Anexos

Guilherme NºUSP: 8943160 e Leonardo NºUSP:9793436

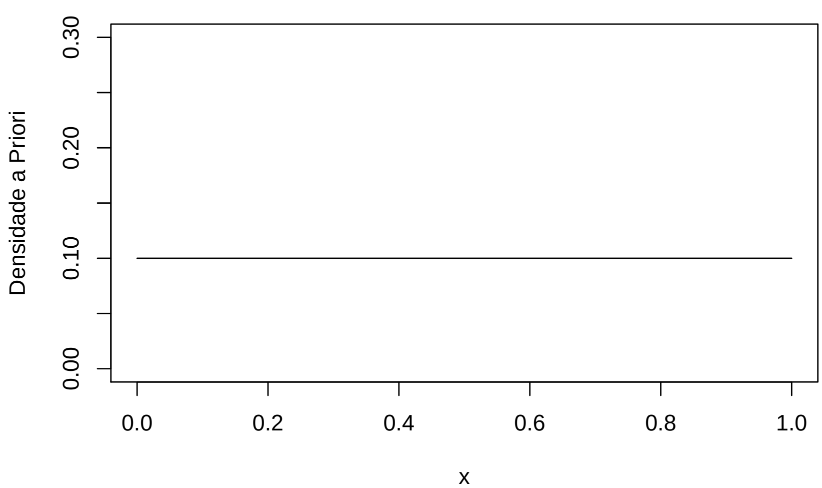
Exercício 1

(LearnBayes) Considere o experimento de lançamento de uma moeda, em que θ representa a probabilidade de Cara. Para estimar esse parâmetro você deve construir uma distribuição a priori baseando no método do histograma, dividindo o intervalo [0, 1] em dez subintervalos de comprimento 0.1. Para cada subintervalo atribua valores de probabilidade que achar adequados. Agora realize o experimento, lançando a moeda 20 vezes e anote o resultado.

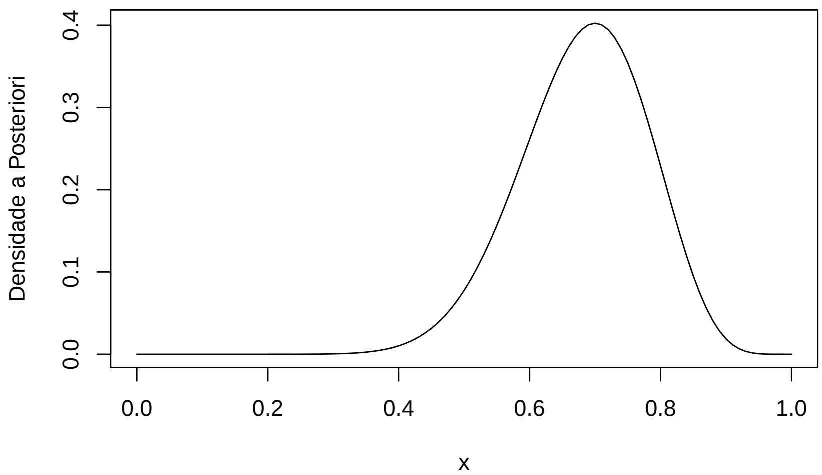
Item a)

Obtenha a distribuiçãao *a posteriori*.

```
library(LearnBayes)
midpt <- seq(0.05, 0.95, by = 0.1) # vetor de pontos médios dos intervalos
prior <- rep(1,10) # Valores a priori(Dist. Uniforme(0,1))
prior <- prior/sum(prior) # Normalização
p <- seq(0, 1, length = 500) # grade de valores de p no intervalo (0,1)
curve(histprior(x,midpt,prior), from=0, to=1, ylab="Densidade a Priori",ylim=c(0,.3))
```



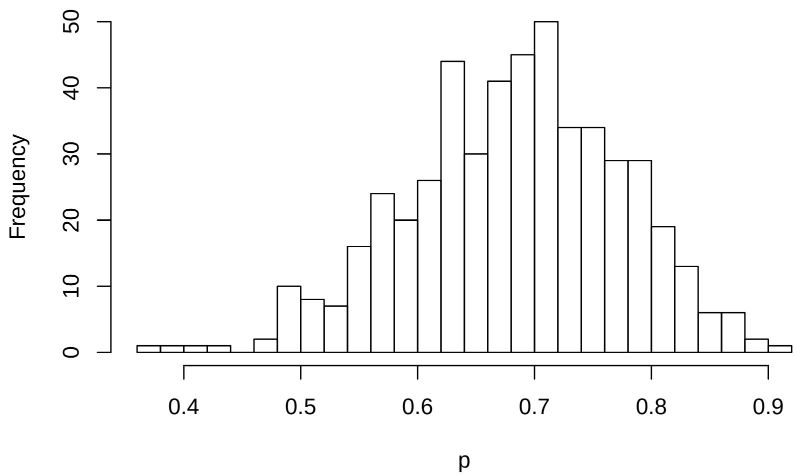

```
obs <- c(1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1) # Valores observados de caras
s <- sum(obs) # Soma dos valores observados de caras

f <-20-s # oma dos valores observados de coroas

curve(histprior(x,midpt,prior) * dbeta(x,s+1,f+1), from=0, to=1, ylab="Densidade a Posteriori")
```



Item b)

Simule da distribuição *a posteriori* e apresente o histograma desses valores simulados, considerando os subintervalos definidos anteriormente. [Considere as funçõoes *histprior* e *sample*].

```
like <- dbeta(p, s+1, f+1) # Verossimilhança
post <- histprior(p, midpt, prior) * like # Posteriori
post <- post/sum(post) # Probabilidades a posteriori
ps <- sample(p, replace = TRUE, prob = post)
hist(ps, xlab="p", main="" ,breaks=30) # Histograma simulado
```



Item c

Faça comentários a respeito das mudanças observadas na sua crença *a priori*, após a observação do resultado experimental.

