

### Semana 5

## Teoria de Grafos



Ana Luiza Sticca, Gabriel Antônio, Guilherme Cabral e João Pedro Marques

### Problemas



04 Re-Connecting Computer Sites

0 Driving Range





Considere o problema de selecionar um conjunto T de linhas de alta velocidade para conectar N locais de computadores, a partir de um universo de M linhas de alta velocidade, cada uma conectando um par de sites de computadores. Cada linha de alta velocidade tem um dado custo mensal, e o objetivo é minimizar o custo total de conexão dos N sites de computadores, onde o custo total é a soma do custo de cada linha incluída no conjunto T. Considere ainda que este problema foi resolvido anteriormente para o conjunto de N sites de computadores e M linhas de alta velocidade, mas alguns K novas linhas de alta velocidade foram recentemente disponibilizadas. Seu objetivo é calcular o novo conjunto T' que pode render um custo inferior ao conjunto original T, devido às K novas linhas de alta velocidade adicionais e quando as linhas de alta velocidade M + K estiverem disponíveis.

**Entrada** A entrada conterá vários casos de teste, cada um deles conforme descrito abaixo. Consecutivo os casos de teste são separados por uma única linha em branco. A entrada é organizada da seguinte forma:

- Uma linha contendo o número N de sites de computador, com  $1 \le N \le 1000000$ , e onde cada site de computador é referido por um número i,  $1 \le i \le N$
- O conjunto T de linhas de alta velocidade previamente escolhidas, consistindo de N
  - 1 linhas, cada uma descrevendo uma linha de alta velocidade e contendo os números dos dois locais de computador que a linha conecta e o custo mensal de utilização desta linha. Todos os custos são inteiros.
- K linhas, cada uma descrevendo uma nova linha de alta velocidade e contendo os números dos dois computadores sites aos quais a linha se conecta e o custo mensal de utilização desta linha. Todos os custos são inteiros.

- Uma linha contendo o número M de linhas de alta velocidade originalmente disponíveis, com N  $1 \le M \le N(N-1)/2$ .
- M linhas, cada uma descrevendo uma das linhas de alta velocidade originalmente disponíveis e contendo os números dos dois locais de computadores que a linha conecta e o custo mensal de uso dessa linha. Todos os custos são inteiros.

<u>Saida</u>: Para cada caso de teste, a saída deve seguir a descrição abaixo. As saídas de dois casos consecutivos serão separados por uma linha em branco. O arquivo de saída deve ter uma linha contendo o custo original de conexão dos N sites de computadores com M linhas de alta velocidade e outra linha contendo o novo custo de conexão dos N locais de informática com linhas de alta velocidade M + K. Se o novo custo for igual ao custo original, o mesmo valor será escrito duas vezes.

