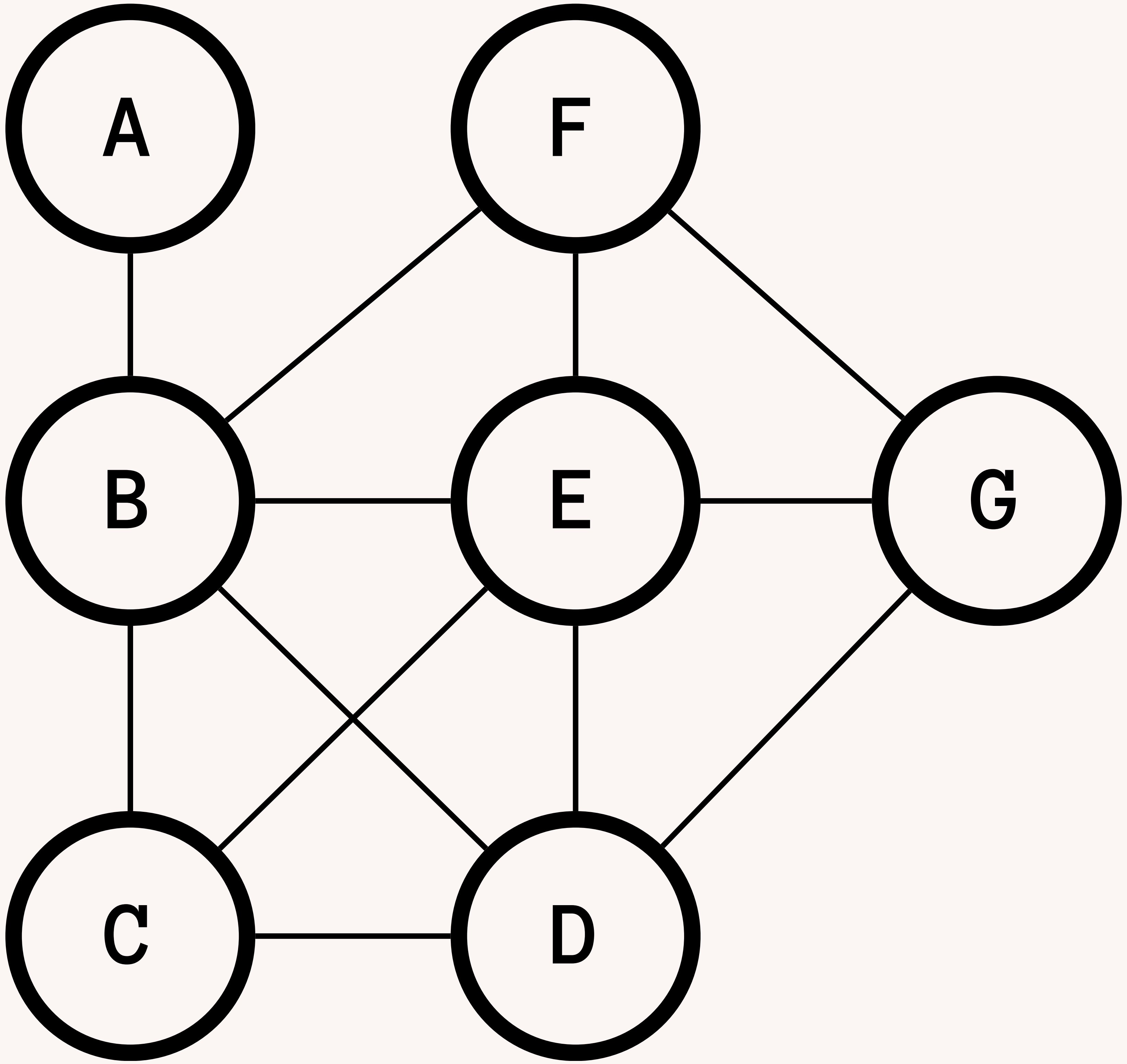
Trabalho 3

CLIQUE → VERTEX COVER

ALUNOS: GUILHERME ADENILSON DE JESUS
VICENTE CARDOSO DOS SANTOS

Problema do Clique

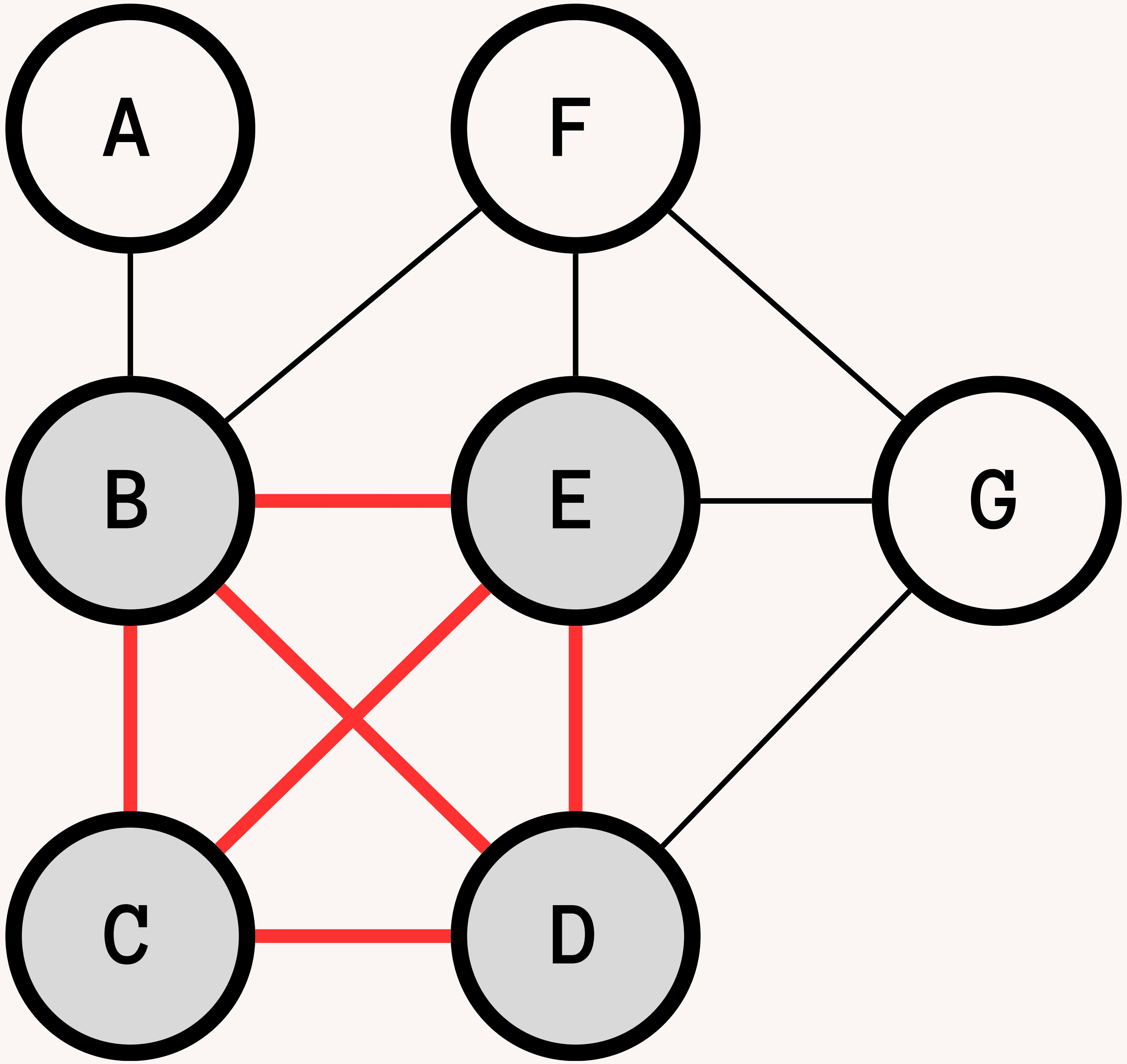
- Otimização: Maior número de vértices
- Decisão: Clique com k vértices?
- Subgrafo completo



