

Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul - UEMS
2º ano de Ciência da Computação
Linguagens Formais e Autômatos
Lista 2
Prof. Dr. Osvaldo Vargas Jaques

□

1. Sejam R e S as seguintes relações binárias sobre $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, com as seguintes representações:

$$R = \{(1, 1), (1, 5), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (4, 2), (6, 3), (6, 6), (6, 7), (7, 7)\}$$

$$S = \{(1, 3), (1, 5), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 7), (4, 4), (4, 7), (5, 1), (5, 5), (7, 3), (7, 4)\}$$

- a) Desenhe os diagramas de R e S ;
b) Construa $R \cup S$ e desenhe seu diagrama;
b) Indique se R , S e $R \cup S$ são simétricas, assimétricas, transitivas, reflexivas.
2. Desenhe grafos dirigidos representando relações dos tipos:
a) Reflexiva, transitiva, simétrica b) Reflexiva, transitiva, nem simétrica, nem assimétrica.
3. Seja $R \subseteq A \times A$. Em quais casos R é uma ordem parcial ou ordem total?
a) A : inteiros positivos | $(a, b) \in R \iff b$ é divisível por a .
a) A : conjunto de todas as palavras em português | $(a, b) \in R \iff a$ é maior que b .
4. Os seguintes conjuntos são fechados sob as seguintes operações? Se não são, quais os respectivos fechos?
a) Inteiros pares sob multiplicação
b) Inteiros negativos sob subtração
5. Qual o fecho transitivo reflexivo (R^*) de $R = (a, b), (a, c), (a, d), (d, c), (d, e)$? Desenhe o grafo dirigido de R^* .
6. Dê exemplos de uma relação binária que não é reflexiva, mas tem um fecho transitivo que é reflexivo.
7. Demonstrar por indução matemática (indução finita) que $2^n < 2^{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}$

8. Seja $A = a, b, c, d, e, f$ e

$$R = (a, b), (a, d), (b, b), (b, c), (c, c), (d, b), (d, c), (d, e), (d, f), (e, e), (e, f), (f, a), (f, c), (f, d), (f, e)$$

Verifique o Princípio de Diagonalização (PD)

9. Mostre por indução que:

$$1.2.3 + 2.3.4 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{n}{4}(n+1)(n+2)(n+3)$$

10. Idem para $n^4 - 4n^2 \not\equiv 3 \pmod{3} = 0, n \geq 0$