MAE0217 - Estatística Descritiva

1o. semestre de 2018 - Lista 5

1. Para estudar a associação entre gênero (1=Masc, 0=Fem) e idade (anos) e a preferência (1=sim, 0=não) pelo refrigerante Kcola, o seguinte modelo de regressão logística foi ajustado aos dados de 50 crianças escolhidas ao acaso:

$$\text{logito}[\pi_i(x_i, w_i)] = \alpha + \beta x_i + \gamma(w_i - 5),$$

em que x_i (w_i) representa o gênero (idade) da i-ésima criança e $\pi_i(x_i, w_i)$ a probabilidade de uma criança do gênero x_i e idade w_i preferir Kcola. As seguintes estimativas para os parâmetros foram obtidas:

Parâmetro	Estimativa	Erro-padrão	Valor p
α	0.69	0.12	< 0.01
β	0.33	0.10	< 0.01
γ	-0.03	0.005	< 0.01

   (a) Interprete os parâmetros do modelo por intermédio de chances e razões de chances

   (b) Com as informações acima, estime a razão de chances de preferência por Kcola correspondente à comparação de crianças do mesmo gênero com 10 e 15 anos

   (c) Construa intervalos de confiança (com coeficiente de confiança aproximado de 95%) para $\exp(\beta)$ e $\exp(\gamma)$ e traduza o resultado em linguagem não técnica

   (d) Estime a probabilidade de meninos com 15 anos preferirem Kcola.

2. Um modelo bastante comum para a representar a relação entre a probabilidade de ocorrência de um evento (câncer de pulmão, por exemplo) e o nível de exposição a um determinado fator de risco (número de maços de cigarros consumidos diariamente, por exemplo) é dado por

$$\log\{\pi(x)/[1-\pi(x)]\} = \alpha + \beta x$$

em que $\pi(x)$ representa a probabilidade de ocorrência do evento para uma unidade amostral exposta ao nível x do fator de risco e α e β são parâmetros desconhecidos.

(a) Mostre que sob esse modelo $0 < \pi(x) < 1$.

(b) Mostre que a dose letal 50 (i.e. a dose para a qual a probabilidade de ocorrência do evento de interesse é 1/2) é dada por α/β.

(c) Supondo que num determinado exemplo as estimativas de máxima verossimilhança de α e β ($\pm$ erro padrão estimado) são -4.57 ± 0.87 e 1.16 ± 0.22, respectivamente, e que a estimativa da correlação entre α e β é 0.17, obtenha um intervalo de confiança com coeficiente de confiança 95% para a dose letal 50. [Aqui será necessário utilizar o método delta bivariado: Para uma função $g(x,y)$, usando Taylor (1a.ordem) podemos escrever

$$g(x,y) = g(x_0,y_0) + \frac{\partial g(x_0,y_0)}{\partial x}(x - x_0) + \frac{\partial g(x_0,y_0)}{\partial y}(y - y_0)$$

Considere $g(x,y) = x/y$, sendo $x = \widehat{\alpha}$, $y = \widehat{\beta}$, $x_0 = \alpha$ e $y_0 = \beta$. Calcule a variância da expressão resultante e substitua as quantidades desconhecidas pelos correspondentes estimadores.]

(d) Com as mesmas informações do item (c), estime a razão de chances correspondente à comparação de indivíduos que fumam 3 maços de cigarros por dia com indivíduos que fumam apenas 1 maço de cigarros diariamente.