Problema do Clique

- Otimização: Maior número de vértices
- Decisão: Clique com k vértices?
- Subgrafo completo

CLIQUE = {B, C, D, E}

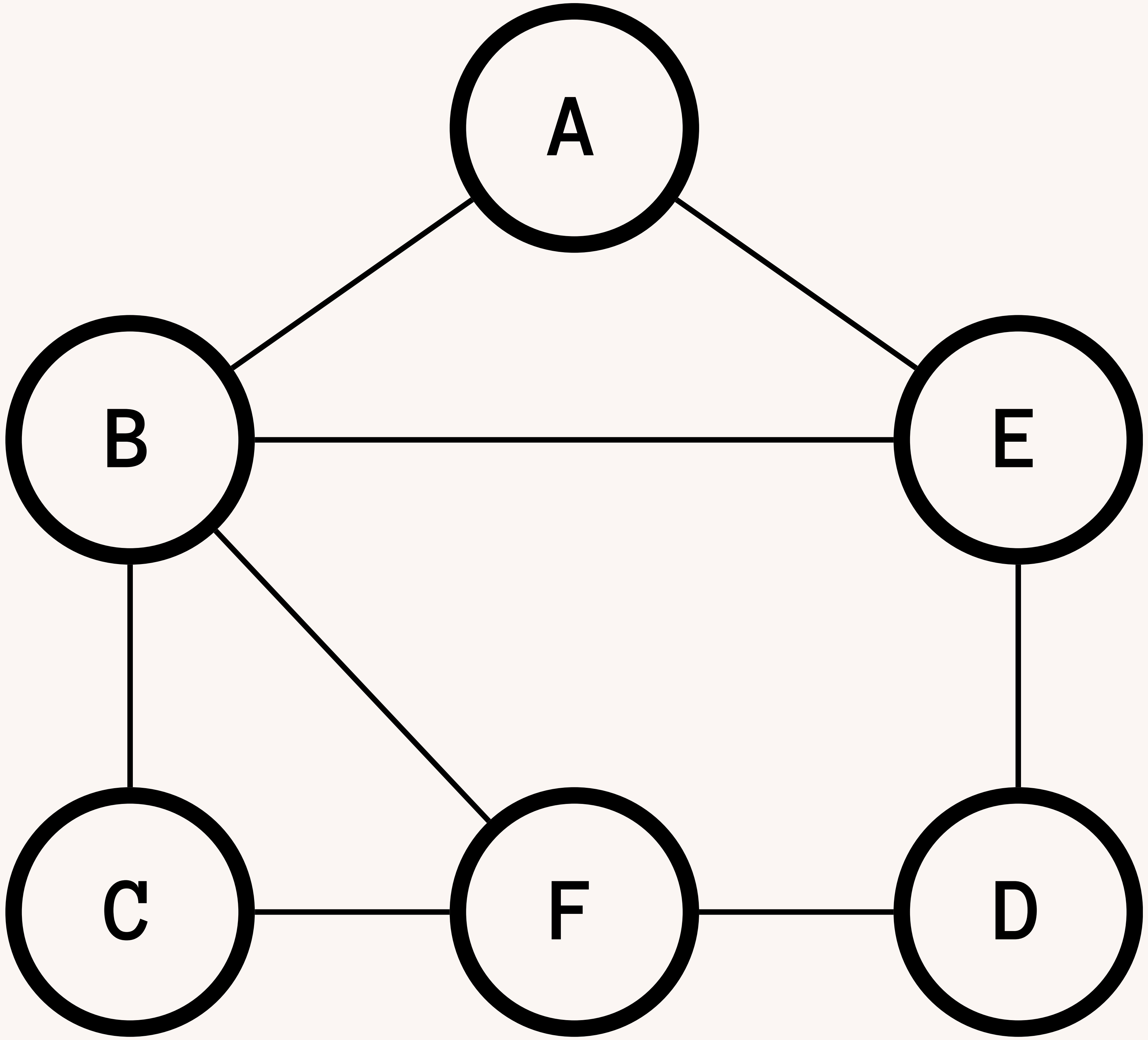


Vertex Cover
Cobertura de Vértices

- Otimização: Menor número de vértices

- Decisão: ?

- Alcance todas as arestas do grafo



Vertex Cover

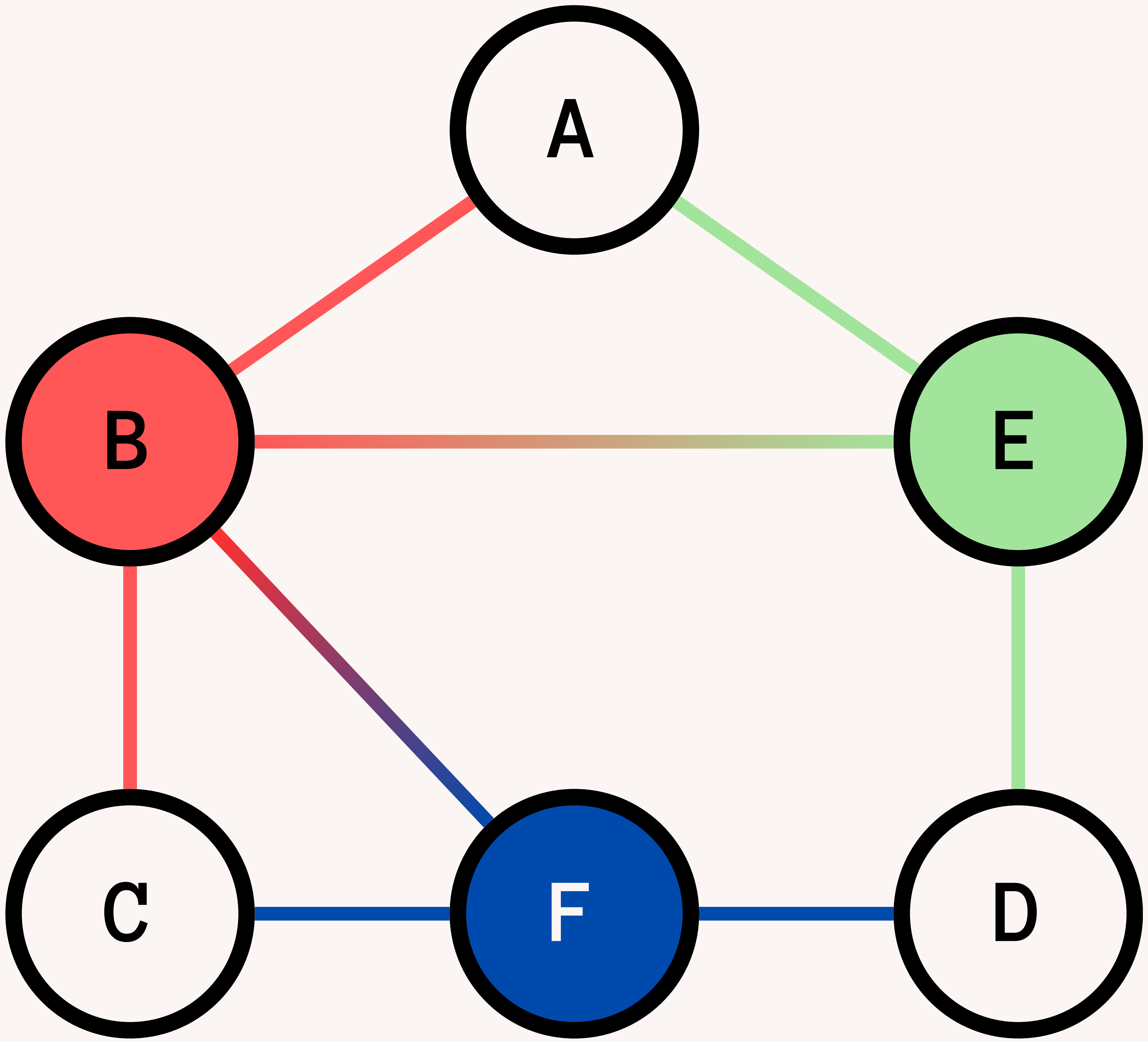
Cobertura de Vértices

- Otimização: Menor número de vértices

- Decisão: ?

