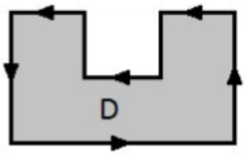
2^{a} Avaliação

1. (2,0) Um dos campos abaixo é conservativo. Identifique-o e determine a função cujo gradiente é igual ao campo.

$$F(x,y) = e^x \cos y \,\mathbf{i} + e^x \sin y \,\mathbf{j}$$

$$G(x,y) = (ye^x + \sin y)\,\mathbf{i} + (e^x + x\cos y)\,\mathbf{j}$$

2. (2,0) Seja $F = P\mathbf{i} + Q\mathbf{j}$ um campo vetorial com P e Q de classe C^1 e seja C a fronteira da região D na figura abaixo.



Mostre que

$$\oint_C Pdx + Qdy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right) dA$$

3. (2,0) Seja F um campo vetoral em $\mathbb{R}^3$, onde suas funções componentes são de classe C^1 e seja f uma função de três variáveis. Defina a operação:

$$(f.F)(x,y,z) = f(x,y,z).F(x,y,z)$$

Mostre que

$$div(f.F) = f.div(F) + F \cdot \nabla f$$

4. (2,0) Determine o trabalho realizado pela força $F(x,y) = (2x - 3y)\mathbf{i} + (-3x + 4y - 8)\mathbf{j}$ para mover uma partícula ao longo do círculo de centro na origem e raio a.

5. (2,0) Calcule a integral de linha $\int_C F \cdot dr$ onde $F(x,y,z) = x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j} - xy\,\mathbf{k}$ C é a curva dada por $r(t) = \cos t\,\mathbf{i} + \sin t\,\mathbf{j} + t\,\mathbf{k}$, $0 \leq t \leq \pi$.

Extra:(0,5) Defina com precisão:

a) Curva fechada.

b) Campo conservativo.

c) Trabalho para mover uma partícula ao longo de uma curva suave.

d) Teorema fundamental das integrais de linha.