



INSTITUTO
FEDERAL
Santa Catarina

Árvore de espalhamento mínimo

Guilherme Camargo Valse

Definição

A árvore de espalhamento mínimo representa o caminho de menor custo que conecte todos os vértices de um grafo;

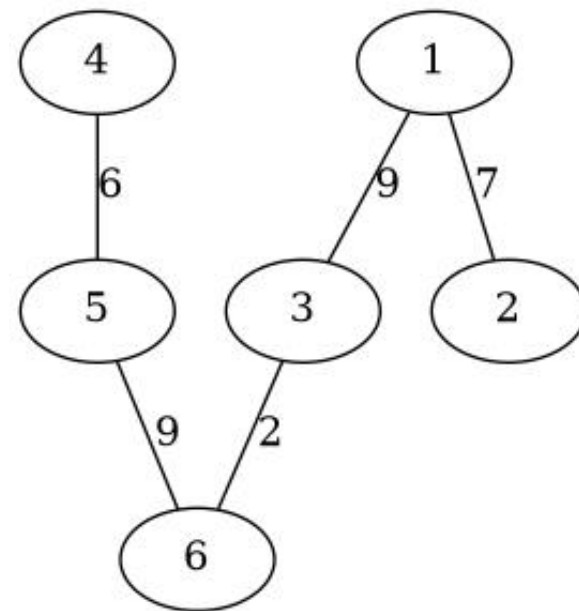
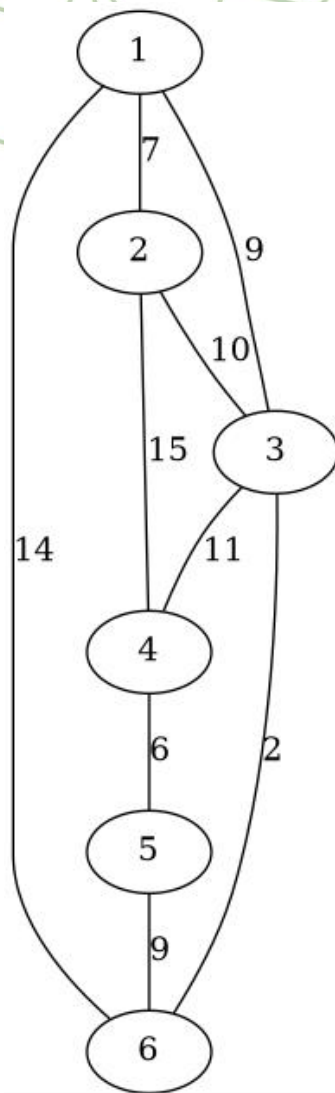
Este custo pode ser atribuído como um peso específico de cada aresta;

Aplicações

Custo de instalação de redes;

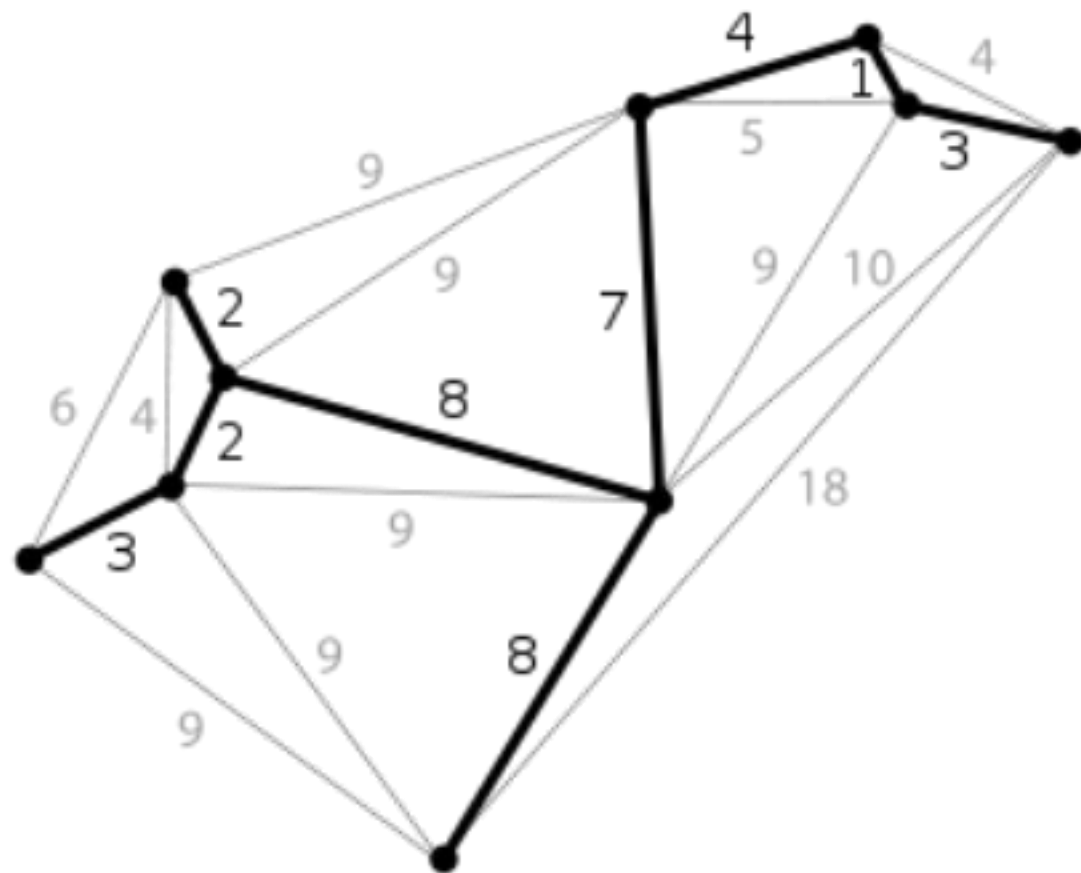
Caminhos para transporte de cargas;

