MAE0327 - PLANEJAMENTO E PESQUISA II - Prova 2

Guilherme NºUSP: 8943160 e Leonardo NºUSP: 9793436

26 de novembro de 2019

Exercício 1

Um estudo foi realizado com 10 ratos. Cinco ratos foram selecionados para compor o Grupo I e os cinco restantes, o Grupo II. Todos os ratos do Grupo II tiveram os pelos da cabeça raspados e receberam uma dose de certa proteína responsável por crescimento ósseo. Em conjunto com essa proteína receberam a aplicação de 4 materiais, denominados BC, BO, CE e CO, respectivamente, que também ajudam no crescimento ósseo. Cada material foi aplicado aleatoriamente numa região da cabeça do animal. Os ratos do Grupo I foram tratados da mesma forma que os do Grupo II, exceto quanto à dose da proteína, que não foi aplicada nesses animais. Os dados obtidos constam da Tabela 1. Deseja-se comparar grupos e materiais com respeito à média da variável resposta BV (mm^3) avaliada em cada rato de cada grupo, sob cada material.

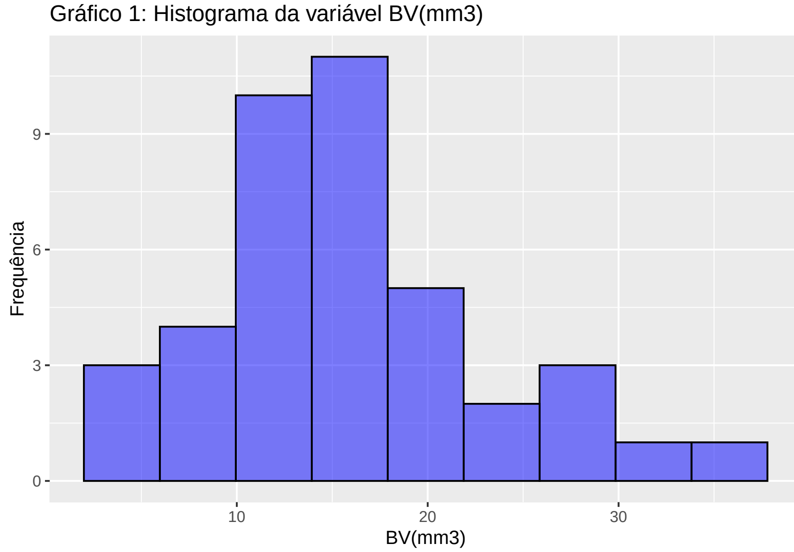
Tabela 1: BV (mm^3)

	Material							
	BC		BO		CE		CO	
Indivíduo	GI	GII	GI	GII	GI	GII	GI	GII
1	12.214	34.118	12.513	16.582	17.385	28.288	5.645	7.308
2	14.978	28.456	10.446	15.879	14.698	21.649	5.476	13.120
3	22.412	29.843	16.100	15.401	13.878	20.837	2.288	6.366
4	19.355	15684	10.155	17.651	19.207	28.819	11.676	8.015
5	12.701	21.964	17.881	11.049	19.461	16.806	12.261	8.093

Resolução

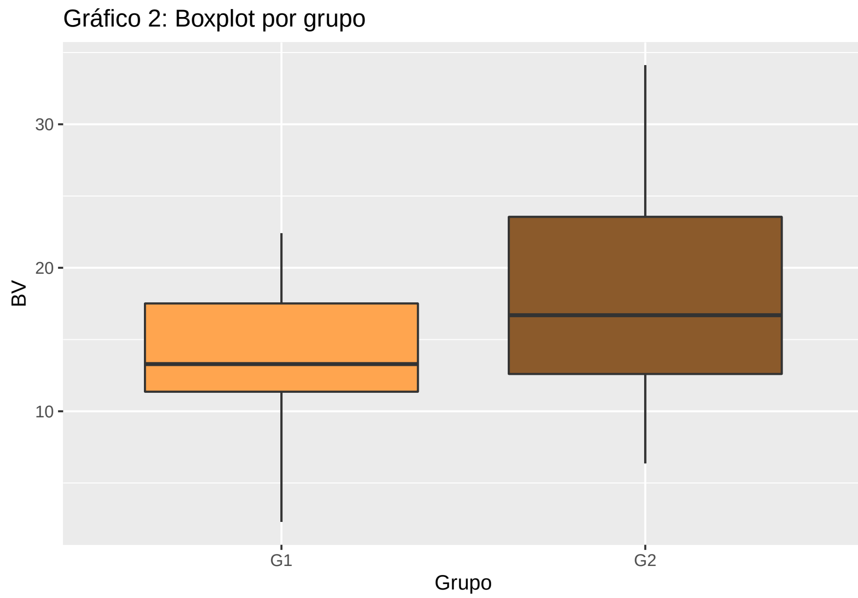
Iniciando a análise com o histograma da variável resposta, com o intuito de verificar a distribuição aproximada dos dados:

Gráfico 1: Histograma da variável BV(mm3)



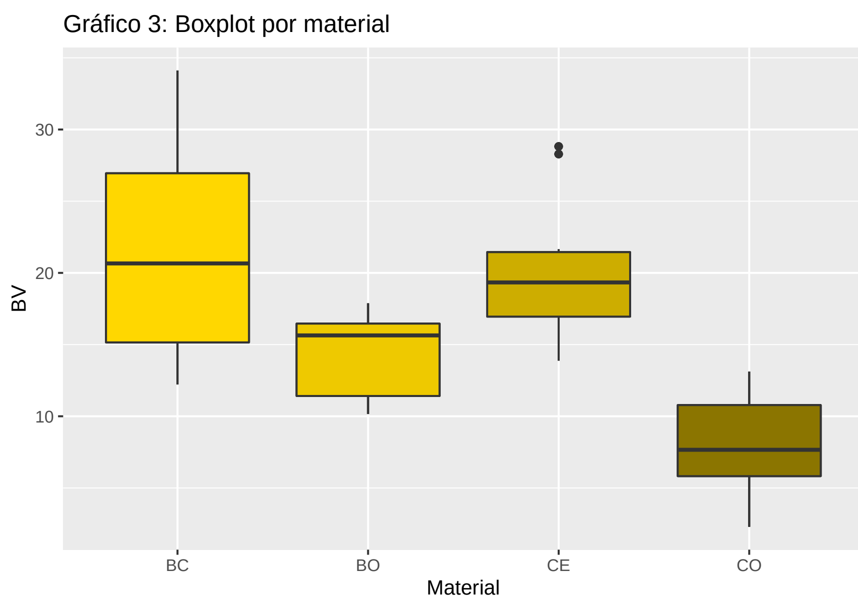
Para os dados observados no Gráfico 1, pode-se ver uma distribuição simétrica e com a média,moda e mediana aproximadamente iguais a 15.

