

Problema

Uma serraria faz entregas aos seus clientes, através de uma frota de dois caminhões idênticos, onde cada caminhão tem como limitante o peso da carga. A serraria deseja fazer todas as suas entregas, de forma ótima, percorrendo a menor quilometragem possível. São dados:

- Capacidade do caminhão em toneladas : C
- Peso mínimo para fazer um despacho em toneladas : B
- Peso de cada pedido : T_i
- Distância entre cada par de locais de entrega (incluindo base): $D_{i,j}$
- Número de locais de entrega, incluindo a base : N

Onde:

i, j = número do pedido

Modelo

Para construir a solução ótima, é necessário saber quais rotas serão tomadas, e além disso, será necessária uma variável de decisão auxiliar, para que o caminho percorrido pelo caminhão seja conexo. Portanto, as variáveis de decisão serão:

- $x_{i,j}$: Valor pertencente a $\{0, 1\}$, que representa um booleano, diz se uma rota será percorrida ou não.
- y_i : Valor associado a cada local que representa em que momento o local i está sendo alcançado

A empresa deseja minimizar a quilometragem percorrida pela frota de caminhões. Portanto, a função objetivo é a que segue:

- $z = \min \sum (D_{i,j} x_{i,j})$

O modelo está sujeito às restrições:

Relacionadas a garantir que o caminhão chega nos locais de entrega apenas uma vez:

- $\forall i \forall j \mid \sum (x_{i,j}) \leq 1$

Relacionadas a assegurar que o caminhão sai dos locais de entrega apenas uma vez:

- $\forall i \forall j \mid \sum (x_{i,j}) \leq 1$

Relacionadas ao peso máximo que o caminhão pode levar:

- $\forall i \forall j \mid \sum (T_i x_{i,j}) \leq C$

Relacionadas à um peso mínimo para fazer o despacho:

- $\forall i \forall j \mid \sum (T_i x_{i,j}) \geq B$

Relacionadas com o fato de se o caminhão chegar em um lugar, ele deve sair de lá:

- $\forall i \forall j \mid \Sigma(x_{i,j}) - \Sigma(x_{i,j}) \geq 0$

Relacionadas ao fato do caminhão começar na base (a serraria atua como o pedido 0):

- $\forall i \mid \Sigma(x_{0,i}) \geq 1$

Relacionadas à garantir que o caminho percorrido seja conexo, usando a variável de decisão auxiliar y_i :

- $\forall i \forall j \in \{2..N\} \mid y_i - y_j + N x_{i,j} \leq N - 1$
- $\forall i \mid \Sigma(y_i) \geq 2$
- $\forall i \mid \Sigma(x_{0,i}) \leq N$

O modelo completo é descrito a seguir:

$$\min z = \Sigma(D_{i,j} x_{i,j})$$

$$\text{s.a } \forall i \forall j \mid \Sigma(x_{i,j}) \leq 1$$

$$\forall i \forall j \mid \Sigma(x_{i,j}) \leq 1$$

$$\forall i \forall j \mid \Sigma(T_i x_{i,j}) \leq C$$

$$\forall i \forall j \mid \Sigma(T_i x_{i,j}) \geq B$$

$$\forall i \forall j \mid \Sigma(x_{i,j}) - \Sigma(x_{i,j}) \geq 0$$

$$\forall i \mid \Sigma(x_{0,i}) \geq 1$$

$$\forall i \forall j \in \{2..N\} \mid y_i - y_j + N x_{i,j} \leq N - 1$$

$$\forall i \mid \Sigma(y_i) \geq 2$$

$$\forall i \mid \Sigma(x_{0,i}) \leq N$$