

Aula 1: Introdução à análise de distribuições de renda

Representações Gráficas

Guilherme Jacob

25/07/2021

- 1 Distribuição e Desigualdade
- 2 Histograma;
- 3 Distribuição Acumulada;
- 4 Desfile de Pen;
- 5 Curva de Lorenz;
- 6 Curva de Lorenz Generalizada.

Distribuição e Desigualdade

- Distribuição:
 - Em estatística, uma descrição dos valores de uma variável aleatória;
 - Pode ser descrita em termos de localização, escala (ou dispersão) e forma.
 - Podemos resumir algumas características de uma distribuição usando:
 - Medidas de posição (média, mediana, etc.);
 - Medidas de dispersão (variância, desvio-padrão, coeficiente de variação, etc.)

Distribuição e Desigualdade

- Desigualdade:
 - Desigualdade é uma característica da distribuição, relacionada à variabilidade (dispersão) da variável aleatória;
 - No limite, é uma “não-igualdade”.
 - Mas algumas coisas são “menos iguais” do que outras!
 - Igualdade perfeita: ausência de variabilidade.

Distribuição e Desigualdade

Resumindo:

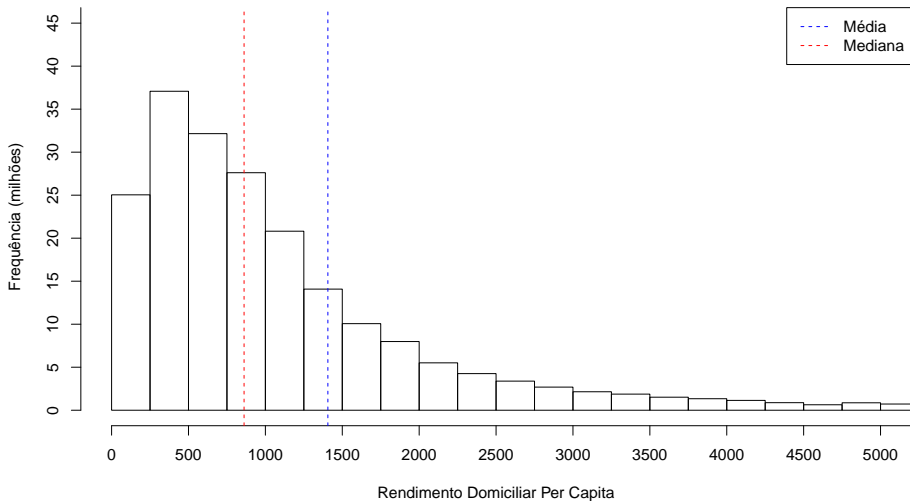
- Distribuição é o conjunto de valores de uma variável aleatória;
- Desigualdade é uma característica, relacionada à variabilidade em uma distribuição.

Histograma

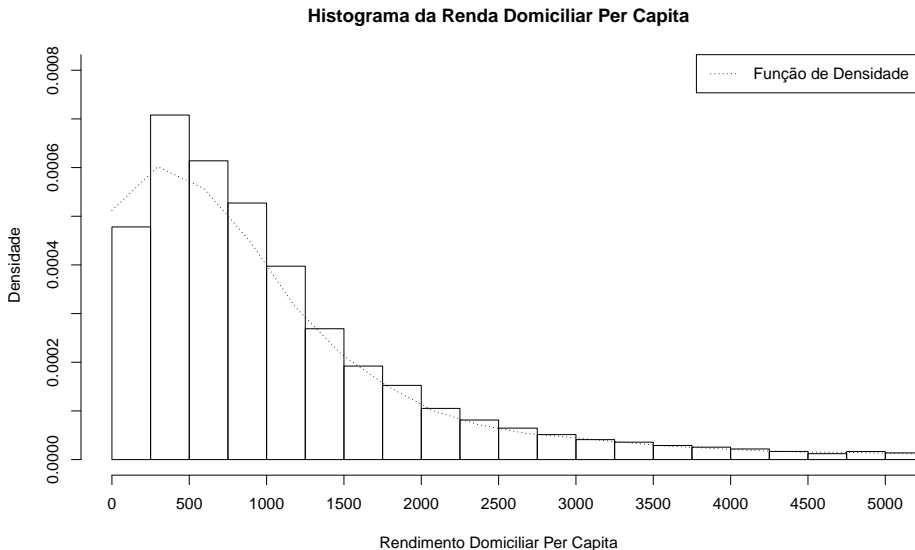
- O histograma é uma ferramenta estatística para descrever a distribuição de uma variável.
- Ele associa intervalos de valores às suas frequência ou densidades de frequência na população.
 - Frequência: número de vezes que aquele valor (ou valores naquele intervalo) ocorre.
 - Densidade de frequência = $\text{Frequência} / \text{Tamanho do Intervalo}$.