- Alcance todas as arestas do grafo

VC = {B, E, F}



VERTEX COVER É

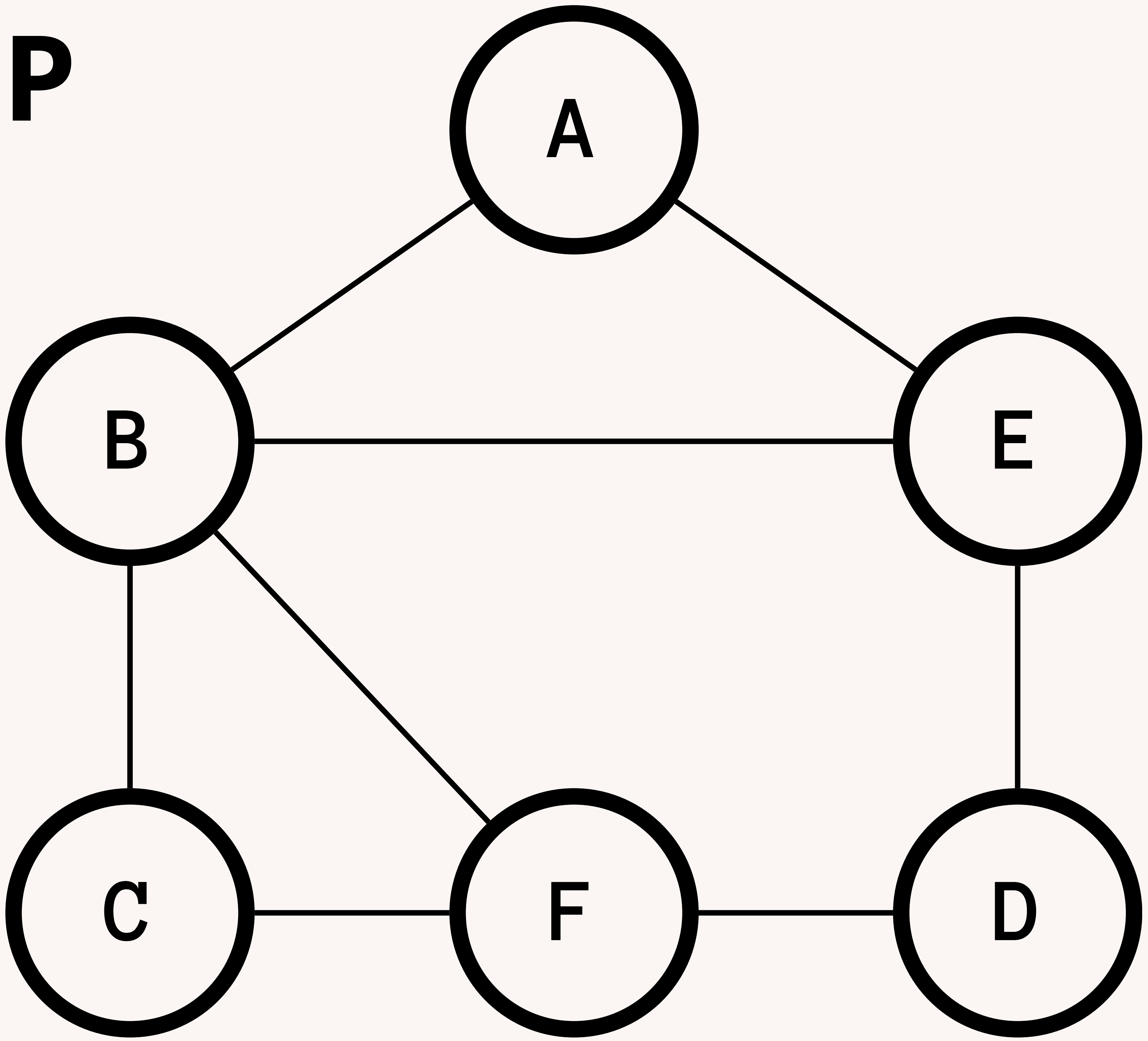
NP-COMPLETO

Vertex Cover está em NP

Transforma em um problema de decisão

↓

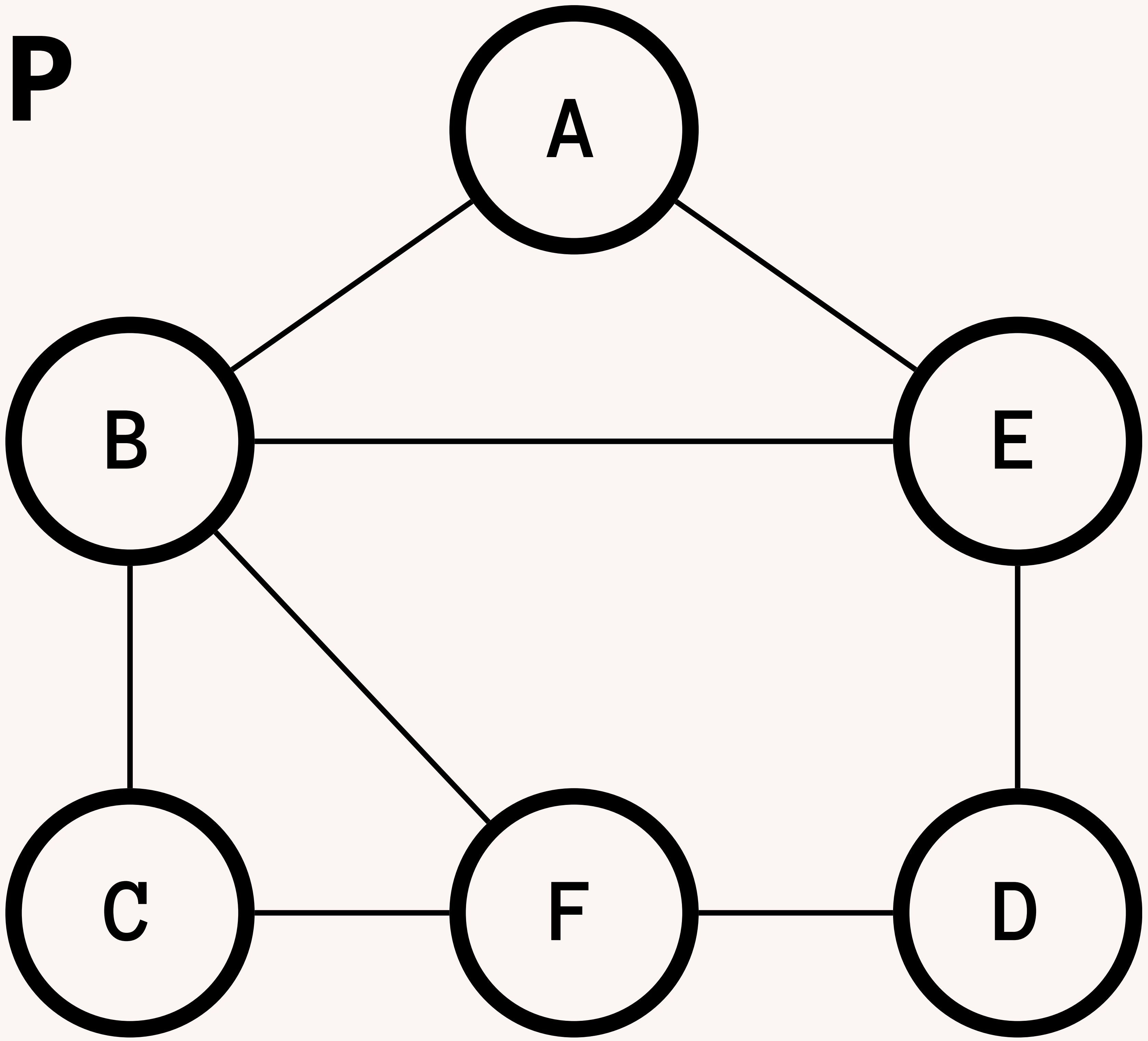
Dado um grafo não-dirigido G = (V, E), verifica se com k vértices é possível obter uma cobertura de todas as arestas