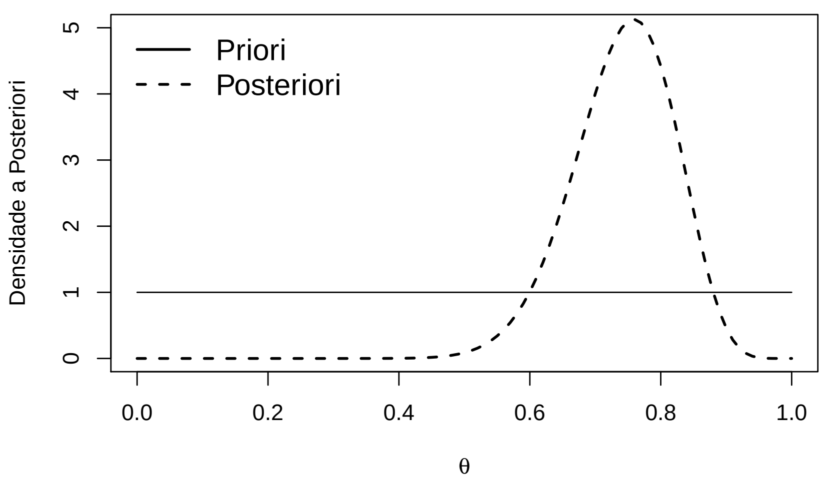
Supomos como priori a distribuição uniforme(0,1), pois não tinhamos informações sobre o experimento, porém depois do experimento conseguimos notar uma significativa mudança nas probabilidades a posteriori, sendo assim, acreditamos estar mais próximos da verdadeira probabilidade de sair cara.

Exercício 12

Um estudo foi realizado com o interesse em conhecer a proporção de estudantes que concluem o ensino médio em determinada população. Sem muito conhecimento *a priori* sobre essa população você decide atribuir uma priori *Beta(1, 1)* para essa quantidade (θ). Um resultado experimental indicou que 22 crianças, amostradas dessa população, terminaram a ensino médio e 7 não concluíram.

Item a)

Usando o programa **R** desenhe as densidades *a priori* e *a posteriori* para θ, em uma mesma janela gráfica. [Use cores ou padrões diferentes nas duas curvas para distinguir melhor. Seu gráfico deve ter um título e legenda que permita saber qual curva corresponde a qual densidade.]



Item b)

Use a função *qbeta* para obter um intervalo *a posteriori* de probabilidade 0.9 para θ.

Do exercício anterior sabemos que a distribuição *a posteriori* é *Beta (23,8)*

```
qbeta(c(0.05,0.95),23,8) # Intevalo de credibilidade com 0.9
```

```
## [1] 0.6060526 0.8598149
```

Item c)

Apresente uma tabela com as médias e desvio-padrões *a priori* e *a posteriori* para θ. Inclua também os intervalos de probabilidade 0.9.

Item d)

Use a função *pbeta* para obter $\mathbb{P}(\theta > 0.6|x)$

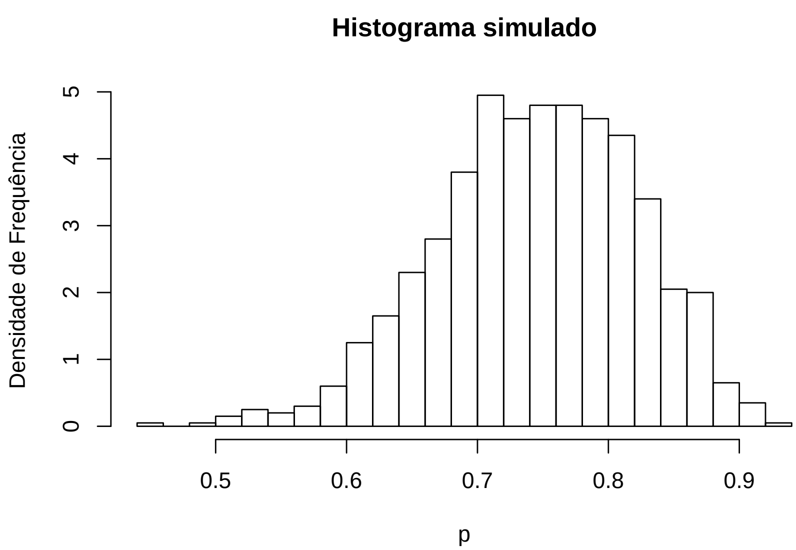
```
1-pbeta(0.6,23,8) # Probabilidade do theta superar 0.6
```

```
## [1] 0.9564759
```

Item e)

Use a função *rbeta* para obter uma amostra simulada de tamanho 1000 da distribuição a posteriori. Desenhe o histograma dessa amostra simulada.

```
ps <- rbeta(1000,23,8) # simulação
hist(ps, probability = T, xlab = "p", main = "Histograma simulado",
     ylab="Densidade de Frequência", breaks = 30)
```



Item f) Considere agora mais 10 crianças dessa mesma população. Encontre a probabilidade preditiva de que 9 ou 10 delas concluam o ensino médio. [Use a amostra simulada no item anterior e a função *rbinom* para obter uma amostra simulada da distribuição preditiva.]

Seja Y igual ao número de crianças que concluem o ensino médio. Queremos calcular $\mathbb{P}(Y = 9|x) + \mathbb{P}(Y = 10|x) = 0.272$

```r
y <- rbinom(1000, 10, ps)
freq <- table(y)
predprob <- freq/sum(freq)
Prob <- predprob[predprob=10]+ predprob[predprob=11]
```