

Medindo Desigualdade e Pobreza

Introdução aos aspectos teóricos

Guilherme Jacob

18/03/2019

Introdução

Bem-estar social: um exemplo

Suponha que tenhamos dados sobre uma população formada por dois indivíduos em um dado intervalo de anos. A tabela a seguir apresenta as rendas dos indivíduos:

	Ano 1	Ano 2	Ano 3
Pessoa 1	50	75	100
Pessoa 2	50	25	0

- Afinal, o bem-estar social *melhorou, piorou ou se manteve inalterado?*

- Afinal, o bem-estar social *melhorou, piorou ou se manteve inalterado?*
- Depende!

- Afinal, o bem-estar social *melhorou, piorou* ou *se manteve inalterado*?
- Depende!
- Mais precisamente: o bem-estar social depende do modo como se agrega os níveis individuais de bem-estar.

Alguns indicadores possíveis de bem-estar social

	Ano 1	Ano 2	Ano 3
Máximo	50	75	100
Média	50	50	50
Mínimo	50	25	0

Consequências éticas

Cada agregado mostra uma perspectiva ética sobre como interpretar as mudanças nas rendas:

- A primeira foca no desempenho dos mais ricos;

O que isso implica?

Consequências éticas

Cada agregado mostra uma perspectiva ética sobre como interpretar as mudanças nas rendas:

- A primeira foca no desempenho dos mais ricos;
- A segunda foca na média da renda, independente da posição social do indivíduo;

O que isso implica?

Consequências éticas

Cada agregado mostra uma perspectiva ética sobre como interpretar as mudanças nas rendas:

- A primeira foca no desempenho dos mais ricos;
- A segunda foca na média da renda, independente da posição social do indivíduo;
- A terceira foca no desempenho do indivíduo em pior situação.

O que isso implica?

Medida e ética

No momento em que se escolhe determinada medida em detrimento de outra, faz-se também um julgamento a respeito de quais distribuições são mais ou menos aceitáveis.

- Isoladamente, uma medida dificilmente é capaz de “contar toda a história” da evolução das rendas de uma sociedade.

Medida e ética

No momento em que se escolhe determinada medida em detrimento de outra, faz-se também um julgamento a respeito de quais distribuições são mais ou menos aceitáveis.

- Isoladamente, uma medida dificilmente é capaz de “contar toda a história” da evolução das rendas de uma sociedade.
- Por exemplo, a média é incapaz de explicar o que aconteceu com a renda dos mais pobres ou dos mais ricos.

Conceitos centrais

Para tentar entender melhor as comparações entre sociedades, economistas tendem a focar em três conceitos:

- Renda total/média

Nesta apresentação, vamos focar nos dois últimos.

Conceitos centrais

Para tentar entender melhor as comparações entre sociedades, economistas tendem a focar em três conceitos:

- Renda total/média
- Desigualdade

Nesta apresentação, vamos focar nos dois últimos.

Conceitos centrais

Para tentar entender melhor as comparações entre sociedades, economistas tendem a focar em três conceitos:

- Renda total/média
- Desigualdade
- Pobreza

Nesta apresentação, vamos focar nos dois últimos.

Desigualdade

O que é desigualdade?

- Não existe uma definição unívoca do que é *desigualdade*

O que é desigualdade?

- Não existe uma definição unívoca do que é *desigualdade*
- As aceções mais usuais decorrem de duas perspectivas:

O que é desigualdade?

- Não existe uma definição unívoca do que é *desigualdade*
- As aceções mais usuais decorrem de duas perspectivas:
 - Resultados (rendas, desempenho escolar, etc.)

O que é desigualdade?

- Não existe uma definição unívoca do que é *desigualdade*
- As aceções mais usuais decorrem de duas perspectivas:
 - Resultados (rendas, desempenho escolar, etc.)
 - Oportunidades (desemprego, acesso aos mercados, etc.)

O que é desigualdade?

- Não existe uma definição unívoca do que é *desigualdade*
- As acepções mais usuais decorrem de duas perspectivas:
 - Resultados (rendas, desempenho escolar, etc.)
 - Oportunidades (desemprego, acesso aos mercados, etc.)
- Nos próximos slides, o termo *desigualdade* será sinônimo de *desigualdade de renda*

O que é desigualdade?

- Não existe uma definição unívoca do que é *desigualdade*
- As acepções mais usuais decorrem de duas perspectivas:
 - Resultados (rendas, desempenho escolar, etc.)
 - Oportunidades (desemprego, acesso aos mercados, etc.)
- Nos próximos slides, o termo *desigualdade* será sinônimo de *desigualdade de renda*
 - *Salvo menção em contrário!*

Algumas ideias centrais sobre medidas de desigualdade

- Dalton (1920):

Algumas ideias centrais sobre medidas de desigualdade

- Dalton (1920):
 - em economia, medir desigualdade não é a mesma coisa que medir variabilidade¹;

¹A tradição italiana foca na variabilidade (Gini, 1921).

Algumas ideias centrais sobre medidas de desigualdade

- Dalton (1920):
 - em economia, medir desigualdade não é a mesma coisa que medir variabilidade¹;
 - o que importa não é a variabilidade de uma grandeza monetária, mas no impacto dessa distribuição sobre o bem-estar da sociedade.

¹A tradição italiana foca na variabilidade (Gini, 1921).

Algumas ideias centrais sobre medidas de desigualdade

- Dalton (1920):
 - em economia, medir desigualdade não é a mesma coisa que medir variabilidade¹;
 - o que importa não é a variabilidade de uma grandeza monetária, mas no impacto dessa distribuição sobre o bem-estar da sociedade.
 - “Desigualdade, no entanto, ainda que *definida* em termos de bem-estar econômico, deve ser *medida* em termos de renda” (Dalton, 1920, p. 349, tradução nossa).

¹A tradição italiana foca na variabilidade (Gini, 1921).

Algumas ideias centrais sobre medidas de desigualdade

- Dalton (1920):
 - em economia, medir desigualdade não é a mesma coisa que medir variabilidade¹;
 - o que importa não é a variabilidade de uma grandeza monetária, mas no impacto dessa distribuição sobre o bem-estar da sociedade.
 - “Desigualdade, no entanto, ainda que *definida* em termos de bem-estar econômico, deve ser *medida* em termos de renda” (Dalton, 1920, p. 349, tradução nossa).
- Atkinson (1970):

¹A tradição italiana foca na variabilidade (Gini, 1921).

Algumas ideias centrais sobre medidas de desigualdade

- Dalton (1920):
 - em economia, medir desigualdade não é a mesma coisa que medir variabilidade¹;
 - o que importa não é a variabilidade de uma grandeza monetária, mas no impacto dessa distribuição sobre o bem-estar da sociedade.
 - “Desigualdade, no entanto, ainda que *definida* em termos de bem-estar econômico, deve ser *medida* em termos de renda” (Dalton, 1920, p. 349, tradução nossa).
- Atkinson (1970):
 - mesmo quando não há uma definição explícita da função de bem-estar, existe alguma definição implícita;

¹A tradição italiana foca na variabilidade (Gini, 1921).

Algumas ideias centrais sobre medidas de desigualdade

- Dalton (1920):
 - em economia, medir desigualdade não é a mesma coisa que medir variabilidade¹;
 - o que importa não é a variabilidade de uma grandeza monetária, mas no impacto dessa distribuição sobre o bem-estar da sociedade.
 - “Desigualdade, no entanto, ainda que *definida* em termos de bem-estar econômico, deve ser *medida* em termos de renda” (Dalton, 1920, p. 349, tradução nossa).
- Atkinson (1970):
 - mesmo quando não há uma definição explícita da função de bem-estar, existe alguma definição implícita;
 - as medidas de desigualdade devem atender propriedades específicas;

¹A tradição italiana foca na variabilidade (Gini, 1921).

Algumas ideias centrais sobre medidas de desigualdade

- Dalton (1920):
 - em economia, medir desigualdade não é a mesma coisa que medir variabilidade¹;
 - o que importa não é a variabilidade de uma grandeza monetária, mas no impacto dessa distribuição sobre o bem-estar da sociedade.
 - “Desigualdade, no entanto, ainda que *definida* em termos de bem-estar econômico, deve ser *medida* em termos de renda” (Dalton, 1920, p. 349, tradução nossa).
- Atkinson (1970):
 - mesmo quando não há uma definição explícita da função de bem-estar, existe alguma definição implícita;
 - as medidas de desigualdade devem atender propriedades específicas;
 - Índice de Atkinson.