Vertex Cover está em NP

Chuta todos os subconjuntos de k vértices em V

Verifica se pelo menos um dos subconjuntos cobre todas as arestas



```
haVertexCover
Entrada: G = (V, E), sub_v ⊆ V

para cada {u,v} ∈ E faça
    se ¬ (u ∈ sub_v ou v ∈ sub_v) então:
        retorna Não
retorna Sim
```

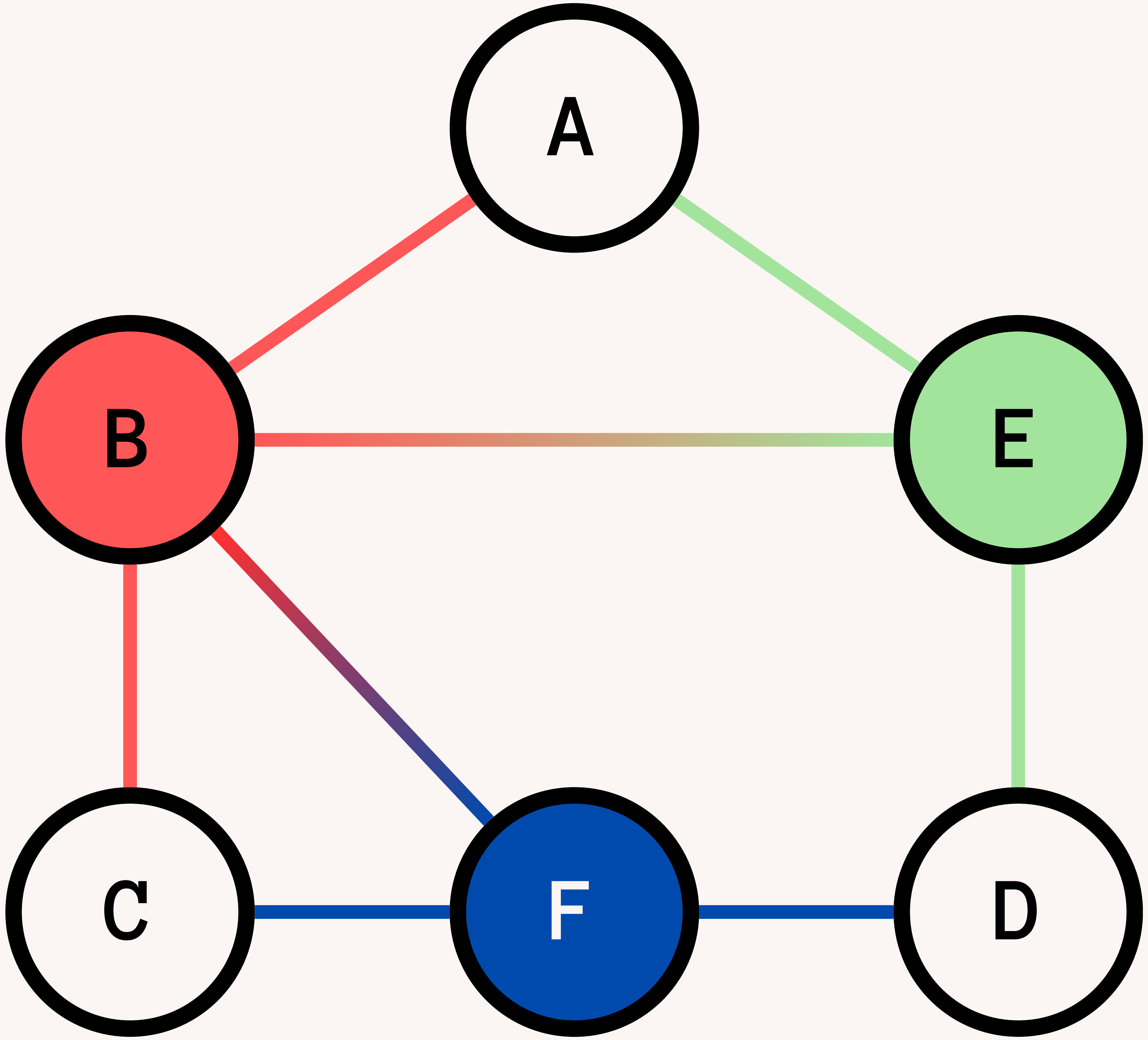
$\|V\| = n$	**haVertexCover**
$\|E\| = m$	Entrada: $G = (V, E)$, $sub\_v \subseteq V$
$\|sub\_v\| = k$	
m	para cada $\{u,v\} \in E$ faça
2k	se $\neg$ ($u \in sub\_v$ ou $v \in sub\_v$) então:
1	retorna Não
1	retorna Sim

$$T(k,m) = m*2k + 1 = \mathbf{O(m*k)}$$

se $k = n$ $$T(n,m) = m*2n + 1 = \mathbf{O(m*n)}$$

sub_v = {**B**, **E**, **F**}

E = {A,**B**}, {A,**E**}, {**B**,C}, {**B**,**E**}, {**B**,**F**}, {C,**F**}, {**E**,D}, {**F**,D}



CLIQUE $\leq_p$ VERTEX COVER

O algoritmo de redução recebe a entrada **<G,k>** sendo **G** um grafo não-dirigido (V, E) e **k** a quantidade de vértices do clique.

É feito o complemento de G, **Ḡ = (V, Ē)**. É chamado o Vertex Cover com a instância **<Ḡ, |V| - k>**.

O grafo G tem um clique de tamanho k **se, e somente se,** seu complemente G tem um vertex cover de tamanho **|V|- k**.

