# Gabarito da 1ª Lista de Exercícios - MAE514

**Professora:** Gisela Tunes **Monitor:** Rodrigo Passos Martins

## Exercício 1

Temos $T$ uma v.a. contínua não negativa com:

- f.d.p. igual a $f_T(t)$
- função de Sobrevivência igual a $S_T(t)$
- função de risco igual a $\alpha_T(t)$

Pela definição, temos que:

$$\alpha_T(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(t \leq T \leq t + \Delta t \mid T \geq t)}{\Delta t}$$

Usando o **Teorema de Bayes**, obtemos:

$$\alpha_T(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(t \leq T \leq t + \Delta t \mid T \geq t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(T \geq t \mid t \leq T \leq t + \Delta t).P(t \leq T \leq t + \Delta t)}{P(T \geq t).\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(t \leq T \leq t + \Delta t)}{P(T \geq t).\Delta t}$$

Agora, lembremos que $F_T(t) = P(T \leq t)$ e que $S_T(t) = P(T > t)$:

$$\alpha_T(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(T \leq t + \Delta t) - P(T \leq t)}{P(T \geq t).\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{F_T(t + \Delta t) - F_T(t)}{S_T(t).\Delta t} = \frac{1}{S_T(t)}. \lim_{\Delta t \to 0} \frac{F_T(t + \Delta t) - F_T(t)}{\Delta t}$$

Podemos notar que o segundo fator é igual a derivada de $F_T(t)$ em $t$:

$$\alpha_T(t) = \frac{1}{S_T(t)}.\frac{d}{dt}F(t) = \frac{1}{S_T(t)}.\frac{d}{dt}(1 - S_T(t)) = \frac{1}{S_T(t)}.\left(\frac{d}{dt}1 - \frac{d}{dt}S_T(t)\right) = \frac{1}{S_T(t)}.\left(-\frac{d}{dt}S_T(t)\right) = -\left(\frac{1}{S_T(t)}.\frac{d}{dt}S_T(t)\right)$$

Vemos agora que o produto entre parênteses é a derivada de $ln(S_T(t))$ em $t$. Então:

$$\alpha_T(t) = -\frac{d}{dt}ln(S_T(t)) \Leftrightarrow -\alpha_T(t) = \frac{d}{dt}ln(S_T(t)) \Leftrightarrow -\int_0^t \alpha_T(s)ds = ln(S_T(t)) \Leftrightarrow exp\left\{-\int_0^t \alpha_T(s)ds\right\} = S_T(t) \blacksquare$$

# Exercício 2

## a)

Vamos provar que se $\alpha(t) = \alpha_1(t) + \alpha_2(t)$, em que $\alpha_1(t)$ e $\alpha_2(t)$ são funções de taxa de falha de tempos de falha <u>independentes</u> $T_1$ e $T_2$, então $T$ tem a mesma distribuição de $min(T_1, T_2)$:

Seja $S(t)$ a função de Sobrevivência da variável $T$. Sabemos que (pelo **Exercício 1**):

$$S(t) = exp\left\{-\int_0^t \alpha_1(s) + \alpha_2(s)ds\right\} = exp\left\{-\left[\int_0^t \alpha_1(s)ds + \int_0^t \alpha_2(s)ds\right]\right\} = exp\left\{-\int_0^t \alpha_1(s)ds - \int_0^t \alpha_2(s)ds\right\}$$

Vamos separar $S(t)$ em termos de $S_1(t)$ e $S_2(t)$:

$$S(t) = exp\left\{-\int_0^t \alpha_1(s)ds\right\}.exp\left\{-\int_0^t \alpha_2(s)ds\right\} = S_1(t).S_2(t)$$

Agora, vamos lembrar que $S(t)$, por definição, é igual a $1 - F(t)$:

$$S(t) = 1 - F(t) \Leftrightarrow F(t) = 1 - S(t) = 1 - S_1(t).S_2(t) = 1 - P(T_1 > t).P(T_2 > t)$$

Como são tempos de falha independentes, temos:

$$F(t) = 1 - P(T_1 > t).P(T_2 > t) = 1 - P(T_1 > t, T_2 > t)$$

Podemos reescrever $P(T_1 > t, T_2 > t)$ com o mínimo entre os dois tempos:

$$F(t) = 1 - P(T_1 > t, T_2 > t) = 1 - P(min(T_1, T_2) > t) = P(min(T_1, T_2) \leq t)$$

Note que essa é a definição da função acumulada $F$:

$$F(t) = P(min(T_1, T_2) \leq t) = F_{min(T_1,T_2)}(t)$$

Como as funções acumuladas são as mesmas para $T$ e para $min(T_1, T_2)$, temos que eles têm a mesma distribuição. ■

## b)

Vamos provar que se $T$ é variável aleatória contínua com função de sobrevivência $S(t)$, então, vale a igualdade $E(T - t \mid T > t) = \dfrac{\int_t^\infty S(u)du}{S(t)}$. Primeiro, temos que:

$$E(T - t \mid T > t) = \int_0^\infty (u - t).f_{T|T>t}(u)\ du$$

Vamos reescrever a fim de retirar o condicionamento:

$$\int_0^\infty (u - t).f_{T|T>t}(u)\ du = \frac{\int_0^\infty (u - t).f_T(u).\mathbb{1}_{(t,\infty)}(u)\ du}{\int_t^\infty f_T(u)\ du} = \frac{\int_t^\infty (u - t).f_T(u)\ du}{\int_t^\infty f_T(u)\ du} = \frac{\int_t^\infty u.f_T(u)\ du - t.\int_t^\infty f_T(u)\ du}{\int_t^\infty f_T(u)\ du}$$

Agora, vamos lembrar que $\int_t^\infty f_T(u)\ du = S(t)$ e que $f(t) = -\dfrac{dS(t)}{dt}$:

$$\frac{\int_t^\infty u.f_T(u)\ du - t.\int_t^\infty f_T(u)\ du}{\int_t^\infty f_T(u)\ du} = \frac{-\int_t^\infty u.\frac{dS(u)}{du}\ du - t.S(t)}{S(t)} = \frac{-\left(u.S(u)\ |_t^\infty - \int_t^\infty S(u)\ du\right) - t.S(t)}{S(t)}$$

Como $\lim_{t\to\infty} S(t) = 0$, temos que:

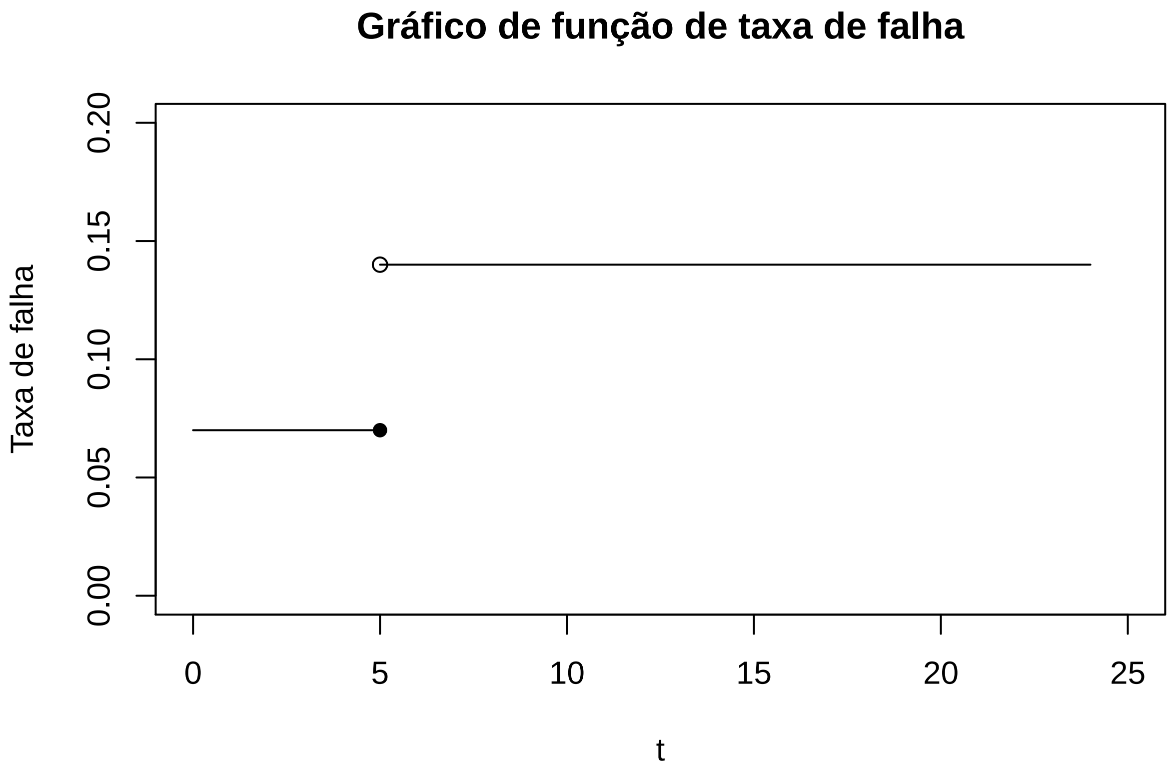
$$\frac{-\left(u.S(u)\ |_t^\infty - \int_t^\infty S(u)\ du\right) - t.S(t)}{S(t)} = \frac{t.S(t) + \int_t^\infty S(u)\ du - t.S(t)}{S(t)} = \frac{\int_t^\infty S(u)du}{S(t)} \blacksquare$$

## Exercício 3

Consideremos a distribução com função de taxa de falha constante $\lambda = 0,07$ no intervalo $t = 0$ até $t = 5$ e constante igual a $\lambda = 0,14$ para $t > 5$.