¹A tradição italiana foca na variabilidade (Gini, 1921).

Exemplo

	Ano 1	Ano 2	Ano 3
Pessoa 1	50	75	100
Pessoa 2	50	25	0

- Ao longo dos anos, o que acontece com a desigualdade?

Exemplo

	Ano 1	Ano 2	Ano 3
Pessoa 1	50	75	100
Pessoa 2	50	25	0

- Ao longo dos anos, o que acontece com a desigualdade?
- Piora!

Exemplo

	Ano 1	Ano 2	Ano 3
Pessoa 1	50	75	100
Pessoa 2	50	25	0

- Ao longo dos anos, o que acontece com a desigualdade?
- Piora!
- *Coeteris paribus*, transferências regressivas de renda implicam em aumento da desigualdade

Exemplo

	Ano 1	Ano 2	Ano 3
Pessoa 1	50	75	100
Pessoa 2	50	25	0

- Ao longo dos anos, o que acontece com a desigualdade?
- Piora!
- *Coeteris paribus*, transferências regressivas de renda implicam em aumento da desigualdade
 - Princípio de Pigou-Dalton (Dalton, 1920).

Curva de Lorenz

- Uma das primeiras ferramentas criadas para analisar desigualdade é a chamada *curva de Lorenz*.

Curva de Lorenz

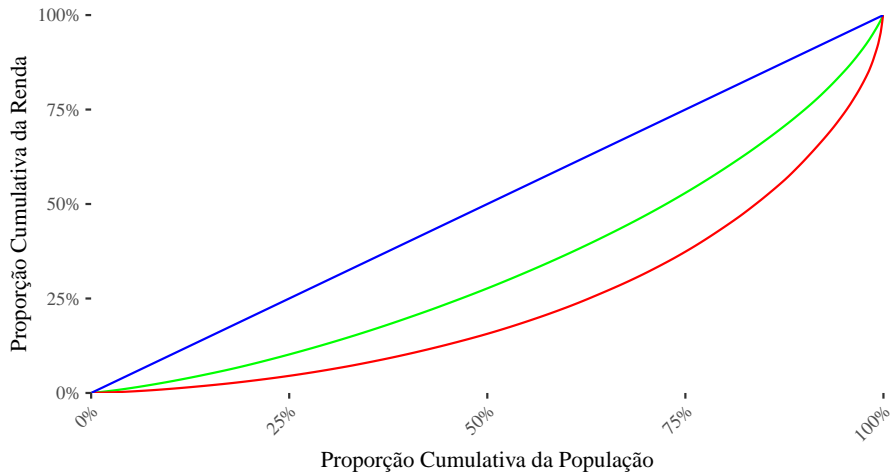
- Uma das primeiras ferramentas criadas para analisar desigualdade é a chamada *curva de Lorenz*.
- Esta curva nada mais é do que um gráfico que associa determinado percentual cumulativo da população à respectiva proporção da renda total apropriada por este grupo.

Curva de Lorenz

- Uma das primeiras ferramentas criadas para analisar desigualdade é a chamada *curva de Lorenz*.
- Esta curva nada mais é do que um gráfico que associa determinado percentual cumulativo da população à respectiva proporção da renda total apropriada por este grupo.
- Exemplo: a frase “os 20% mais pobres possuem 10% da renda total” é escrita como $L(.20) = .10$.

Curva de Lorenz

Exemplo



Distribuições — Lognormal(16,.6) — Lognormal(20,1) — Igualdade

Curva de Lorenz

- A comparação entre duas curvas de Lorenz uma de três respostas possíveis:

Curva de Lorenz

- A comparação entre duas curvas de Lorenz uma de três respostas possíveis:
 - x é tão ou mais desigual que y

Curva de Lorenz

- A comparação entre duas curvas de Lorenz uma de três respostas possíveis:
 - x é tão ou mais desigual que y
 - y é tão ou mais desigual que x

Curva de Lorenz

- A comparação entre duas curvas de Lorenz uma de três respostas possíveis:
 - x é tão ou mais desigual que y
 - y é tão ou mais desigual que x
 - não há informação suficiente para estabelecer este ordenamento

Curva de Lorenz

- A comparação entre duas curvas de Lorenz uma de três respostas possíveis:
 - x é tão ou mais desigual que y
 - y é tão ou mais desigual que x
 - não há informação suficiente para estabelecer este ordenamento
- O carácter desta comparação é puramente ordinal.

Medidas de desigualdade

Baseando-se em Villar (2017, p. 19), tem-se

Definição (Medida de desigualdade).

Uma medida de desigualdade é uma função $I : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ que associa um vetor de rendas x a um número $I(x)$, representando a quantidade de desigualdade desta distribuição.

Medidas de desigualdade

- As medidas de desigualdade permitem comparações cardinais.

Medidas de desigualdade

- As medidas de desigualdade permitem comparações cardinais.
- Ou seja, segundo determinada medida $I(\cdot)$:

Medidas de desigualdade

- As medidas de desigualdade permitem comparações cardinais.
- Ou seja, segundo determinada medida $I(\cdot)$:
 - “ $I(x)$ é tantas vezes mais desigual que $I(y)$ ”; ou

Medidas de desigualdade

- As medidas de desigualdade permitem comparações cardinais.
- Ou seja, segundo determinada medida $I(\cdot)$:
 - “ $I(x)$ é tantas vezes mais desigual que $I(y)$ ”; ou
 - “a diferença entre a desigualdade de $I(x)$ e $I(y)$ é tanto”.

Medidas de desigualdade

- As medidas de desigualdade permitem comparações cardinais.
- Ou seja, segundo determinada medida $I(\cdot)$:
 - “ $I(x)$ é tantas vezes mais desigual que $I(y)$ ”; ou
 - “a diferença entre a desigualdade de $I(x)$ e $I(y)$ é tanto”.
- Além disso, como $I(\cdot) \in \mathbb{R}$, tem-se:

Medidas de desigualdade

- As medidas de desigualdade permitem comparações cardinais.
- Ou seja, segundo determinada medida $I(\cdot)$:
 - “ $I(x)$ é tantas vezes mais desigual que $I(y)$ ”; ou
 - “a diferença entre a desigualdade de $I(x)$ e $I(y)$ é tanto”.
- Além disso, como $I(\cdot) \in \mathbb{R}$, tem-se:
 - *Comparabilidade*: $x, y \in \Omega$, $I(x) \geq I(y) \vee I(x) \leq I(y)$.

Majorização²

Sobre a ordenação do nível de *variabilidade* entre dois vetores, Hardy, Littlewood e Pólya (1934) introduz o seguinte conceito:

Definição (Majorização).

Sejam $x, y \in \mathbb{R}^n$ e $\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i$. Diz-se que x é *mais desigual* que y , i.e., $x \succ_M y$, se

$$\sum_{i=1}^k x_i \leq \sum_{i=1}^k y_i, \forall k = 1, \dots, n.$$

²Essa seção se baseia em Mosler (1994) e Krämer (1998)

Majorização

Exemplo (Majorização).

Dados os vetores a e b abaixo, qual é o mais desigual?

$$a = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Resposta: $a \succ_M b$.

Majorização

- Supondo que os vetores sejam listas de rendas individuais de duas sociedades diferentes, a relação de majorização é aplicável apenas se, concomitantemente,

Majorização

- Supondo que os vetores sejam listas de rendas individuais de duas sociedades diferentes, a relação de majorização é aplicável apenas se, concomitantemente,
 - As populações das duas sociedades são iguais; e

Majorização

- Supondo que os vetores sejam listas de rendas individuais de duas sociedades diferentes, a relação de majorização é aplicável apenas se, concomitantemente,
 - As populações das duas sociedades são iguais; e
 - A soma das rendas das duas sociedades são iguais.