Armazenamento de dados;





**INSTITUTO
FEDERAL**
Santa Catarina



Principais algoritmos

Kruskal $O(m \log n)$

Prim $O(m \log n)$ ou $O(n^2)$ no pior caso

Kruskal

KRUSKAL(G):

$A = \emptyset$

foreach $v \in G.V$:

 MAKE-SET(v)

foreach (u, v) in $G.E$ ordered by $\text{weight}(u, v)$, increasing:

 if FIND-SET(u) \neq FIND-SET(v):

$A = A \cup \{(u, v)\}$

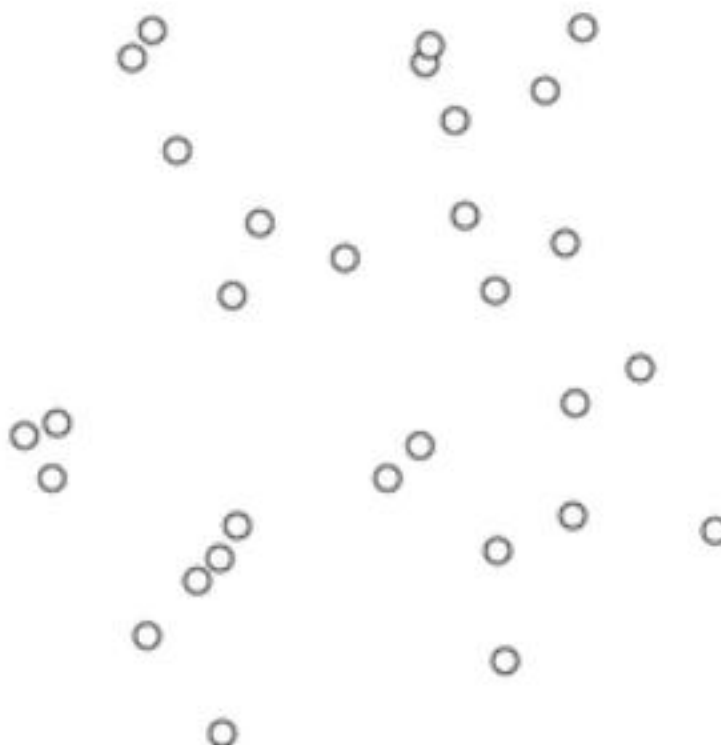
 UNION(FIND-SET(u), FIND-SET(v))

return A



**INSTITUTO
FEDERAL**
Santa Catarina

Kruskal



Prim

```
prim(G) # G é grafo
# Escolhe qualquer vértice do grafo como vértice inicial/de partida
s ← seleciona-um-elemento(vertices(G))

para todo v ∈ vertices(G)
    π[v] ← nulo
Q ← {(0, s)}
S ← ∅

enquanto Q ≠ ∅
    v ← extrair-mín(Q)
    S ← S ∪ {v}
```