Em seguida, é obtido o Boxplot por Grupo:



Nota-se que no Gráfico 2 o valor mediano do Grupo 1 é um pouco menor que o Grupo 2.

Então, é feito o Boxplot por Material:



No Gráfico 3 os valores medianos de BC e CE são próximos e maiores que o valor mediano de BO, que por sua vez é maior do que o de CO.

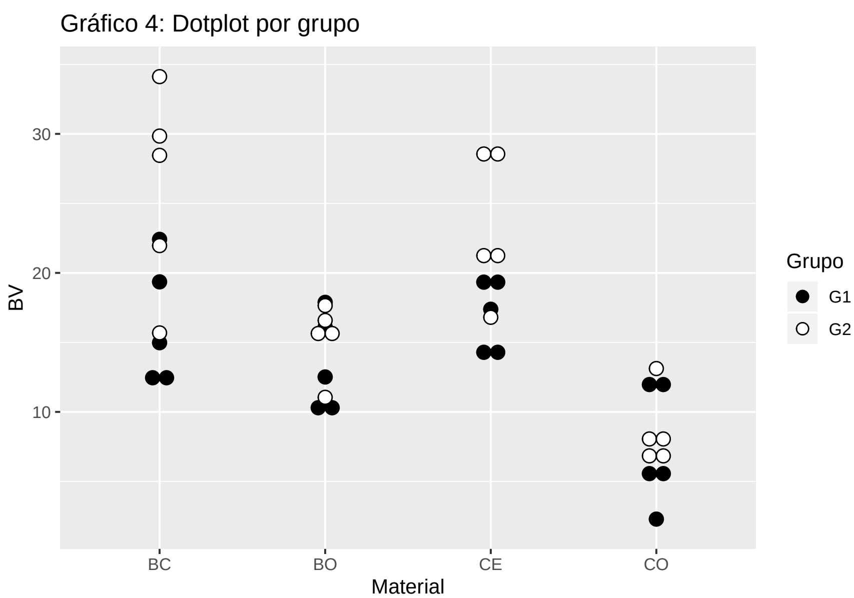
Tabela 2: Medidas Descritivas por Grupo

Grupo	n	Média	Mediana	Desvio-Padrão
I	5	13.54	13.29	5.17
II	5	18.30	16.69	8.29

Tabela 3: Medidas Descritivas por Material

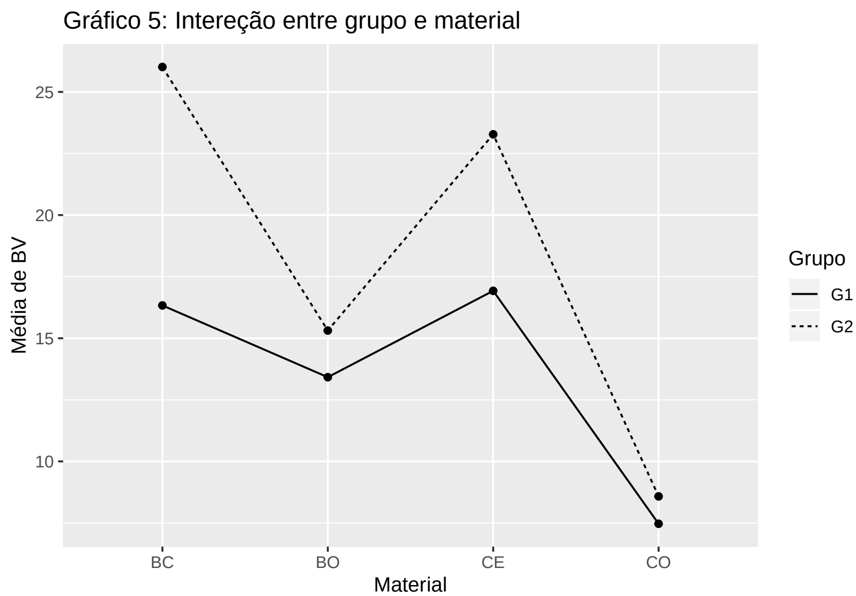
Material	n	Média	Mediana	Desvio-Padrão
BC	10	21.17	20.66	7.61
BO	10	14.37	15.64	3.02
CE	10	20.10	19.33	5.09
CO	10	8.02	7.66	3.43

Pelas Tabelas 2 e 3, pode-se notar que o tamanho de cada grupo em cada material é insuficiente para construir um Boxplot, sendo assim foi feito dotplot:



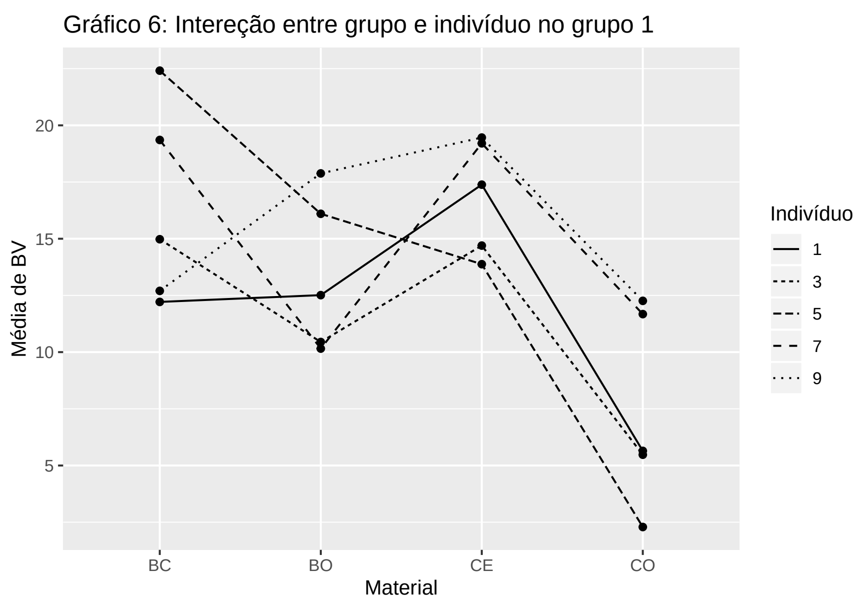
Pelo Gráfico 4 nota-se que nos materiais BC e CE, a maioria dos pontos do Grupo 2 estão a cima dos pontos do Grupo 1. Para os materias BO e CO há uma sobreposição de pontos.