Histograma

Histograma da Renda Domiciliar Per Capita



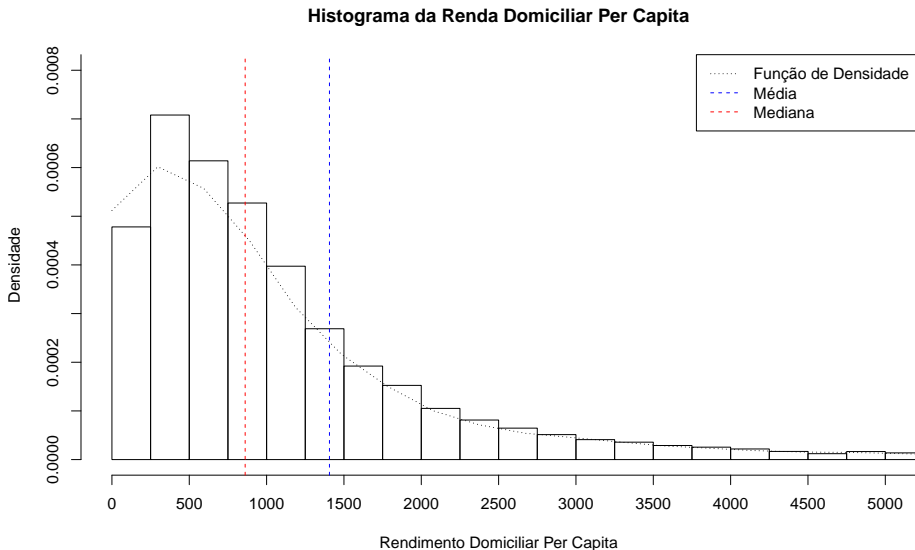
Histograma



Histograma

- O histograma também é útil para analisar a *assimetria* de uma distribuição.
 - Muitos valores do lado *direito* da média: *assimetria negativa*;
 - Muitos valores do lado *esquerdo* da média: *assimetria positiva*;
 - Frequências *iguais* em cada lado da média: *simetria*.
- Distribuições de renda costumam ser positivamente assimétricas.
 - Muitos valores pequenos, poucos valores grandes.
- Assimetria positiva também implica em Média $>$ Mediana.

Histograma



Por que Média $>$ Mediana?

- Média: soma das rendas dividido pelo tamanho da população.
- Mediana: valor da renda que separa a população em duas metades. Metade da população tem renda inferior ou igual à mediana, enquanto a outra metade tem renda superior à mediana.

Histograma

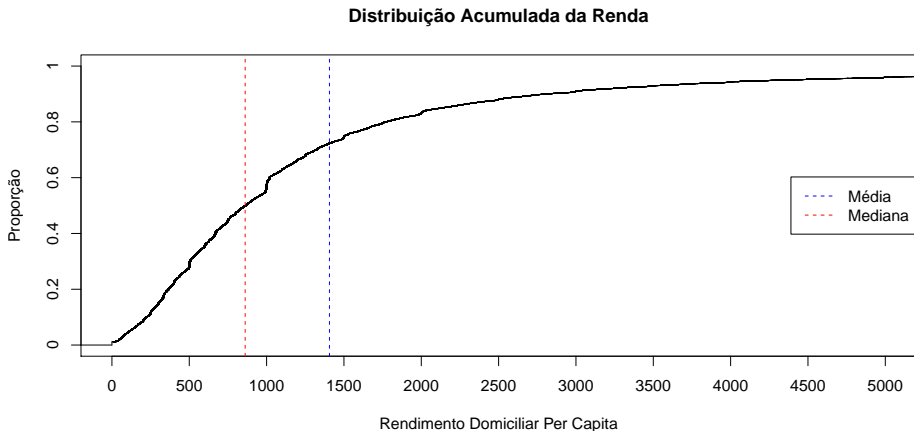
- Do ponto de vista estatístico, valores extremos tem impacto maior sobre a média.