### a)

```r
# FAZENDO O GRÁFICO DA FUNÇÃO DE TAXA DE FALHA (EM R)

# Lambda igual a 0.07
taxa_ate_5 = rep(0.07, 6)

# Lambda igual a 0.14
taxa_depois_5 = rep(0.14, 20)

# Fazendo o gráfico
plot(y = taxa_ate_5, x = 0:5,
     type = "l",
     xlim = c(0, 25), ylim = c(0, 0.2),
     main = "Gráfico de função de taxa de falha",
     ylab = "Taxa de falha", xlab = "t")
par(new = T)
plot(y = taxa_depois_5, x = 5:24,
     type = "l",
     xlim = c(0, 25), ylim = c(0, 0.2),
     main = "",
     xlab = "", ylab = "",
     axes = F)
par(new = T)
plot(5, 0.07,
     type = "p",
     pch = 16,
     xlim = c(0, 25), ylim = c(0, 0.2),
     main = "",
     xlab = "", ylab = "",
     axes = F)
par(new = T)
plot(5, 0.14,
     type = "p",
     xlim = c(0, 25), ylim = c(0, 0.2),
     main = "",
     xlab = "", ylab = "",
     axes = F)
```




**b)**

Sabemos que, para taxa de falha $\alpha(t)$, temos:

$$S(t) = exp\left\{-\int_0^t \alpha(s)ds\right\}$$

Por conta da depedência do valor de $t$ para o valor de $\alpha(t)$, façamos $S(t)$ para $0 \leq t \leq 5$:

$$S(t) = exp\left\{-\int_0^t \alpha(s)ds\right\} = exp\left\{-\int_0^t 0,07ds\right\} = exp\{-0,07.(t-0)\} = exp\{-0,07.t\},\ \text{para } 0 \leq t \leq 5$$

Agora, façamos $S(t)$ para $t > 5$:

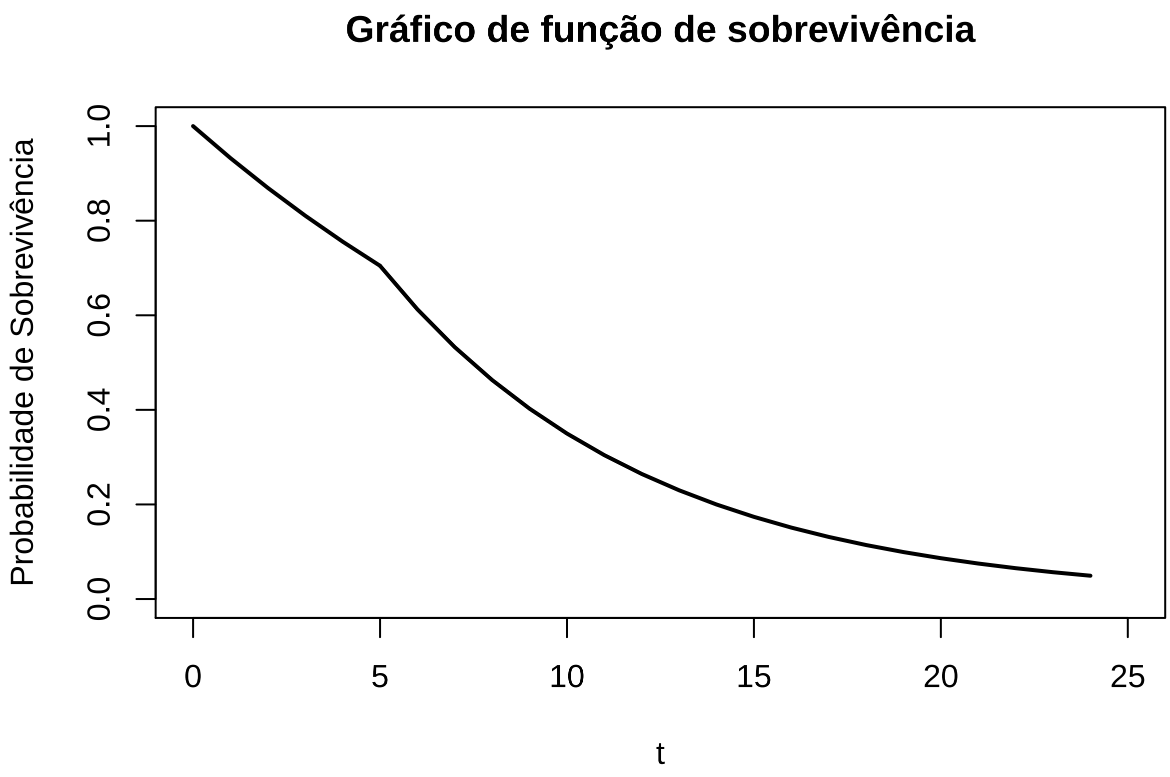
$$S(t) = exp\left\{-\left[\int_0^5 0,07ds + \int_5^t 0,14ds\right]\right\} = exp\left\{-\left[0,07.(5-0)+0,14.(t-5)\right]\right\} = exp\left\{-0,14.t+0,35\right\},\ \text{para } t \geq 5$$

Assim, temos que:

$$S(t) = \begin{cases} exp\{-0,07.t\}, & \text{para } 0 \leq t \leq 5 \\ exp\left\{-0,14.t+0,35\right\}, & \text{para } t > 5 \end{cases}$$

Façamos o gráfico de $S(t)$:

```r
# FAZENDO O GRÁFICO DA FUNÇÃO DE SOBREVIVÊNCIA (EM R)

# Sobrevivência até o tempo 5
sobrevivencia_ate_5 = function(t){exp(-0.07*t)}

# Sobrevivência após o tempo 5
sobrevivencia_depois_5 = function(t){exp(-0.14*t + 0.35)}

plot(y = sobrevivencia_ate_5(0:5), x = 0:5,
     type = "l", lwd = 2,
     xlim = c(0, 25), ylim = c(0, 1),
     main = "Gráfico de função de sobrevivência",
     ylab = "Probabilidade de Sobrevivência", xlab = "t")
par(new = T)
plot(y = sobrevivencia_depois_5(5:24), x = 5:24,
     type = "l", lwd = 2,
     xlim = c(0, 25), ylim = c(0, 1),
     main = "",
     xlab = "", ylab = "",
     axes = F)
```




### c)

O tempo mediano $t_{mediano}$ de sobrevivência é tal que $S(t_{mediano}) = 0,5$. Assim:

$$S(t_{mediano}) = exp\{-0,14.t_{mediano}+0,35\} = 0,5 \Leftrightarrow -0,14.t_{mediano}+0,35 = ln(0.5) \Leftrightarrow t_{mediano} = \frac{-ln(0.5)+0,35}{0,14} \cong 7,45$$

# Exercício 4

O tempo até o óbito de pacientes submetidos a transplante de rim (em dias) segue uma distribuição log-logística, com função de sobrevivência dada por

$$S(t) = \frac{1}{1+\lambda t^{\alpha}},\ \ t \geq 0, \text{com } \alpha = 1,5 \text{ e } \lambda = 0,001$$

## a)

Probabilidade de sobrevivência no dia 50 ($t = 50$):

$$S(50) = \frac{1}{1+0,001.50^{1,5}} \cong 0,74$$

Probabilidade de sobrevivência no dia 100 ($t = 100$):

$$S(50) = \frac{1}{1+0,001.100^{1,5}} \cong 0,5$$

Probabilidade de sobrevivência no dia 150 ($t = 150$):

$$S(150) = \frac{1}{1+0,001.150^{1,5}} \cong 0,35$$

## b)

O tempo mediano $t_{mediano}$ de sobrevivência é tal que $S(t_{mediano}) = 0,5$, então:

$$S(t_{mediano}) = \frac{1}{1+0,001.t_{mediano}^{1,5}} = 0,5 \Leftrightarrow 2 = 1+0,001.t_{mediano}^{1,5} \Leftrightarrow t_{mediano}^{3/2} = 1000 \Leftrightarrow t_{mediano} = 100$$

## c)

Usando o resultado do **Exercício 1**, temos:

$$S(t) = exp\left\{-\int_0^t \alpha(s)ds\right\} \Leftrightarrow lnS(t) = -\int_0^t \alpha(s)ds \Leftrightarrow -lnS(t) = \int_0^t \alpha(s)ds \Leftrightarrow -\frac{d}{dt}(lnS(t)) = \alpha(t)$$