Criando o gráfico de interação entre Grupo e Material:



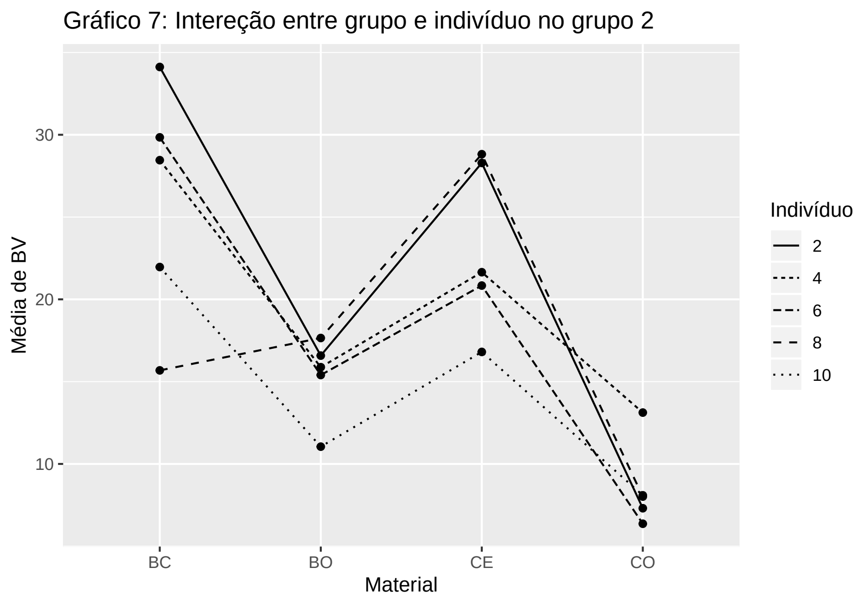
Consegue-se ver que no Gráfico 5 as linhas dos Grupos estão suavemente paralelas, sugerindo a ausência de interação entre Grupo e Material.

Desenvolvendo o gráfico de interação entre indivíduos do Grupo 1 e Material:



No Gráfico 6, suavemente as retas dos indivíduos estão paralelas.

O mesmo é feito para o Grupo 2:



Assim como no Gráfico 6 no Gráfico 7, as retas são aproximadamente paralelas.

Uma distribuição aproximadamente normal parece apropriada para a variável resposta. Para tal verificação é feito o teste de Shapiro-Wilk, em que as hipóteses podem ser definidas como:

$$\begin{cases} H_0 : Os\ dados\ seguem\ uma\ distribuic\tilde{a}o\ Normal \\ H_1 : Os\ dados\ seguem\ n\tilde{a}o\ uma\ distribuic\tilde{a}o\ Normal \end{cases}$$

Tabela 4: Teste Shapiro

W	$p - value$
0.96785	0.3069

Observando a Tabela 4 obtemos um p-valor de 0.3069, logo não rejeita-se a hipótese de normalidade. Portanto é possível realizar uma análise de variância para o conjunto de dados.

A natureza do banco de dados induz a considerar o planejamento com medidas repitidas com um fator Material com 4 níveis, caracterizando 4 grupos, BC, BO, CE, CO. Suponde que cada grupo esteja submetido 5 unidades experimentais (indivíduos) em que cada uma delas seja avaliada sob 2 tratamentos. Estes tratamentos caracterizam 2 níveis do fator Grupo (com ou sem proteína responsável pelo crescimento ósseo). O modelo do caso é dado por parametrização de casela de referência:

$$Y_{ijk} = \mu_1 + \alpha_i + \rho_{k(i)} + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + e_{ijk}$$

Com $i = 1, 2$; $j = 1, ..., 4$; $k = 1, ..., 5$,

μ_1 é a média do Grupo 1 no Material BC (grupo de referência)

α_i: efeito fixo do Grupo i;

β_j: efeito fixo do Material j;

$(\alpha\beta)_{ij}$: efeito de interação entre o Grupo i e o Material j;

$\rho_{k(i)}$: efeito aleatório do indivíduo k dentro do Grupo i.

Suposições

$e_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$, independentes;

$\rho_{k(i)} \sim N(0, \sigma_\rho^2)$

e_{ijk}, $\rho_{k(i)}$ são independentes.

Restrições

$\alpha_1 = 0,\ \beta_1 = 0,\ \sum_i (\alpha\beta)_{i1} = 0,\ \sum_j (\alpha\beta)_{1j} = 0$, com $i = 1, 2$; $j = 1, ..., 4$; $k = 1, ..., 5$.

Ajustando o modelo a cima, obtemos a seguinte tabela de ANOVA:

Tabela 5: ANOVA modelo completo

FV	SQ	gl	QM	F	$p - value$
Grupo	244.76	1	244.76	10.83	0.011
Resíduo 1	180.8	8	22.60		
Material	1098	3	366	20.53	<0.0001
Grupo*Material	120.9	3	40.3	2.26	0.1076
Resíduo 2	427.92	24	17.83		
Total	2072.4	39			

Pela Tabela 5 de ANOVA pode-se ver que não há efeito de interação, fixando um nível de significância global igual a 0.06. Logo o modelo é reduzido a uma forma mais simples sem efeito de interação entre Grupo e Material:

$$Y_{ijk} = \mu_1 + \alpha_i + \rho_{k(i)} + \beta_j + e_{ijk}$$

Com $i = 1, 2$; $j = 1, ..., 4$; $k = 1, ..., 5$.

E sua tabela de ANOVA:

