

Aula 3: Pobreza

Princípios e Medidas

Guilherme Jacob

29/07/2021

- 1 O que é uma medida de pobreza?
- 2 Princípios Fundamentais
- 3 Algumas medidas

O que é uma medida de pobreza?

- Uma medida de pobreza tenta expressar o nível de pobreza em uma distribuição com um número real.
 - Completude: $x, y \in \mathbb{R}$, $x \geq y$ ou $x \leq y$;
 - A distância entre medidas de pobreza de duas distribuições tem significado.

O que é uma medida de pobreza?

- De acordo com Sen (1976), a mensuração de desigualdade consiste em duas etapas:
 - Identificação: quem são os pobres e o quão pobres eles são?
 - Agregação: como combinar as informações dos pobres em um único número?
- Se identificação é importante do ponto de vista individual, a agregação é importante do ponto de vista da formulação de políticas públicas (Medeiros, 2015, p. 16)

O que é uma medida de pobreza?

- Na prática, isso significa:
 - Definir uma “pontuação” para o nível de pobreza individual em relação a uma linha de pobreza;
 - Definir uma função que combine níveis individuais de pobreza.
- Matematicamente, uma medida de pobreza é uma função $P(\mathbf{y}; z)$, onde:
 - $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)$, uma “lista” das rendas dos n indivíduos na população; e
 - z é a linha de pobreza.

O que é uma medida de pobreza?

- Linha de pobreza é um limite que define alguém como pobre ou não-pobre.
- Linhas de pobreza podem ser absolutas ou relativas:
 - Absoluta: um valor externo, exógeno, independente da distribuição de renda observada.
 - Ex.: 1/2 salário mínimo, US\$ 1.00/dia.
 - Relativa: um valor estabelecido a partir da distribuição de renda observada.
 - Ex.: 60% da média, 60% da mediana.

Princípios Fundamentais

- 1 Simetria;
- 2 Normalização;
- 3 Invariância populacional;
- 4 Independência de escala;
- 5 Foco;
- 6 Monotonicidade;
- 7 Princípio da Transferência Mínima
- 8 Princípio da Sensibilidade à Transferência

- Sob simetria, se permutarmos a renda de duas pessoas na população, a medida de pobreza deve permanecer inalterada.
 - Ou seja: não importa quem recebe, mas o quanto recebe.
- Esse princípio também é chamado de princípio da anonímia.

Normalização

- O princípio da normalização estabelece que a medida de pobreza só pode assumir valores no intervalo $[0, 1]$.
- Existe um valor para quando:
 - Ninguém é considerado pobre;
 - Todos são considerados pobres.

Invariância populacional

- Sob invariância populacional, se repetirmos todas as observações m vezes, a medida de pobreza não muda;
- Isso significa que a medida é independente do tamanho da população;
 - Podemos comparar populações de tamanhos diferentes.

Independência de escala

- Se as rendas e a linha de pobreza são multiplicadas por uma constante $\lambda > 0$, a medida de pobreza permanece inalterada.
 - Matematicamente, $P(\mathbf{y}; z) = P(\mathbf{y} \cdot \lambda; z \cdot \lambda), \lambda > 0$.
- Exemplo: considere uma taxa de pobreza calculada com linha de pobreza e rendas em R\$.
 - Se as rendas e linha de pobreza forem convertidas para US\$, a medida deve permanecer inalterada.

- O princípio do foco estabelece que a medida de pobreza só depende da renda dos pobres.
- Exemplo:
 - Linha de pobreza: \$ 100;
 - Qualquer mudança não-empobrecedora da renda das pessoas não-pobres deve manter a medida de pobreza inalterada.

Monotonicidade

- Considere a lista de rendas \mathbf{y} . Seja \mathbf{y}' uma distribuição obtida retirando uma quantia da renda de uma pessoa pobre em \mathbf{y} .
- Assim, $y_j = y'_j$ para todo $j \neq i$, mas $y_i > y'_i$ para algum i ;
- Segundo este princípio, $P(\mathbf{y}'; z) > P(\mathbf{y}; z)$.
- Em outras palavras, *coeteris paribus*, diminuir a renda de alguém pobre aumenta a pobreza.

Princípio da Transferência Mínima

- Sen (1976) propôs o seguinte princípio:
 - Se transferirmos a renda de alguém mais pobre para alguém menos pobre (sem tirar essa pessoa da pobreza), a medida de pobreza deve aumentar.
- Este é um princípio parecido com o princípio de Pigou-Dalton;
- Donaldson e Weymark (1986) estabelecem quatro princípios de transferência alternativos.