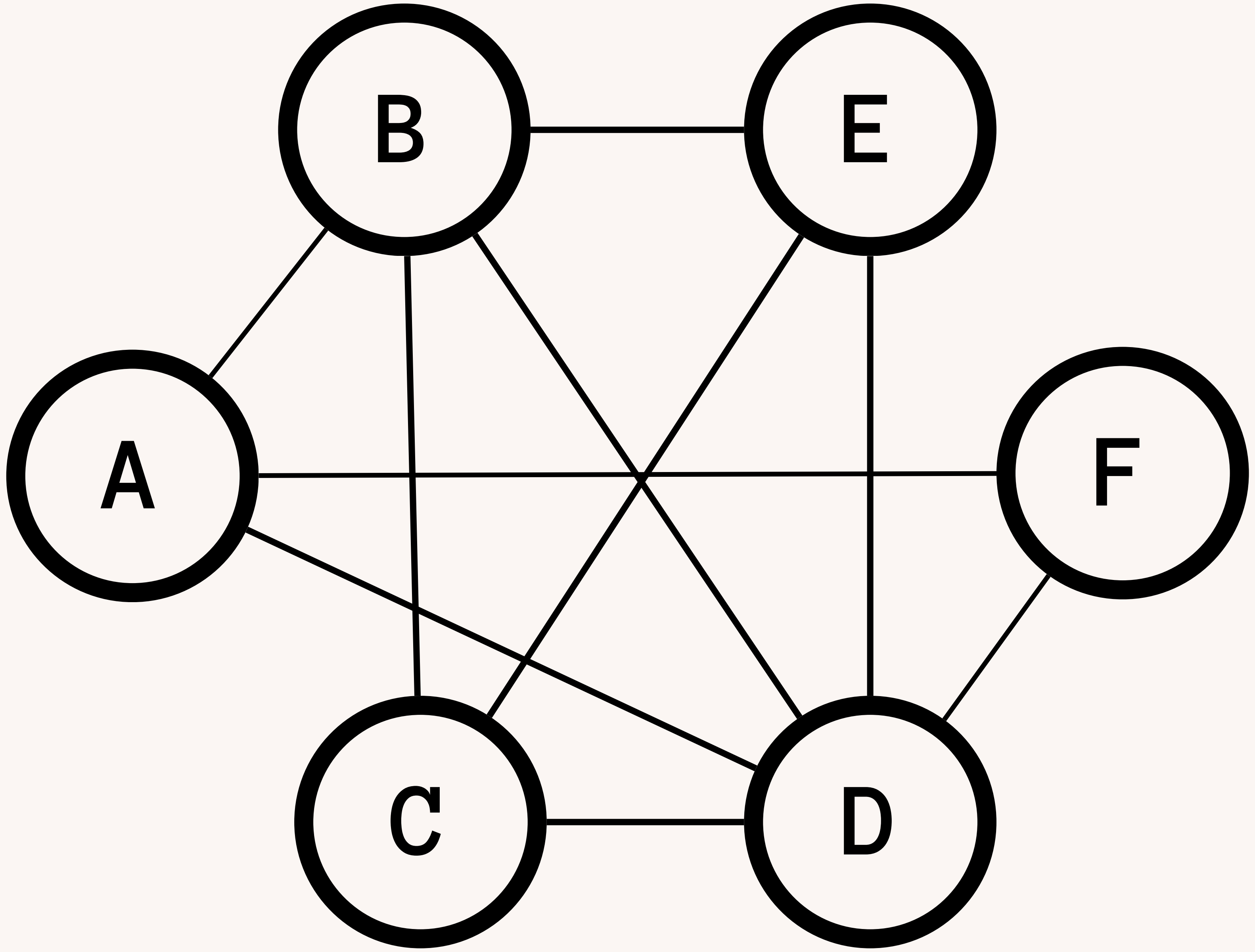
reduzir_Clique_VertexCover

```
Entrada: G = (V,E), k

Ḡ = (V, Ē = {})
para cada u ∈ V faça:
    para cada v ∈ V faça:
        se {u,v} ∉ E & u ≠ v então:
            Ē = Ē U {{u,v}}
new_k = |V| - k
VertexCover(Ḡ, new_k)
```

```
|V| = n          reduzir_Clique_VertexCover
|E| = m          Entrada: G = (V,E), k

   1             Ḡ = (V, Ē = {})
   n             para cada u ∈ V faça:
   n                 para cada v ∈ V faça:
   m                     se {u,v} ∉ E & u ≠ v então:
(n² - n) - m                 Ē = Ē U {{u,v}}
   1             new_k = |V| - k
                 VertexCover(Ḡ, new_k)
```

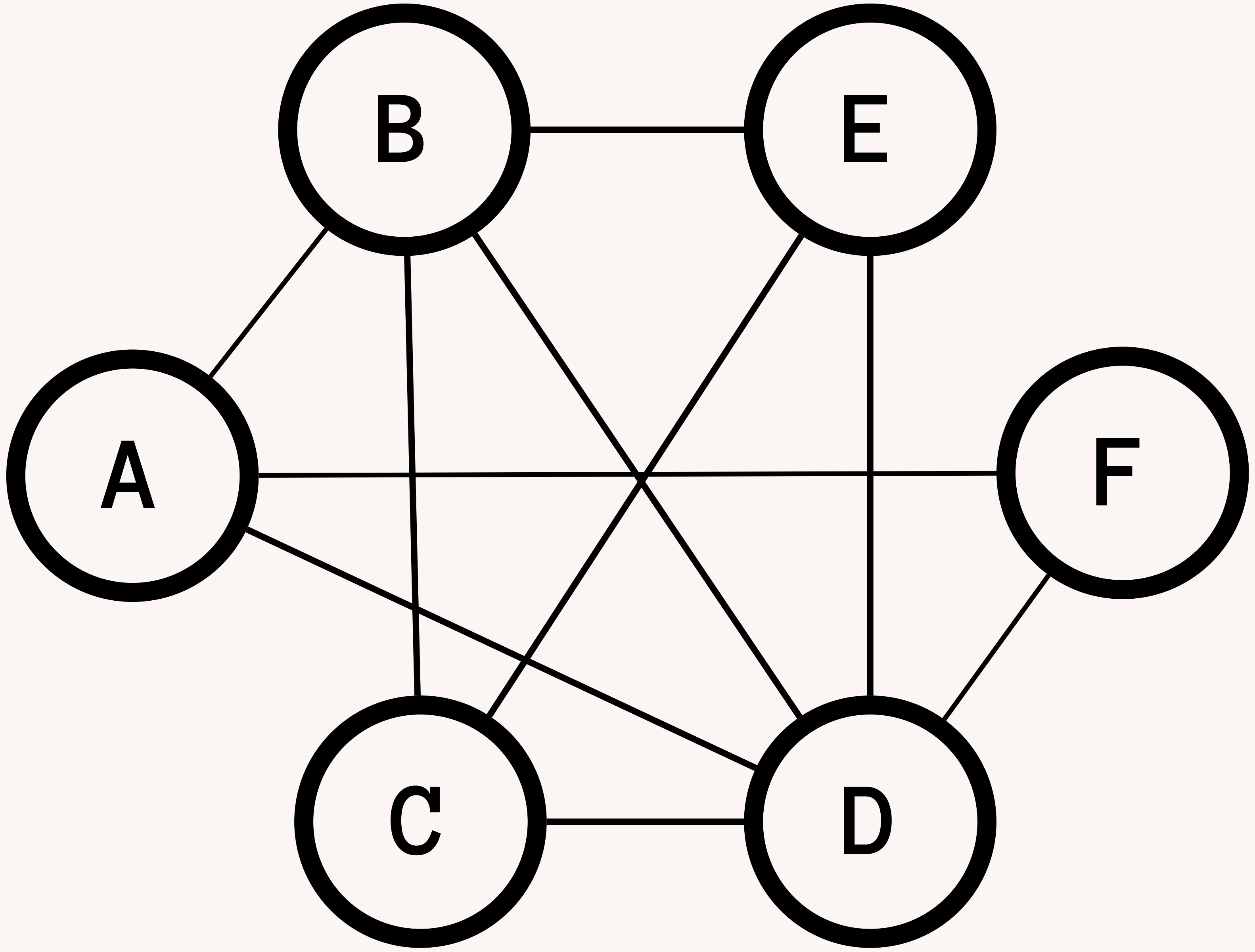
$T(n,m) = 1 + n + n^2 + n^2 * m + (n^2 - n) - m + 1 = \mathbf{O(n^2 * m)}$