#### Sample Input

```
5
1 2 5
1 3 5
1 5 5
2 3 2
6
1 2 5
1 3 5
1 5 5
4 5 8
```

#### Sample Output

20

17

Estrutura de dados: Listas de Adjacência

**Vértices**: Locais de computadores

**Arestas**: Linhas de alta velocidade

```
public class Dupla implements Comparable<Dupla>{
    int first;
    int second;
    public Dupla(int a, int b){
       first = a;
        second = b;
    @Override
    public int compareTo(Dupla duplaAlt) {
        return Integer.compare(first, duplaAlt.first);
```

```
//iniciando grafo
adj = new ArrayList[n];
visited = new boolean[n];
for(int i = 0; i < n; i + +){
    adj[i] = new ArrayList<>();
    visited[i] = false;
//arestas extras
m = sc.nextInt();
for(int i = 0; i < m; i++){
    p = sc.nextInt()-1;
    s = sc.nextInt()-1;
    val = sc.nextInt();
    adj[p].add(new Dupla(val, s));//adicionando aresta s em p com valor val
    adj[s].add(new Dupla(val, p));//adicionando aresta p em s com valor val
```

```
//arestas originais
m = sc.nextInt();
for(int i = 0; i < m; i++){</pre>
    p = sc.nextInt()-1;
    s = sc.nextInt()-1;
   val = sc.nextInt();
    adj[p].add(new Dupla(val, s));//adicionando aresta s em p com valor val
    adj[s].add(new Dupla(val, p));//adicionando aresta p em s com valor val
//Algoritmo de Prim a partir da raiz = 0
visited[0] = true; //marco como visitado
//adicionando todos os vértices a fila de prioridade
for(int i = 0; i < adj[0].size(); i++){</pre>
    lPrior.add(new Dupla(adj[0].get(i).first, adj[0].get(i).second));
//enquanto a fila de prioridade não for vazia:
/*Colocar em dupla auxiliar "a" o menor elemento(topo da fila de prioridade)
* se vértice ligado a aresta "a"(segundo elemento da dupla) não tiver sido visitado
* somamos a carga da aresta "a" aresta ao total, marcamos como visitado e aplicamos Prim a ele,
* adicionando a fila de prioridade todos os seus adjacentes, a partir daí laço while garante a repetição
* em todos os elementos do grafo*/
```

```
while(!1Prior.isEmpty()){
    //cria dupla auxiliar que guarda primeiro elemento da fila e retira ele da fila(poll)
   Dupla a = new Dupla(lPrior.peek().first, lPrior.poll().second);
    //se não visitado
    if(!visited[a.second]){
        s2 = s2 + a.first;//soma ao total o valor da aresta
        visited[a.second] = true; //marca vértice como visitado
        //adiciona todos os adjacentes ao vértice na fila
        for(int i = 0; i < adj[a.second].size(); i++){</pre>
            1Prior.add(new Dupla((adj[a.second].get(i).first), adj[a.second].get(i).second));
        //a fila é reordenada ao adicionar um novo item de acordo com a ordem de prioridades crescente
        //(primeiro elemento sempre o menor)
//printa primeira soma e segunda soma
System.out.println(s1+"\n"+s2);
```

#### Re-Connecting Computer Sites (versão 2)

```
typedef struct Edge
        11 u, v, w;
        bool operator < (Edge other) const
                return w < other.w;
}Ed;
11 pai[NMAX];
11 tam[NMAX];
vector< Ed > edges;
```

```
11 findPai(11 u)
        if(u == pai[u]) return u;
        return pai[u] = findPai(pai[u]);
bool Join(11 u, 11 v)
        u = findPai(u);
        v = findPai(v);
        if(u == v) return false;
        if(tam[u] > tam[v]) swap(u, v);
        pai[u] = v;
        tam[v] += tam[v];
        return true;
```

```
int main()
        11 n, m, k, u, v, w, r1, r2, i;
        bool first = true;
        while(cin >> n)
                if(first == false) cout << endl;</pre>
                first = false;
                edges.clear();
                r1 = 0LL;
                r2 = 0LL;
```

```
for(i = 1; i < n; i++)
{
        cin >> u >> v >> w;
        r1 += w;
cin >> k;
for(i = 0; i < k; i++)
        cin >> u >> v >> w;
        edges.push_back({u, v, w});
```

```
cin >> m;
for(i = 0; i < m; i++)
{
        cin >> u >> v >> w;
        edges.push_back({u, v, w});
sort(edges.begin(), edges.end());
for(i = 1;i <= n;i++) pai[i] = i;
for(i = 1; i <= n; i++) tam[i] = 1;
```

```
for(auto ed : edges)
                 u = ed.u;
                 v = ed.v;
                 w = ed.w;
                 if(Join(u, v) == true) r2 += w;
        cout << r1 << endl;</pre>
        cout << r2 << endl;</pre>
return 0;
```

#### Exemplos rodados

```
1 5 5
2 3 2
4 5 8
20
17
```



Hoje em dia, muitas montadoras estão desenvolvendo carros que funcionam com eletricidade em vez de gasolina. As baterias usadas nestes carros são geralmente muito pesadas e caras, por isso os projetistas devem fazer escolhas importantes ao determinar a capacidade da bateria e, portanto, o alcance desses veículos. Sua tarefa é ajudar a determinar o alcance mínimo necessário para que o carro possa viajar entre quaisquer duas cidades do continente.

A rede rodoviária do continente consiste em cidades ligadas por estradas bidirecionais de diferentes comprimentos. Cada cidade contém uma estação de carregamento. Ao longo de uma rota entre duas cidades, o carro pode passar por qualquer número de cidades, mas a distância entre cada par de cidades consecutivas ao longo da rota não deve ser maior que a autonomia do carro. Qual é a autonomia mínima do carro para que haja uma rota que satisfaça esta restrição entre cada par de cidades do continente?

**Entrada:** A primeira linha da entrada contém dois inteiros não negativos n e m, o número de cidades e estradas. Cada um desses números inteiros não é maior que um milhão. As cidades são numeradas de 0 a n-1. A primeira linha é seguida por m mais linhas, cada uma descrevendo uma estrada. Cada linha contém três inteiros não negativos. Os primeiros dois números inteiros são os números das duas cidades ligadas pela estrada. O terceiro inteiro é o comprimento da estrada, um número inteiro positivo não maior que 10^9.

