

# Simulated Annealing

## Uma resolução para SAT-3

César Eduardo de Souza<sup>1</sup>,  
Guilherme Diel<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Ciência da Computação  
Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC) – Joinville, SC – Brazil

{cesar.souza, guilherme.diel}@edu.udesc.br

*Abstract. Abstract*

*Resumo. Resumo*

### 1. Introdução

Foi no século XX que se iniciou a busca pela resolução de problemas NP, NP-Hard e NP-Completo usando ferramentas computacionais. Estas portanto, foram, em sua maioria, desenvolvidos com base em algoritmos heurísticos – alicerçados em técnicas de busca de solução não necessariamente ótima, mas sim satisfatória –. Sendo assim, alguns destes tornaram-se mais disseminados na literatura científica, como a **Busca Gulosa**, **Algoritmo A\***, **Subida de Encosta** e **Simulated Annealing**.

O método de **Simulated Annealing** teve sua lógica concebida a partir do método de anelização de materiais, Metropolis, desenvolvido por Gibbs em 1953 [?]. Basado na fabricação de anéis, este método usa como base o fato de que, quanto mais quente está o material, maior se torna a facilidade de modelá-lo. Sob o mesmo ponto de vista, este método consiste em uma sequência de temperaturas decrescentes em que, quanto maior a temperatura atual, mais aleatorizada são as otimizações geradas pelo algoritmo, sendo que, quando a temperatura chegar a um certo ponto idealizando a otimização do resultado conforme decresce a temperatura, até que esta se torne mínima.

Um problema muito conhecido e discutido na literatura, que é capaz de ser resolvido por algoritmos heurísticos, é o problema da satisfabilidade (SAT), que consiste em, dado um conjunto de cláusulas disjuntivas na forma normal conjuntiva, determinar se existe uma atribuição de valores lógicos (*verdadeiro* ou *falso*) às variáveis envolvidas que satisfaça toda a expressão. Cada cláusula é composta por uma disjunção (operador lógico  $\vee$ ) de literais (variáveis ou suas negações), e a fórmula booleana global é uma conjunção (operador lógico  $\wedge$ ) dessas cláusulas. Formalmente:

$$\bigwedge_{i=1}^m \left( \bigvee_{j=1}^k l_{ij} \right) \quad (1)$$

Ao longo deste relatório, será abordado uma proposta de implementação de do **Simulated Annealing** para resolução de uma variante do SAT, conhecido como SAT-3, que consiste em três variáveis por cláusula no problema SAT.

Este relatório está organizado da seguinte maneira: a seção 2 apresenta estratégias utilizadas, descrições, justificativas de escolhas, fórmulas utilizadas e descrições. Em seguida, na seção 3 são abordadas descrições dos experimentos, configurações utilizadas e descrições dos resultados obtidos. Outrossim, na seção 4 expõem-se considerações sobre os resultados obtidos e análises críticas sobre os mesmos. Por fim, na seção 5 mostra-se considerações sobre o trabalho desenvolvido e identificação de direcionamentos futuros na pesquisa.

## 2. Metodologia de Desenvolvimento

O método de **Simulated Annealing** consiste em:

1. Para uma temperatura  $T_i$ , realizar  $N$  vezes:
  - Realizar uma perturbação aleatória no estado atual  $estado_0$ , gerando um novo  $estado_i$
  - Calcular a variação de energia  $\Delta E = E(estado_i) - E(estado_0)$
  - Se  $\Delta E < 0$  (melhora na energia), aceitar a transição ( $estado_i \rightarrow estado_0$ )
  - Caso contrário, aceitar a transição com probabilidade  $P_{accept}(T_i)$
2. Critério de parada:
  - Se  $T_i \leq T_f$  (temperatura final) ou o sistema atingir convergência (e.g.,  $\Delta E \approx 0$  por  $k$  iterações consecutivas)
  - Retornar o  $estado_0$  como solução
  - Caso contrário, reduzir a temperatura ( $T_i \leftarrow \alpha T_i$ , com  $0 < \alpha < 1$ ) e retornar ao Passo ??

A aplicação do método de **Simulated Annealing** para a otimização do problema do SAT-3 foi realizada por meio da linguagem de programação *Python*, junto com a biblioteca *Numpy*. A Figura ?? retrata o passo a passo de como foi implementado este algoritmo. O passo 1 (inicialização) consiste em realizar a inicialização do sistema:

- Temperatura inicial  $T_0 = 1000$
- Taxa de resfriamento  $\alpha = 0.99$
- Temperatura final  $T_f = 0.1$
- Número de iterações por temperatura  $N = 1000$

No segundo passo (iteração por temperatura) da Figura ?? a fórmula de probabilidade de aceitação de estados com pior energia que foi adotada, foi:

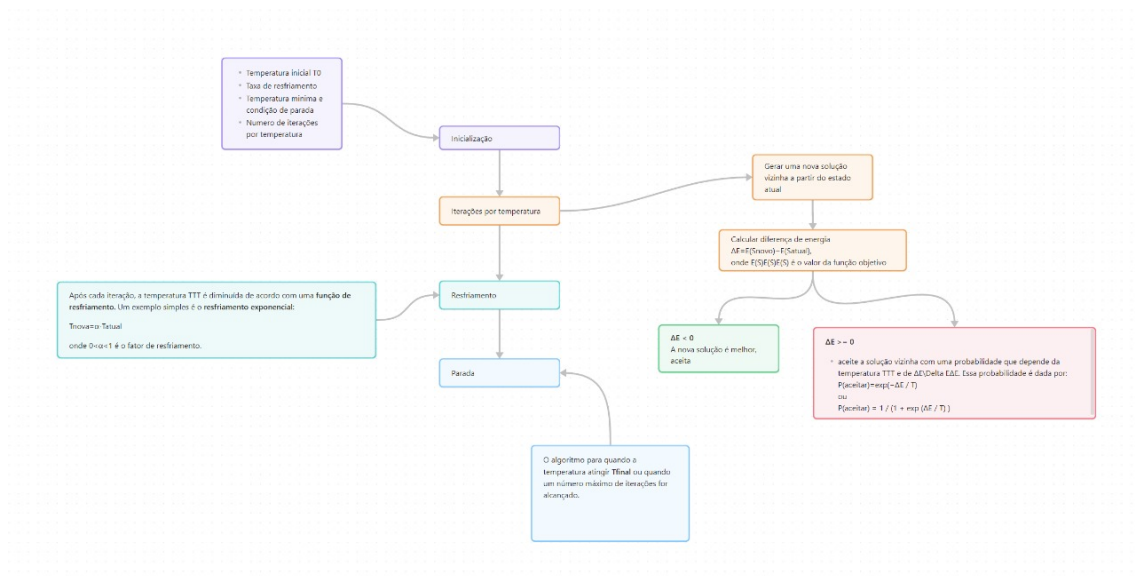
$$P_{accept} = \exp\left(-\frac{\Delta E}{T_i}\right) \quad (2)$$

O terceiro passo (resfriamento) corresponde ao passo ?? do código de ??.

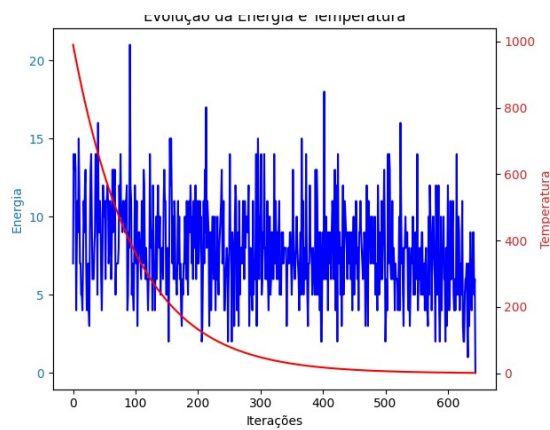
## 3. Descrição de Experimentos/Simulações e Resultados Obtidos

Foi com a temperatura inicial = 1000 = iterações por temperatura taxa de resfriamento = 0.99 que foram obtidos os resultados para a média de 30 execuções

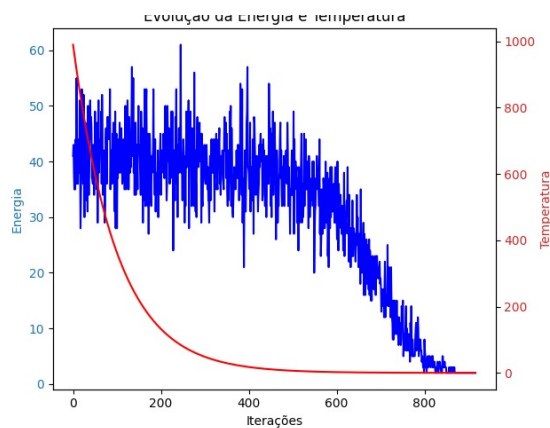
Nestas configurações foram obtidos resultados para bases de SAT-3 de 20, 100 e 250 entradas



**Figura 1. A typical figure**



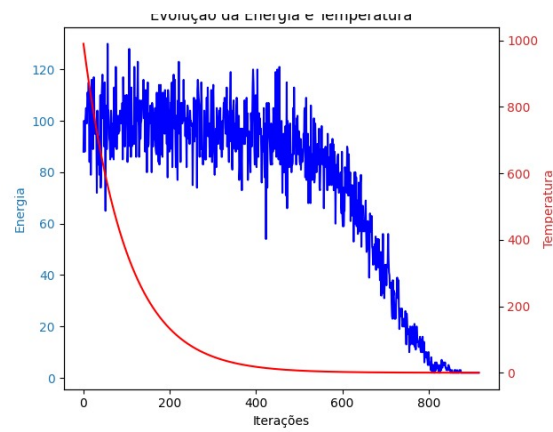
**Figura 2. 20 Entradas**



**Figura 3. 100 Entradas**

#### 4. Análise dos resultados obtidos.

Considerações sobre os resultados obtidos e análises críticas sobre os mesmos.



**Figura 4. 250 Entradas**

## **5. Conclusões e Trabalhos Futuros**

Considerações sobre o trabalho desenvolvidos e identificação de direcionamentos futuros na pesquisa.