur, un individu répondant aux caractéristiques suivantes : CLMAGE=45, SEATBELT=1, ATTORNEY=1, MARITAL="single" et CLMINSUR = 1, aura selon le modèle actuel une perte économique de : $Y \in [0.3378229, 46.89545]$ à un niveau de 95%.

Avec les mêmes caractéristiques, on obtient : $E[Y] \in [3.369781, 4.701301]$. Ainsi, on constate la grande variabilité de la perte économique en comparant les différentes bornes des deux prévisions.

Tableau 5 – Intervalles de confiances des moyennes de la perte économique totale prévues

CLMAGE	MARITAL	CLMSEX	SEATBELT	CLMINSUR	ATTORNEY	2.5%	97.5%
70	single	M	1	1	1	4.83	8.86
45	married	M	1	1	1	4.26	5.54
45	divorced	M	1	1	1	3.47	8.10
45	widowed	M	1	1	1	1.09	4.05
45	single	F	1	1	1	3.37	4.70
45	single	M	2	1	1	6.26	18.65
45	single	M	1	2	1	3.37	4.70
45	single	M	1	1	2	0.72	1.00
22	single	F	2	1	2	1.11	3.28

6 Recommendations

Annexes

A Erreurs de données

La base de données originelles utilisé dans la création du modèle a dû subir quelques modifications afin d'être utilisable. Voici les quelques erreurs répertoriés ainsi que les techniques utilisés pour les rectifier :

1. Fautes d'orthographe

- (a) MARITAL

Cette colonne contient à l'origine plusieurs faute de frappe des états maritaux. Afin d'unifier le tout, il a fallut substituer les états dans ces quatres variables distinctes : *divorced*, *widowed*, *married*, *single*.

(b) CLMSEX

Cette colonne supposé contenir les états **F** ou **M** contient à l'origine quelques états *male*. Afin d'unifier le tout, ces états ont été substituer en **M**.

2. Données aberrantes

(a) LOSS

Cette colonne contient une valeur très extrême de *1067.697*. En analysant la figure 5, on voit bien que la valeur est très énorme à comparer au reste. Néanmoins, comme il s'agit de perte économique aux États-Unis suite à une blessure corporelle, cette valeur est possible donc nous ne l'avons pas retiré de l'étude.

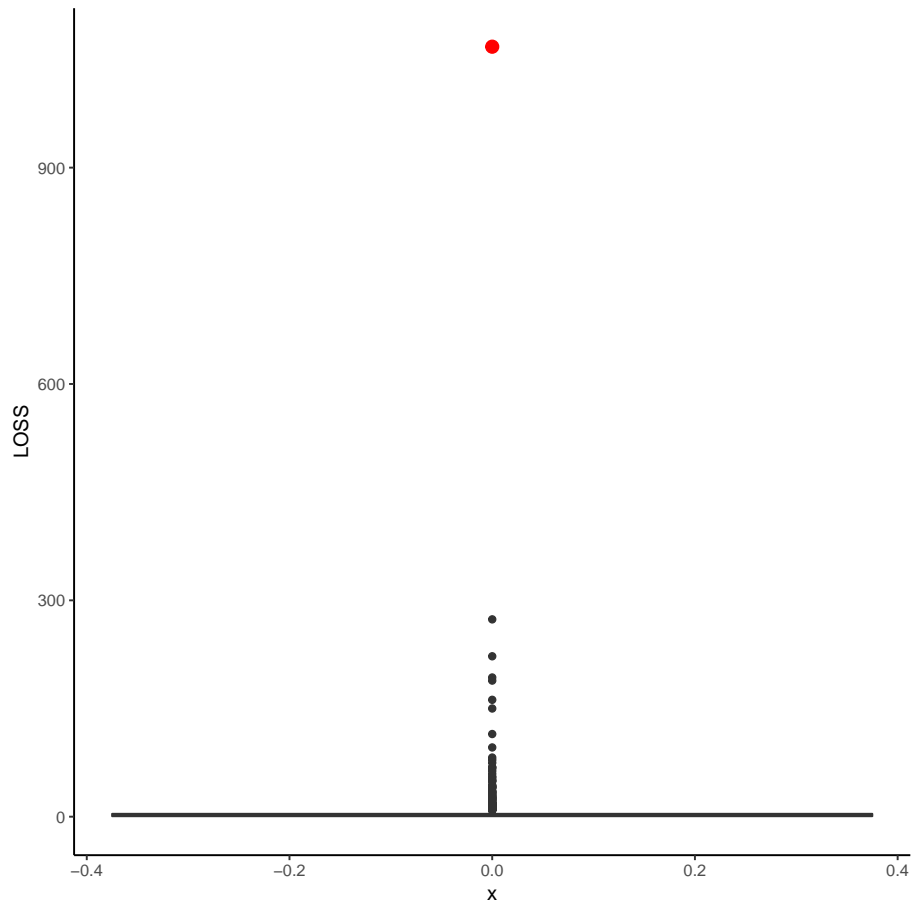
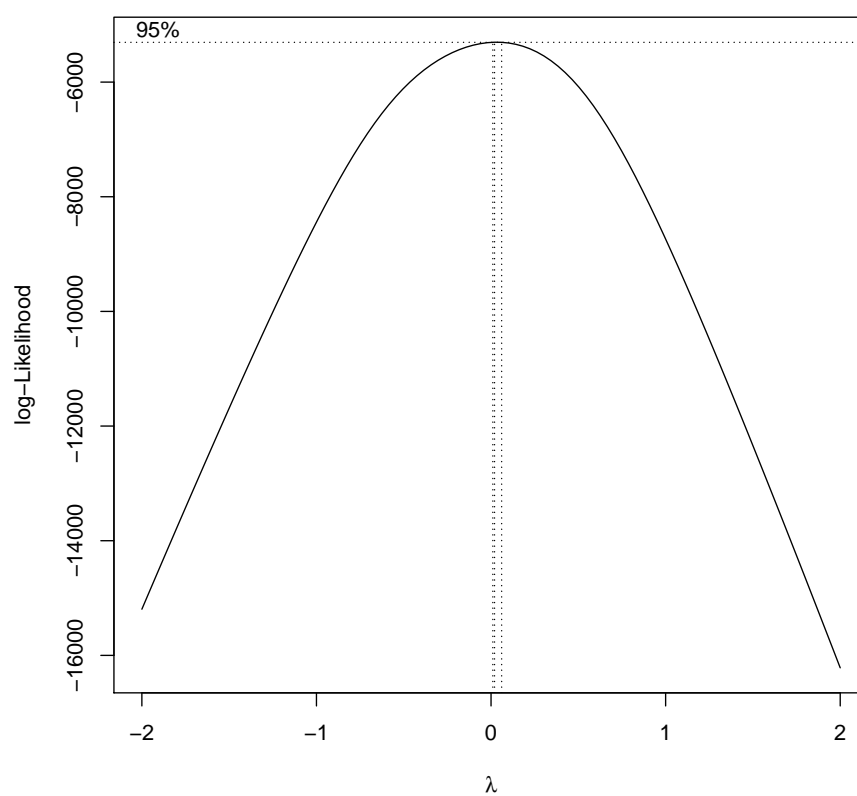


