

Lista de Exercícios:
Revisão - Conjuntos, Funções, Relações e Provas

Teoria da Computação
Prof^a. Jerusa Marchi

1. Determine se cada um dos seguintes itens é verdadeiro (V) ou falso (F):

- (a) $\{4, 2, 5, 7, 9\} = \{9, 2, 7, 4, 5\}$
- (b) $\{4, 3, 5\} \in \{2, 5, 6, 3\}$
- (c) $\emptyset \subseteq \emptyset$
- (d) $\emptyset \in \emptyset$
- (e) $\emptyset \in \{\emptyset\}$
- (f) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$
- (g) $\{a, b\} \in \{a, b, c, \{a, b\}\}$
- (h) $\{a, b\} \subseteq \{a, b, \{a, b\}\}$
- (i) $\{a, b\} \subseteq 2^{\{a, b, \{a, b\}\}}$
- (j) $\{\{a, b\}\} \in 2^{\{a, b, \{a, b\}\}}$
- (k) $\{a, b, \{a, b\}\} - \{a, b\} = \{a, b\}$

2. Seja $U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$. Seja $A = \{1, 4, 7, 10\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $C = \{2, 4, 6, 8\}$.
Determine os seguintes conjuntos:

- (a) $A \cup B$
- (b) $A - B$
- (c) \overline{A}
- (d) \overline{U}
- (e) $B \cap \emptyset$
- (f) $B \cap U$
- (g) $\overline{B} \cap (C - A)$
- (h) $\overline{A \cap B} \cup C$
- (i) $B - A$
- (j) $A \cup U$
- (k) $A \cap (B \cup C)$
- (l) $(A \cap B) - C$
- (m) $(A \cup B) - (C - B)$

3. Sejam $X = \{1, 2\}$ e $Y = \{a, b, c\}$. Liste os elementos de cada conjunto:
- $X \times Y$
 - $X \times X$
 - $Y \times X$
4. Sejam $X = \{1, 2\}$, $Y = \{a\}$ e $Z = \{\alpha, \beta\}$. Liste os elementos dos seguintes conjuntos:
- $X \times Y \times Z$
 - $Y \times X \times Y \times Z$
5. Se $S = \{a, b, c, d\}$.
- Apresente 2^S .
 - Que partição de S tem menos membros? Qual tem mais membros?
 - Liste todas as partições de S com exatamente dois membros.
6. Liste os membros de $2^{\{a,b\}}$. Quais são subconjuntos próprios de $\{a, b\}$?
7. Se o conjunto A tem a elementos e o conjunto B tem b elementos, quantos elementos estão em $A \times B$?
8. Se o conjunto C tem c elementos, quantos elementos estão no conjunto potência de C ? Explique sua resposta.
9. Prove, por contradição ou construção, as seguintes propriedades da teoria de conjuntos:
- Associativa - $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$
 - Distributiva - $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
 - Universo - $A \cup \bar{A} = U$
 - Leis de DeMorgan $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$ e $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$
 - Vazio - $A \cap \bar{A} = \emptyset$
10. Prove que se $A \cap B = A \cup B$ então $A = B$.
11. Prove que a cardinalidade do conjunto potência de um conjunto A é igual a $2^{|A|}$.
12. Prove, usando indução matemática, as seguintes séries:
- $\sum_{i=1}^n i = \frac{1}{2}n(n+1)$
 - $\sum_{i=0}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
 - $\sum_{i=1}^n (2i-1) = n^2$
 - $\sum_{i=0}^n i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$