

Otimização de Alocação de Matrículas de Alunos Especiais em Programas de Pós-Graduação

Daniel Teles Salomão Guilherme Maia Batista
Rodrigo Doria Vilça

1 Motivação e Definição do Problema

Os programas de pós-graduação realizam, a cada semestre, processo de inscrição em diversas disciplinas para estudantes que ainda não ingressaram no programa como aluno regular [1]. Esse processo permite que os estudantes possam avançar em suas formações acadêmicas. No entanto, devido à limitação de vagas em relação ao número de inscritos, nem todas as solicitações podem ser atendidas. Dessa forma, é necessário o desenvolvimento de estratégias que otimizem a alocação de vagas, maximizando o número de matrículas aceitas e promovendo maior eficiência na distribuição.

A modelagem matemática e a otimização são ferramentas adequadas para lidar com problemas de alocação de recursos escassos, como a distribuição de vagas em disciplinas. Essas técnicas permitem estruturar soluções que levem em consideração múltiplas variáveis e restrições, garantindo um uso mais eficiente das vagas disponíveis. Entretanto, se o modelo de otimização for inadequado, a alocação pode ser feita de maneira subótima, deixando alunos sem disciplinas ou turmas esvaziadas. Assim, ao aplicar métodos de otimização, é necessário encontrar uma solução que maximize o número de alunos matriculados e distribua as vagas de forma equilibrada, analogamente ao que ocorre no “Problema de Associação”, em que se busca associar pessoas a tarefas de modo a obter um benefício máximo [2].

Um dos principais desafios desse problema é equilibrar a maximização das matrículas com a diversidade de alunos inscritos. Se a otimização for focada apenas na ocupação máxima das vagas, pode-se gerar cenários onde poucos alunos conseguem se inscrever em múltiplas disciplinas, enquanto outros ficam sem nenhuma matrícula. Esse desbalanceamento pode impactar negativamente a progressão acadêmica dos estudantes e a eficiência do sistema educacional como um todo. Dessa maneira, o modelo de otimização deve incluir critérios que garantam a maior distribuição possível das matrículas entre alunos distintos.

Diante desse cenário, o presente trabalho tem como objetivo desenvolver um modelo de otimização que maximize o número de matrículas aceitas, garantindo um equilíbrio na distribuição entre os alunos. Para isso, serão exploradas abordagens matemáticas que permitam estruturar o problema e encontrar soluções eficientes dentro das restrições impostas. O desenvolvimento do modelo será fundamentado em técnicas de otimização linear, considerando diferentes parâmetros para garantir a equidade na alocação das disciplinas. Dessa forma, espera-se obter um modelo capaz de auxiliar instituições acadêmicas na melhoria da gestão das inscrições, proporcionando benefícios tanto para os alunos quanto para a universidade.

2 Modelo de Otimização

2.1 Descrição dos Dados

A construção do modelo de otimização se baseia em três conjuntos de dados. O primeiro, \mathbf{D} , refere-se às j disciplinas ofertadas no período. Relacionado às disciplinas, \mathbf{L}_j é um número inteiro que representa o limite de alunos inscritos na disciplina j e \mathbf{H}_j é um identificador que informa o módulo, dia e horário que ocorre a aula da disciplina j . Além disso, \mathbf{G} é o conjunto de possíveis valores para \mathbf{H} .

O segundo conjunto de dados, \mathbf{A} , refere-se aos i alunos que se matricularam nas disciplinas ofertadas.

Por fim, \mathbf{M} é uma matriz que associa os conjuntos \mathbf{D} e \mathbf{A} , tal que \mathbf{M}_{ij} é igual a 1 quando o aluno i solicita matrícula na matéria j e 0 caso contrário. Dependendo da situação, pode-se dar preferência a alunos com base em critérios como avaliação curricular. Para refletir essa preferência no modelo, pode-se substituir o valor 1 pela nota obtida pelo aluno na avaliação do programa, desde que a nota seja ≥ 1 .