Majorização

- Supondo que os vetores sejam listas de rendas individuais de duas sociedades diferentes, a relação de majorização é aplicável apenas se, concomitantemente,
 - As populações das duas sociedades são iguais; e
 - A soma das rendas das duas sociedades são iguais.
- De fato, tais condições reduzem muito a aplicabilidade prática destes resultados.

Majorização

- Uma alternativa é usar a curva de Lorenz!

Majorização

- Uma alternativa é usar a curva de Lorenz!
- Por se basear em proporções, ela

Majorização

- Uma alternativa é usar a curva de Lorenz!
- Por se basear em proporções, ela
 - Não depende do tamanho da população; e

Majorização

- Uma alternativa é usar a curva de Lorenz!
- Por se basear em proporções, ela
 - Não depende do tamanho da população; e
 - Não depende da soma das rendas.

Majorização

- Uma alternativa é usar a curva de Lorenz!
- Por se basear em proporções, ela
 - Não depende do tamanho da população; e
 - Não depende da soma das rendas.
- Além disso, caso as populações comparadas tenham o mesmo tamanho e total de renda, o ordenamento de Lorenz é equivalente à majorização.

Medidas de desigualdade, curvas de Lorenz e Dominância

Atkinson (1970) e Dasgupta, Sen e Starrett (1973) impõem as seguintes condições sobre as medidas de desigualdade $I(\cdot)$:

- *Schur-convexidade*: $x \succ_M y \implies I(x) \geq I(y)$

Medidas de desigualdade, curvas de Lorenz e Dominância

Atkinson (1970) e Dasgupta, Sen e Starrett (1973) impõem as seguintes condições sobre as medidas de desigualdade $I(\cdot)$:

- *Schur-convexidade*: $x \succ_M y \implies I(x) \geq I(y)$
- *Invariância populacional*: $I(x) = I(\overbrace{x, \dots, x}^{m \times})$, (x repetido m vezes)

Medidas de desigualdade, curvas de Lorenz e Dominância

Atkinson (1970) e Dasgupta, Sen e Starrett (1973) impõem as seguintes condições sobre as medidas de desigualdade $I(\cdot)$:

- *Schur-convexidade*: $x \succ_M y \implies I(x) \geq I(y)$
- *Invariância populacional*: $I(x) = I(\overbrace{x, \dots, x}^{m \times})$, (x repetido m vezes)
- *Homogeneidade de Grau 0*: $I(\lambda x) = I(x)$, ($\lambda > 0$)

Curva de Lorenz e Dominância

- Podemos dizer que x é *mais desigual* que y para *todas as medidas de desigualdade* que satisfazem as restrições citadas se $L_x(p) \leq L_y(p)$, $\forall p \in [0, 1]$. Ou seja, $x \succ_L y$.

Curva de Lorenz e Dominância

- Podemos dizer que x é *mais desigual* que y para *todas as medidas de desigualdade* que satisfazem as restrições citadas se $L_x(p) \leq L_y(p)$, $\forall p \in [0, 1]$. Ou seja, $x \succ_L y$.
- Entretanto, quando não há *Lorenz-dominância*, não há garantia de unanimidade entre os ordenamentos gerados por diferentes índices de desigualdade.

Curva de Lorenz e Dominância

- Podemos dizer que x é *mais desigual* que y para *todas as medidas de desigualdade* que satisfazem as restrições citadas se $L_x(p) \leq L_y(p)$, $\forall p \in [0, 1]$. Ou seja, $x \succ_L y$.
- Entretanto, quando não há *Lorenz-dominância*, não há garantia de unanimidade entre os ordenamentos gerados por diferentes índices de desigualdade.
- Ainda assim, ordenamentos são possíveis.

Curva de Lorenz e Dominância

- Podemos dizer que x é *mais desigual* que y para *todas as medidas de desigualdade* que satisfazem as restrições citadas se $L_x(p) \leq L_y(p)$, $\forall p \in [0, 1]$. Ou seja, $x \succ_L y$.
- Entretanto, quando não há *Lorenz-dominância*, não há garantia de unanimidade entre os ordenamentos gerados por diferentes índices de desigualdade.
- Ainda assim, ordenamentos são possíveis.
 - Neste caso, a escolha da medida é **crucial!**

Curva de Lorenz e Dominância

- Podemos dizer que x é *mais desigual* que y para *todas as medidas de desigualdade* que satisfazem as restrições citadas se $L_x(p) \leq L_y(p)$, $\forall p \in [0, 1]$. Ou seja, $x \succ_L y$.
- Entretanto, quando não há *Lorenz-dominância*, não há garantia de unanimidade entre os ordenamentos gerados por diferentes índices de desigualdade.
- Ainda assim, ordenamentos são possíveis.
 - Neste caso, a escolha da medida é **crucial!**
 - Por exemplo, medidas podem ordenar diferentemente de acordo com os peso atribuídos a desigualdade entre os pobres versus entre os ricos.

Principais medidas

- Índice de Gini

Principais medidas

- Índice de Gini
- Índice de Atkinson

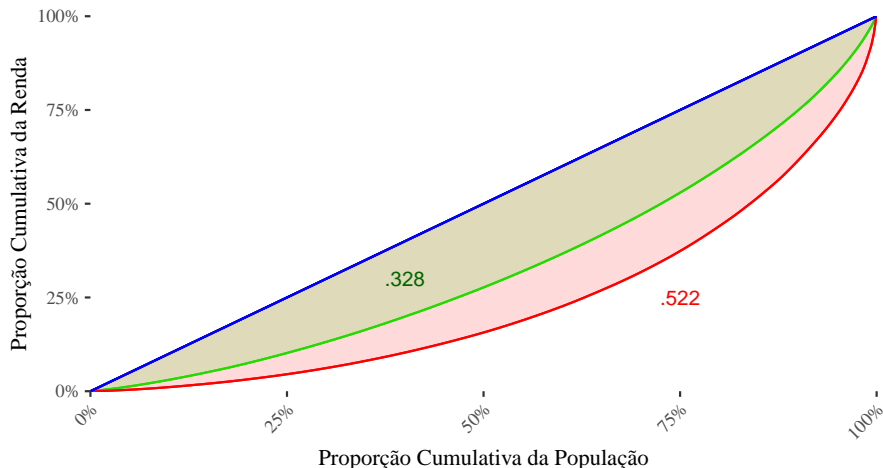
Principais medidas

- Índice de Gini
- Índice de Atkinson
- Índice de Entropia Generalizada

Índice de Gini

O índice de Gini foi proposto em 1912. Basicamente, ele é proporcional à área entre a curva de Lorenz e a linha de referência de igualdade.

Graficamente,



Índice de Gini

Matematicamente,

$$I_{Gini} = 2 \int_0^1 [p - L(p)] dp$$

- No caso de *igualdade perfeita*: $I_{Gini} = 0$

Índice de Gini

Matematicamente,

$$I_{Gini} = 2 \int_0^1 [p - L(p)] dp$$

- No caso de *igualdade perfeita*: $I_{Gini} = 0$
- No caso de *desigualdade perfeita*³: $I_{Gini} = 1$

³Ou seja, uma pessoa concentra a renda de toda a sociedade.

Exemplo

Suponha que existam duas sociedades tais que:

- Sociedade A: uma pessoa concentra metade da renda total, enquanto o resto da sociedade divide igualitariamente a outra metade;

Neste caso, **qual sociedade é mais desigual?**

Exemplo

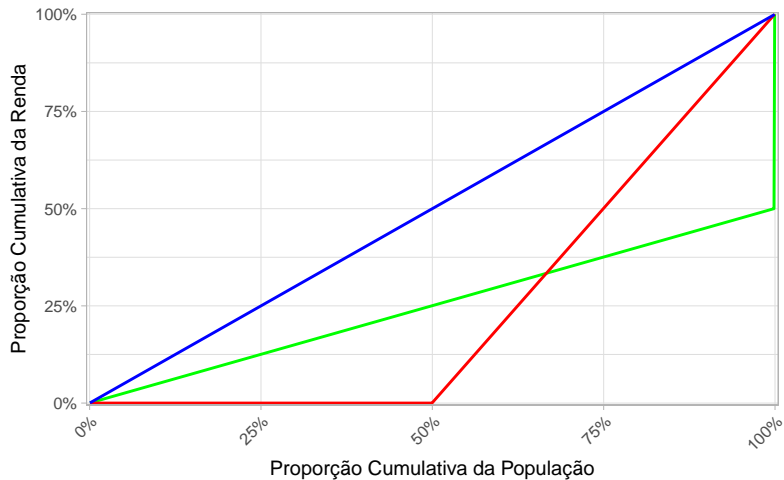
Suponha que existam duas sociedades tais que:

- Sociedade *A*: uma pessoa concentra metade da renda total, enquanto o resto da sociedade divide igualitariamente a outra metade;
- Sociedade *B*: metade da população não possui renda alguma, enquanto a outra metade divide igualmente a renda entre si.

