UNICAP - Ciência da Computação - 2º período
Disciplina: Elementos da integralização Computacional
Docente: Túlio Fidel
Discente: Guilherme Larré

Lista #1 - Derivadas

Parte 1 - Derivadas básicas

① $f(x) = 5x^3 - 2x^2 + 7x - 4 \to f'(x) = 15x^2 - 4x + 7$

② $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x} = f(x) = x^{1/2} + x^{-1} \to f'(x) = 1/2 \cdot x^{-1/2} - x^{-2}$

$\therefore f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$

③ $y = e^{2x} - \ln(x) \to y' = 2e^{2x} - \frac{1}{x}$

④ $f(x) = \operatorname{sen} x + \cos x \to f'(x) = \cos x - \operatorname{sen} x$

⑤ $y = 3x^5 - 4x^{-2} + 7 \to y' = 15x^4 + 8x^{-3}$

Parte 2 - Regra do produto, quociente e cadeia

⑥ $\frac{d}{dx}[(x^2+1)(x^3-2)] \to 2x(x^3-2) + (x^2+1) \cdot 3x^2$

$= 2x^4 - 4x + 3x^4 + 3x^2 = 5x^4 + 3x^2 - 4x$

⑦ $\frac{d}{dx}\left[\frac{x^2+3}{x-1}\right] \to \frac{2x(x-1) - (x^2+3)}{(x-1)^2}$

⑧ $y = (3x^2 - x)^{10} \to y' = 10(3x^2-x)^9 \cdot (6x-1)$

⑨ $\frac{d}{dx}\left[e^{x^2} \cdot \ln(x)\right] \to 2x \cdot e^{x^2} \cdot \ln x + e^{x^2} \cdot \frac{1}{x} = 2x \cdot e^{x^2} \cdot \ln x + \frac{e^{x^2}}{x}$

⑩ $y = \sqrt{5x^2+4} = (5x^2+4)^{1/2} \to y' = \frac{1}{\cancel{2}}(5x^2+4)^{-1/2} \cdot \cancel{10}x$

$y' = \frac{5x}{\sqrt{5x^2+4}}$

Jandaia

$\to$

Parte 3 - Aplicações

(11) A posição de uma partícula é dada por $s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ (em metros). Determine a velocidade no instante $t = 2s$.

$v(t) = \frac{d}{dt}(s(t)) \rightarrow v(t) = 3t^2 - 12t + 9$

$v(2) = 3.(2)^2 - 12(2) + 9 = 3.4 - 24 + 9 = 12 - 24 + 9 = -3 m/s$

(12) A receita $R(x)$ de uma empresa é dada por $R(x) = -2x^2 + 120x$, onde x é o número de unidades vendidas (em milhares). Calcule a taxa de variação da receita quando $x = 20$.

$R'(x) = -4x + 120 \rightarrow R'(20) = -4.20 + 120 = 40$

$\therefore$ 40000 reais para cada 1000 unidades vendidas.

(13) Um tanque de água tem volume $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$. Calcule $\frac{dV}{dr}$ e interprete.

$\frac{dV}{dr}(V(r)) = \frac{4}{\cancel{3}}\pi . \cancel{3}r^2 = 4\pi r^2$ → representa a taxa de variação do volume em relação ao raio da superfície da esfera.

$\therefore$ A cada 1 u.c. de aumento desse raio, o volume aumenta em $4\pi r^2$ u.v.

(14) Ache as coordenadas dos pontos críticos de $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$.

$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$

$(3x^2 - 6x - 9 = 0) : 3 \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow (x-3)(x+1) = 0$

$x_A = 3$ e $x_B = -1$

A: $f(3) = (3)^3 - 3(3)^2 - 9(3) + 1$

$y_A = 27 - 27 - 27 + 1 = -26$

$\therefore A = (3, -26)$

B: $f(-1) = (-1)^3 - 3(-1)^2 - 9(-1) + 1$

$y_B = -1 - 3 + 9 + 1 = 6$

$\therefore B = (-1, 6)$

(15) Determine o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico de $y = \ln(x^2+1)$ no ponto $x = 1$.

$y = \ln(u)$
$y' = u' . \frac{1}{u}$

$y' = 2x . \frac{1}{x^2+1} = \frac{2x}{x^2+1}$

$x = 1 : \frac{2.1}{1^2+1} = 1$