2.2 Modelagem

Para modelar este problema, primeiramente faz-se necessário a compreensão dos seus parâmetros de entrada. O processo se inicia quando os alunos candidatos realizam a solicitação de matrícula em disciplinas de pós-graduação como alunos especiais no período vigente do edital. A depender do programa, o candidato pode ser classificado entre aprovado e reprovado ou, em outros casos, receber uma pontuação de classificação, caso seja aprovado.

Desse modo, na inscrição, o aluno seleciona, dentre as disciplinas ofertadas, que possuem um limite máximo de vagas, aquelas, com seus respectivos períodos e horários, em que deseja se matricular. A partir desses parâmetros de entrada, é necessário maximizar o número de matrículas alocadas de diferentes alunos, com a possibilidade de considerar suas pontuações para definir quais alunos serão matriculados primeiro e se atentando ao número limite de vagas por disciplina.

2.3 Variáveis de decisão

A decisão principal a ser tomada é se um dado aluno será ou não matriculado em uma disciplina que solicitou. Para isto, será criada uma matriz de variáveis de decisão booleanas \mathbf{X} , tal que \mathbf{X}_{ij} é igual a 1 quando o aluno i é matriculado na matéria j e 0 caso contrário.

Todavia, para possibilitar a maximização de alunos diferentes matriculados em pelo menos uma disciplina, também será criado o vetor de variáveis de decisão booleanas \mathbf{Y} (com dimensão igual à quantidade de alunos), tal que \mathbf{Y}_i será igual a 0 caso o aluno i não tenha sido alocado em nenhuma disciplina e 1 caso tenha sido alocado em pelo menos uma disciplina.

2.4 Restrições

A partir dos parâmetros de entrada e das variáveis de decisão, podem ser mapeadas quatro restrições neste problema, além das restrições básicas das variáveis de decisão por serem booleanas (que precisam ser 0 ou 1).

2.4.1 Restrição 1: Um aluno não pode ser matriculado em uma disciplina que não solicitou

Esta restrição é necessária para impedir a alocação de matrículas não solicitadas. Ou seja, somente as matrículas solicitadas em \mathbf{M} podem ser deferidas ou não.

Para garantir esta restrição, faz-se necessário relacionar a matriz \mathbf{M}_{ij} com a variável de decisão \mathbf{X}_{ij} .

$$X_{ij} \leq M_{ij}, \forall i \in A, \forall j \in D \quad (1)$$

Desta forma, sempre que \mathbf{M}_{ij} for igual a 0, \mathbf{X}_{ij} também será, garantindo que nunca será alocada uma matrícula para um aluno que não a solicitou.

2.4.2 Restrição 2: O número de matrículas em cada disciplina não pode exceder o seu limite de vagas

Esta restrição é necessária para garantir que a soma das matrículas alocadas para uma disciplina não seja maior que o limite estabelecido no parâmetro de entrada \mathbf{L}_j para aquela disciplina.

$$\sum_{i \in A} X_{ij} \leq L_j, \forall j \in D \quad (2)$$

2.4.3 Restrição 3: Conflito de horário

Esta restrição é necessária para garantir que um aluno não seja matriculado em duas ou mais disciplinas no mesmo módulo, dia e horário, sendo que o vetor \mathbf{G} mapeia todas as possibilidades de módulo, dia e horário das disciplinas, e \mathbf{H} é o vetor que indica o módulo, dia e horário de cada disciplina pertencente a \mathbf{D} .

$$\sum_{j \in D | H_j = g} X_{ij} \leq 1, \forall g \in G, \forall i \in A \quad (3)$$

Desta forma, para todos os alunos que solicitaram matrícula e para todos os horários possíveis de disciplina, o somatório das matrículas alocadas em disciplinas que possuem o mesmo horário deve ser menor ou igual a 1.