Então, temos que a função de taxa de falha é dada por:

$$\alpha(t) = -\frac{d}{dt}(lnS(t)) = -\frac{d}{dt}\left[ln\left(\frac{1}{1+0,001.t^{1,5}}\right)\right] = \frac{d}{dt}\left[ln(1+0,001.t^{1,5})\right] = \frac{1}{1+0,001.t^{1,5}}.1,5.0,001.t^{0,5} = \frac{0,0015.t^{0,5}}{1+0,001.t^{1,5}}$$

Vamos simplificar um pouco a expressão:

$$\alpha(t) = \frac{0,0015.t^{0,5}}{1 + 0,001.t^{1,5}} = \frac{1,5.t^{0,5}}{1000 + t^{1,5}}$$

Agora, vamos derivar $\alpha(t)$ para que possamos verificar o comportamento da função:

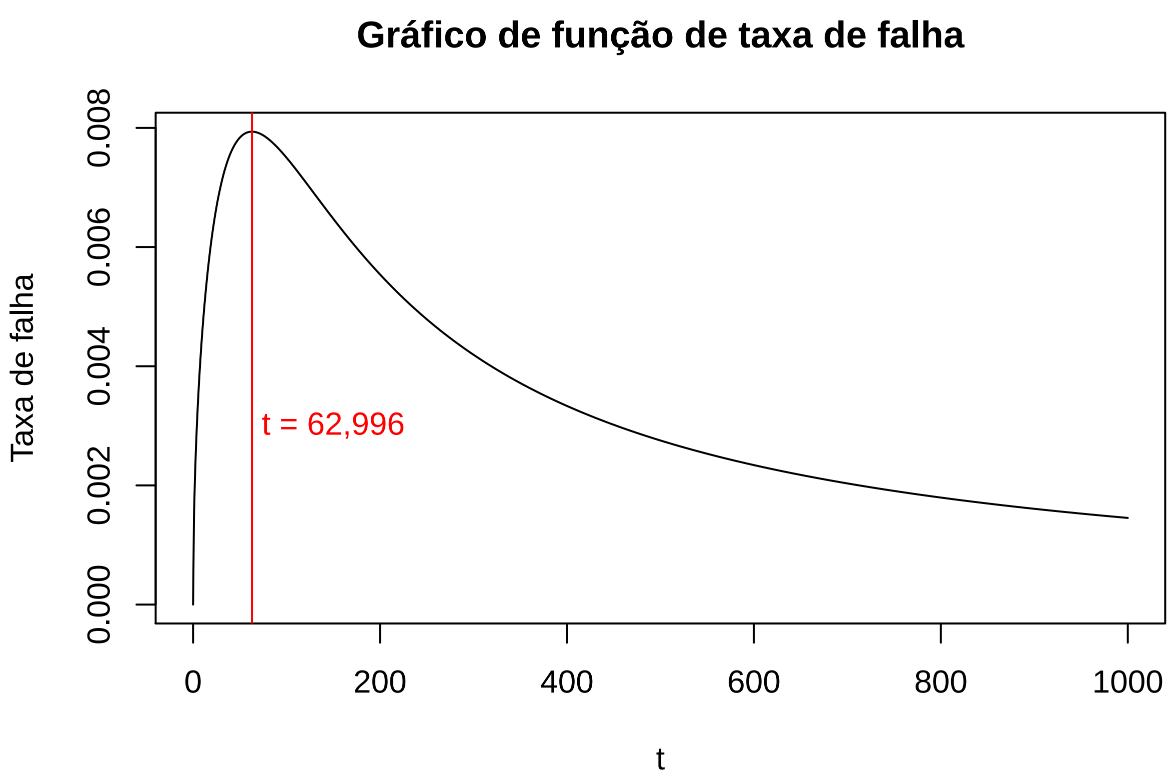
$$\alpha^{'}(t) = \frac{(1,5.t^{0,5})^{'}.(1000 + t^{1,5}) - (1,5.t^{0,5}).(1000 + t^{1,5})^{'}}{(1000 + t^{1,5})^2} = \frac{750.t^{-0,5} - 1,5.t}{(1000 + t^{1,5})^2}$$

Para achar o ponto de mudança, façamos $\alpha^{'}(t) = 0$:

$$\alpha^{'}(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{750.t^{-0,5} - 1,5.t}{(1000 + t^{1,5})^2} = 0 \Leftrightarrow 750.t^{-0,5} - 1,5.t = 0 \Leftrightarrow 750.t^{-0,5} = 1,5.t \Leftrightarrow 500 = t^{1,5} \Leftrightarrow t \cong 62,996$$

Portanto, até $t \cong 62,996$ a função de taxa de falha é crescente e depois fica decrescente, como podemos ver no gráfico:

```r
# FAZENDO O GRÁFICO DA FUNÇÃO DE TAXA DE FALHA (EM R)

# Função de taxa de falha
taxa_de_falha = function(t){(1.5*t^0.5)/(1000 + t^1.5)}

# Gráfico da função de taxa de falha
plot(y = taxa_de_falha(0:1000), x = 0:1000,
     type = "l",
     main = "Gráfico de função de taxa de falha",
     ylab = "Taxa de falha", xlab = "t")
par(new = T)
abline(v = 62.996, col = "red")
text(150, 0.003, "t = 62,996", col = "red")
```



### d)

O tempo médio de vida dos pacientes após o transplante é dado por (livro do Klein e Moeschberger, pág. 38):

$$\frac{\pi.cossec\left(\dfrac{\pi}{\alpha}\right)}{\alpha.\lambda^{1/\alpha}} = \frac{\pi.cossec\left(\dfrac{\pi}{1,5}\right)}{1,5.0,001^{1/1,5}} = \frac{\pi.cossec\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)}{0,015} \cong 241.84$$

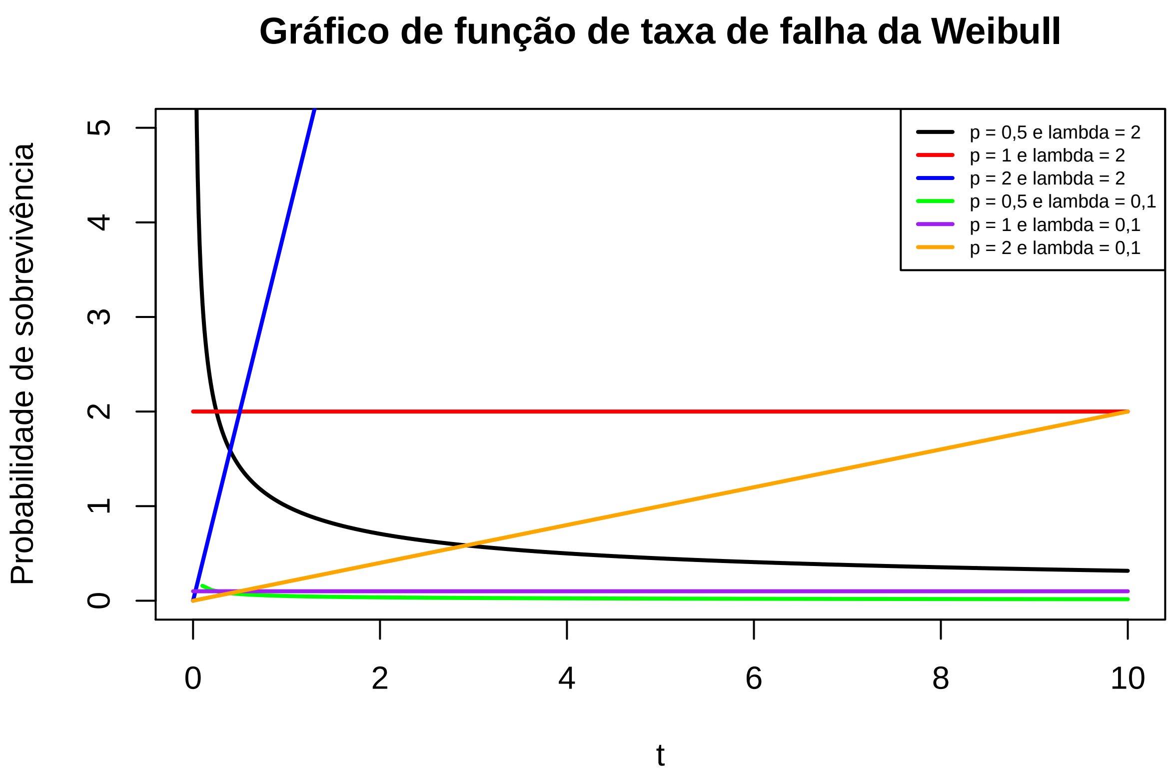
# Exercício 5

Vamos considerar a distribuição **Weibull**, com função de sobrevivência dada por $S(t) = exp\{-\lambda t^\rho\}$. Usando o *software* R, vamos fazer gráficos para a função de taxa de falha dessa distribuição, que é dada por:

$$\alpha(t) = -\frac{dlnS(t)}{dt} = -\frac{dln(exp\{-\lambda t^\rho\})}{dt} = -\frac{d(-\lambda t^\rho)}{dt} = \lambda\rho t^{\rho-1}$$

