Universidade Federal de Santa Catarina

EEL7123/EEL510457

Solução Problema 4.5

Problema 4.5. Obtenha o valor de saída aplicando a equação Novo CRT-I para os módulos apresentados no exemplo anterior:

(a) $\{m_1, m_2, m_3, m_4\} = \{3, 5, 7, 17\}$ **e** $\{R_1, R_2, R_3, R_4\} = \{2, 0, 4, 13\}$**;**

A conversão de RNS a binario é obtida usando o novo Teorema Chinés do Resto (New CRT-I), visto na aula teorica.

$$X = \left| \sum_{i=2}^{4} \overbrace{\frac{\left|\hat{m}_1^{-1}\right|_{m_1} \hat{m}_1 - 1}{m_1}}^{V_1} R_1 + \overbrace{\frac{\left|\hat{m}_i^{-1}\right|_{m_i} \hat{m}_i}{m_1}}^{V_i} R_i \right|_{\hat{m}_1} m_1 + R_1, \tag{1}$$

onde:

$\mathrm{m}_1 = 3,\ \hat{m}_1 = 595,\ \left|\hat{m}_1^{-1}\right|_{m_1} = 1,\ R_1 = 2;$

$m_2 = 5,\ \hat{m}_2 = 357,\ \left|\hat{m}_2^{-1}\right|_{m_2} = 3,\ R_2 = 0;$

$m_3 = 7,\ \hat{m}_3 = 255,\ \left|\hat{m}_3^{-1}\right|_{m_3} = 5\ ,\ R_3 = 4;$

$m_4 = 17,\ \hat{m}_4 = 105,\ \left|\hat{m}_4^{-1}\right|_{m_4} = 6,\ R_4 = 13;.$

Os valores das multiplicativas inversas podem ser verificadas usando o link $h$ttps://planetcalc.com/3311/. Os valores de V_i podem ser expressados como:

$\mathrm{V}_1 = \frac{\left|\hat{m}_1^{-1}\right|_{m_1} \hat{m}_1 - 1}{m_1} = \frac{595\times1-1}{3} = 198,$

$V_2 = \frac{\left|\hat{m}_2^{-1}\right|_{m_2} \hat{m}_2}{m_1} = \frac{3\times357}{3} = 357,$

$V_3 = \frac{\left|\hat{m}_3^{-1}\right|_{m_3} \hat{m}_3}{m_1} = \frac{5\times255}{3} = 425,$

$V_4 = \frac{\left|\hat{m}_4^{-1}\right|_{m_4} \hat{m}_4}{m_1} = \frac{6\times105}{3} = 210.$

A equação para o conjunto analisado nesse apartado fica:

X=$|V_1R_1 + V_2R_2 + V_3R_3 + V_4R_4|_{\hat{m}_1}\, m_1 + R_1$.

Substituindo os valores obtidos acima:

X=$|198 \times 2 + 357 \times 0 + 425 \times 4 + 210 \times 13|_{595} \times 3 + 2 = 66 \times 3 + 2 = 200$,

sendo esse valor o valor correto da operação como foi obtido no exercício 4.3(a).

(b) $\{m_1, m_2, m_3\} = \{16, 15, 17\}$ **e** $\{R_1, R_2, R_3\} = \{8, 5, 13\}$**;**

A conversão de RNS a binario é obtida usando o novo Teorema Chinés do Resto (New CRT-I), visto na aula teorica.

$$X = \left| \overbrace{\frac{\left|\hat{m}_1^{-1}\right|_{m_1} \hat{m}_1 - 1}{m_1}}^{V_1} R_1 + \sum_{i=2}^{3} \overbrace{\frac{\left|\hat{m}_i^{-1}\right|_{m_i} \hat{m}_i}{m_1}}^{V_i} R_i \right|_{\hat{m}_1} m_1 + R_1, \tag{6}$$

onde:

m$_1 = 16$, $\hat{m}_1 = 255$, $\left|\hat{m}_1^{-1}\right|_{m_1} = 15$, $R_1 = 8$;
$m_2 = 15$, $\hat{m}_2 = 272$, $\left|\hat{m}_2^{-1}\right|_{m_2} = 8$, $R_2 = 5$;
$m_3 = 17$, $\hat{m}_3 = 240$, $\left|\hat{m}_3^{-1}\right|_{m_3} = 9$, $R_3 = 13$.