<G, k = 4>

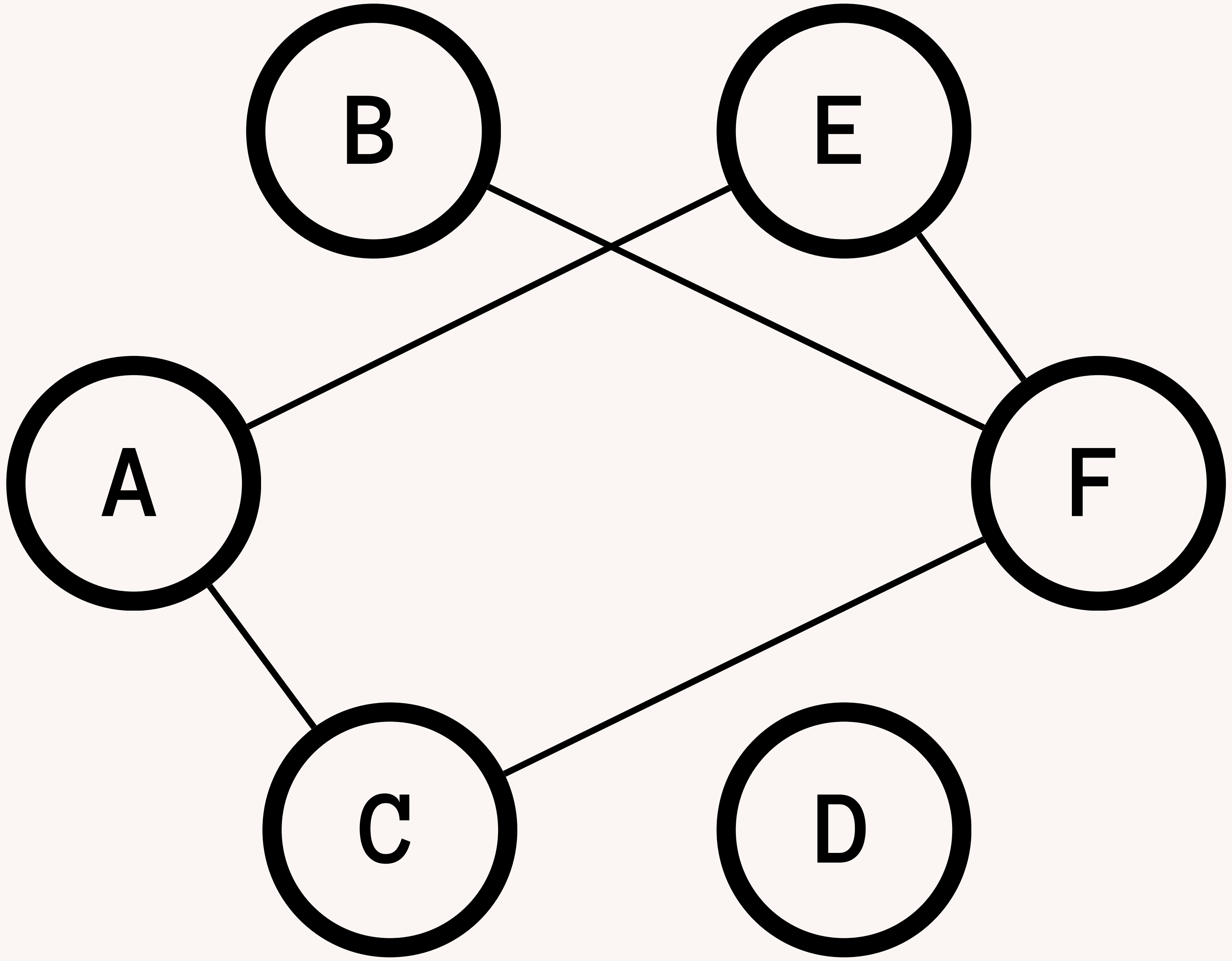


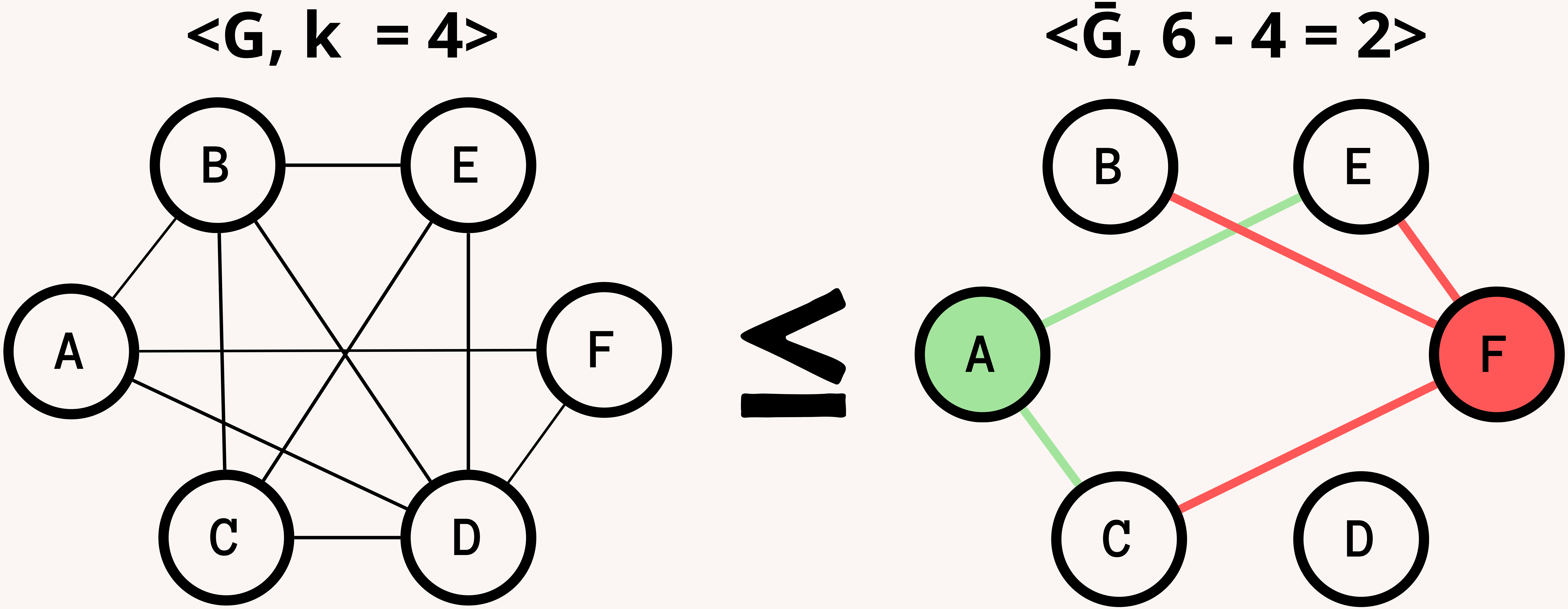
$\leq$

$\langle G, k = 4 \rangle$ $\leq$ $\langle \bar{G}, 6 - 4 = 2 \rangle$

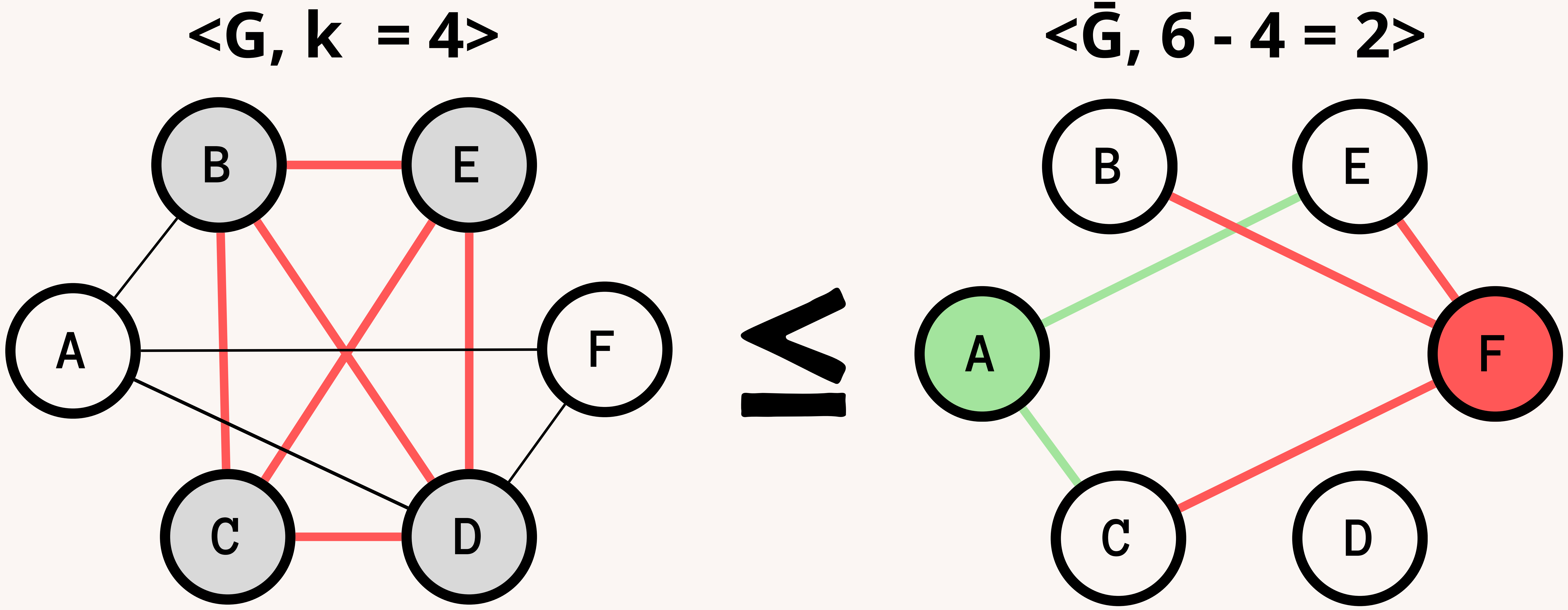


≤

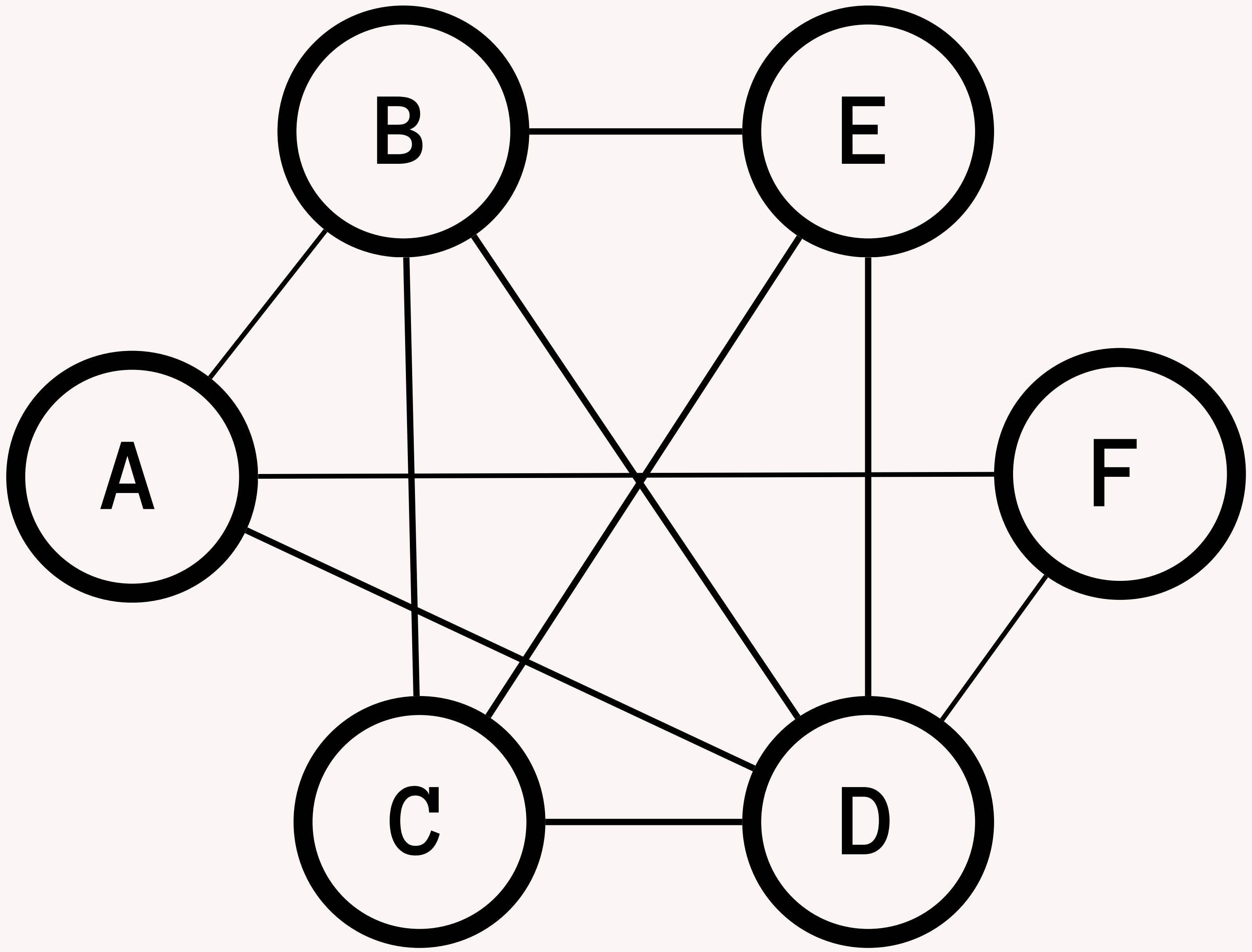




<G, k = 4>
A
B
C
D
E
F
≤
<Ḡ, 6 - 4 = 2>
A
B
C
D
E
F


<G, k = 4>