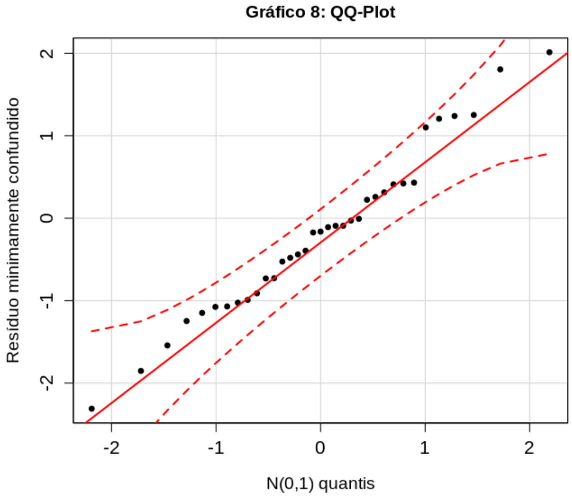
Tabela 6: ANOVA modelo reduzido

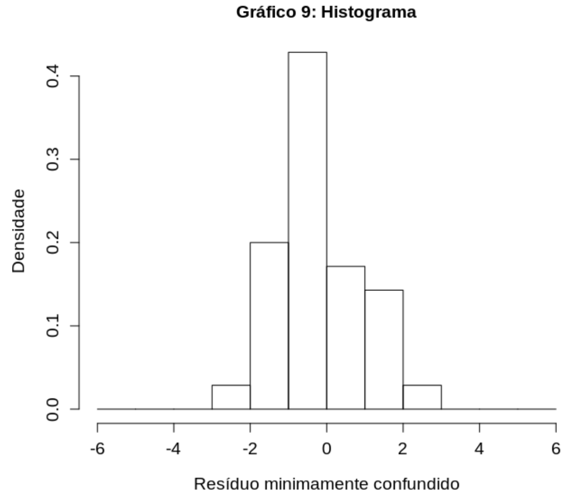
FV	SQ	gl	QM	F	$p - value$
Grupo	244.76	1	244.76	10.83	0.011
Resíduo 1	180.8	8	22.60		
Material	1097.89	3	365.96	18.01	<0.0001
Resíduo 2	548.64	27	20.32		
Total	2072.4	39			

Pelos dados obtidos na tabela 6, Grupo e Material são significantes a um nível de significância global de 6%.

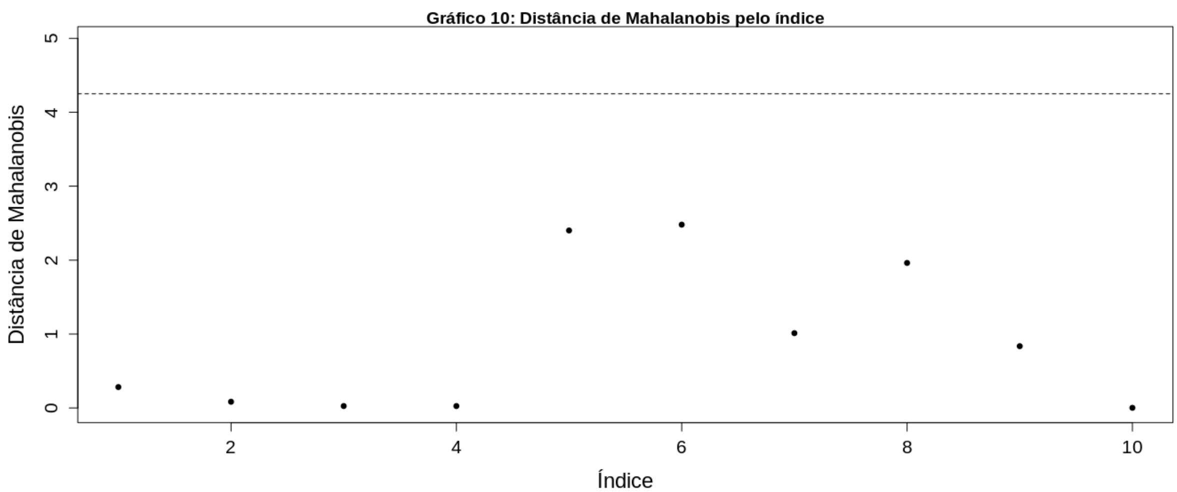
Também foi calculado $p - value$ do teste da hipótese de que a matriz de covariâncias para cada indivíduo é esférica: < 0.0001.

É feito a análise de resíduos para verificar se o modelo está bem ajustado:

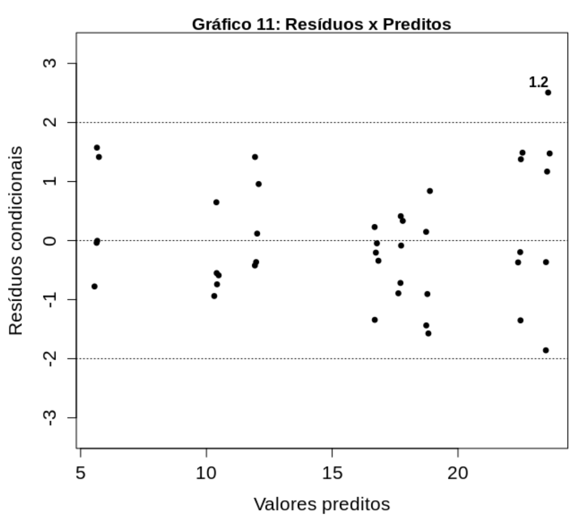


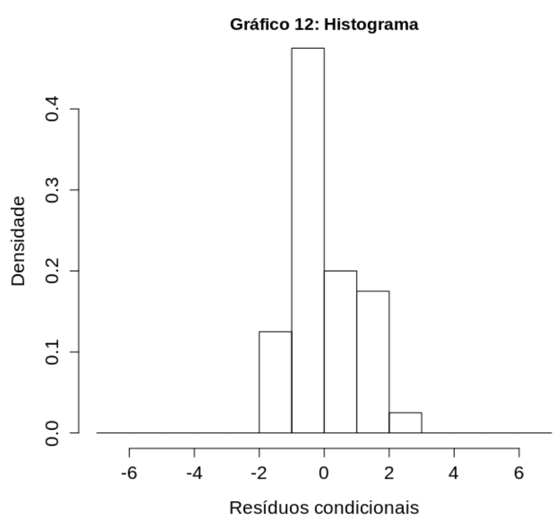


Pelos gráficos 8 e 9, os resíduos confundidos estão dentro da normalidade desejada.