2.4.4 Restrição 4: Maximizar alocação de matrículas para alunos distintos

Esta restrição é necessária para garantir que a variável de decisão \mathbf{Y}_i seja 0 caso o aluno não tenha sido alocado em nenhuma disciplina, e deverá ser maximizada (com seu valor máximo sendo 1) de acordo com o peso deste objetivo.

$$Y_i \leq \sum_{j \in D} X_{ij}, \forall i \in A \quad (4)$$

2.5 Função objetivo

Para considerar os dois objetivos do problema (sendo o primeiro, maximizar o número de matrículas, e o segundo, maximizar o número de alunos diferentes matriculados) decidiu-se por utilizar um peso menor na variável de decisão \mathbf{Y} , multiplicando-a por 0.1. Desta forma, a função objetivo é maximizar o somatório de \mathbf{X} , considerando as pontuações e solicitações de cada aluno em \mathbf{M} somado ao somatório da variável \mathbf{Y} , por sua vez multiplicado por 0.1 para ter um peso menor na resolução do problema; afinal, é mais importante que mais matrículas sejam alocadas em detrimento da diversidade de alunos alocados. Com isso, o modelo de otimização pode ser definido da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
& \max \sum_{(i,j) \in M} M_{ij} X_{ij} + \sum_{i \in A} 0.1 \times Y_i \\
& \text{s.t.} \\
& X_{ij} \leq M_{ij}, \forall i \in A, \forall j \in D, \\
& \sum_{i \in A} X_{ij} \leq L_j, \forall j \in D, \\
& Y_i \leq \sum_{j \in D} X_{ij}, \forall i \in A, \\
& \sum_{j \in D | H_j = g} X_{ij} \leq 1, \forall g \in G, \forall i \in A, \\
& 0 \leq X_{ij} \leq 1, \forall (i, j) \in M, \\
& 0 \leq Y_i \leq 1, \forall i \in A
\end{aligned} \tag{5}$$

3 Protótipo e Resultados

3.1 Implementação do Modelo

O modelo foi desenvolvido na linguagem Python, com a biblioteca `ortools`¹, e seu código-fonte está disponível no GitHub².

3.2 Conjunto de Dados

Para este estudo, foram considerados os dados do resultado preliminar da oferta de vagas do primeiro semestre de 2025 para alunos especiais no Programa de Pós-graduação em Computação Aplicada (PPCA) da Universidade de Brasília (UnB). Como os limites de alunos por disciplina não foram divulgados, foram utilizadas estimativas.

Nesse caso, 109 alunos se candidataram entre 17 disciplinas distintas, distribuídas em 7 possíveis combinações de datas e horários, totalizando 305 pedidos de matrículas entre essas opções.

A tabela 1 representa uma amostra das solicitações de matrículas de 10 alunos em parte das disciplinas, sendo o valor 1 presente nas disciplinas escolhidas.

| Aluno | AEDI | GPTI | ADS | CS | ER | TAES | VVTS | GGR | GRAFF |
|----------|------|------|-----|----|----|------|------|-----|-------|
| ALUNO001 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ALUNO002 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ALUNO003 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ALUNO004 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ALUNO005 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ALUNO006 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| ALUNO007 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ALUNO008 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| ALUNO009 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| ALUNO010 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Tabela 1: Amostra do conjunto de pedidos de matrículas

¹<https://or-tools.github.io/docs/pdoc/ortools.html>

²<https://github.com/guilherme-m/ppca-fpo>

3.3 Solução ótima encontrada

A aplicação do modelo resultou numa solução em que 230 pedidos de matrículas foram aprovados dentre 305 pedidos, sendo que todos os 109 alunos foram matriculados em pelo menos uma disciplina.

Vale ressaltar que o modelo de otimização não efetuou nenhuma avaliação curricular dos candidatos. Ou seja, partiu-se do pressuposto de que todos os alunos cumpriram os requisitos necessários para ingressar no programa e possuíam a mesma prioridade de poder ser alocados em uma disciplina.

Referências

- 1 SAA - UnB. *Aluno Especial - Pós-Graduação*. 2025. Acesso em: 19 fev. 2025. Disponível em: <https://saa.unb.br/pos-graduacao/aluno-especial-posgrad>.
- 2 BERTSEKAS, D. P. *Network Optimization: Continuous and Discrete Models*. [S.l.]: MIT Press, 1998.