Neste caso, **qual sociedade é mais desigual?**

Exemplo

Graficamente,



Distribuições — Sociedade A — Sociedade B — Igualdade

Exemplo

- Este caso é particularmente interessante:

Exemplo

- Este caso é particularmente interessante:
 - As curvas de Lorenz se interceptam.

Exemplo

- Este caso é particularmente interessante:
 - As curvas de Lorenz se interceptam.
 - Os índices de Gini são idênticos, já que as áreas entre as curvas de Lorenz e a curva de igualdade são iguais.

Exemplo

- Este caso é particularmente interessante:
 - As curvas de Lorenz se interceptam.
 - Os índices de Gini são idênticos, já que as áreas entre as curvas de Lorenz e a curva de igualdade são iguais.
- Embora excepcional, esse caso mostra que

Exemplo

- Este caso é particularmente interessante:
 - As curvas de Lorenz se interceptam.
 - Os índices de Gini são idênticos, já que as áreas entre as curvas de Lorenz e a curva de igualdade são iguais.
- Embora excepcional, esse caso mostra que
 - A escolha de medidas é importante.

Exemplo

- Este caso é particularmente interessante:
 - As curvas de Lorenz se interceptam.
 - Os índices de Gini são idênticos, já que as áreas entre as curvas de Lorenz e a curva de igualdade são iguais.
- Embora excepcional, esse caso mostra que
 - A escolha de medidas é importante.
 - Além da técnica, esta é uma questão ética.

Índice de Atkinson

- Atkinson (1970) introduz uma classe de medidas de desigualdade, também sujeita a um parâmetro de *aversão à desigualdade*;

$$\begin{aligned} I_{Atk}^{\epsilon} &= 1 - \frac{U^{-1}(\bar{U})}{\bar{y}}, & U(y_i) &= \frac{y_i^{1-\epsilon} - 1}{1 - \epsilon} \\ &= 1 - \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right)^{\epsilon-1} \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}} \end{aligned}$$

Índice de Atkinson

- Atkinson (1970) introduz uma classe de medidas de desigualdade, também sujeita a um parâmetro de *aversão à desigualdade*;

$$I_{Atk}^{\epsilon} = 1 - \frac{U^{-1}(\bar{U})}{\bar{y}}, \quad U(y_i) = \frac{y_i^{1-\epsilon} - 1}{1 - \epsilon}$$

$$= 1 - \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right)^{\epsilon-1} \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}}$$

- Seguindo a ideia de Dalton (1920), esta classe inclui uma forma explícita da função de bem-estar social $U(\cdot)$.

Índice de Atkinson

- Atkinson (1970) introduz uma classe de medidas de desigualdade, também sujeita a um parâmetro de *aversão à desigualdade*;

$$I_{Atk}^{\epsilon} = 1 - \frac{U^{-1}(\bar{U})}{\bar{y}}, \quad U(y_i) = \frac{y_i^{1-\epsilon} - 1}{1 - \epsilon}$$

$$= 1 - \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right)^{\epsilon-1} \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}}$$

- Seguindo a ideia de Dalton (1920), esta classe inclui uma forma explícita da função de bem-estar social $U(\cdot)$.
- Quanto maior o valor de ϵ , maior a importância de transferências de renda entre os pobres e os não-tão-pobres.

Índice de Atkinson

- Atkinson (1970) introduz uma classe de medidas de desigualdade, também sujeita a um parâmetro de *aversão à desigualdade*;

$$I_{Atk}^{\epsilon} = 1 - \frac{U^{-1}(\bar{U})}{\bar{y}}, \quad U(y_i) = \frac{y_i^{1-\epsilon} - 1}{1 - \epsilon}$$

$$= 1 - \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right)^{\epsilon-1} \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}}$$

- Seguindo a ideia de Dalton (1920), esta classe inclui uma forma explícita da função de bem-estar social $U(\cdot)$.
- Quanto maior o valor de ϵ , maior a importância de transferências de renda entre os pobres e os não-tão-pobres.
- Este parâmetro pode ordenar distribuições de maneiras diferentes dependendo da aversão à desigualdade de determinada sociedade.

Índices de Entropia Generalizada

Os *Índices de Entropia Generalizada* são uma classe de medidas de desigualdade introduzida por Cowell (1977, 1980).

- Teoria da Informação (Shannon, 1948) → Entropia:

Índices de Entropia Generalizada

Os *Índices de Entropia Generalizada* são uma classe de medidas de desigualdade introduzida por Cowell (1977, 1980).

- Teoria da Informação (Shannon, 1948) → Entropia:
 - Quantidade de informação esperada de uma distribuição.

Índices de Entropia Generalizada

Os *Índices de Entropia Generalizada* são uma classe de medidas de desigualdade introduzida por Cowell (1977, 1980).

- Teoria da Informação (Shannon, 1948) → Entropia:
 - Quantidade de informação esperada de uma distribuição.
- Reinterpretando: proporção esperada da renda total apropriada pelos indivíduos.⁴

⁴Esta passagem é explicada detalhadamente em Cowell (2011, p. 53–61)

Índices de Entropia Generalizada

Matematicamente,

$$I_{GEI}^{\theta} = \begin{cases} -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log \frac{y_i}{\bar{y}}, & \theta = 0 \\ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{y_i}{\bar{y}} \log \frac{y_i}{\bar{y}}, & \theta = 1 \\ \frac{1}{N(\theta^2 - \theta)} \sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right)^{\theta} - 1 \right], & \theta \neq 0, 1 \end{cases}$$

- Onde θ é um parâmetro que relacionado às distâncias entre as proporções individuais de renda:

Índices de Entropia Generalizada

Matematicamente,

$$I_{GEI}^{\theta} = \begin{cases} -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log \frac{y_i}{\bar{y}}, & \theta = 0 \\ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{y_i}{\bar{y}} \log \frac{y_i}{\bar{y}}, & \theta = 1 \\ \frac{1}{N(\theta^2 - \theta)} \sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right)^{\theta} - 1 \right], & \theta \neq 0, 1 \end{cases}$$

- Onde θ é um parâmetro que relacionado às distâncias entre as proporções individuais de renda:
 - Quanto maior θ , maior a importância dada à distância entre a proporção de renda apropriada pelos indivíduos em uma transferência de renda.

Conclusão

- O economista não é um “robô”!

Conclusão

- O economista não é um “robô”!
- Estudar desigualdade⁵ é uma mistura interessante de matemática, estatística e filosofia.

⁵Ou economia como um todo.

Pobreza

O que é pobreza?

- Não existe uma definição única do que é pobreza. Por exemplo:

O que é pobreza?

- Não existe uma definição única do que é pobreza. Por exemplo:
 - Asselin (2009, p. 170) vê a pobreza como uma desigualdade extrema e inaceitável;

O que é pobreza?

- Não existe uma definição única do que é pobreza. Por exemplo:
 - Asselin (2009, p. 170) vê a pobreza como uma desigualdade extrema e inaceitável;
 - Ravallion (1992, p. 4) diz que existe pobreza quando, em uma sociedade, uma ou mais pessoas não dispõem do nível de bem-estar material considerado como o mínimo adequado pelos padrões daquela sociedade.

O que é pobreza?

- Não existe uma definição única do que é pobreza. Por exemplo:
 - Asselin (2009, p. 170) vê a pobreza como uma desigualdade extrema e inaceitável;
 - Ravallion (1992, p. 4) diz que existe pobreza quando, em uma sociedade, uma ou mais pessoas não dispõem do nível de bem-estar material considerado como o mínimo adequado pelos padrões daquela sociedade.
- Assim, o conceito de pobreza é socialmente construído.