Exemplo: *suponha que, em uma sociedade, a pessoa mais rica da população fica ainda mais rica, enquanto os outros permanecem com a mesma renda.*

- Neste caso:
 - A renda média aumenta;
 - Mas a mediana permanece a mesma.

Função de Distribuição Acumulada

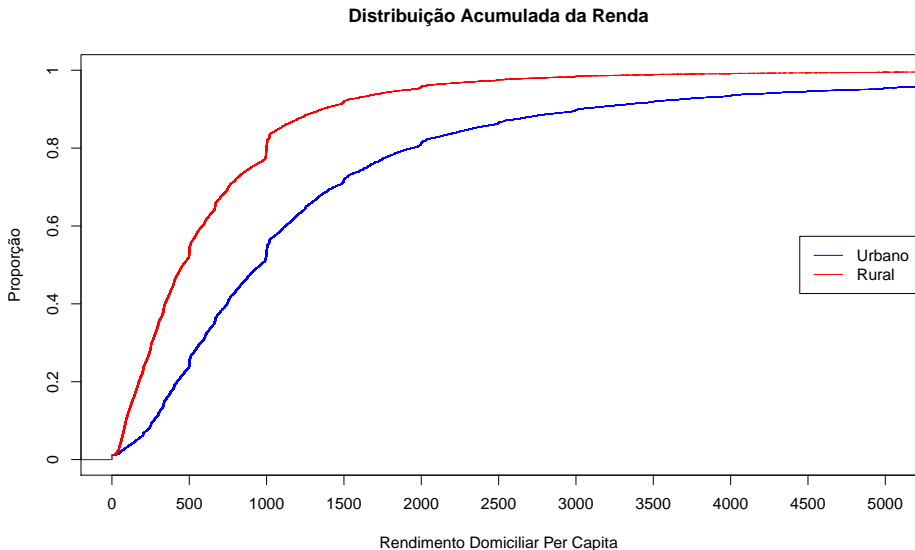
- A Função de Distribuição Acumulada da Renda associa uma renda x à proporção de pessoas com rendas menores ou iguais à x .



Função de Distribuição Acumulada

- A linha vermelha intercepta a FDA no ponto de 50%.
 - Definição da mediana.
- Linha azul: média.
 - Aproximadamente 70% da população recebe valores menores ou iguais a média.
- Esta curva revela aspectos importantes em relação à pobreza.
 - A área embaixo dela também revela aspectos interessantes.

Função de Distribuição Acumulada



Desfile de Pen

- Tanto histogramas quanto os gráficos das FDAs comunicam muito sobre a distribuição.
- No entanto, eles não comunicam bem em relação à desigualdade.
- Pen (1971) propôs uma alegoria para descrever a desigualdade de renda: um desfile de pessoas cujas alturas são proporcionais às suas respectivas rendas.
- Existem algumas variações:
 - Média da renda de G grupos de renda;
 - Valor dos fractis.

Conceitos importantes: Frações e fractis/quantis.