Princípio da Sensibilidade à Transferência

- Duas transferências entre as pessoas pobres:
 - Gere \mathbf{x} a partir de uma transferência regressiva em \mathbf{y} de $\$ \delta$ de y_j para y_i ;
 - Gere \mathbf{x}' a partir de uma transferência regressiva em \mathbf{y} de $\$ \delta$ de y_k para y_i ;
 - Sem permitir que alguém cruze a linha de pobreza.
- Pelo Princípio da Sensibilidade à Transferência: $P(\mathbf{x}; z) > P(\mathbf{x}'; z)$;
 - Mais peso nas transferências progressivas entre as pessoas mais pobres. . .
 - Do que nas transferências regressivas entre pessoas pobres mais próximas da linha de pobreza.

Princípio da Sensibilidade à Transferência

Indivíduos	Distribuições		
	y	x	x'
l	9	9	11
k	7	7	5
j	6	8	6
i	4	2	4

Desta forma:

- Transferência Mínima: $P(\mathbf{x}; z) > P(\mathbf{y}; z)$ e $P(\mathbf{x}'; z) > P(\mathbf{y}; z)$;
- Sensibilidade à Transferência: $P(\mathbf{x}; z) > P(\mathbf{x}'; z)$;

Algumas medidas

- ① Taxa de Pobreza
- ② Hiato de Pobreza
- ③ Hiato Quadrático de Pobreza
- ④ Classe FGT
- ⑤ Índice de Watts

Taxa de Pobreza

- Com folga, é a medida de pobreza mais utilizada;
- É o percentual de pessoas abaixo da linha de pobreza na população;
- É uma medida que ressalta a incidência/extensão da pobreza;
- Vamos denotar a taxa de pobreza como P_{HC} .

Taxa de Pobreza

- Vantagem: fácil de comunicar;
- Problema: Monotonicidade.
 - Reduzir a renda de alguém pobre não altera a medida;
 - Trata igualmente quem está R\$ 1 ou R\$ 100 abaixo da linha de pobreza.

Taxa de Pobreza

Região	Medidas	Ranking de Pobreza
	P_{HC}	P_{HC}
Norte	47.0	2
Nordeste	48.1	1
Sudeste	18.6	4
Sul	13.4	5
Centro-Oeste	19.0	3

Fonte: PNAD Contínua 2019, 1ª Visita. Microdados.

Nota: ¹ Linha de Pobreza: R\$ 499 a preços médios de 2019.

Hiato de Pobreza

- A insensibilidade da taxa de pobreza é um problema;
- Além da *incidência*, é preciso capturar a *intensidade* da pobreza ;
- O Hiato de Pobreza é a média das distâncias padronizadas em relação à linha de pobreza:

$$P_G = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{z - y_i^*}{z} = 1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i^*}{z}$$

onde $y_i^* = \min(y_i, z)$.

Hiato de Pobreza

- $y_i^* = \min(y_i, z)$ implica em indiferença às rendas maiores que z ;
 - Princípio do Foco, como a taxa de pobreza.
- Mudança na agregação:
 - Taxa de pobreza: “peso” binário;
 - Hiato: “peso” linear e contínuo.
- Ao contrário da taxa de pobreza, este atende ao princípio da monotonicidade.
 - Diminui a renda de uma pessoa pobre aumenta o Hiato de Pobreza.

Hiato de Pobreza

Região	Medidas		Ranking de Pobreza	
	P_{HC}	P_G	P_{HC}	P_G
Norte	47.0	21.7	2	2
Nordeste	48.1	22.8	1	1
Sudeste	18.6	6.6	4	3
Sul	13.4	4.5	5	5
Centro-Oeste	19.0	6.4	3	4

Fonte: PNAD Contínua 2019, 1ª Visita. Microdados.

Nota: ¹ Linha de Pobreza: R\$ 499 a preços médios de 2019.

Hiato de Pobreza

- Considere uma população A ;
- Faça uma transferência regressiva entre os pobres;
 - Ou seja: transfira a renda de alguém muito pobre para alguém menos pobre;
 - Mas sem tirar ninguém da pobreza.

Neste caso:

- A Taxa de Pobreza é a mesma;
- O Hiato de Pobreza é o mesmo;
- A média da renda entre os pobres é a mesma;
- Mas os mais pobres ficaram ainda mais pobres!