O que é pobreza?

- Não existe uma definição única do que é pobreza. Por exemplo:
 - Asselin (2009, p. 170) vê a pobreza como uma desigualdade extrema e inaceitável;
 - Ravallion (1992, p. 4) diz que existe pobreza quando, em uma sociedade, uma ou mais pessoas não dispõem do nível de bem-estar material considerado como o mínimo adequado pelos padrões daquela sociedade.
- Assim, o conceito de pobreza é socialmente construído.
- De fato, países, institutos de pesquisa e organizações internacionais têm suas próprias definições.

O que é pobreza?

- Não existe uma definição única do que é pobreza. Por exemplo:
 - Asselin (2009, p. 170) vê a pobreza como uma desigualdade extrema e inaceitável;
 - Ravallion (1992, p. 4) diz que existe pobreza quando, em uma sociedade, uma ou mais pessoas não dispõem do nível de bem-estar material considerado como o mínimo adequado pelos padrões daquela sociedade.
- Assim, o conceito de pobreza é socialmente construído.
- De fato, países, institutos de pesquisa e organizações internacionais têm suas próprias definições.
- O modo como se define e se mensura a pobreza tem impactos diretos na avaliação e análise de políticas públicas.

Medindo pobreza: aspectos preliminares

- Unidimensional/Multidimensional

Medindo pobreza: aspectos preliminares

- Unidimensional/Multidimensional
- Monetária/Não-monetária

Medindo pobreza: aspectos preliminares

- Unidimensional/Multidimensional
- Monetária/Não-monetária
- Agrupamento básico (Domicílio, Família, etc.)

Medindo pobreza: aspectos preliminares

- Unidimensional/Multidimensional
- Monetária/Não-monetária
- Agrupamento básico (Domicílio, Família, etc.)
- Escalas de equivalência e distribuição intradomiciliar da renda

Medindo pobreza: aspectos preliminares

- Unidimensional/Multidimensional
- Monetária/Não-monetária
- Agrupamento básico (Domicílio, Família, etc.)
- Escalas de equivalência e distribuição intradomiciliar da renda
- Linhas de pobreza

Medindo pobreza: aspectos preliminares

- Unidimensional/Multidimensional
- Monetária/Não-monetária
- Agrupamento básico (Domicílio, Família, etc.)
- Escalas de equivalência e distribuição intradomiciliar da renda
- Linhas de pobreza
 - Absoluta vs. Relativa

Medidas de pobreza: definição

Baseado em Villar (2017, p. 117), tem-se:

Definição (Medida de pobreza (unidimensional)).

Uma medida de pobreza (unidimensional) é uma função $P : \Omega \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que associa um par (x, z) , composto por um vetor de rendas x e uma linha de pobreza z , a um número $P(x, z)$, representando a quantidade de pobreza desta distribuição.

Mensuração: identificação e agregação

- Sen (1976) descreve a mensuração da pobreza em dois problemas metodológicos:

Mensuração: identificação e agregação

- Sen (1976) descreve a mensuração da pobreza em dois problemas metodológicos:
 - Identificação: identificar, dentro da população total, as pessoas em situação de pobreza;

Mensuração: identificação e agregação

- Sen (1976) descreve a mensuração da pobreza em dois problemas metodológicos:
 - Identificação: identificar, dentro da população total, as pessoas em situação de pobreza;
 - Agregação: construir um índice de pobreza com a informação disponível.

Principais medidas

- Taxa de Pobreza

Principais medidas

- Taxa de Pobreza
- Razão de Insuficiência de Renda

Principais medidas

- Taxa de Pobreza
- Razão de Insuficiência de Renda
- Hiato de Pobreza

Principais medidas

- Taxa de Pobreza
- Razão de Insuficiência de Renda
- Hiato de Pobreza
- Índice de Sen

Principais medidas

- Taxa de Pobreza
- Razão de Insuficiência de Renda
- Hiato de Pobreza
- Índice de Sen
- Classe FGT

Principais medidas

- Taxa de Pobreza
- Razão de Insuficiência de Renda
- Hiato de Pobreza
- Índice de Sen
- Classe FGT
- Índice de Watts

Taxa de Pobreza

Em poucas palavras, a taxa de pobreza é a proporção de pessoas em situação de pobreza na população total. Ou seja,

$$P_{HC} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbb{1}(x_i < z)$$

- Vantagens:

Taxa de Pobreza

Em poucas palavras, a taxa de pobreza é a proporção de pessoas em situação de pobreza na população total. Ou seja,

$$P_{HC} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbb{1}(x_i < z)$$

- Vantagens:
 - Facilidade de compreensão;

Taxa de Pobreza

Em poucas palavras, a taxa de pobreza é a proporção de pessoas em situação de pobreza na população total. Ou seja,

$$P_{HC} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbb{1}(x_i < z)$$

- Vantagens:
 - Facilidade de compreensão;
 - Grande disseminação.

Taxa de Pobreza

Em poucas palavras, a taxa de pobreza é a proporção de pessoas em situação de pobreza na população total. Ou seja,

$$P_{HC} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbb{1}(x_i < z)$$

- Vantagens:
 - Facilidade de compreensão;
 - Grande disseminação.
- Desvantagens:

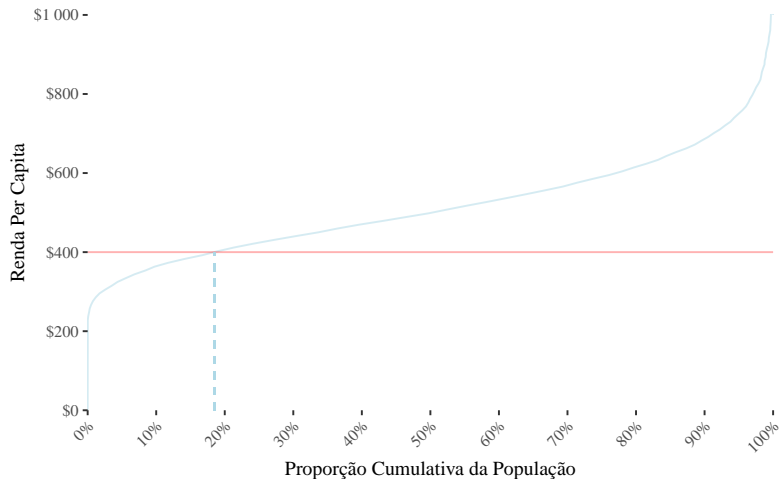
Taxa de Pobreza

Em poucas palavras, a taxa de pobreza é a proporção de pessoas em situação de pobreza na população total. Ou seja,

$$P_{HC} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbb{1}(x_i < z)$$

- Vantagens:
 - Facilidade de compreensão;
 - Grande disseminação.
- Desvantagens:
 - Trata do mesmo modo pessoas em diferentes graus de pobreza.

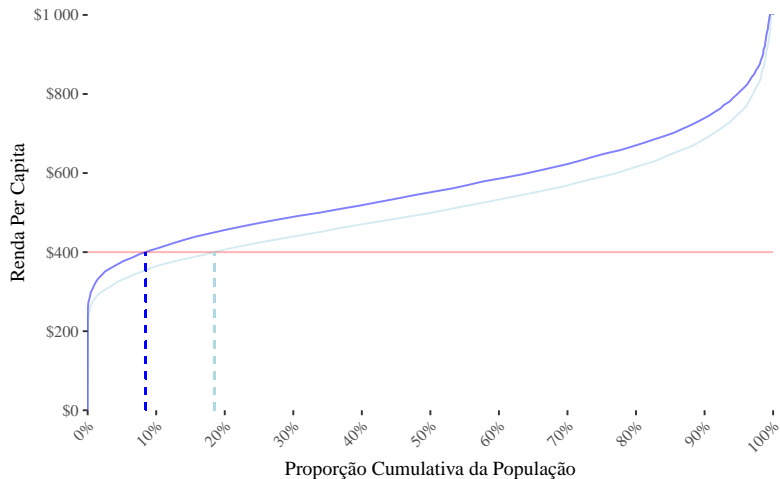
Taxa de Pobreza



Distribuições — Lognormal(log(500),.25)

Taxa de Pobreza

O que acontece quando a renda média aumenta?