Vamos fazer os gráficos com pares de $\lambda = (0,1;2)$ e $\rho = (0,5;1;2)$:

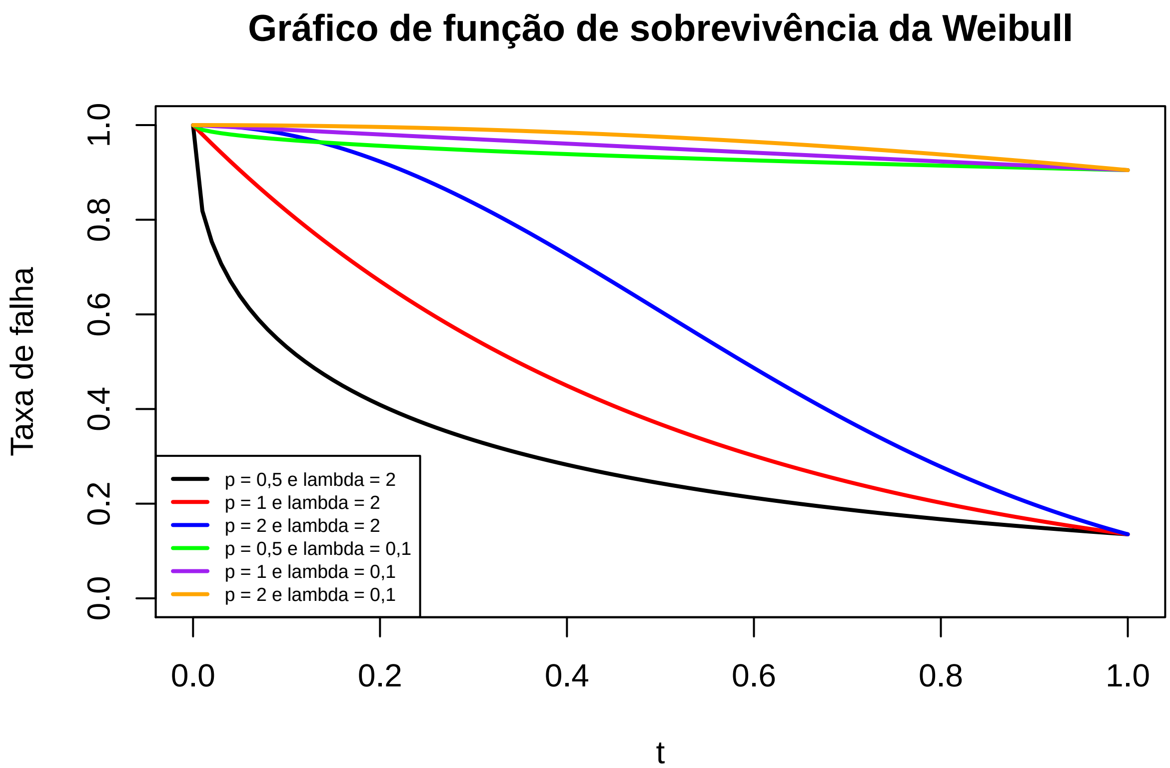
```r
# FAZENDO O GRÁFICO DA FUNÇÃO DE TAXA DE FALHA (EM R)

# Função de taxa de falha
taxa_de_falha = function(t, lambda, p){lambda*p*t^(p-1)}

# Gráfico da função de taxa de falha
x = seq(from = 0, to = 10, by = 0.01)
plot(y = taxa_de_falha(x, 2, 0.5), x,
     ylim = c(0, 5),
     type = "l", lwd = 2,
     main = "Gráfico de função de taxa de falha da Weibull",
     ylab = "Probabilidade de sobrevivência", xlab = "t")
curve(taxa_de_falha(x, 2, 1), 0, 10, add = TRUE, col ="red", lwd = 2)
curve(taxa_de_falha(x, 2, 2), 0, 10, add = TRUE, col ="blue", lwd = 2)
curve(taxa_de_falha(x, 0.1, 0.5), 0, 10, add = TRUE, col ="green", lwd = 2)
curve(taxa_de_falha(x, 0.1, 1), 0, 10, add = TRUE, col ="purple", lwd = 2)
curve(taxa_de_falha(x, 0.1, 2), 0, 10, add = TRUE, col ="orange", lwd = 2)
legend("topright",
       legend = c("p = 0,5 e lambda = 2",
                  "p = 1 e lambda = 2",
                  "p = 2 e lambda = 2",
                  "p = 0,5 e lambda = 0,1",
                  "p = 1 e lambda = 0,1",
                  "p = 2 e lambda = 0,1"),
       lwd = 2,
       col = c("black", "red", "blue", "green", "purple", "orange"),
       cex = 0.6)
```




Note que, como esperado algebricamente, quando $\rho = 0$, a taxa de falha é constante igual a $\lambda$ (pois, $\lambda \rho t^{\rho - 1} \Rightarrow \lambda 1 t^0$). Agora, vamos fazer as respectivas funções de sobrevivência:

```
# FAZENDO O GRÁFICO DA FUNÇÃO DE SOBREVIVÊNCIA (EM R)

# Função de sobrevivência
taxa_de_falha = function(t, lambda, p){exp(-lambda*t^(p))}

# Gráfico da função de sobrevivência
x = seq(from = 0, to = 1, by = 0.01)
plot(y = taxa_de_falha(x, 2, 0.5), x,
     ylim = c(0, 1),
     type = "l", lwd = 2,
     main = "Gráfico de função de sobrevivência da Weibull",
     ylab = "Taxa de falha", xlab = "t")
curve(taxa_de_falha(x, 2, 1), 0, 1, add = TRUE, col ="red", lwd = 2)
curve(taxa_de_falha(x, 2, 2), 0, 1, add = TRUE, col ="blue", lwd = 2)
curve(taxa_de_falha(x, 0.1, 0.5), 0, 1, add = TRUE, col ="green", lwd = 2)
curve(taxa_de_falha(x, 0.1, 1), 0, 1, add = TRUE, col ="purple", lwd = 2)
curve(taxa_de_falha(x, 0.1, 2), 0, 1, add = TRUE, col ="orange", lwd = 2)
legend("bottomleft",
       legend = c("p = 0,5 e lambda = 2",
                  "p = 1 e lambda = 2",
                  "p = 2 e lambda = 2",
                  "p = 0,5 e lambda = 0,1",
                  "p = 1 e lambda = 0,1",
                  "p = 2 e lambda = 0,1"),
       lwd = 2,
```

```r
col = c("black", "red", "blue", "green", "purple", "orange"),
cex = 0.6)
```



# Exercício 6

Vamos considerar a distribuição Weibull do **Exercício 5** e escolher uma das combinações de $\lambda$ e $\rho$ utilizadas. No caso, serão utilizadas $\lambda = 0,1$ e $\rho = 2$. Com o R, vamos gerar uma amostra de tamanho $n = 100$ dessa distribuição Weibull.

Uma observação: o R utiliza uma parametrização diferente da apresentada na lista de exercícios. Nossa distribuição de Weibull é assim:

$$S(t) = exp\{-\lambda t^{\rho}\}$$

O que nos dá a seguinte as seguintes expressões:

$$\alpha(t) = \lambda \rho t^{\rho-1}$$

$$f(t) = \alpha(t).S(t) = \lambda \rho t^{\rho-1}.exp\{-\lambda t^{\rho}\}$$

Já no R, segundo a documentação, a distribuição Weibull utilizada é diferente:

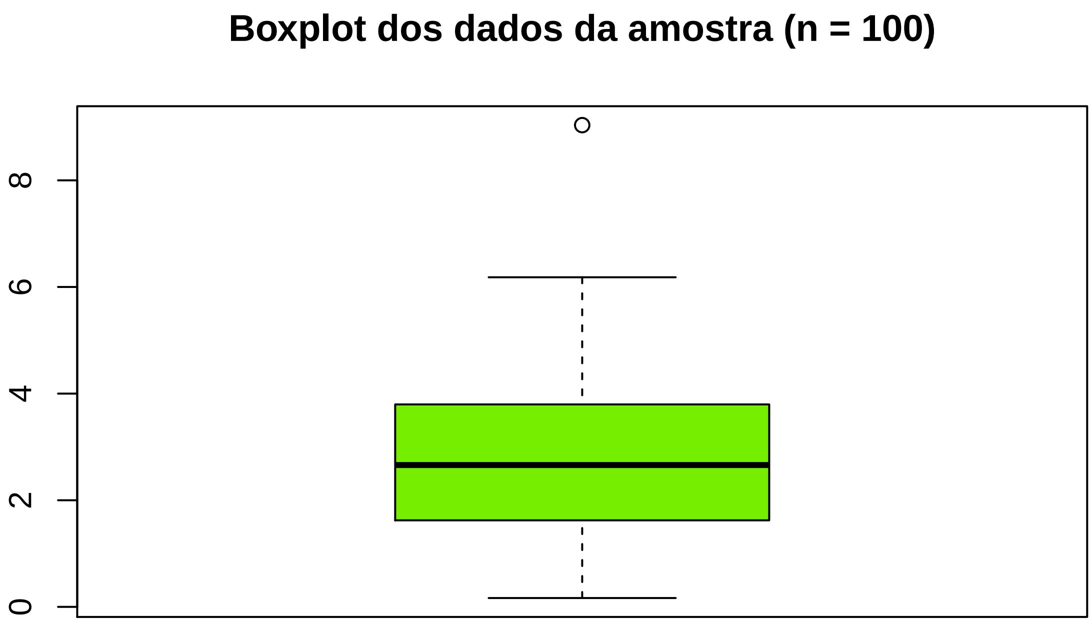
$$f(t) = a.b^{-a}.t^{a-1}.exp\{-b^{-a}.t^{a}\} = \left(\frac{1}{b}\right)^{a}.a.t^{a-1}.exp\left\{-\frac{1}{b}.t^{a}\right\}$$

Então, podemos notar que, na nossa parametrização, $a = \rho$ e $b = \lambda^{-1/\rho}$. Sendo assim, vamos fazer a amostragem:

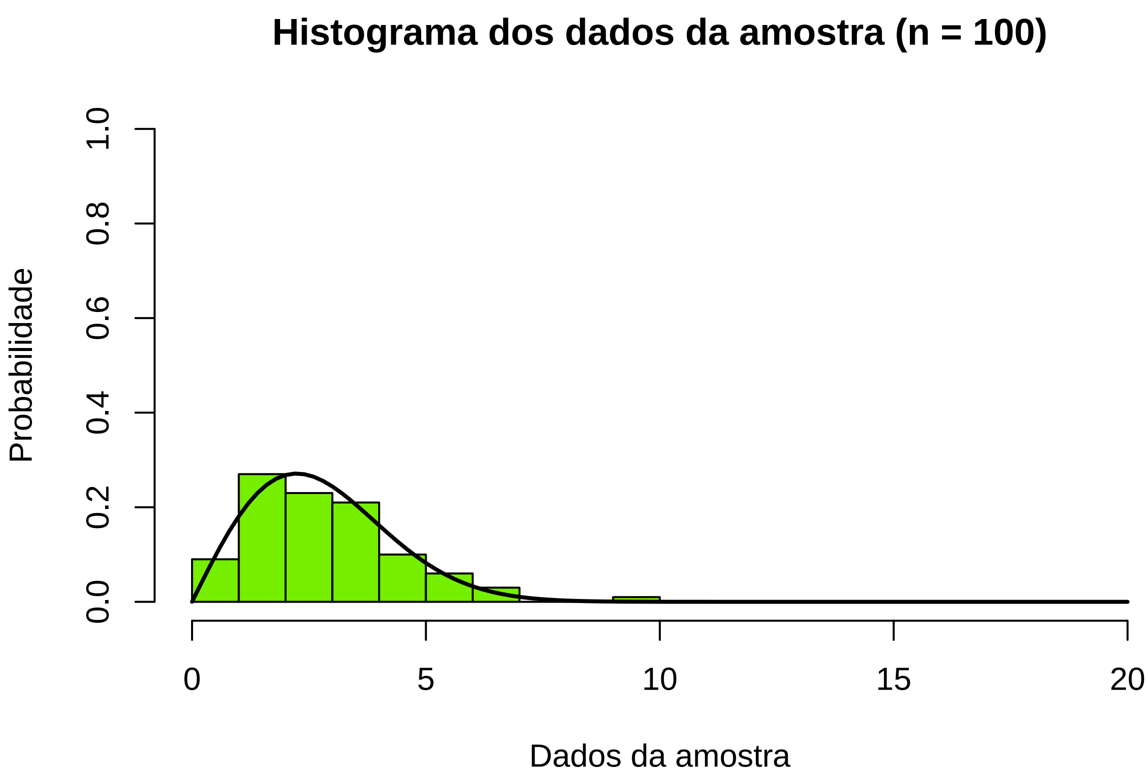
```r
# FAZENDO A AMOSTRA DA DISTRIBUIÇÃO WEIBULL (EM R)

lambda <- 0.1
p <- 2

# Reparametrizando
a = p
b = lambda^(-1/p)

# Fazendo amostra (n = 100)
set.seed(132000)
amostra_100 <- rweibull(100, a, b)
```

## a)

```r
# FAZENDO OS GRÁFICOS (EM R)

# Boxplot
boxplot(amostra_100,
        main = "Boxplot dos dados da amostra (n = 100)",
        col = "chartreuse2")
```

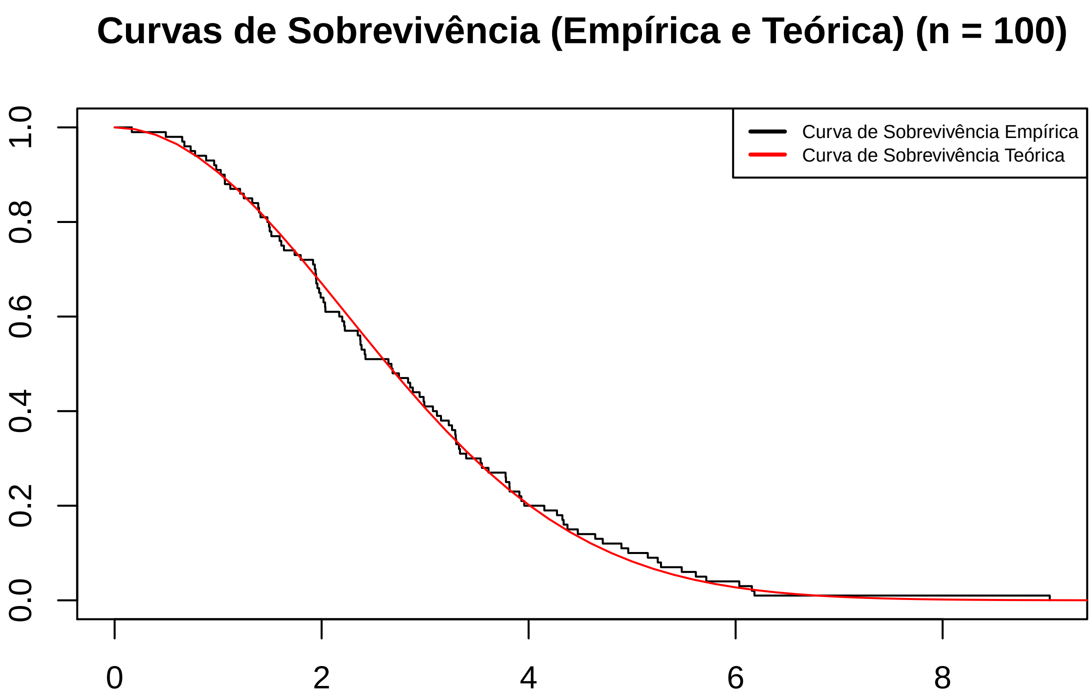



```
# Histograma com a curva empírica
hist(amostra_100,
     main = "Histograma dos dados da amostra (n = 100)",
     xlab = "Dados da amostra", ylab = "Probabilidade",
     xlim = c(0, 20), ylim = c(0, 1),
     col = "chartreuse2",
     probability = T)
curve(dweibull(x, a, b), 0, 20, add = TRUE, lwd = 2)

# Curvas
library(survival)
```




```
plot(Surv(amostra_100),
     conf.int = FALSE,
```

```r
     main = "Curvas de Sobrevivência (Empírica e Teórica) (n = 100)",
     col = "black")
curve(exp((-lambda*x^p)), 0, 20, add = TRUE, col = "red")
legend("topright",
       legend = c("Curva de Sobrevivência Empírica",
                  "Curva de Sobrevivência Teórica"),
       lwd = 2, col = c("black", "red"), cex = 0.6)
```