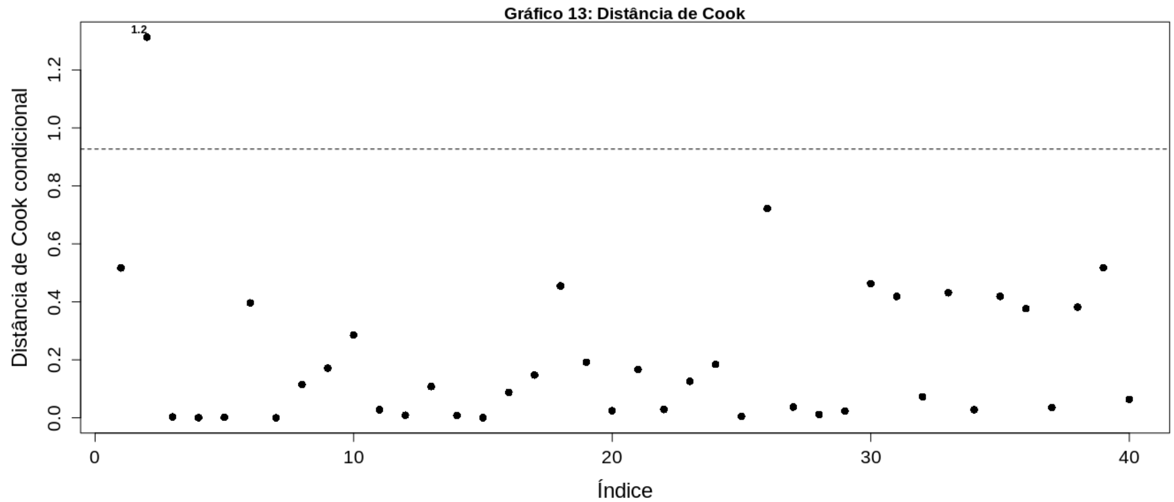


No Gráfico 10 pela distância de Mahalanobis, não existe pontos influentes.

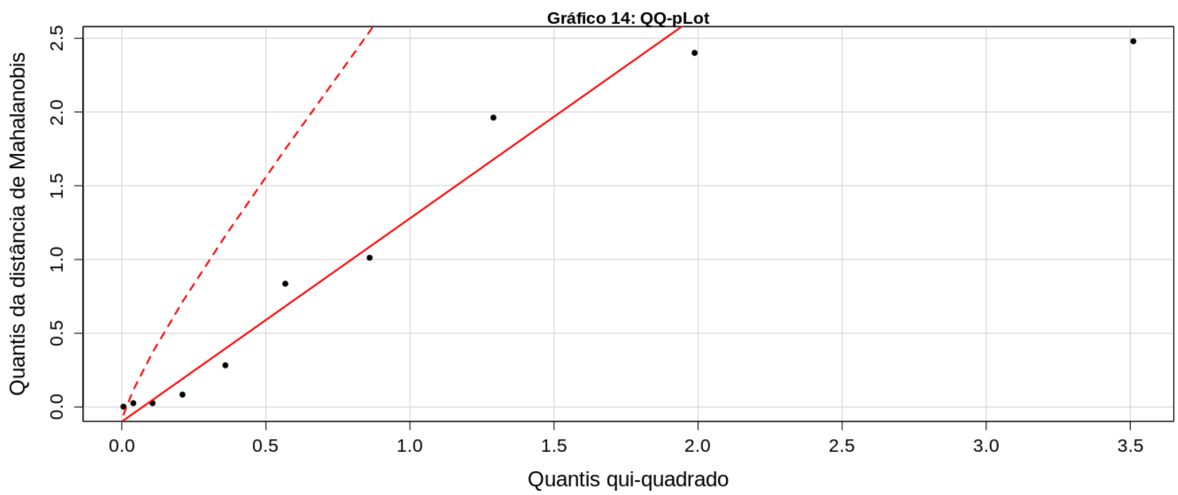




Os gráficos 11 e 12 representam a homocedasticidade e normalidade dos resíduos condicionais.



Pode-se notar pelo gráfico 13 dos resíduos condicionais que há um ponto mais distante dos demais, entretanto não é preocupante para a inferência do modelo.



Pode-se notar pelo gráfico 14 que os quantis da distância de Mahalanobia estão todos dentro da banda de confianca da distribuição Qui-quadrado o que indica que o modelo está bem ajustado de modo geral, não só olhando residuos específicos.

A seguir é feito as comparações múltiplas de Bonferroni para comparar os Grupos 1 e 2:

Tabela 7: Comparações múltiplas Grupo

Grupo	IC
$\mu_{G1} - \mu_{G2}$	[(13.54-18.30) $\pm$ 3.98]

Na Tabela 7 pelo intervalo, a média do Grupo 2 é maior que a média do Grupo 1, há um nível de significância global de 95%. Logo ao utilizar a proteína para crescimento ósseo, o crescimento é controlado:

$$\mu_{G2} > \mu_{G1}$$

O mesmo é feito para comparar os Materiais BC,BO,CE,CO dois a dois conforme na tabela abaixo:

Tabela 8: Comparações múltiplas Material

Material	IC
$\mu_{BC} - \mu_{BO}$	[(21.17-14.36) $\pm$ 5.79]
$\mu_{BC} - \mu_{CE}$	[(21.17-20.10) $\pm$ 5.79]
$\mu_{BC} - \mu_{CO}$	[(21.17-8.02) $\pm$ 5.79]
$\mu_{BO} - \mu_{CE}$	[(14.36-20.10) $\pm$ 5.79]
$\mu_{BO} - \mu_{CO}$	[(14.36-8.02) $\pm$ 5.79]
$\mu_{CE} - \mu_{CO}$	[(20.10-8.02) $\pm$ 5.79]

Após a análise feita na Tabela 8, conclui-se que:

A média de BC é maior que BO que por sua vez é maior que CO, além disso, a média de BC é igual à média de CE, a média de BO é igual a de CE. Por fim, a média de CE é maior que a média de CO.

$$\mu_{BC} > \mu_{BO} > \mu_{CO}$$

$$\mu_{BC} = \mu_{CE}$$

$$\mu_{BO} = \mu_{CE}$$

$$\mu_{CE} > \mu_{CO}$$

Exercício 2

Um pesquisador deseja comparar 8 tratamentos em blocos contendo apenas 3 tratamentos . Descreva um planejamento para o experimento.

Resolução

Pelo desejo do pesquisador, o modelo de blocos incompletos balanceados é adequado, sendo descrito por:

$$y_{ij} = \mu + \rho_i + \alpha_j + e_{ij},\ i = 1, ..., b,\ j = 1, ..., 8$$

em que:

μ uma constante;

ρ_i o efeito do i-ésimo bloco;

α_j o efeito do j-ésimo tratamento;

e_{ij} erros aleatórios independentes com distribuição $N(0, \sigma^2)$.