- Fractil:

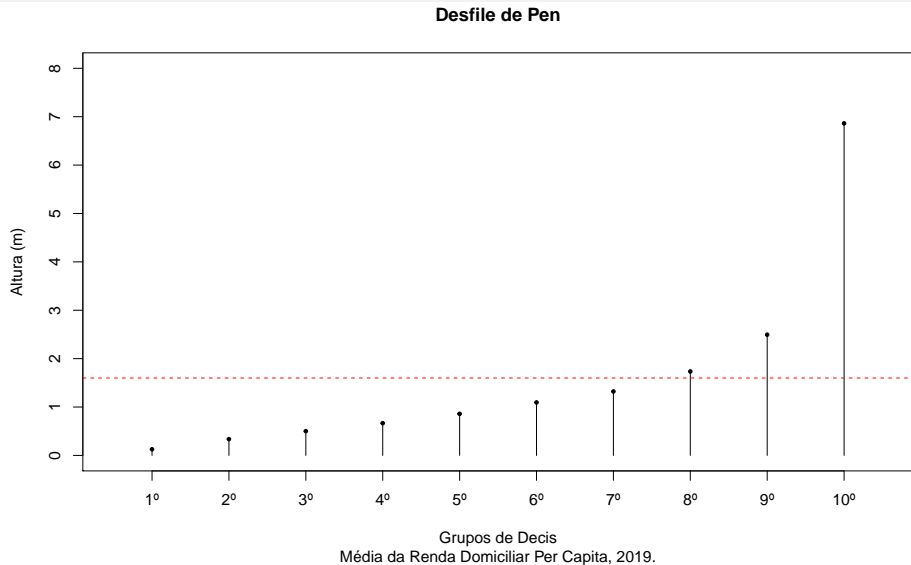
- ① Liste as unidades da população em ordem crescente de renda;
- ② Divida a população em G grupos de tamanho igual;
- ③ O k -ésimo fractil é o valor da renda da pessoa cuja renda é maior que à da fração k/G da população mais pobre.

Desfile de Pen

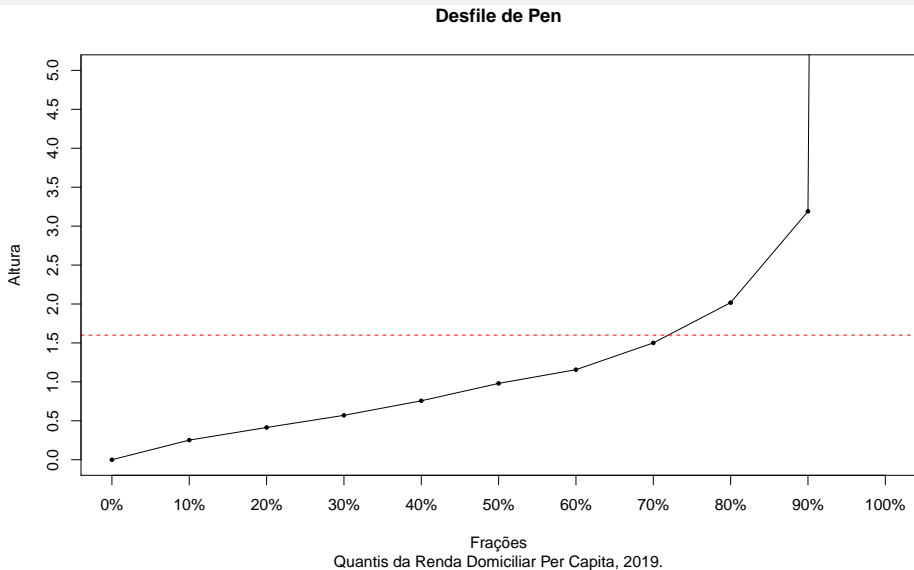
- Quartis: 4 grupos. O primeiro quartil corresponde à renda mais alta dos 1/4 mais pobres da população.
- Quintis: 5 grupos. O terceiro quintil corresponde à renda mais alta dos 3/5 mais pobres da população.
- Decis: 10 grupos. O 2º decil corresponde à renda mais alta dos 2/10 mais pobres da população.
- Percentis: 100 grupos. O 99º percentil corresponde à renda mais alta dos 99/100 mais pobres da população.
- Quantil: o quantil $Q(p)$ é a renda mais alta da fração dos $p\%$ mais pobres/menos ricos da população.

