Prova 2 (P2) – Grafos (INE5413)

Ciências da Computação – Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Rafael de Santiago

Nome:
Matrícula:

Observações gerais:

- A prova deverá entregue até as 11h50m.
- Pode ser utilizado material para consulta. Não será permitido compartilhamento de material de consulta.
- Caso seja necessário, uma das questões poderá ser entregue depois. Essa entrega deverá ser realizada de forma manuscrita (a próprio punho) em uma única página. A resposta deverá estar no escaninho do professor no prédio do INE (depto de Informática e Estatística) até 24/06/2022 às 12h00 (meio dia). A resposta deverá ser redigida individualmente sem apoio de outros colegas.

$>$ **Informe aqui qual questão será entregue posteriormente:** ______________

1. (2.5pts) Considere uma ordenação topológica O para o grafo dirigido $G = (V, A)$. Considere também o grafo $G' = (V', A')$, no qual $V' = V \cup \{x\}$ e $A' = A \cup \{a\}$, $a \in \{(x, v), (v, x)\}$ para um vértice $v \in V$. Desenvolva um algoritmo eficiente (usando pseudocódigo ou alguma linguagem de programação) que receba G', O, o vértice x e o arco a, depois, retorne uma ordenação topológica para G' sem ter que utilizar o algoritmo para Ordenação Topológica visitado na disciplina.

2. (2.5pts) Dado um grafo dirigido $G = (V, A)$ que corresponde a malha viária de uma cidade, considere um conjunto $R \subset A$. R é o potencial subconjunto de vias que seriam interditadas (removidas temporariamente da malha viária). Elabore um algoritmo (usando pseudocódigo ou alguma linguagem de programação) que receba o grafo G e o conjunto R e retorne o maior subconjunto possível de R no qual haja garantia de que há um caminho possível (de ida e de volta) entre qualquer par de vértices em G.

3. (2.5pts) Considere dois grafos não-dirigidos e ponderados $G_1 = (V_1, E_1, w_1)$ e $G_2 = (V_2, E_2, w_2)$, para os quais $V_1 \cap V_2 = \emptyset$. Considere também o grafo $G = (V_1 \cup V_2, E_1 \cup E_2 \cup \big\{\{x, y\}\big\}, w)$ no qual $x \in V_1$, $y \in V_2$, $w(\{u, v\}) = w_1(\{u, v\})$ se $\{u, v\} \in E_1$, $w(\{u, v\}) = w_2(\{u, v\})$ se $\{u, v\} \in E_2$ e $w(\{x, y\}) = \rho$. Sabendo que a árvore geradora mínima de G_1 é $A_1 \subseteq E_1$ e a árvore geradora mínima de G_2 é $A_2 \subseteq E_2$, é possível afirmar que $A_1 \cup A_2 \cup \big\{\{x, y\}\big\}$ é a árvore geradora mínima de G? Justifique sua resposta.

4. (2.5pts) Considere um grafo não-dirigido e ponderado $G = (V, E, w)$ e sua árvore geradora mínima $A \subseteq E$. Considere também o grafo $G' = (V, E \cup \{e\}, w')$ no qual $e = \{v_1, v_2\}$ e $w'(e) < w(\{u, v\})$ para qualquer $\{u, v\} \in E$. O algoritmo abaixo encontra uma árvore geradora mínima para G'?

Justifique sua resposta.

Input : $G = (V, E, w)$, $e = \{v_1, v_2\}$, A

$S' \leftarrow \{x \in N(v_1) : \{x, v_1\} \in A\}$

$S'' \leftarrow \{x \in N(v_2) : \{x, v_2\} \in A\}$

$v' \leftarrow \mathbf{argmax}_{x \in S'} \left\{ w(\{v_1, x\}) \right\}$

$v'' \leftarrow \mathbf{argmax}_{x \in S''} \left\{ w(\{v_2, x\}) \right\}$

if $w(\{v_1, v'\}) > w(\{v_2, v''\})$ **then**

  $R \leftarrow A - \left\{ \{v_1, v'\} \right\}$

end

else

  $R \leftarrow A - \left\{ \{v_2, v''\} \right\}$

end

$R \leftarrow R \cup \left\{ \{v_1, v_2\} \right\}$

return R

Boa Prova!