Considerando todos os efeitos fixos, temos as seguintes restrições:

$$\sum_{i=1}^{b} \rho_i = \sum_{j=1}^{8} \alpha_j = 0$$

Pelo problema:

$t = 8$ (número de tratamentos)

$k = 3$ (número de unidades experimentais por bloco)

Primeiramente, calcula-se o número de blocos pela expressão:

$b = \binom{t}{k} = \binom{8}{3} = 8!/(5!3!) = 56$

Portanto para a realização do experimento, um chute inicial de quantos blocos serão necessários é de 56 blocos. Dessa forma podemos encontrar:

N: número total de unidades experimentais

r: número de repetições do tratamento

λ: número de vezes em que 2 tratamentos aparecem juntos num mesmo bloco

Pelas expressões:

$N = bk = 56 * 3 = 168$

$r = (bk)/t = (56 * 3)/8 = 21$

$\lambda = r(k-1)/(t-1) = 21 * (3-1)/(8-1) = 21 * 2/7 = 6$

É possível tentar reduzir o número de blocos, diminuindo o número de repetições do tratamento, utilizando a expressão:

$\lambda = r(k-1)/(t-1)$

Se $\lambda = 5$, $5 = 2r/7$, ou seja, $r = 17.5$ (impossível)

Se $\lambda = 4$, $4 = 2r/7$, ou seja, $r = 14$ (inteiro). Com $\lambda = 4$, $r = 14$, $t = 8$, $k = 3$, temos $b = rt/k = 14 * 8/3 = 37.33$ (impossível).

Se $\lambda = 3$, $3 = 2r/7$, ou seja, $r = 10.5$ (impossível)

Se $\lambda = 2$, $2 = 2r/7$, ou seja, $r = 7$ (inteiro). Com $\lambda = 2$, $r = 7$, $t = 8$, $k = 3$, temos $b = 2r/k = 7*8/3 = 18.66$ (impossível).

Se $\lambda = 1$, $1 = 2r/7$, ou seja, $r = 3.5$ (impossível)

Desta forma, não foi possível reduzir o número de blocos. Conclui-se então que para o pesquisador realizar o experimento com 8 tratamentos, em blocos contendo apenas 3 tratamentos serão necessários 168 indivíduos e 56 blocos nos quais os tratamentos irão se repetir 21 vezes e os tratamentos aparecerão juntos no mesmo bloco 6 vezes.

Exercício 3

Considere o modelo de medidas repetidas Caso 3 apresentado nos slides que podem ser encontrados no *edisciplinas.usp.br*. Calcule a $Cov(Y_{iik}, Y_{ij'k'})$, para $j \neq j'$ e $k \neq k'$.

Resolução

O modelo do caso é dado por:

$$Y_{ijk} = \mu + \rho_i + \alpha_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + (\rho\alpha)_{ij} + (\rho\beta)_{ik} + e_{ijk}$$

Com $i = 1, .., n$; $j = 1, ..., a$; $k = 1, ..., b$,

μ é uma constante;

ρ_i: efeito da unidade experimental i, $\rho_i \sim N(0, \sigma^2_\rho)$, independentes;

α_j: efeito do nível j do fator (fixo) A, $\sum_j \alpha_j = 0$;

β_k: efeito do nível k do fator (fixo) B, $\sum_k \beta_k = 0$;

$(\alpha\beta)_{jk}$: efeito de interação entre o nível j do fator A e o nível k do fator B, $\sum_j (\alpha\beta)_{jk} = 0$, para todo k e $\sum_k (\alpha\beta)_{jk} = 0$, para todo j;

$(\rho\alpha)_{ij} \sim N(0, \frac{a-1}{a}\sigma^2_{\rho\alpha})$, com $\sum_j (\rho\alpha)_{ij} = 0$, $i = 1, ..., n$ e $cov[(\rho\alpha)_{ij}, (\rho\alpha)_{ij'}] = -\frac{1}{a}\sigma^2_{\rho\alpha}$ para $j \neq j'$;

$(\rho\beta)_{ik} \sim N(0, \frac{b-1}{b}\sigma^2_{\rho\beta})$, com $\sum_k (\rho\beta)_{ik} = 0$, $i = 1, ..., n$ e $cov[(\rho\beta)_{ik}, (\rho\beta)_{ik'}] = -\frac{1}{b}\sigma^2_{\rho\beta}$ para $k \neq k'$;

$e_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$, independentes;

e_{ijk}, ρ_i, $(\rho\alpha)_{ij}$ e $(\rho\beta)_{ik}$ são independentes dois a dois.

Assim pela definição de covariância, temos:

$$Cov(Y_{iik}, Y_{ij'k'}) = E(Y_{iik}Y_{ij'k'}) - E(Y_{iik})E(Y_{ij'k'})$$

Calculando primeiramente $E(Y_{iik}Y_{ij'k'})$, temos:

$$E(Y_{iik}Y_{ij'k'}) = E[(\mu+\rho_i+\alpha_j+\beta_k+(\alpha\beta)_{jk}+(\rho\alpha)_{ij}+(\rho\beta)_{ik}+e_{ijk})(\mu+\rho_i+\alpha_{j'}+\beta_{k'}+(\alpha\beta)_{j'k'}+(\rho\alpha)_{ij'}+(\rho\beta)_{i'k'}+e_{ij'k'})]$$

$$= E(\mu^2 + \mu\rho_i + \mu\alpha_{j'} + \mu\beta_{k'} + \mu(\alpha\beta)_{j'k'} + \mu(\rho\alpha)_{ij'} + \mu(\rho\beta)_{ik'} + \mu e_{ij'k'}$$

$$+\rho_i\mu + \rho_i^2 + \rho_i\alpha_{j'} + \rho_i\beta_{k'} + \rho_i(\alpha\beta)_{j'k'} + \rho_i(\rho\alpha)_{ij'} + \rho_i(\rho\beta)_{ik'} + \rho_i e_{ij'k'}$$

$$+\alpha_j\mu + \alpha_j\rho_i + \alpha_j\alpha_{j'} + \alpha_j\beta_{k'} + \alpha_j(\alpha\beta)_{j'k'} + \alpha_j(\rho\alpha)_{ij'} + \alpha_j(\rho\beta)_{ik'} + \alpha_j e_{ij'k'}$$

$$+\beta_k\mu + \beta_k\rho_i + \beta_k\alpha_{j'} + \beta_k\beta_{k'} + \beta_k(\alpha\beta)_{j'k'} + \beta_k(\rho\alpha)_{ij'} + \beta_k(\rho\beta)_{ik'} + \beta_k e_{ij'k'}$$

$$+(\alpha\beta)_{jk}\mu + (\alpha\beta)_{jk}\rho_i + (\alpha\beta)_{jk}\alpha_{j'} + (\alpha\beta)_{jk}\beta_{k'} + (\alpha\beta)_{jk}(\alpha\beta)_{j'k'} + (\alpha\beta)_{jk}(\rho\alpha)_{ij'} + (\alpha\beta)_{jk}(\rho\beta)_{ik'} + (\alpha\beta)_{jk}e_{ij'k'}$$