- Fractis são utilizados para dividir a população em grupos de tamanho similar de acordo com a renda.
- Os grupos são gerados pelo intervalo entre dois fractis. Por exemplo:
 - O primeiro grupo de decis pode ser definido como grupo com renda maior ou igual à menor renda e o 1º decil;
 - O segundo grupo de quintil pode ser definido como grupo com renda entre o 1º e 2º quintis.

Desfile de Pen



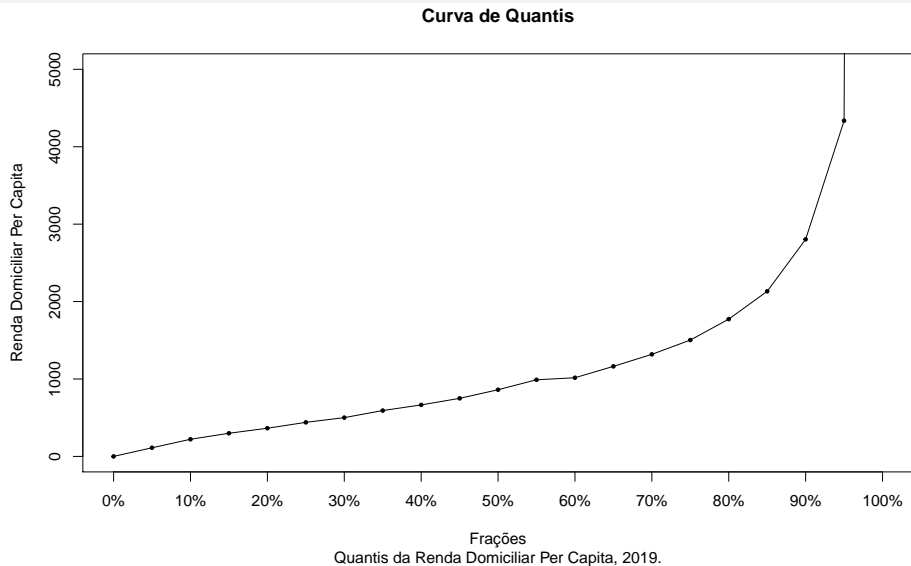
Desfile de Pen



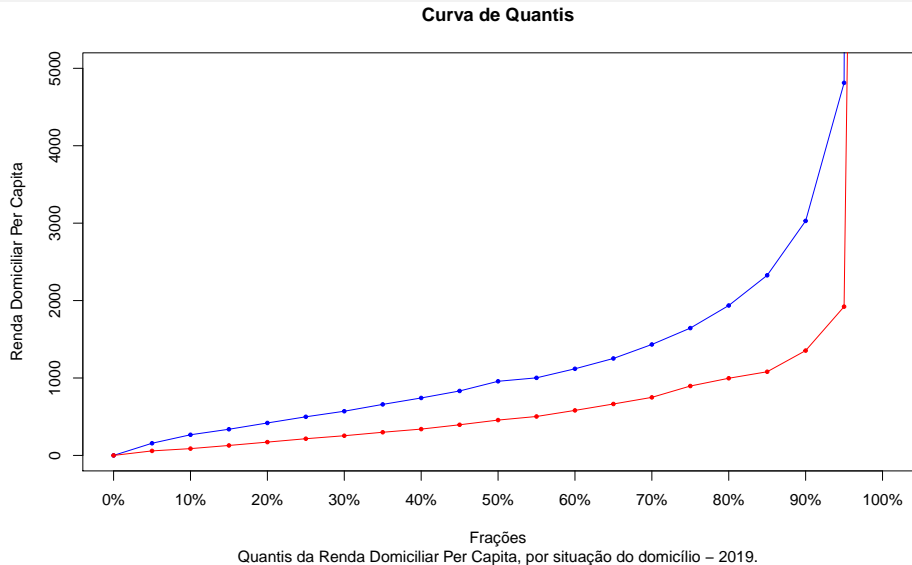
Curva de Quantis

- A curva de quantis é parecida com o Desfile de Pen baseado em quantis.
 - A diferença é que as rendas são expressas na escala original, e não como altura.

