

## Noções de Álgebra Linear

**Vetor** é um segmento de reta orientado, partindo do 0,0 e indo até as coordenadas indicadas.

Por exemplo:  $v=(3,4)$ ,  $u=(3,2)$  e  $w=(4,2)$  podem ser 3 vetores.

**Módulo ou norma** de um vetor é o comprimento do vetor.

$$[v] = (v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2)^{1/2},$$

raiz quadrada da soma dos quadrados de todas as suas coordenadas.

Por exemplo, para os vetores do exemplo anterior:

$$[v] = (9 + 16)^{1/2} = 5$$

$$[u] = (9 + 4)^{1/2} = 3,6$$

$$[w] = (16 + 4)^{1/2} = 4,5$$

**Vetor normalizado** é um vetor que tem módulo = 1.

### Normalizando um vetor

$V_n = v/[v]$ , divida todas suas coordenadas pelo seu módulo.

Para os vetores dos exemplos anteriores:

$$V_n(v) = (3/5, 4/5) = (0,6, 0,8)$$

$$V_n(u) = (3/3,6, 2/3,6) = (0,83, 0,55)$$

$$V_n(w) = (4/4,5, 2/4,5) = (0,89, 0,44)$$

**Cosseno** - Medida trigonométrica que varia de -1 a 1 e que entre os graus de 0 a 90 aumenta à medida que o ângulo diminui.

$$0^\circ = 1$$

$$15^\circ = 0,96$$

$$30^\circ = 0,86$$

$$45^\circ = 0,707$$

$$60^\circ = 0,50$$

$$75^\circ = 0,26$$

$$90^\circ = 0$$

Como comparar dois ângulos formados por dois pares de vetores?

Comparando os cossenos dos ângulos entre os dois pares de vetores, o que tiver maior cosseno será o que tem menor ângulo.

### Como calcular estes cossenos?

Para dois vetores normalizados, faça o produto interno.

Produto interno de v e u =  $v_1*u_1 + v_2*u_2 + \dots v_n*u_n$

Então  $\cos(v,u) = v_1*u_1 + \dots v_n*u_n$ .

Para os vetores normalizados do exemplo anterior:

v(0,6, 0,8)

u(0,83, 0,55)

w(0,89, 0,44)

$\cos(v,u) = 0,6*0,83 + 0,8*0,55 = 0,49 + 0,44 = 0,93$

$\cos(v,w) = 0,6*0,89 + 0,8*0,44 = 0,53 + 0,35 = 0,88$

$\cos(u,w) = 0,83*0,89 + 0,55*0,44 = 0,74 + 0,24 = 0,98$

classificando em ordem de menor ângulo, temos:

1º  $\cos(u,w)$ , 2º  $\cos(v,u)$ , 3º  $\cos(v,w)$

Exercício:

Para os vetores abaixo:

v=(9,3), u=(4,8), w=(3,3)

calcule o ranqueamento pelo menor ângulo.

\* módulos:  $[v] = (v_1^2 + v_2^2 + \dots v_n^2)^{1/2}$

\* calcule os vetores normalizados,  $V_n = v/[v]$

\* para cada par possível de vetores, calcule o cosseno,

\* classifique os pares em ordem de menor ângulo. (maior cosseno)