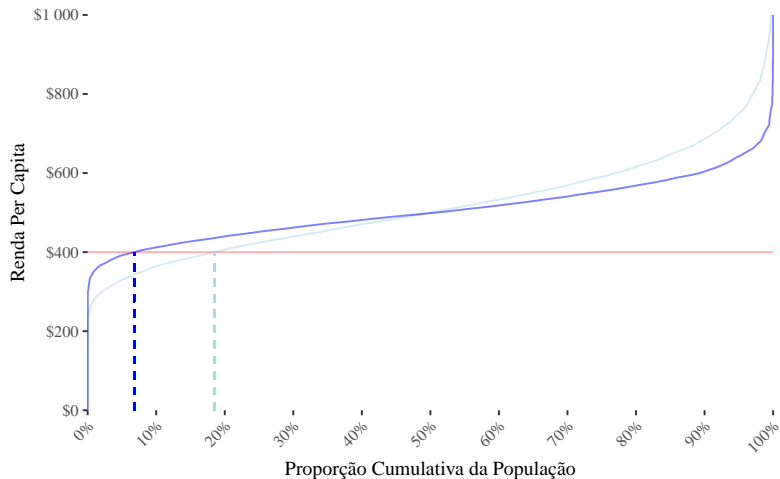
Distribuições

— Lognormal(log(500),.25)

— Lognormal(log(550),.25)

Taxa de Pobreza

O que acontece quando a distribuição de renda se torna mais igualitária?



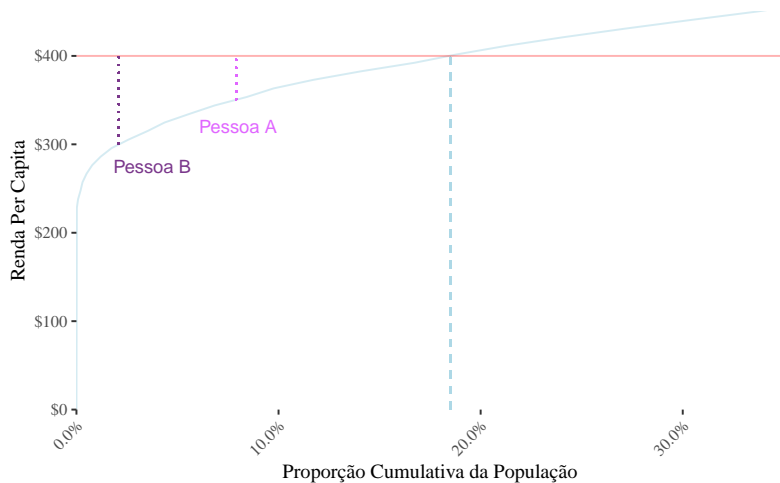
Distribuições

Lognormal(log(500),.25)

Lognormal(log(500),.15)

Taxa de Pobreza

Distâncias em relação à linha de pobreza.



Distribuições — Lognormal($\log(500)$, .25)

Razão de Insuficiência de Renda

- A **Razão de Insuficiência de Renda** é a soma das insuficiências normalizadas de renda entre os pobres.

$$P_{IG} = \sum_{i=1}^N \left[\mathbb{1}(x_i < z) \cdot \frac{z - x_i}{z} \right]$$

Razão de Insuficiência de Renda

- Também pode ser vista como o complemento da razão entre a renda média da população pobre e a linha de pobreza:

$$\begin{aligned}
 P_{IG} &= \sum_{i=1}^N \left[\mathbb{1}(x_i < z) \cdot \frac{z - x_i}{z} \right] \\
 &= \sum_{i=1}^N \left[\mathbb{1}(x_i < z) \cdot \left(1 - \frac{x_i}{z} \right) \right] \\
 &= N_p - \frac{\sum_{i=1}^{N_p} x_i}{z} = 1 - \frac{1}{z} \frac{\sum_{i=1}^{N_p} x_i}{N_p} \\
 &= 1 - \frac{\mu_p}{z}
 \end{aligned}$$

Razão de Insuficiência de Renda

Este indicador também informa o total de renda que deveria ser transferido para a população abaixo da linha de pobreza para eliminar a pobreza⁶. Ou seja,

$$\sum_{i=1}^N \left[\mathbb{1}(x_i < z) \cdot (z - x_i) \right] = z \cdot P_{IG}$$

⁶Supondo que *perfect targeting* das transferências.

Hiato de Pobreza

$$P_{PG} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\mathbb{1}(x_i < z) \cdot \frac{z - x_i}{z} \right]$$

O **Hiato de Pobreza** é uma tentativa de considerar *extensão* e *intensidade* da pobreza em uma medida.

- Basicamente, ele é proporcional à distância média dos pobres em relação à linha de pobreza.

Hiato de Pobreza

Também pode ser visto como o produto da **Taxa de Pobreza** e da **Razão de Insuficiência de Renda**:

$$\begin{aligned}P_{PG} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\mathbb{1}(x_i < z) \cdot \left(1 - \frac{x_i}{z} \right) \right] \\&= \frac{1}{N} \left(N_p - \sum_{i=1}^{N_p} \frac{x_i}{z} \right) \\&= \frac{N_p}{N} \left(1 - \frac{\mu_p}{z} \right) \\&= P_{HC} \cdot P_{IG}\end{aligned}$$

Hiato de Pobreza

Apesar da inclusão das distâncias na ponderação da pobreza, resta um problema.

- Suponha uma transferência de Pigou-Dalton entre duas pessoas em situação de pobreza:

Hiato de Pobreza

Apesar da inclusão das distâncias na ponderação da pobreza, resta um problema.

- Suponha uma transferência de Pigou-Dalton entre duas pessoas em situação de pobreza:
 - A média das distâncias em relação à linha de pobreza continua a mesma; porém,

Hiato de Pobreza

Apesar da inclusão das distâncias na ponderação da pobreza, resta um problema.

- Suponha uma transferência de Pigou-Dalton entre duas pessoas em situação de pobreza:
 - A média das distâncias em relação à linha de pobreza continua a mesma; porém,
 - A pessoa pior condição melhorou; e

Hiato de Pobreza

Apesar da inclusão das distâncias na ponderação da pobreza, resta um problema.

- Suponha uma transferência de Pigou-Dalton entre duas pessoas em situação de pobreza:
 - A média das distâncias em relação à linha de pobreza continua a mesma; porém,
 - A pessoa pior condição melhorou; e
 - A desigualdade entre os pobres diminuiu.

Hiato de Pobreza

Apesar da inclusão das distâncias na ponderação da pobreza, resta um problema.

- Suponha uma transferência de Pigou-Dalton entre duas pessoas em situação de pobreza:
 - A média das distâncias em relação à linha de pobreza continua a mesma; porém,
 - A pessoa pior condição melhorou; e
 - A desigualdade entre os pobres diminuiu.
- Ao incluir essa condição, a política de transferência de renda é forçada a dar ainda mais prioridade às pessoas em pior condição.

Índice de Sen

Sen (1976) propõe uma medida de pobreza que *sensível à distribuição*⁷, incluindo explicitamente o Índice de Gini das insuficiências de renda na fórmula. Matematicamente, tem-se:

$$P_{Sen} = P_{HC} [P_{IG} + (1 - P_{IG})I_{Gini}^*]$$

- Vantagem:

⁷Ou seja, sensível à desigualdade entre os pobres.

Índice de Sen

Sen (1976) propõe uma medida de pobreza que *sensível à distribuição*⁷, incluindo explicitamente o Índice de Gini das insuficiências de renda na fórmula. Matematicamente, tem-se:

$$P_{Sen} = P_{HC} [P_{IG} + (1 - P_{IG})I_{Gini}^*]$$

- Vantagem:

- As variações podem ser decompostas em mudanças na *extensão*, *intensidade* e *desigualdade* da pobreza.

⁷Ou seja, sensível à desigualdade entre os pobres.

Índice de Sen

Sen (1976) propõe uma medida de pobreza que *sensível à distribuição*⁷, incluindo explicitamente o Índice de Gini das insuficiências de renda na fórmula. Matematicamente, tem-se:

$$P_{Sen} = P_{HC} [P_{IG} + (1 - P_{IG})I_{Gini}^*]$$

- Vantagem:
 - As variações podem ser decompostas em mudanças na *extensão*, *intensidade* e *desigualdade* da pobreza.
- Desvantagem:

⁷Ou seja, sensível à desigualdade entre os pobres.