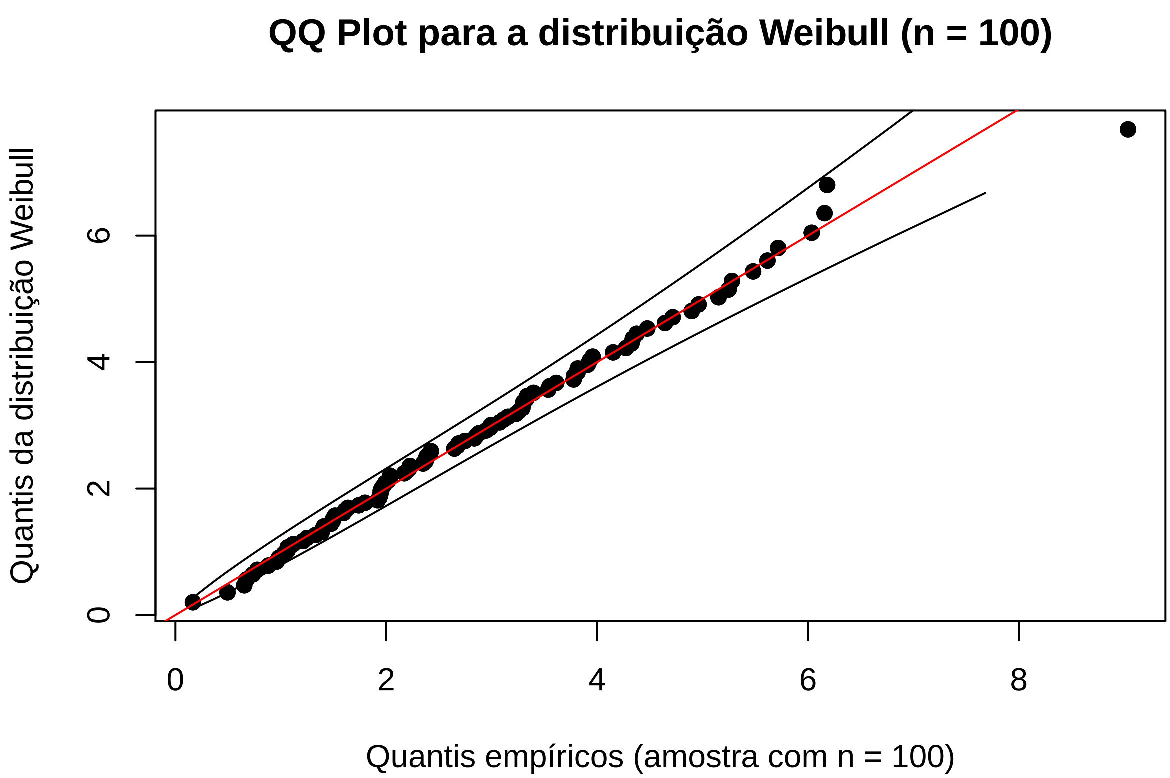

### b)

Usando a mesma distribuição do item **a)** vamos fazer um gráfico de quantis (QQ Plot) comparando os quantis empíricos com os quantis teóricos:

```r
# FAZENDO OS GRÁFICOS (EM R)

# Gráfico do QQPlot
library(qualityTools)
```

```
## Loading required package: Rsolnp

## Loading required package: MASS

##
## Attaching package: 'qualityTools'

## The following object is masked from 'package:stats':
##
##     sigma
```

```r
qqPlot(x = amostra_100, y = "weibull",
       main = "QQ Plot para a distribuição Weibull (n = 100)",
       xlab = "Quantis empíricos (amostra com n = 100)", ylab = "Quantis da distribuição Weibull")
```



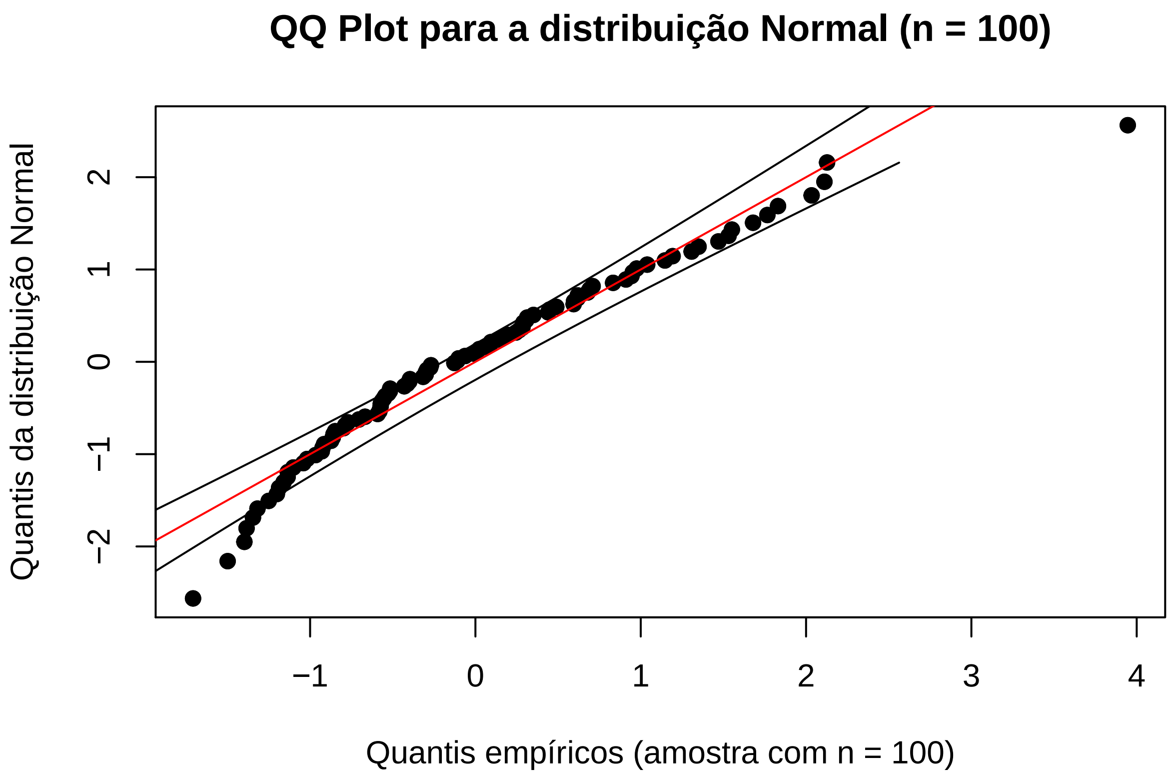

### c)

Vamos padronizar os dados da amostra, ou seja, subtrair a média amostral e dividir pelo desvio padrão:

```
amostra_100_padronizada <- scale(amostra_100)
```

Agora vamos fazer um gráfico de quantis (QQ Plot) comparando os quantis empíricos com os dados agora padronizados com os quantis da distribuição Normal:

```
# FAZENDO OS GRÁFICOS (EM R)

# Gráfico do QQPlot
qqPlot(x = amostra_100_padronizada, y = "normal",
       main = "QQ Plot para a distribuição Normal (n = 100)",
       xlab = "Quantis empíricos (amostra com n = 100)", ylab = "Quantis da distribuição Normal")
```



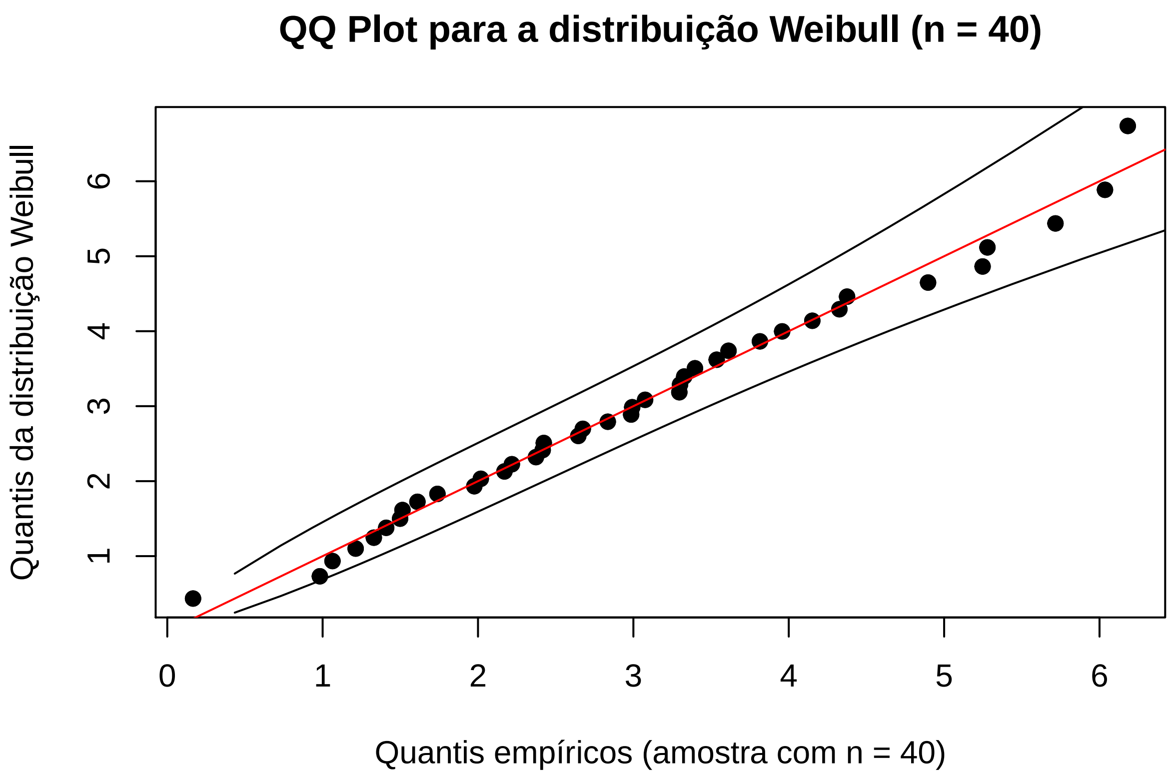

O gráfico acima mostra que os dados não se adequam a distribuição Normal, pois, os primeiros dados deixam a cauda mais pesada.