Hiato Quadrático de Pobreza

- O Hiato Quadrático de Pobreza tenta resolver esse problema;
 - Princípio da Transferência Mínima.

$$P_{SG} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{z - y_i^*}{z} \right)^2$$

onde $y_i^* = \min(y_i, z)$.

Hiato Quadrático de Pobreza

- Peso da distância em relação à linha de pobreza:
 - Hiato: $1 - y_i^*/z$
 - Hiato Quadrático: $(1 - y_i^*/z)^2$
- Considere $y_i = 80$ e $z = 100$.
 - Peso do Hiato: 0.20;
 - Peso do Hiato Quadrático: 0.04.
- Agora, considere $y_i = 40$ e $z = 100$.
 - Peso do Hiato: 0.60;
 - Peso do Hiato Quadrático: 0.36.

Hiato Quadrático de Pobreza

Região	Medidas			Ranking de Pobreza		
	P_{HC}	P_G	P_{SG}	P_{HC}	P_G	P_{SG}
Norte	47.0	21.7	13.2	2	2	2
Nordeste	48.1	22.8	14.4	1	1	1
Sudeste	18.6	6.6	3.5	4	3	3
Sul	13.4	4.5	2.3	5	5	5
Centro-Oeste	19.0	6.4	3.2	3	4	4

Fonte: PNAD Contínua 2019, 1ª Visita. Microdados.

Nota: ¹ Linha de Pobreza: R\$ 499 a preços médios de 2019.

Foster, Greer e Thorbecke (1984) propuseram uma classe geral que inclui a Taxa de Pobreza, Hiato e Hiato Quadrático de Pobreza:

$$P_{FGT}^{\gamma} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{z - y_i^*}{z} \right)^{\gamma}$$

onde:

- $y_i^* = \min(y_i, z)$;
- γ é um parâmetro de sensibilidade à pobreza.

Classe FGT

Região	Medidas			Ranking de Pobreza		
	P_{FGT}^0	P_{FGT}^1	P_{FGT}^2	P_{FGT}^0	P_{FGT}^1	P_{FGT}^2
Norte	47.0	21.7	13.2	2	2	2
Nordeste	48.1	22.8	14.4	1	1	1
Sudeste	18.6	6.6	3.5	4	3	3
Sul	13.4	4.5	2.3	5	5	5
Centro-Oeste	19.0	6.4	3.2	3	4	4

Fonte: PNAD Contínua 2019, 1ª Visita. Microdados.

Nota: ¹ Linha de Pobreza: R\$ 499 a preços médios de 2019.

Índice de Watts (Watts, 1968)

- Atende diversos axiomas importantes para a mensuração de pobreza (Zheng, 1993, 1997);
- Pode ser decomposto;
- Tem interpretações interessantes.

$$P_{Watts} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln \frac{z}{y_i^*}$$

onde $y_i^* = \min(y_i, z)$.

Índice de Watts (Watts, 1968)

Índice de Watts como composição de outros índices (Blackburn, 1989):

$$P_{Watts} = P_{HC}(G_{Watts} + L^*)$$

onde:

- Hiato de Pobreza de Watts: $Hiato_{Watts} = \ln \frac{z}{\mu_p}$
- Índice de Theil-L das rendas dos pobres: $L^* = \frac{1}{n_p} \sum_{i=1}^{n_p} \ln \frac{\mu_p}{y_i}$

Índice de Watts (Watts, 1968)

- O índice de Watts também pode produzir uma estimativa do *Tempo de Saída da Pobreza* (T_r) (Morduch, 1998);
- Tomando r como uma estimativa do crescimento da renda entre os pobres, tem-se:

$$T_r = \frac{P_{Watts}}{r}$$

Índice de Watts (Watts, 1968)

Região	P_{Watts}	P_{HC}	$Hiato_{Watts}$	Theil-L
Norte	36.9	47.0	62.1	16.5
Nordeste	40.4	48.1	64.2	19.7
Sudeste	10.4	18.6	44.1	11.8
Sul	6.9	13.4	40.7	11.2
Centro-Oeste	9.7	19.0	40.6	10.6

Fonte: PNAD Contínua 2019, 1ª Visita. Microdados.

Nota: ¹ Linha de Pobreza: R\$ 499 a preços médios de 2019.