Curva de Quantis



Curva de Quantis



Curva de Quantis

- A Curva de Quantis é interessante, mas:
 - É difícil ver os quantis das frações mais elevadas;
 - Não é muito boa para comparar distribuições com médias muito diferentes.

Curva de Lorenz

- Em publicações acadêmicas, o gráfico mais utilizado para expressar a desigualdade de renda é a curva de Lorenz.
- A Curva de Lorenz é uma função que associa uma fração da população à proporção na renda total da população.
 - Basicamente: os $x\%$ mais pobres (ou menos ricos) detém $y\%$ da renda.
- Ao expressar em termos de frações da população e da renda, podemos comparar populações com tamanhos e totais de renda muito diferentes.

Curva de Lorenz

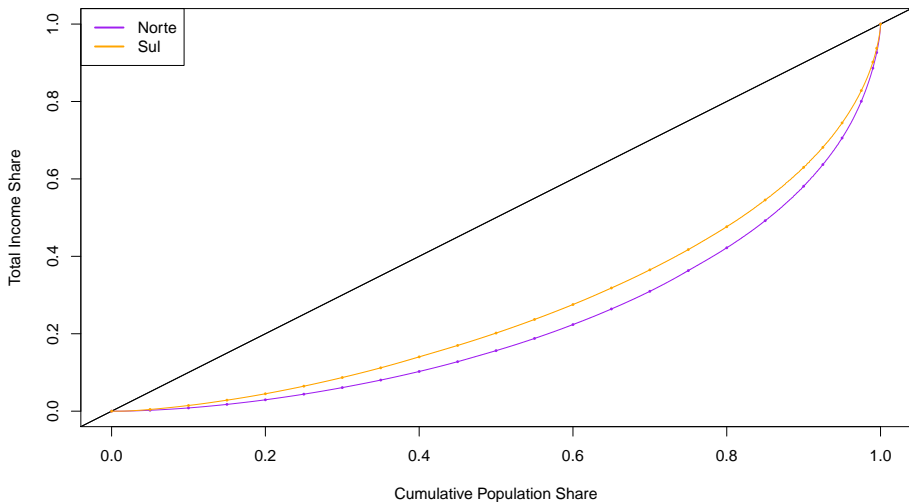
Propriedades da Curva de Lorenz

- $L(0\%) = 0\%$ e $L(100\%) = 100\%$, se $y > 0, \forall y$;
- $L(p)$ é uma função monótona crescente: $\partial L(p)/\partial p \geq 0$;
- $L(p)$ é convexa: $\partial^2 L(p)/\partial p^2 \leq 0$.

Curva de Lorenz

- Igualdade perfeita:
 - $p\%$ da população detém $p\%$ da renda;
 - Uma linha de 45° em relação à origem.
- Desigualdade perfeita:
 - Uma pessoa concentra toda a renda da população;
 - Uma linha “colada” ao eixo horizontal, com um pico no ponto 100%.