$$+(\rho\alpha)_{ij}\mu + (\rho\alpha)_{ij}\rho_i + (\rho\alpha)_{ij}\alpha_{j'} + (\rho\alpha)_{ij}\beta_{k'} + (\rho\alpha)_{ij}(\alpha\beta)_{j'k'} + (\rho\alpha)_{ij}(\rho\alpha)_{ij'} + (\rho\alpha)_{ij}(\rho\beta)_{ik'} + (\rho\alpha)_{ij}e_{ij'k'}$$

$$+(\rho\beta)_{ik}\mu + (\rho\beta)_{ik}\rho_i + (\rho\beta)_{ik}\alpha_{j'} + (\rho\beta)_{ik}\beta_{k'} + (\rho\beta)_{ik}(\alpha\beta)_{j'k'} + (\rho\beta)_{ik}(\rho\alpha)_{ij'} + (\rho\beta)_{ik}(\rho\beta)_{ik'} + (\rho\beta)_{ik}e_{ij'k'}$$

$$+e_{ijk}\mu + e_{ijk}\rho_i + e_{ijk}\alpha_{j'} + e_{ijk}\beta_{k'} + e_{ijk}(\alpha\beta)_{j'k'} + e_{ijk}(\rho\alpha)_{ij'} + e_{ijk}(\rho\beta)_{ik'} + e_{ijk}e_{ij'k'})$$

Como temos que e_{ijk}, ρ_i, $(\rho\alpha)_{ij}$ e $(\rho\beta)_{ik}$ são independentes dois a dois, logo a esperança dos seus produtos é zero e que as mesmos parâmetros aleatórios tem distribuição Normal com média zero, temos que:

$$E(Y_{iik}Y_{ij'k'}) = \mu^2 + \mu\alpha_{j'} + \mu\beta_{k'} + \mu(\alpha\beta)_{j'k'} + E(\rho_i^2) + \alpha_j\mu + \alpha_j\alpha_{j'} + \alpha_j\beta_{k'} + \alpha_j(\alpha\beta)_{j'k'} + \beta_k\mu + \beta_k\alpha_{j'} + \beta_k\mu$$

$$+\beta_k\alpha_{j'} + \beta_k\beta_{k'} + \beta_k(\alpha\beta)_{j'k'} + (\alpha\beta)_{jk}\mu + (\alpha\beta)_{jk}\alpha_{j'} + (\alpha\beta)_{jk}\beta_{k'} + (\alpha\beta)_{jk}(\alpha\beta)_{j'k'} + E[(\rho\alpha)_{ij}(\rho\alpha)_{ij'}]$$

$$+E[(\rho\beta)_{ik}(\rho\beta)_{ik'}] \text{ (I)}$$

Agora iremos calcular $E(Y_{iik})E(Y_{ij'k'})$:

Temos que: $E(Y_{iik}) = \mu + \alpha_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk}$ (somente as partes fixas), assim:

$$E(Y_{iik})E(Y_{ij'k'}) = (\mu + \alpha_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk})(\mu + \alpha_{j'} + \beta_{k'} + (\alpha\beta)_{j'k'})$$

$$= \mu^2 + \mu\alpha_{j'} + \mu\beta_{k'} + \mu(\alpha\beta)_{j'k'} + \alpha_j\mu + \alpha_j\alpha_{j'} + \alpha_j\beta_{k'} + \alpha_j(\alpha\beta)_{j'k'} + \beta_k\mu + \beta_k\alpha_{j'} + \beta_k\beta_{k'} + \beta_k(\alpha\beta)_{j'k'}$$

$$+(\alpha\beta)_{jk}\mu + (\alpha\beta)_{jk}\alpha_{j'} + (\alpha\beta)_{jk}\beta_{k'} + (\alpha\beta)_{jk}(\alpha\beta)_{j'k'} \text{ (II).}$$

Agora fazendo (I)-(II), tem-se que:

$$Cov(Y_{iik}, Y_{ij'k'}) = E[\rho_i^2] + E[(\rho\alpha)_{ij}(\rho\alpha)_{ij'}] + E[(\rho\beta)_{ik}(\rho\beta)_{ik'}]$$

Em que, pela difinição de variância, temos:

$$Var(\rho_i) = E[\rho_i^2] - E[\rho_i]^2 = E[\rho_i^2] - 0^2 = \sigma_\rho^2$$

E pela definição de covariância, temos:

$$Cov((\rho\alpha)_{ij}, (\rho\alpha)_{ij'}) = E[(\rho\alpha)_{ij}(\rho\alpha)_{ij'}] - E[(\rho\alpha)_{ij}]E[(\rho\alpha)_{ij'}] = E[(\rho\alpha)_{ij}(\rho\alpha)_{ij'}] = -\frac{1}{a}\sigma_{\rho\alpha}^2 \ \forall \ j \neq j'$$

Analogamente para $Cov((\rho\beta)_{ik}, (\rho\beta)_{ik'}) = -\frac{1}{b}\sigma_{\rho\beta}^2 \ \forall \ k \neq k'$
Por fim,

$$Cov(Y_{iik}, Y_{ij'k'}) = \sigma_\rho^2 - \frac{1}{a}\sigma_{\rho\alpha}^2 - \frac{1}{b}\sigma_{\rho\beta}^2 \ \forall \ j \neq j' \ e \ k \neq k' \blacksquare$$