Relações entre Medidas de Pobreza e Axiomas

Axioma	P_{HC}	P_G	P_{SG}	$P_{FGT}^{\gamma>2}$	P_{Watts}
Foco	S	S	S	S	S
Simetria	S	S	S	S	S
Invariância Populacional	S	S	S	S	S
Invariância de Escala	S	S	S	S	S
Monotonicidade	N	S	S	S	S
Transferência Mínima	N	N	S	S	S
Sens. à Transferência	N	N	N	S	S

Fonte: Adaptado de Zheng (1997).

Linha de Pobreza: Absoluta vs. Relativa

- Os exemplos anteriores usaram uma linha de pobreza absoluta:
 - Ou seja: um valor arbitrário que define quem é pobre ou não-pobre.
- Linhas de pobreza relativas também podem ser utilizadas.
 - Ex.: 60% da mediana do rendimento domiciliar per capita.

Linha de Pobreza: Absoluta vs. Relativa

- Linhas de pobreza relativas mudam o comportamento de algumas propriedades.
- Por exemplo, Foco:
 - Considere que uma pessoa não-pobre teve um acréscimo de renda;
 - Neste caso, a mediana aumenta;
 - Consequentemente, a linha de pobreza relativa aumenta.
 - A medida de pobreza aumenta.
- De certa forma, esta abordagem é mais sensível à desigualdade.

Linha de Pobreza: Absoluta vs. Relativa

Ravallion (2016, p. 386) aponta um exemplo interessante dessa dicotomia:
A globalização diminui ou aumenta a pobreza?

- Suponha que a globalização adiciona \$ 10 às rendas de todos os indivíduos;
- Usando a taxa de pobreza:
 - A *pobreza absoluta* cai;
 - A *pobreza relativa* permanece inalterada.

Comentários Finais

- Decomposições: Incidência + Intensidade + Desigualdade
- Dominância
- Pobreza Multidimensional
- Nunca é uma escolha “puramente técnica”
 - Justo vs. injusto

Leituras sugeridas

- Textos introdutórios:
 - Medeiros (2015)
 - Foster *et al.* (2013): Capítulo 2
- Abordagens formais:
 - Villar (2017): Capítulo 7
 - Chakravarty (2009): Capítulo 2
 - Zheng (1997)

Referências

BLACKBURN, M. L. Poverty measurement: an index related to a Theil measure of inequality. **Journal of Business & Economic Statistics**, v. 7, n. 4, p. 475–481, 1989.

CHAKRAVARTY, S. R. **Inequality, Polarization and Poverty: Advances in Distributional Analysis**. 1. ed. Nova York: Springer-Verlag, 2009.

DONALDSON, D.; WEYMARK, J. A. Properties of Fixed-Population Poverty Indices. **International Economic Review**, v. 27, n. 3, p. 667–688, 1986.

FOSTER, J. *et al.* **A Unified Approach to Measuring Poverty and Inequality**. Washignton, D.C.: The World Bank, 2013.

FOSTER, J. E.; GREER, J.; THORBECKE, E. A Class of Decomposable Poverty Measures. **Econometrica**, v. 52, n. 3, p. 761–766, 1984.

Referências

MEDEIROS, M. Como medir a pobreza na sociedade? *In*: JOHANSSON, K.; MAHUMANA, N.; MEDEIROS, M. (Eds.). **O que são Pobreza e Pobres?** Cadernos de Ciências Sociais. Lisboa: Escolar, 2015. p. 91–121.

MORDUCH, J. Poverty, economic growth, and average exit time. **Economics Letters**, v. 59, n. 3, p. 385–390, 1998.

RAVALLION, M. **The Economics of Poverty: History, Measurement and Policy**. Nova York: Oxford University Press, 2016.

SEN, A. K. Poverty: An Ordinal Approach to Measurement. **Econometrica**, v. 44, mar. 1976.

VILLAR, A. **Lectures on Inequality, Poverty and Welfare**. Cham, Suíça: Springer International Publishing, 2017.

Referências

WATTS, H. W. **An economic definition of poverty**. Madison, Wisconsin: University of Wisconsin, Institute For Research on Poverty, 1968. Disponível em: <<https://www.irp.wisc.edu/publications/dps/pdfs/dp568.pdf>>.

ZHENG, B. An axiomatic characterization of the Watts poverty index. **Economics Letters**, v. 42, 1993.

_____. Aggregate Poverty Measures. **Journal of Economic Surveys**, v. 11, 1997.