<Ḡ, 6 - 4 = 2>
≤
A
B
C
D
E
F
A
B
C
D
E
F

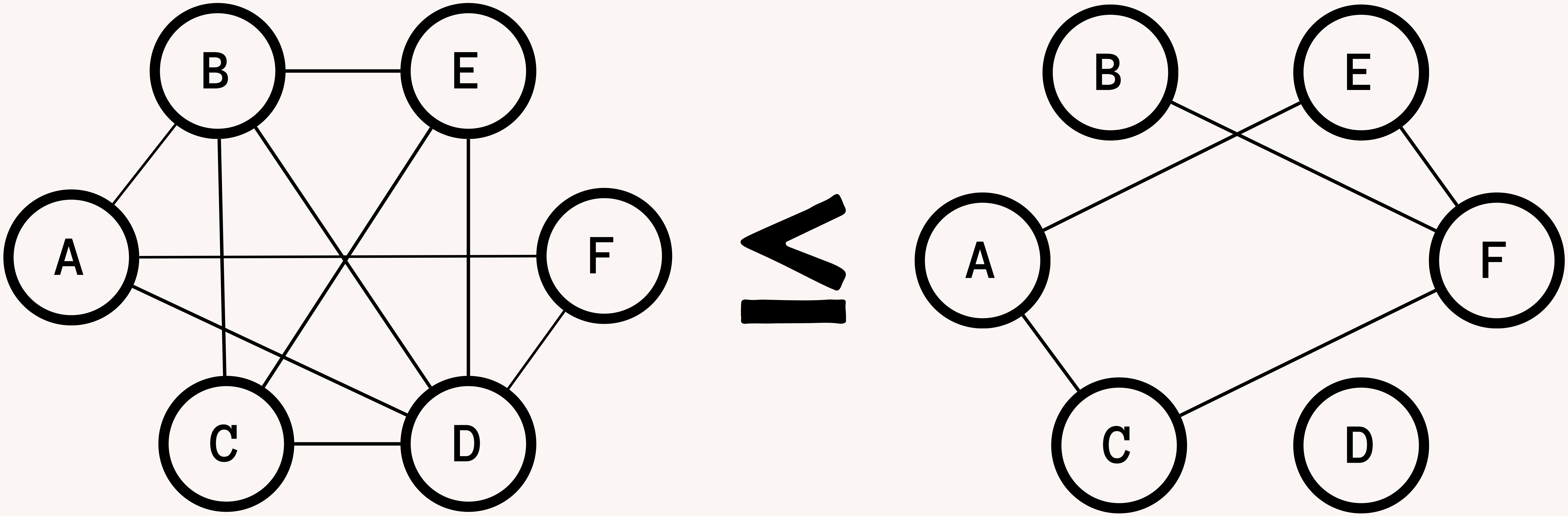
<G, k = 3>



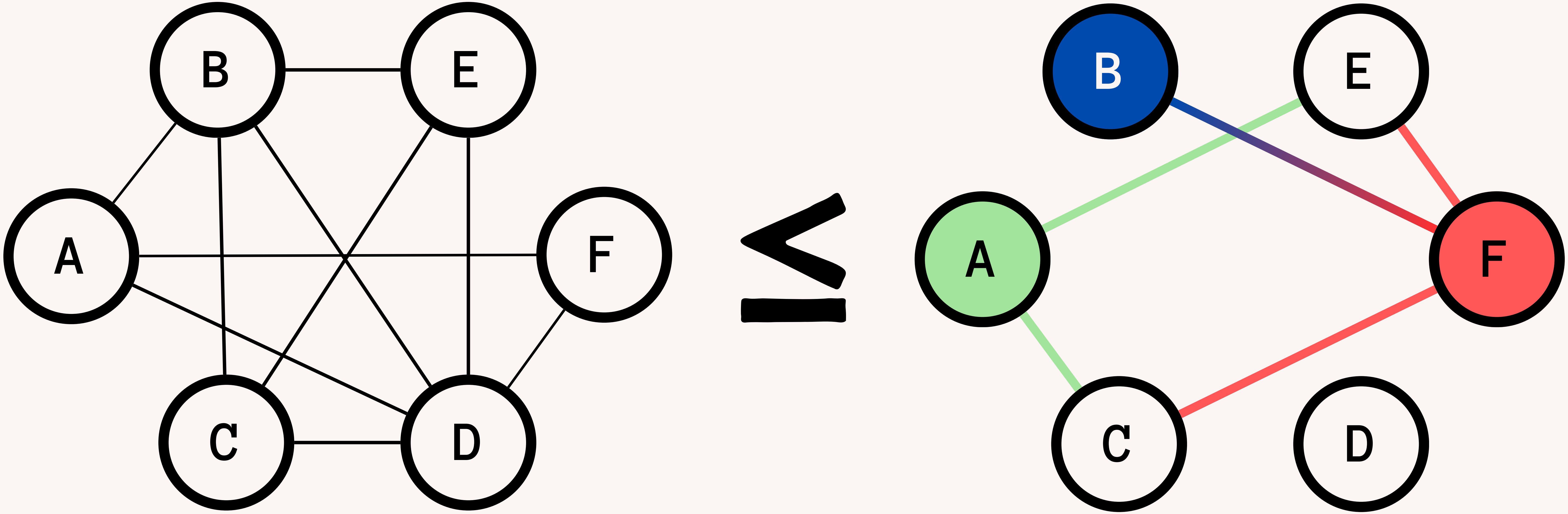
$\leq$

<G, k = 3>

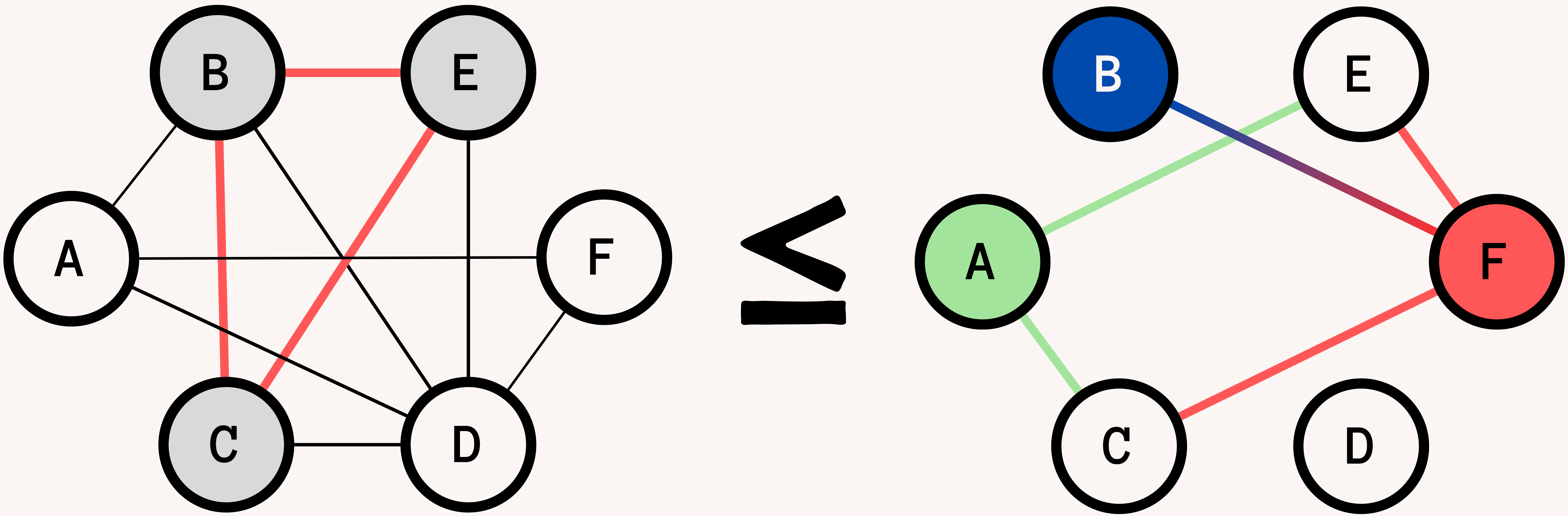
<Ḡ, 6 - 3 = 3>



$\langle G, k = 3 \rangle$ $\qquad$ $\langle \bar{G}, 6 - 3 = 3 \rangle$



$\langle G, k = 3 \rangle$ $\langle \bar{G}, 6 - 3 = 3 \rangle$



Referências

WIKIPEDIA. **Problema do clique**. 2023. Disponível em: < https://pt.wikipedia.org/wiki/Problema_do_clique>. Acesso em: 29 nov. 2023.

CORMEN, T. H. et al. NP-Completeness: The vertex-cover problem. In: __. **Introduction to Algorithms.** 2ª ed. Cambridge, Mass.: The MIT Press, 2001. Kindle Edition.