Os valores das multiplicativas inversas podem ser verificadas usando o link $h$ttps://planetcalc.com/3311/. Os valores de V_i podem ser expressados como:

V$_1 = \frac{\left|\hat{m}_1^{-1}\right|_{m_1} \hat{m}_1 - 1}{m_1} = \frac{15 \times 255 - 1}{16} = 239$,
$V_2 = \frac{\left|\hat{m}_2^{-1}\right|_{m_2} \hat{m}_2}{m_1} = \frac{8 \times 272}{16} = 136$,

$V_3 = \frac{\left|\hat{m}_3^{-1}\right|_{m_3} \hat{m}_3}{m_1} = \frac{9 \times 240}{16} = 135.$

A equação para o conjunto analisado nesse apartado fica:

X=$|V_1 R_1 + V_2 R_2 + V_3 R_3|_{\hat{m}_1} m_1 + R_1.$

Substituindo os valores obtidos acima:

X=$|239 \times 8 + 136 \times 5 + 135 \times 13|_{255} \times 16 + 8 = 12 \times 16 + 8 = 200,$

sendo esse valor o valor correto da operação como foi obtido no exercício 4.3(b). É importante destacar que nesse caso, a ultima multiplicação $\times m_1$ e soma de R_1 do algoritmo New CRT-I, é uma operação de deslocamento para a esquerda de 4 posições (devido a que $m_1 = 16$) e de encadeamento de R_1 (de 4 bits) nessas 4 posições.

(c) $\{m_1, m_2, m_3\} = \{7, 13, 23\}$ **e** $\{R_1, R_2, R_3\} = \{4, 5, 16\}$**;**

A conversão de RNS a binario é obtida usando o novo Teorema Chinés do Resto (New CRT-I), visto na aula teorica.

$$X = \left| \sum_{i=2}^{3} \overbrace{\frac{\left|\hat{m}_1^{-1}\right|_{m_1} \hat{m}_1 - 1}{m_1}}^{V_1} R_1 + \overbrace{\frac{\left|\hat{m}_i^{-1}\right|_{m_i} \hat{m}_i}{m_1}}^{V_i} R_i \right|_{\hat{m}_1} m_1 + R_1, \quad (11)$$

onde:

m$_1 = 7$, $\hat{m}_1 = 299$, $\left|\hat{m}_1^{-1}\right|_{m_1} = 3$, $R_1 = 4$;
$m_2 = 13$, $\hat{m}_2 = 161$, $\left|\hat{m}_2^{-1}\right|_{m_2} = 8$, $R_2 = 5$;
$m_3 = 23$, $\hat{m}_3 = 91$, $\left|\hat{m}_3^{-1}\right|_{m_3} = 22$, $R_3 = 16$;
$M = \prod_{i=1}^{3} = 2093.$

Os valores das multiplicativas inversas podem ser verificadas usando o link $https$://planetcalc.com/3311/. Os valores de V_i podem ser expressados como:

$$\mathrm{V}_1 = \frac{\left|\hat{m}_1^{-1}\right|_{m_1} \hat{m}_1 - 1}{m_1} = \frac{3\times 299-1}{7} = 128,$$
$$V_2 = \frac{\left|\hat{m}_2^{-1}\right|_{m_2} \hat{m}_2}{m_1} = \frac{8\times 161}{7} = 184,$$
$$V_3 = \frac{\left|\hat{m}_3^{-1}\right|_{m_3} \hat{m}_3}{m_1} = \frac{22\times 91}{7} = 286.$$

A equação para o conjunto analisado nesse apartado fica:

$$\mathrm{X}{=}\left|V_1R_1 + V_2R_2 + V_3R_3\right|_{\hat{m}_1} m_1 + R_1.$$

Substituindo os valores obtidos acima:

$$\mathrm{X}{=}\left|128\times 4 + 184\times 5 + 286\times 16\right|_{299}\times 7 + 4 = 28\times 7 + 4 = 200,$$

sendo esse valor o valor correto da operação como foi obtido no exercício 4.3(c).