Universidade Federal de Santa Catarina
EEL7123/EEL510457
Solução Problema 4.4

Problema 4.4. Obtenha o valor de saída aplicando a equação CRT para os seguintes conjuntos de módulos:

(a) $\{m_1, m_2, m_3, m_4\} = \{3, 5, 7, 17\}$ **e** $\{R_1, R_2, R_3, R_4\} = \{2, 0, 4, 13\}$**;**

A conversão de RNS a binario é obtida usando o Teorema Chinés do Resto (CRT), visto na aula teorica.

$$X = \left| \sum_{i=1}^{4} \hat{m}_i \left| \hat{m}_i^{-1} \right|_{m_i} R_i \right|_M , \tag{1}$$

onde:

$\mathrm{m}_1 = 3$, $\hat{m}_1 = 595$, $\left|\hat{m}_1^{-1}\right|_{m_1} = 1 \rightarrow |1 \times 595| = 1$, $R_1 = 2$;
$m_2 = 5$, $\hat{m}_2 = 357$, $\left|\hat{m}_2^{-1}\right|_{m_2} = 3 \rightarrow |3 \times 357| = 1$, $R_2 = 0$;
$m_3 = 7$, $\hat{m}_3 = 255$, $\left|\hat{m}_3^{-1}\right|_{m_3} = 5 \rightarrow |5 \times 255| = 1$, $R_3 = 4$;
$m_4 = 17$, $\hat{m}_4 = 105$, $\left|\hat{m}_4^{-1}\right|_{m_4} = 6 \rightarrow |6 \times 105| = 1$, $R_4 = 13$;
$M = \prod_{i=1}^{4} = 1785$.

Os valores das multiplicativas inversas podem ser verificadas usando o link $h$ttps://planetcalc.com/3311/. A equação para o conjunto analisado nesse apartado fica:

$$\mathrm{X}{=}\left|\hat{m}_1 \left|\hat{m}_1^{-1}\right|_{m_1} R_1 + \hat{m}_2 \left|\hat{m}_2^{-1}\right|_{m_2} R_2 + \hat{m}_3 \left|\hat{m}_3^{-1}\right|_{m_3} R_3 + \hat{m}_4 \left|\hat{m}_4^{-1}\right|_{m_4} R_4\right|_M .$$

Substituindo os valores obtidos acima:

$$\mathrm{X}{=}|595 \times 1 \times 2 + 357 \times 3 \times 0 + 255 \times 5 \times 4 + 105 \times 6 \times 3|_{1785} = |14480|_{1785} = 200,$$

sendo esse valor o valor correto da operação como foi obtido no exercício 4.3(a).

(b) $\{m_1, m_2, m_3\} = \{16, 15, 17\}$ **e** $\{R_1, R_2, R_3\} = \{8, 5, 13\}$**;**

A conversão de RNS a binario é obtida usando o Teorema Chinés do Resto (CRT), visto na aula teorica.

$$X = \left| \sum_{i=1}^{3} \hat{m}_i \left| \hat{m}_i^{-1} \right|_{m_i} R_i \right|_M, \tag{5}$$

onde:

$\mathrm{m}_1 = 16,\ \hat{m}_1 = 255,\ \left|\hat{m}_1^{-1}\right|_{m_1} = 15,\ R_1 = 8;$
$m_2 = 15,\ \hat{m}_2 = 272,\ \left|\hat{m}_2^{-1}\right|_{m_2} = 8,\ R_2 = 5;$
$m_3 = 17,\ \hat{m}_3 = 240,\ \left|\hat{m}_3^{-1}\right|_{m_3} = 9,\ R_3 = 13;$
$M = \prod_{i=1}^{3} = 4080.$

A equação para o conjunto analisado nesse apartado fica:

X=$\left|\hat{m}_1 \left|\hat{m}_1^{-1}\right|_{m_1} R_1 + \hat{m}_2 \left|\hat{m}_2^{-1}\right|_{m_2} R_2 + \hat{m}_3 \left|\hat{m}_3^{-1}\right|_{m_3} R_3\right|_M.$

Substituindo os valores obtidos acima:

X=$|255 \times 15 \times 8 + 272 \times 8 \times 5 + 240 \times 9 \times 13|_{4080} = |69560|_{4080} = 200,$

sendo esse valor o valor correto da operação como foi obtido no exercício 4.3(b).

(c) $\{m_1, m_2, m_3\} = \{7, 13, 23\}$ **e** $\{R_1, R_2, R_3\} = \{4, 5, 16\}$**;**

A conversão de RNS a binario é obtida usando o Teorema Chinés do Resto (CRT), visto na aula teorica.

$$X = \left| \sum_{i=1}^{3} \hat{m}_i \left| \hat{m}_i^{-1} \right|_{m_i} R_i \right|_M, \tag{9}$$

onde:

$\mathrm{m}_1 = 7,\ \hat{m}_1 = 299,\ \left|\hat{m}_1^{-1}\right|_{m_1} = 3,\ R_1 = 4;$
$m_2 = 13,\ \hat{m}_2 = 161,\ \left|\hat{m}_2^{-1}\right|_{m_2} = 8,\ R_2 = 5;$

$m_3 = 23$, $\hat{m}_3 = 91$, $\left|\hat{m}_3^{-1}\right|_{m_3} = 22$, $R_3 = 16$;
$M = \prod_{i=1}^{3} = 2093$.

A equação para o conjunto analisado nesse apartado fica:

$$\mathrm{X}=\left|\hat{m}_1 \left|\hat{m}_1^{-1}\right|_{m_1} R_1 + \hat{m}_2 \left|\hat{m}_2^{-1}\right|_{m_2} R_2 + \hat{m}_3 \left|\hat{m}_3^{-1}\right|_{m_3} R_3\right|_M.$$

Substituindo os valores obtidos acima:

$$\mathrm{X}=|299 \times 3 \times 4 + 161 \times 8 \times 5 + 91 \times 22 \times 16|_{2093} = 200,$$

sendo esse valor o valor correto da operação como foi obtido no exercício 4.3(c).