

## Relatório 2º projeto ASA 2021/2022

**Grupo:** al004

**Aluno(s):** Guilherme Leitão (99951) e Sebastião Carvalho (99326)

---

### Descrição do Problema e da Solução

O problema pede-nos para descobrir qual/quais os ancestrais comuns mais próximos de dois vértices de uma dada árvore genealógica. Devido à natureza do problema, nos algoritmos DFS não foram usados tempos de descoberta e fecho. Primeiramente, realizámos a leitura do input e da construção da árvore sob a forma de um grafo, trocando o sentido dos arcos, ficando com o grafo transposto. De seguida verificamos se o grafo dado é um DAG, usando um algoritmo modificado da DFS para encontrar ciclos num grafo. Chamemos  $v1$  e  $v2$  aos vértices que pretendemos encontrar os ancestrais comuns. Primeiro realizamos uma DFS a começar no vértice  $v1$  para achar todos os ancestrais desse vértice, ignorando quaisquer descendentes deste vértice. Nesta primeira DFS atribuímos a cor cinzenta à medida que descobrimos um vértice e a cor preta quando o “fechamos”. Assim, no grafo, os nós pretos são ancestrais de  $v1$ . De seguida, fazemos uma segunda DFS começando no vértice  $v2$ , e sempre que encontramos um nó que esteja a preto, pintamo-lo de azul. Significa que encontrámos um ancestral comum a  $v1$  e  $v2$ . Sempre que encontramos um ancestral comum, tentamos ver se o seu pai na DFS pode ser um vértice que também seja azul, alterando o pai desse vértice se a condição se verificar. Assim, todos os ancestrais comuns que têm um pai na segunda DFS que também é ancestral comum, não são de menor nível. Usando esse filtro, ficamos apenas com o conjunto de ancestrais comuns de menor nível.

### Análise Teórica

Sendo  $V$  o número de vértices e  $E$  o número de arcos:

- Criação dos vértices -  $\Theta(V)$
- Leitura simples dos dados de entrada, a depender linearmente de  $E$  –  $\Theta(E)$
- Verificação da não existência de ciclos -  $O(V + E)$
- Reinício dos vértices após verificação de ciclos -  $\Theta(V)$
- Aplicação de duas DFS –  $O(V + E)$
- Remoção dos ancestrais comuns não de menor nível -  $O(V)$
- Apresentação dos dados (máximo  $V - 2$  ancestrais comuns de menor nível): é usado `printf()` -  $O(V)$

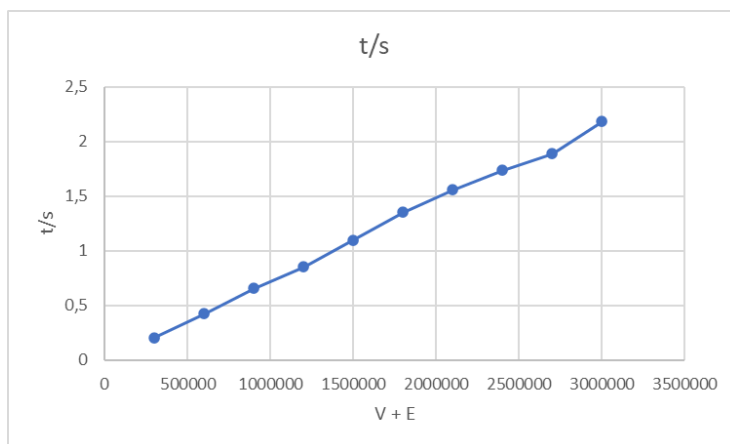
Complexidade global da solução:  $O(V + E)$

## Avaliação Experimental dos Resultados

Para o problema foram utilizados inputs aleatórios de probabilidade de geração de arcos de 0.1.

A tabela seguinte mostra a relação entre o número de vértices  $V$  mais arestas  $E$  e  $t$  segundos que demora o programa a executar:

V	E	V + E	t/s
100000	199972	299972	0,204
200000	399974	599974	0,425
300000	599972	899972	0,657
400000	799970	1199970	0,851
500000	999972	1499972	1,1
600000	1199974	1799974	1,354
700000	1399971	2099971	1,556
800000	1599973	2399973	1,736
900000	1799974	2699974	1,887
1000000	1999974	2999974	2,184



No gráfico do problema podemos ver que ele tem uma dispersão aproximadamente linear em função de  $V + E$ . Logo, concluímos que os dados obtidos experimentalmente estão em concordância com os esperados.