## d)

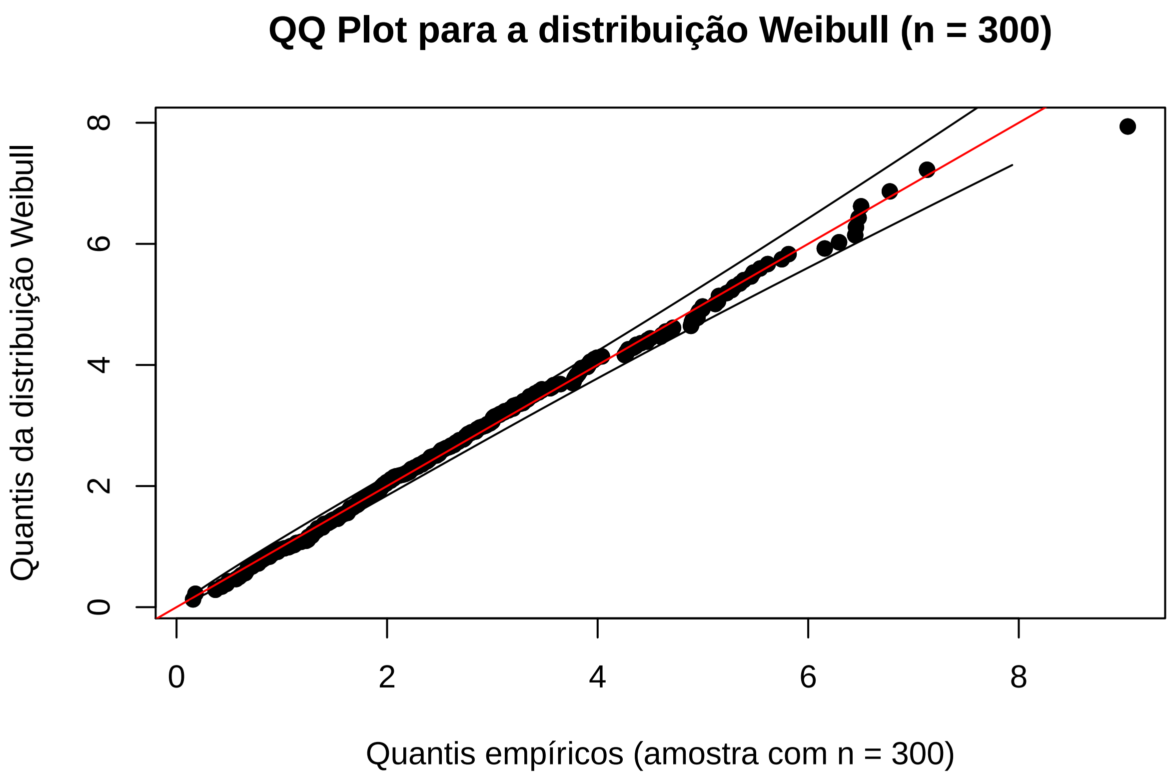
Vamos repetir os itens **b)** e **c)** para $n = 40$, $n = 300$ e $n = 1200$:

```
# FAZENDO A AMOSTRA DA DISTRIBUIÇÃO WEIBULL (EM R)

lambda <- 0.1
p <- 2

# Reparametrizando
a = p
b = lambda^(-1/p)

# Fazendo amostras
set.seed(132000)
amostra_40 <- rweibull(40, a, b)
amostra_300 <- rweibull(300, a, b)
amostra_1200 <- rweibull(1200, a, b)

# Gráfico do QQPlot (n = 40)
qqPlot(x = amostra_40, y = "weibull",
```

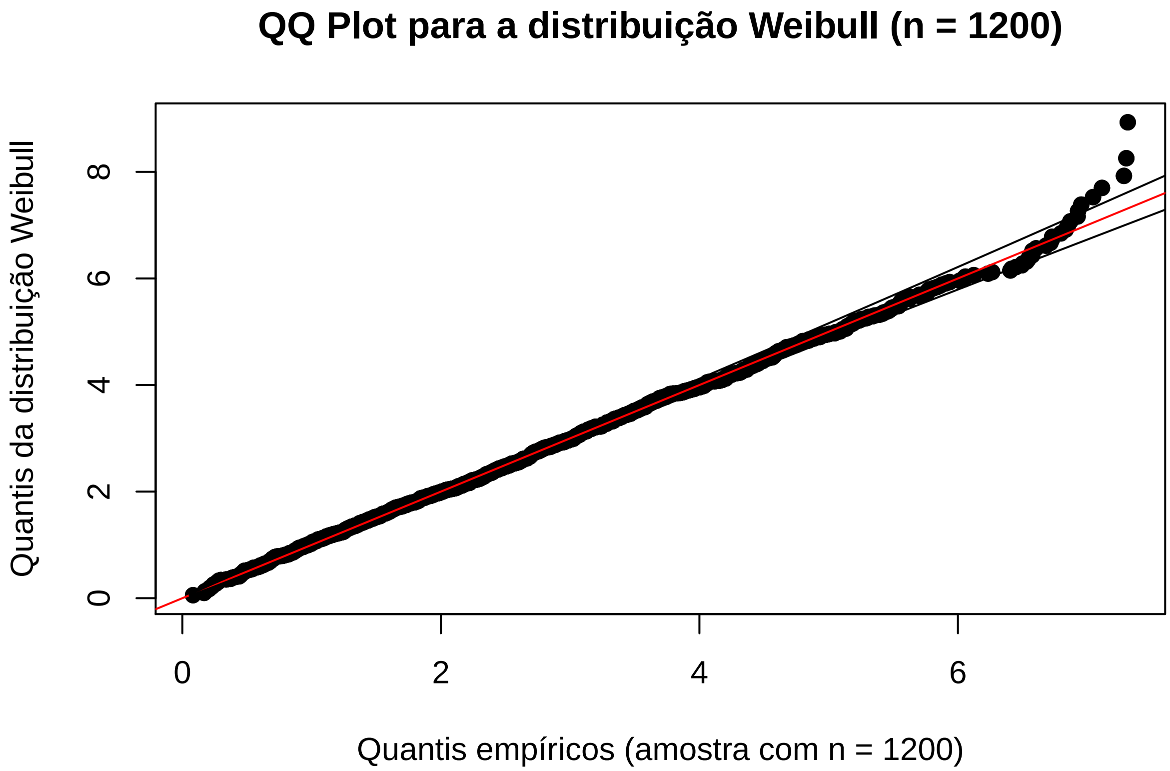
```
       main = "QQ Plot para a distribuição Weibull (n = 40)",
       xlab = "Quantis empíricos (amostra com n = 40)", ylab = "Quantis da distribuição Weibull")
```




```
# Gráfico do QQPlot (n = 300)
qqPlot(x = amostra_300, y = "weibull",
       main = "QQ Plot para a distribuição Weibull (n = 300)",
       xlab = "Quantis empíricos (amostra com n = 300)", ylab = "Quantis da distribuição Weibull")
```