Prim

```
para cada u adjacente a v
    se  $u \notin S$  e  $\text{pesoDaAresta}(\pi[u] \rightarrow u) > \text{pesoDaAresta}(v \rightarrow u)$ 
         $Q \leftarrow Q \setminus \{(\text{pesoDaAresta}(\pi[u] \rightarrow u), u)\}$ 
         $Q \leftarrow Q \cup \{(\text{pesoDaAresta}(v \rightarrow u), u)\}$ 
         $Q \leftarrow Q \cup \{\text{pesoDaAresta}(v \rightarrow) \% 2, Q++\}$ 
         $\pi[u] \leftarrow v$ 

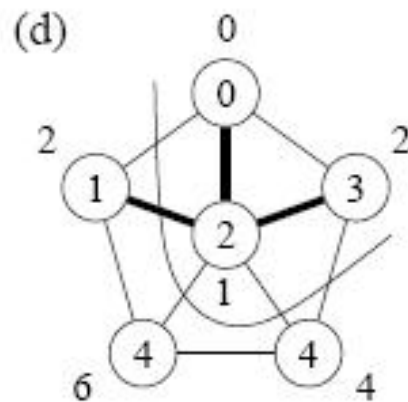
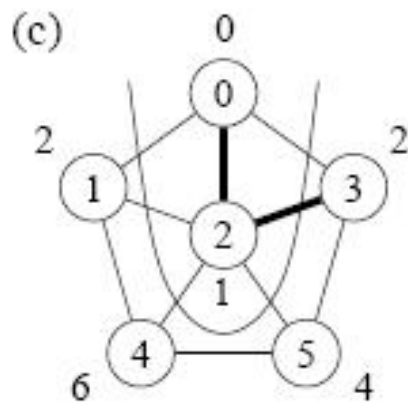
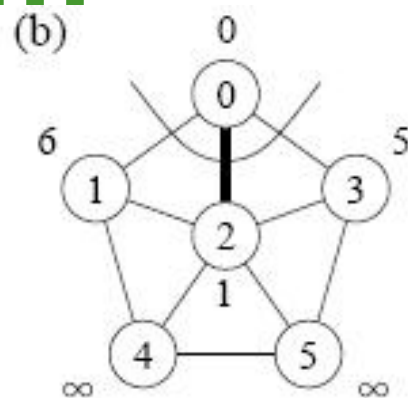
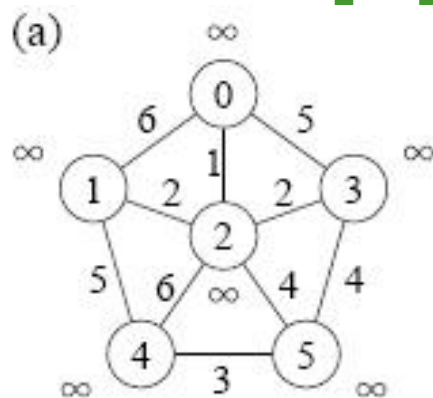
    print(Pronto)

retorna  $\{(\pi[v], v) \mid v \in \text{vertices}(G) \text{ e } \pi[v] \neq \text{nulo}\}$ 
```

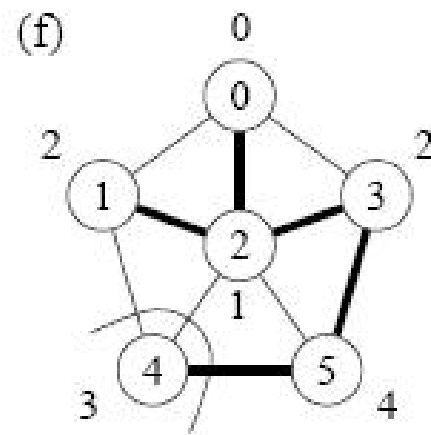
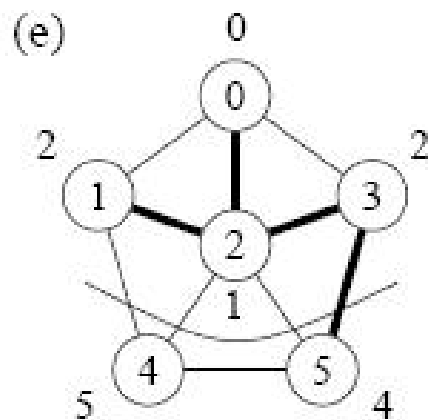


INSTITUTO
FEDERAL
Santa Catarina

Prim



Prim



Dados utilizados

Dados de rede óptica italiana, retirados do artigo
**“O Problema da Árvore Geradora Mínima
Fuzzy: um algoritmo para o caso envolvendo
incertezas nos pesos das arestas e na
estrutura da rede”** de autoria de Fábio
Hernandes e Cassiano Blonski Sampaio