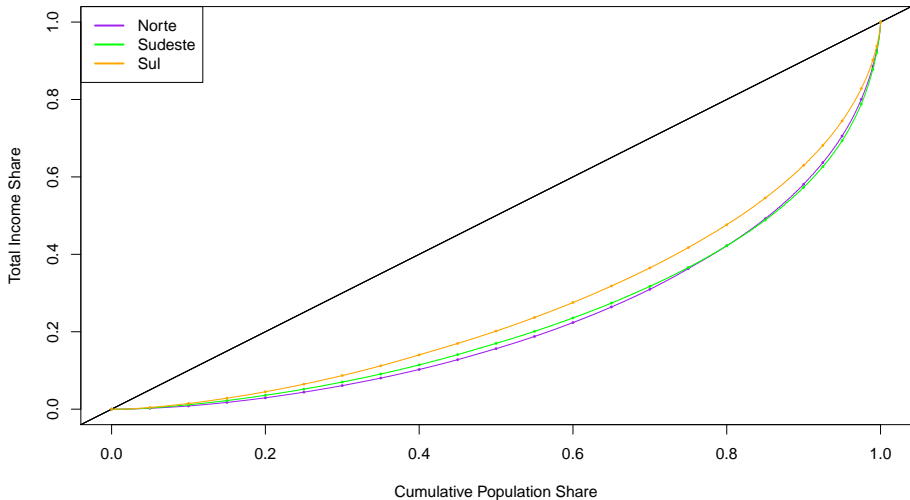
Curva de Lorenz



Curva de Lorenz

- Quanto mais a curva observada se distancia da curva de igualdade perfeita, mais desigual é a distribuição.
- Isso sugere uma medida de desigualdade:
 - A área entre a curva de igualdade perfeita e a curva observada pode ser uma medida de desigualdade;
 - Na verdade, esta área é proporcional ao índice de Gini.
- Essa curva gera um ordenamento parcial:
 - Quando a curva A é menor ou igual à curva B: A mais desigual que B;
 - Quando a curva B cruza com a curva C: ???

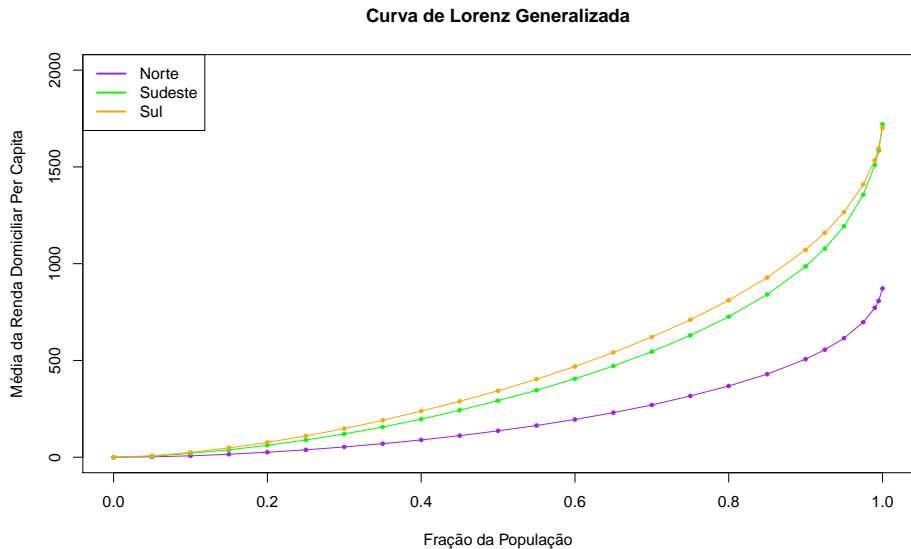
Curva de Lorenz



Curva de Lorenz Generalizada

- A curva de Lorenz é excelente para desigualdade, mas esconde comparações entre médias.
 - Exemplo: proximidade entre Norte e Sudeste no último gráfico.
- Para contornar este problema, utiliza-se a curva de Lorenz Generalizada.
 - Uma curva de Lorenz multiplicada pela média da respectiva distribuição de renda.
- Interpretações:
 - Contribuição dos $x\%$ mais pobres para a renda média;
 - Renda média caso a sociedade pudesse contar apenas com as rendas dos $x\%$ mais pobres.

Curva de Lorenz Generalizada



Curva de Lorenz Generalizada

- Comparando as Curvas de Lorenz e Lorenz Generalizadas das regiões:
 - Lorenz: Norte e Sudeste muito próximas;
 - Lorenz Generalizada: Sul e Sudeste próximas, Norte isolado.
- Por quê?
 - A curva de Lorenz não varia com a média de cada distribuição;
 - A curva de Lorenz Generalizada é influenciada pela média.
- Comparando Sudeste e Norte:
 - A desigualdade de renda das duas regiões é similar;
 - O Sudeste dispõe de mais renda para distribuir.

Referências e Leituras Recomendadas

FOSTER, J. *et al.* **A Unified Approach to Measuring Poverty and Inequality**. Washignton, D.C.: The World Bank, 2013.

MEDEIROS, M. **Uma introdução às representações gráficas da desigualdade de renda**: Texto para Discussão. Brasília: IPEA, ago. 2006.

PEN, J. **Income Distribution**. Londres: Penguin, 1971.