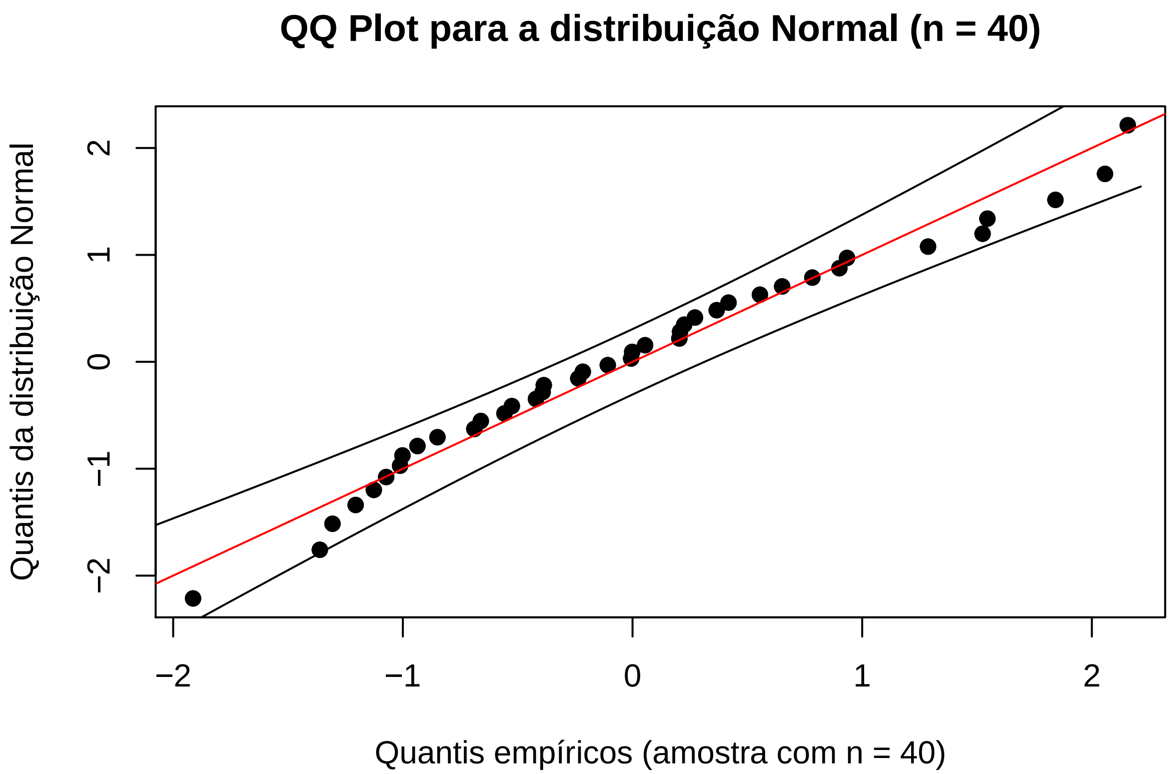


```r
# Gráfico do QQPlot (n = 1200)
qqPlot(x = amostra_1200, y = "weibull",
       main = "QQ Plot para a distribuição Weibull (n = 1200)",
       xlab = "Quantis empíricos (amostra com n = 1200)", ylab = "Quantis da distribuição Weibull")
```

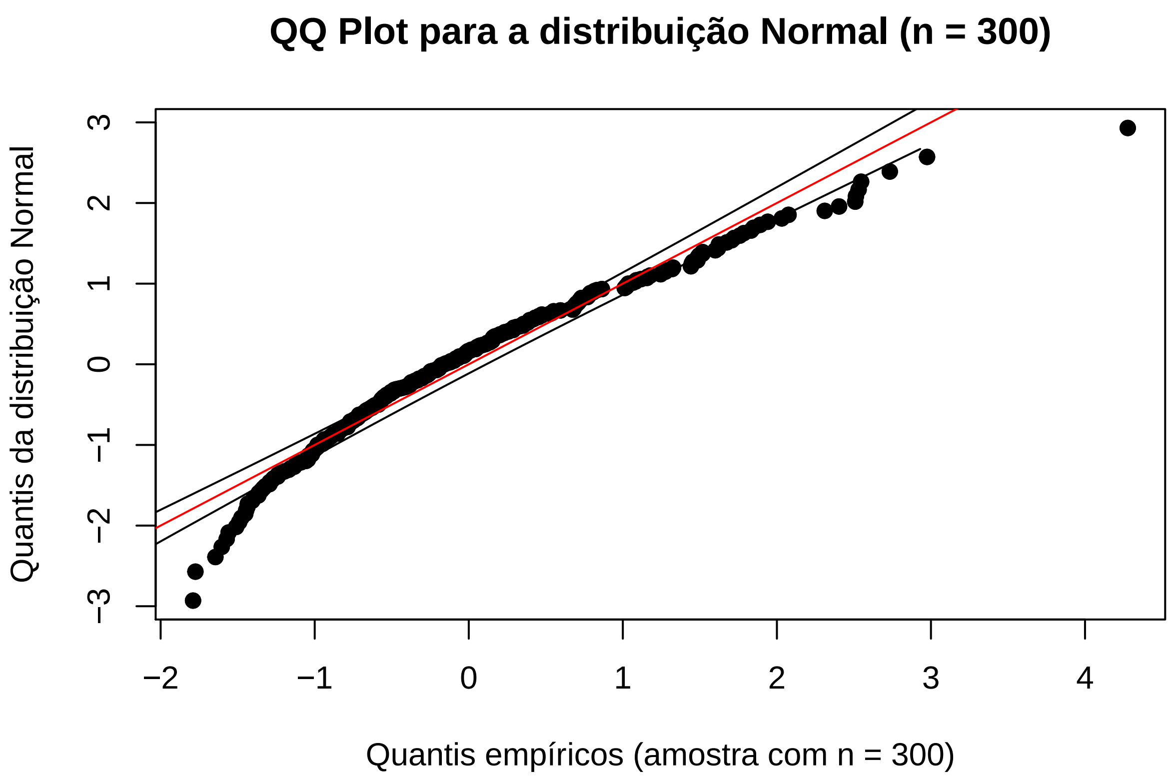



Como esperado, quanto maior a amostra, mais alinhados com os quantis empíricos os quantis amostrais ficam. Agora, vejamos, com a padronização, a adequabilidade com a distribuição Normal:

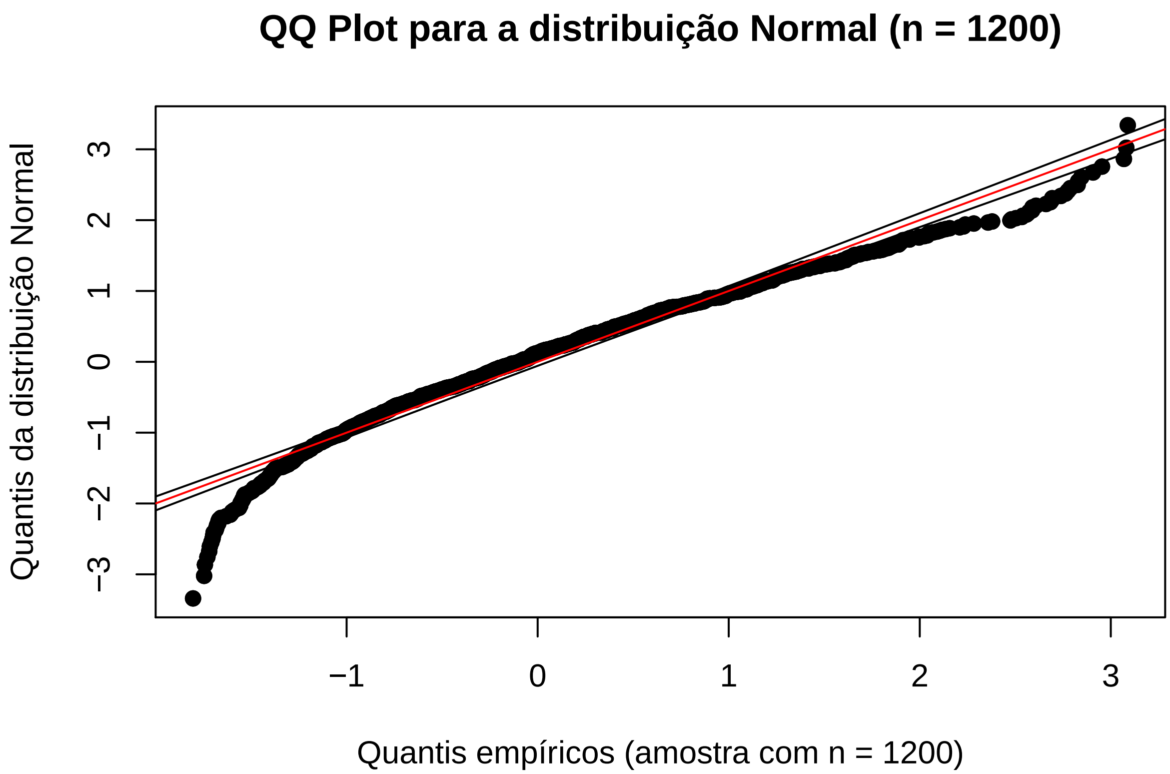
```r
# FAZENDO OS GRÁFICOS (EM R)

# Padronizando
amostra_40_padronizada <- scale(amostra_40)
amostra_300_padronizada <- scale(amostra_300)
amostra_1200_padronizada <- scale(amostra_1200)

# Gráfico do QQPlot
qqPlot(x = amostra_40_padronizada, y = "normal",
       main = "QQ Plot para a distribuição Normal (n = 40)",
       xlab = "Quantis empíricos (amostra com n = 40)", ylab = "Quantis da distribuição Normal")
```




```r
# Gráfico do QQPlot
qqPlot(x = amostra_300_padronizada, y = "normal",
       main = "QQ Plot para a distribuição Normal (n = 300)",
       xlab = "Quantis empíricos (amostra com n = 300)", ylab = "Quantis da distribuição Normal")
```




```r
# Gráfico do QQPlot
qqPlot(x = amostra_1200_padronizada, y = "normal",
       main = "QQ Plot para a distribuição Normal (n = 1200)",
       xlab = "Quantis empíricos (amostra com n = 1200)", ylab = "Quantis da distribuição Normal")
```




A adequabilidade da distribuição Normal para todas as amostras não é vista, exceto para $n = 40$. Quanto maior o tamanho da amostra, mais distorcido é o QQ Plot.