Índice de Sen

Sen (1976) propõe uma medida de pobreza que *sensível à distribuição*⁷, incluindo explicitamente o Índice de Gini das insuficiências de renda na fórmula. Matematicamente, tem-se:

$$P_{Sen} = P_{HC} [P_{IG} + (1 - P_{IG})I_{Gini}^*]$$

- Vantagem:
 - As variações podem ser decompostas em mudanças na *extensão*, *intensidade* e *desigualdade* da pobreza.
- Desvantagem:
 - Complexidade de cálculo;

⁷Ou seja, sensível à desigualdade entre os pobres.

Índice de Sen

Sen (1976) propõe uma medida de pobreza que *sensível à distribuição*⁷, incluindo explicitamente o Índice de Gini das insuficiências de renda na fórmula. Matematicamente, tem-se:

$$P_{Sen} = P_{HC} [P_{IG} + (1 - P_{IG})I_{Gini}^*]$$

- Vantagem:
 - As variações podem ser decompostas em mudanças na *extensão*, *intensidade* e *desigualdade* da pobreza.
- Desvantagem:
 - Complexidade de cálculo;
 - Dificuldade de compreensão;

⁷Ou seja, sensível à desigualdade entre os pobres.

Índice de Sen

Sen (1976) propõe uma medida de pobreza que *sensível à distribuição*⁷, incluindo explicitamente o Índice de Gini das insuficiências de renda na fórmula. Matematicamente, tem-se:

$$P_{Sen} = P_{HC} [P_{IG} + (1 - P_{IG})I_{Gini}^*]$$

- Vantagem:
 - As variações podem ser decompostas em mudanças na *extensão*, *intensidade* e *desigualdade* da pobreza.
- Desvantagem:
 - Complexidade de cálculo;
 - Dificuldade de compreensão;
 - Não-decomponível.

⁷Ou seja, sensível à desigualdade entre os pobres.

Índice de Sen

- Se há *igualdade perfeita* abaixo da linha de pobreza:

Índice de Sen

- Se há *igualdade perfeita* abaixo da linha de pobreza:
 - $I_{Gini}^* = 0$

Índice de Sen

- Se há *igualdade perfeita* abaixo da linha de pobreza:
 - $I_{Gini}^* = 0$
 - $P_{Sen} = P_{HC} P_{IG} = P_{PG}$

Índice de Sen

- Se há *igualdade perfeita* abaixo da linha de pobreza:
 - $I_{Gini}^* = 0$
 - $P_{Sen} = P_{HC} P_{IG} = P_{PG}$
- Se há *desigualdade perfeita* abaixo da linha de pobreza:

Índice de Sen

- Se há *igualdade perfeita* abaixo da linha de pobreza:
 - $I_{Gini}^* = 0$
 - $P_{Sen} = P_{HC} P_{IG} = P_{PG}$
- Se há *desigualdade perfeita* abaixo da linha de pobreza:
 - $I_{Gini}^* = 1$

Índice de Sen

- Se há *igualdade perfeita* abaixo da linha de pobreza:
 - $I_{Gini}^* = 0$
 - $P_{Sen} = P_{HC} P_{IG} = P_{PG}$
- Se há *desigualdade perfeita* abaixo da linha de pobreza:
 - $I_{Gini}^* = 1$
 - $P_{Sen} = P_{HC}$

Classe FGT

Foster, Greer e Thorbecke (1984) propõe uma classe de medidas de pobreza com propriedades interessantes, conhecida como “classe Foster-Greer-Thorbecke”. Matematicamente,

$$P_{FGT}^{\alpha} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\mathbb{1}(x_i < z) \cdot \left(\frac{z - x_i}{z} \right)^{\alpha} \right]$$

- α é um parâmetro que pondera as insuficiências de renda.

Classe FGT

Foster, Greer e Thorbecke (1984) propõe uma classe de medidas de pobreza com propriedades interessantes, conhecida como “classe Foster-Greer-Thorbecke”. Matematicamente,

$$P_{FGT}^{\alpha} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\mathbb{1}(x_i < z) \cdot \left(\frac{z - x_i}{z} \right)^{\alpha} \right]$$

- α é um parâmetro que pondera as insuficiências de renda.
- Casos especiais:

Classe FGT

Foster, Greer e Thorbecke (1984) propõe uma classe de medidas de pobreza com propriedades interessantes, conhecida como “classe Foster-Greer-Thorbecke”. Matematicamente,

$$P_{FGT}^{\alpha} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\mathbb{1}(x_i < z) \cdot \left(\frac{z - x_i}{z} \right)^{\alpha} \right]$$

- α é um parâmetro que pondera as insuficiências de renda.
- Casos especiais:
 - Taxa de Pobreza: $P_{FGT}^{\alpha=0} = P_{HC}$

Classe FGT

Foster, Greer e Thorbecke (1984) propõe uma classe de medidas de pobreza com propriedades interessantes, conhecida como “classe Foster-Greer-Thorbecke”. Matematicamente,

$$P_{FGT}^{\alpha} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\mathbb{1}(x_i < z) \cdot \left(\frac{z - x_i}{z} \right)^{\alpha} \right]$$

- α é um parâmetro que pondera as insuficiências de renda.
- Casos especiais:
 - Taxa de Pobreza: $P_{FGT}^{\alpha=0} = P_{HC}$
 - Hiato de Pobreza: $P_{FGT}^{\alpha=1} = P_{PG}$

Classe FGT

Foster, Greer e Thorbecke (1984) propõe uma classe de medidas de pobreza com propriedades interessantes, conhecida como “classe Foster-Greer-Thorbecke”. Matematicamente,

$$P_{FGT}^{\alpha} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\mathbb{1}(x_i < z) \cdot \left(\frac{z - x_i}{z} \right)^{\alpha} \right]$$

- α é um parâmetro que pondera as insuficiências de renda.
- Casos especiais:

- Taxa de Pobreza: $P_{FGT}^{\alpha=0} = P_{HC}$
- Hiato de Pobreza: $P_{FGT}^{\alpha=1} = P_{PG}$

- *Hiato Quadrático de Pobreza*: $P_{FGT}^{\alpha=2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\mathbb{1}(x_i < z) \cdot \left(\frac{z - x_i}{z} \right)^2 \right]$

Classe FGT

O *Hiato Quadrático de Pobreza* é particularmente interessante, pois:

- Ao dar peso maior às maiores insuficiências de renda, a desigualdade de pobreza é levada em consideração;

Classe FGT

O *Hiato Quadrático de Pobreza* é particularmente interessante, pois:

- Ao dar peso maior às maiores insuficiências de renda, a desigualdade de pobreza é levada em consideração;
- Pode ser decomposto em grupos.

Classe FGT

Fórmula alternativa⁸:

$$P_{FGT}^{\alpha=2} = P_{HC} [P_{IG}^2 + (1 - P_{IG})^2 (I_{CV}^*)^2]$$

⁸Uma generalização para $\alpha > 2$ pode ser encontrada em Aristondo, De La Vega e Urrutia (2010).

Índice de Watts

$$P_{Watts} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbb{1}(x_i < z) \log \left(\frac{x_i}{z} \right)$$

- Este índice foi introduzido em Watts (1968).

Índice de Watts

$$P_{Watts} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbb{1}(x_i < z) \log \left(\frac{x_i}{z} \right)$$

- Este índice foi introduzido em Watts (1968).
- Atende diversos axiomas importantes para a mensuração da pobreza (Zheng, 1993, 1997).

Índice de Watts

$$P_{Watts} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbb{1}(x_i < z) \log \left(\frac{x_i}{z} \right)$$

- Este índice foi introduzido em Watts (1968).
- Atende diversos axiomas importantes para a mensuração da pobreza (Zheng, 1993, 1997).
 - Incluindo a sensibilidade à distribuição.