<u>Saída:</u> Para cada rede rodoviária, produza uma linha contendo um número inteiro, o alcance mínimo do carro que lhe permite dirigir de qualquer cidade para qualquer outra cidade. Se não for possível dirigir de uma cidade para outra, independentemente da autonomia do carro, em vez disso, imprima uma linha contendo a palavra IMPOSSÍVEL.

## Sample Input 1 Sample Output 1 3 3 2 1 5 Sample Input 2 Sample Output 2 2 0 IMPOSSIBLE

Estrutura de dados: Listas de Adjacência

**Vértices**: Cidades

**Arestas**: Rotas entre as cidades

```
import java.util.ArrayList;
public class Aresta implements Comparable<Aresta> {
    int origem, destino, peso;
    public Aresta(int origem, int destino, int peso)
        this.origem = origem;
        this.destino = destino;
        this.peso = peso;
    //Método que compara arestas pelo peso
    @Override
    public int compareTo(Aresta outra) {
        return Integer.compare(this.peso, outra.peso);
```

```
class Grafo {
   ArrayList<Aresta>[] adj; //lista de adjacências
   boolean[] visited;
   PriorityQueue<Aresta> Prioridade = new PriorityQueue<>();
   int custoMin = 0;
   public Grafo(int v) {
       adj = new ArrayList[v];
       visited = new boolean[v];
       for (int i = 0; i < v; i++) {
           adj[i] = new ArrayList<>();
           visited[i] = false;
   public void adicionarAresta(int u, int v, int peso) {
       adj[u].add(new Aresta(u, v, peso));
        adj[v].add(new Aresta(v, u, peso));
```

```
//Encontrar a árvore geradora miníma
public void prim() {
   //marca o primeiro vértice como visitado
   visited[0] = true;
   //adiciona as arestas conectadas a
   //a fila de prioridade
   for (int i = 0; i < adj[0].size(); i++) {
       Prioridade.add(adj[0].get(i));
   //Construindo a árvore geradora miníma
   //(processa todas as arestas)
   while (!Prioridade.isEmpty()) {
       Aresta a = Prioridade.poll();
       //verifica se o vértice adjacente
       //já foi visitado
       if (!visited[a.destino]) {
           visited[a.destino] = true;
           custoMin = a.peso; //guarda o custo
```

```
custoMin = a.peso; //guarda o custo
        //adiciona todas as arestas conectadas
        //ao vértice destino na fila de
        //prioridade
        for (int i = 0; i < adj[a.destino].size(); i++)</pre>
            Prioridade.add(adj[a.destino].get(i));
if(custoMin <= 0){</pre>
    System.out.println(x:"IMPOSSÍVEL");
}else{
     System.out.println(custoMin);
```

#### Driving Range (versão 2)

```
typedef struct Edge
       int u, v, w;
        bool operator < (Edge other) const
                return w < other.w;
}Ed;
int pai[NMAX];
int tam[NMAX];
vector< Ed > edges;
```

```
int findPai(int u)
        if(u == pai[u]) return u;
        return pai[u] = findPai(pai[u]);
bool Join(int u, int v)
        u = findPai(u);
        v = findPai(v);
        if(u == v) return false;
        if(tam[u] > tam[v]) swap(u, v);
        pai[u] = v;
        tam[v] += tam[v];
        return true;
```

```
int main()
        int n, m, k, u, v, w, ma, qtd, i;
        ma = -1;
        qtd = 0;
        cin >> n >> m;
        for(i = 0;i < n;i++) pai[i] = i;</pre>
        for(i = 0;i < n;i++) tam[i] = 1;</pre>
        for(i = 0;i < m;i++)</pre>
                 cin >> u >> v >> w;
                 edges.push_back({u, v, w});
        sort(edges.begin(), edges.end());
```

```
for(auto ed : edges)
        u = ed.u;
        v = ed.v;
        w = ed.w;
        if(Join(u, v) == true)
                 ma = w;
                 qtd++;
if(qtd == n - 1)
        cout << ma << endl;</pre>
}else
        cout << "IMPOSSIBLE" << endl;</pre>
```

#### Exemplos rodados

```
\Ana (S5EP10)_2+0
4
IMPOSSÍVEL
BS C:\Usebs\augus
```