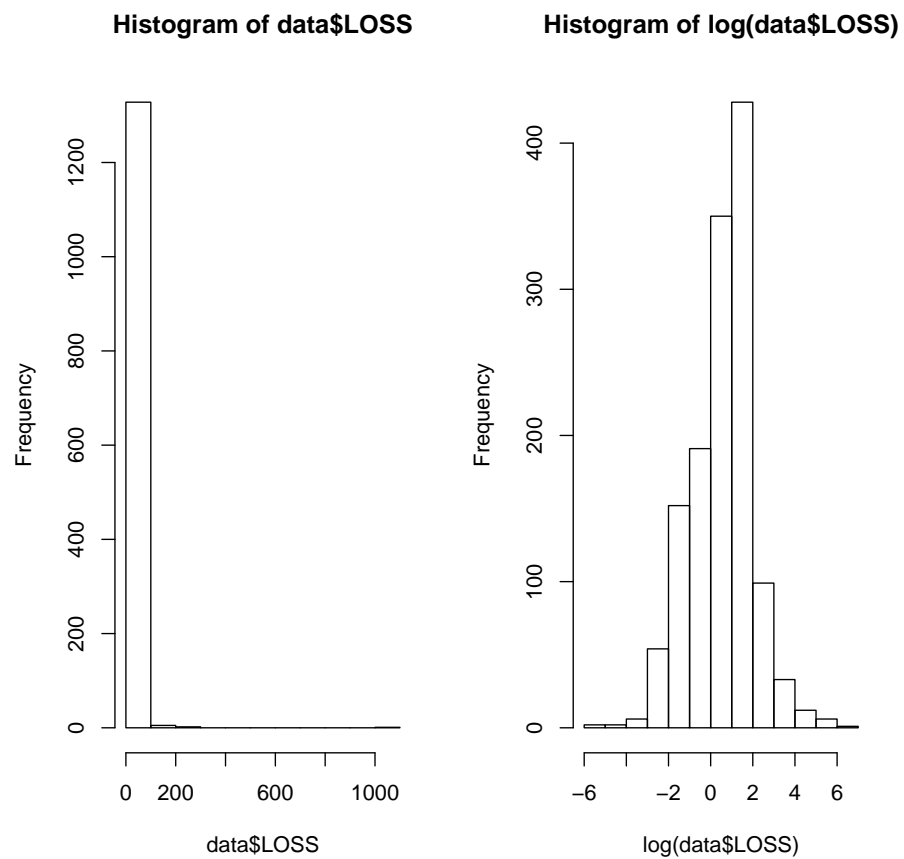
FIGURE 5 – Boxplot de LOSS

(b) CLMAGE

Cette colonne contient une valeur de *610*, valeur impossible selon la description de la variable, soit l'âge du réclamant. Afin de ne pas fausser les résultat, cette valeur a été modifié pour 61.

B Transformation





C Sélection des variables