Índice de Watts

$$P_{Watts} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbb{1}(x_i < z) \log \left(\frac{x_i}{z} \right)$$

- Este índice foi introduzido em Watts (1968).
- Atende diversos axiomas importantes para a mensuração da pobreza (Zheng, 1993, 1997).
 - Incluindo a sensibilidade à distribuição.
- Pode ser decomposto.

Índice de Watts

$$P_{Watts} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbb{1}(x_i < z) \log \left(\frac{x_i}{z} \right)$$

- Este índice foi introduzido em Watts (1968).
- Atende diversos axiomas importantes para a mensuração da pobreza (Zheng, 1993, 1997).
 - Incluindo a sensibilidade à distribuição.
- Pode ser decomposto.
- Tem interpretações interessantes.

Índice de Watts

Índice de Watts como composição de outros índices (Blackburn, 1989):

$$P_{Watts} = P_{HC}(G_{Watts} + L^*)$$

Onde:

- *Hiato de Pobreza de Watts*: $G_{Watts} = \sum_{i=1}^N \log\left(\frac{x_i}{z}\right)$

Índice de Watts

Índice de Watts como composição de outros índices (Blackburn, 1989):

$$P_{Watts} = P_{HC}(G_{Watts} + L^*)$$

Onde:

- *Hiato de Pobreza de Watts*: $G_{Watts} = \sum_{i=1}^N \log\left(\frac{x_i}{z}\right)$
- *Índice Theil-L das rendas entre os pobres*: $L^* = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \log\left(\frac{\bar{x}}{x_i}\right)$

Índice de Watts

- O Índice de Watts também pode produzir uma estimativa do *Tempo de Saída da Pobreza* (T_r) (Morduch, 1998).

$$T_r = \frac{P_{Watts}}{r}$$

Índice de Watts

- O Índice de Watts também pode produzir uma estimativa do *Tempo de Saída da Pobreza* (T_r) (Morduch, 1998).
- Tomando r como uma estimativa do crescimento da renda entre os pobres, tem-se:

$$T_r = \frac{P_{Watts}}{r}$$

Índice de Watts

Combinando as decomposições:

$$\begin{aligned} T_r &= \frac{P_{HC}(G_{Watts} + L^*)}{r} \\ &= \frac{P_{HC}}{r}(G_{Watts} + L^*) \end{aligned}$$

- Se não há desigualdade entre os pobres: $T_r = \frac{P_{HC} \cdot G_{Watts}}{r}$.

Índice de Watts

Combinando as decomposições:

$$\begin{aligned} T_r &= \frac{P_{HC}(G_{Watts} + L^*)}{r} \\ &= \frac{P_{HC}}{r}(G_{Watts} + L^*) \end{aligned}$$

- Se não há desigualdade entre os pobres: $T_r = \frac{P_{HC} \cdot G_{Watts}}{r}$.
- Ou seja, o componente $\frac{P_{HC} \cdot L^*}{r}$ é o tempo adicional necessário para eliminar a pobreza em decorrência da desigualdade entre os pobres.

Conclusão

- Existem diversas medidas de pobreza;

Conclusão

- Existem diversas medidas de pobreza;
 - Cada uma tem suas vantagens e desvantagens.

Conclusão

- Existem diversas medidas de pobreza;
 - Cada uma tem suas vantagens e desvantagens.
- Uma medida não é suficiente para entender todo o cenário;

Conclusão

- Existem diversas medidas de pobreza;
 - Cada uma tem suas vantagens e desvantagens.
- Uma medida não é suficiente para entender todo o cenário;
- Algumas tem propriedades mais interessantes. Por exemplo:

Conclusão

- Existem diversas medidas de pobreza;
 - Cada uma tem suas vantagens e desvantagens.
- Uma medida não é suficiente para entender todo o cenário;
- Algumas tem propriedades mais interessantes. Por exemplo:
 - Decomposição por subgrupo;

Conclusão

- Existem diversas medidas de pobreza;
 - Cada uma tem suas vantagens e desvantagens.
- Uma medida não é suficiente para entender todo o cenário;
- Algumas tem propriedades mais interessantes. Por exemplo:
 - Decomposição por subgrupo;
 - Decomposição por componentes;

Conclusão

- Existem diversas medidas de pobreza;
 - Cada uma tem suas vantagens e desvantagens.
- Uma medida não é suficiente para entender todo o cenário;
- Algumas tem propriedades mais interessantes. Por exemplo:
 - Decomposição por subgrupo;
 - Decomposição por componentes;
 - Sensibilidade à distribuição.

Conclusão

- Existem diversas medidas de pobreza;
 - Cada uma tem suas vantagens e desvantagens.
- Uma medida não é suficiente para entender todo o cenário;
- Algumas tem propriedades mais interessantes. Por exemplo:
 - Decomposição por subgrupo;
 - Decomposição por componentes;
 - Sensibilidade à distribuição.
- A escolha da medida influencia o modo como se avalia a política pública;

Referências

Referências I

ARISTONDO, O.; DE LA VEGA, C. L.; URRUTIA, A. A new multiplicative decomposition for the Foster–Greer–Thorbecke poverty indices. **Bulletin of Economic Research**, v. 62, n. 3, p. 259–267, 2010.

ASSELIN, L.-M. **Analysis of multidimensional poverty: theory and case studies**. New York: Springer New York, 2009.

ATKINSON, A. B. On the Measurement of Inequality. **Journal of Economic Theory**, v. 2, n. 3, p. 244–263, September 1970.

BLACKBURN, M. L. Poverty measurement: an index related to a Theil measure of inequality. **Journal of Business & Economic Statistics**, v. 7,

Referências II

n. 4, p. 475–481, 1989.

COWELL, F. A. **Measuring inequality**. 1. ed. Oxford, UK: Phillip Allan, 1977.

_____. Generalized entropy and the measurement of distributional change. **European Economic Review**, v. 13, n. 1, 1980.

_____. **Measuring inequality**. 3. ed. [s.l.] Oxford University Press, 2011.

DALTON, H. The Measurement of the Inequality of Incomes. **The Economic Journal**, v. 30, n. 119, set. 1920.

DASGUPTA, P.; SEN, A.; STARRETT, D. Notes on the measurement of inequality. **Journal of Economic Theory**, v. 6, n. 2, p. 180–187, 1973.

FOSTER, J. E.; GREER, J.; THORBECKE, E. A Class of Decomposable

Referências III

Poverty Measures. **Econometrica**, v. 52, n. 3, p. 761–766, 1984.

GINI, C. Measurement of Inequality of Incomes. **The Economic Journal**, v. 31, n. 121, mar. 1921.

HARDY, G. H.; LITTLEWOOD, J. E.; PÓLYA, G. **Inequalities**. 2. ed. [s.l.] Cambridge University Press, 1934.

KRÄMER, W. **Measurement of Inequality**. 1. ed. New York: Marcel Dekker, 1998. p. 39–62

MORDUCH, J. Poverty, economic growth, and average exit time. **Economics Letters**, v. 59, n. 3, p. 385–390, 1998.

MOSLER, K. Majorization in economic disparity measures. **Linear Algebra and its Applications**, v. 199, n. Supplement 1, p. 91–114, 1994.

RAVALLION, M. **Poverty Comparisons: A Guide to Concepts and Methods**. [s.l.] World Bank, 1992. Disponível em:

Referências IV

<<https://EconPapers.repec.org/RePEc:fth:wobali:88>>.

SEN, A. K. Poverty: An Ordinal Approach to Measurement. **Econometrica**, v. 44, n. 2, mar. 1976.

SHANNON, C. E. A Mathematical Theory of Communication. **Bell System Technical Journal**, v. 27, n. 3, p. 379–423, 1948.

VILLAR, A. **Lectures on Inequality, Poverty and Welfare**. 1. ed. [s.l.] Springer International Publishing, 2017.

WATTS, H. W. **An economic definition of poverty**. Madison, Wisconsin: University of Wisconsin, Institute For Research on Poverty, 1968. Disponível

Referências V

em: <<https://www.irp.wisc.edu/publications/dps/pdfs/dp568.pdf>>.

ZHENG, B. An axiomatic characterization of the Watts poverty index. **Economics Letters**, v. 42, n. 1, 1993.

_____. Aggregate Poverty Measures. **Journal of Economic Surveys**, v. 11, n. 2, 1997.