Anexo

Saídas do R

```r
library(readr)
library(nlme)
library(ez)

dados <- read_csv("BV.csv", locale = locale(decimal_mark = ",",grouping_mark = "."))

attach(dados)
dados$Material <- as.factor(dados$Material)
dados$Grupo <- as.factor(dados$Grupo)
dados$Individuo <- as.factor(dados$Individuo)
dados$Trat <- as.factor(dados$Trat)

# Teste shapiro

shapiro.test(BV)
```

```
##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  BV
## W = 0.96785, p-value = 0.3069
```

```r
# Modelo completo com os efeitos dos fatores de interesse.
Modelo1<- lme(BV ~ Grupo*Material, random = ~1| Trat, data=dados)
summary(Modelo1)
```

```
## Linear mixed-effects model fit by REML
##  Data: dados
##        AIC      BIC    logLik
##   217.1594 231.8168 -98.57972
##
## Random effects:
##  Formula: ~1 | Trat
##         (Intercept) Residual
## StdDev:   0.8792255 4.222848
##
## Fixed effects: BV ~ Grupo * Material
##                        Value Std.Error DF   t-value p-value
## (Intercept)          16.3320  1.929015 24  8.466499  0.0000
## GrupoG2               9.6810  2.728038  8  3.548704  0.0075
## MaterialBO           -2.9130  2.670764 24 -1.090699  0.2862
## MaterialCE            0.5938  2.670764 24  0.222333  0.8259
## MaterialCO           -8.8628  2.670764 24 -3.318452  0.0029
## GrupoG2:MaterialBO  -7.7876  3.777030 24 -2.061831  0.0502
## GrupoG2:MaterialCE  -3.3270  3.777030 24 -0.880851  0.3871
## GrupoG2:MaterialCO  -8.5698  3.777030 24 -2.268925  0.0325
##  Correlation:
```

```
##                      (Intr) GrupG2 MtrlBO MtrlCE MtrlCO GG2:MB GG2:MCE
## GrupoG2              -0.707
## MaterialBO           -0.692  0.490
## MaterialCE           -0.692  0.490  0.500
## MaterialCO           -0.692  0.490  0.500  0.500
## GrupoG2:MaterialBO    0.490 -0.692 -0.707 -0.354 -0.354
## GrupoG2:MaterialCE    0.490 -0.692 -0.354 -0.707 -0.354  0.500
## GrupoG2:MaterialCO    0.490 -0.692 -0.354 -0.354 -0.707  0.500  0.500
##
## Standardized Within-Group Residuals:
##         Min          Q1         Med          Q3         Max
## -2.41958845 -0.58631888 -0.04464848  0.63797275  1.80462319
##
## Number of Observations: 40
## Number of Groups: 10
```

```
# Modelo reduzido
Modelo2<- lme(BV ~ Grupo+Material, random = ~1| Trat, data=dados)
summary(Modelo2)
```

```
## Linear mixed-effects model fit by REML
##  Data: dados
##        AIC      BIC    logLik
##   230.4823 241.3697 -108.2411
##
## Random effects:
##  Formula: ~1 | Trat
##         (Intercept) Residual
## StdDev:   0.3880708 4.508015
##
## Fixed effects: BV ~ Grupo + Material
##                 Value Std.Error DF   t-value p-value
## (Intercept)  18.79255  1.603245 27 11.721571  0.0000
## GrupoG2       4.75990  1.446533  8  3.290556  0.0110
## MaterialBO   -6.80680  2.016046 27 -3.376313  0.0022
## MaterialCE   -1.06970  2.016046 27 -0.530593  0.6000
## MaterialCO  -13.14770  2.016046 27 -6.521530  0.0000
##  Correlation:
##            (Intr) GrupG2 MtrlBO MtrlCE
## GrupoG2    -0.451
## MaterialBO -0.629  0.000
## MaterialCE -0.629  0.000  0.500
## MaterialCO -0.629  0.000  0.500  0.500
##
## Standardized Within-Group Residuals:
##        Min         Q1        Med         Q3        Max
## -1.7406196 -0.6699786 -0.1295707  0.6451611  2.3227945
##
## Number of Observations: 40
## Number of Groups: 10
```

```
# Teste de eferícidade
Modelo3 <- ezANOVA(data = dados, dv = BV, wid = Trat, within = .(Material), between = Grupo)
Modelo3
```

```
## $ANOVA
##           Effect DFn DFd        F            p p<.05       ges
## 2          Grupo   1   8 10.82776 1.101289e-02     * 0.2756478
## 3       Material   3  24 20.53084 8.193648e-07     * 0.6484808
## 4 Grupo:Material   3  24  2.25657 1.076409e-01       0.1685815
##
## $`Mauchly's Test for Sphericity`
##           Effect         W         p p<.05
## 3       Material 0.4601916 0.3943793
## 4 Grupo:Material 0.4601916 0.3943793
##
## $`Sphericity Corrections`
##           Effect       GGe        p[GG] p[GG]<.05       HFe        p[HF]
## 3       Material 0.6647857 3.905621e-05         * 0.8852349 3.059039e-06
## 4 Grupo:Material 0.6647857 1.371798e-01           0.8852349 1.169530e-01
##   p[HF]<.05
## 3         *
## 4
```

```
# Comparações multiplas grupo

t<-4 # Numero de níveis do fator material
QMR2<-Modelo2$sig^2

Sig2rho<- 0.3880708^2

QMR1<-QMR2+t*Sig2rho

mean.g <- tapply(BV,Grupo,mean)
mean.m <- tapply(BV,Material,mean)

g <- 2
gl <- 2*4
C <- qt(1-(0.05/(2*g)),gl)

mean.g[1]-mean.g[2] - C*sqrt((2/(5*4))*QMR1)
```

```
##        G1
## -8.740071
```

```
mean.g[1]-mean.g[2] + C*sqrt((2/(5*4))*QMR1)
```

```
##         G1
## -0.7797289
```

```
# Comparações multiplas material

g <- 6
gl <- 2*4*3
C <- qt(1-(0.05/(2*g)),gl)


mean.m[1]-mean.m[2] - C*sqrt((2/(5*2))*QMR2)
```

```
##       BC
## 1.010479
```

```
mean.m[1]-mean.m[2] + C*sqrt((2/(5*2))*QMR2)
```

```
##       BC
## 12.60312
```

```
mean.m[1]-mean.m[3] - C*sqrt((2/(5*2))*QMR2)
```

```
##        BC
## -4.726621
```

```
mean.m[1]-mean.m[3] + C*sqrt((2/(5*2))*QMR2)
```

```
##       BC
## 6.866021
```

```
mean.m[1]-mean.m[4] - C*sqrt((2/(5*2))*QMR2)
```

```
##       BC
## 7.351379
```

```
mean.m[1]-mean.m[4] + C*sqrt((2/(5*2))*QMR2)
```

```
##       BC
## 18.94402
```

```
mean.m[2]-mean.m[3] - C*sqrt((2/(5*2))*QMR2)
```

```
##        BO
## -11.53342
```

```
mean.m[2]-mean.m[3] + C*sqrt((2/(5*2))*QMR2)
```

```
##         BO
## 0.05922096
```

```
mean.m[2]-mean.m[4] - C*sqrt((2/(5*2))*QMR2)
```

```
##       BO
## 0.544579
```

```
mean.m[2]-mean.m[4] + C*sqrt((2/(5*2))*QMR2)
```

```
##       BO
## 12.13722
```

```r
mean.m[3]-mean.m[4] - C*sqrt((2/(5*2))*QMR2)
```

```
##        CE
## 6.281679
```

```r
mean.m[3]-mean.m[4] + C*sqrt((2/(5*2))*QMR2)
```

```
##        CE
## 17.87432
```