



Laboratório de Circuitos Elétricos I

JULIO C. BRANDELERO
THIAGO H. AKINAGA

Graduandos do curso de engenharia elétrica da
Universidade Federal de Santa Catarina

Colaborador:

DOUGLAS M. ARAUJO

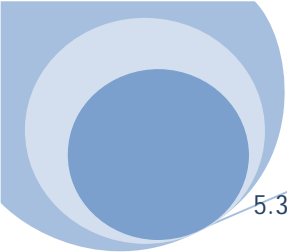
Graduando do curso de engenharia elétrica da
Universidade Federal de Santa Catarina

FLORIANÓPOLIS, SANTA CATARINA, BRASIL - 2008



Sumário

ERROS EM MEDIDAS, PADRÕES E INSTRUMENTOS ELÉTRICOS DE MEDIÇÃO	6
LISTA DE EXERCÍCIOS	6
VOLTÍMETRO E AMPERÍMETRO DE CORRENTE CONTÍNUA	9
Introdução.....	9
Desenvolvimento	9
2.1 SEGUNDA LEI DE KIRCHHOFF (LEI DAS MALHAS).....	10
2.2 ERRO DE INSERÇÃO NA MEDIÇÃO DE TENSÃO ELÉTRICA	12
2.3 PRIMEIRA LEI DE KIRCHHOFF (LEI DAS CORRENTES OU DOS NÓS).....	13
2.4 ERRO DE INSERÇÃO NA MEDIÇÃO DE CORRENTE ELÉTRICA.....	15
Conclusão.....	16
MEDIDAS DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA	17
Introdução.....	17
Desenvolvimento	17
3.1 UTILIZAÇÃO DA PONTE DE WHEATSTONE	17
3.2 MÉTODO VOLT-AMPERE A JUSANTE	19
3.3 MÉTODO VOLT-AMPERE A MONTANTE.....	20
Conclusão.....	22
TEOREMA DA MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA E TEOREMA DA SUPERPOSIÇÃO	23
Introdução.....	23
Desenvolvimento	23
4.1 TEOREMA DA MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA.....	23
4.2 TEOREMA DA SUPERPSIÇÃO.....	26
Conclusão.....	29
OSCILOSCÓPIO	30
Indrodução.....	30
Desenvolvimento	30
5.0 INDUTOR	30
5.1 CAPACITOR	30
5.2 INDUTORES EM SERIE.....	31



5.3 INDUTORES EM PARALELO.....	31
5.4 CAPACITORES EM PARALELO.....	31
5.5 CAPACITORES EM SERIE.....	32
5.6 ANÁLISE DE CIRCUITOS SENOIDAIS.....	32
5.7 FASORES.....	32
5.8 ELEMENTOS PASSIVOS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA.....	33
5.9 PARA O RESISTOR.....	33
5.10 PARA O INDUTOR.....	33
5.11 PARA O CAPACITOR.....	33
5.12 IMPEDÂNCIA (Z) E ADMITÂNCIA (Y).....	34
5.13 MONTAGEM EM LABORATÓRIO I.....	34
5.14 MONTAGEM A SER REALIZADA NO LABORATÓRIO II.....	35
Conclusão.....	38

TEOREMAS DE THÉVENIN E NORTON	39
--------------------------------------	-----------

Introdução.....	39
Desenvolvimento.....	39
6.1 CIRCUITO DE THÉVENIN:.....	39
6.2 CIRCUITO DE NORTON:.....	39
6.3 CIRCUITOS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA:.....	40
6.4 PARTE PRÁTICA.....	40
QUESTÕES.....	46
Conclusão.....	46

POTÊNCIA MONOFÁSICA E FATOR DE POTÊNCIA	48
--	-----------

Introdução.....	48
Desenvolvimento.....	48
7.1 INSTRUMENTO ELETRODINÂMICO.....	48
7.1 WATTÍMETRO.....	48
7.2 TRANSFORMADORES DE MEDIDAS.....	49
7.3 POTENCIA INSTANTÂNEA.....	49
7.4 POTÊNCIA MÉDIA E POTÊNCIA REATIVA.....	50
7.5 POTÊNCIA EM CIRCUITOS EXCLUSIVAMENTE RESISTIVOS.....	50
7.6 POTÊNCIA EM CIRCUITOS EXCLUSIVAMENTE INDUTIVOS.....	50
7.7 POTÊNCIA EM CIRCUITOS EXCLUSIVAMENTE CAPACITIVOS:.....	50
7.8 ANALISE GERAL.....	51
7.9 FATOR DE POTENCIA.....	51



7.10	VALORES RMS	51
7.11	TENSÃO RMS	51
7.12	POTÊNCIA RMS:	51
7.13	POTENCIA COMPLEXA:.....	51
7.14	FORMAS ALTERNATIVAS PARA O CÁLCULO DE POTÊNCIA:	52
7.15	FORMAS ALTERNATIVAS DE POTENCIAS COMPLEXAS:	52
	COMPROVAÇÃO PRÁTICA.....	52
	Conclusão.....	55

MEDIDAS EM CIRCUITOS TRIFÁSICOS	56
--	-----------

	Introdução.....	56
	Desenvolvimento	56
8.1	TERMOS USUAIS EM CIRCUITOS TRIFÁSICOS:	56
8.2	TENSÕES TRIFÁSICAS EQUILIBRADAS	56
8.3	A LIGAÇÃO Y	56
8.4	A LIGAÇÃO DELTA (Δ)	57
8.5	ENSAIO – PRIMEIRA PARTE	58
8.6	ENSAIO – SEGUNDA PARTE	59
	Conclusão.....	60

POTÊNCIA TRIFÁSICA E MEDIDA DE ENERGIA ELÉTRICA	61
--	-----------

	Introdução.....	61
	Desenvolvimento	61
9.1	POTÊNCIA TRIFÁSICA	61
9.2	DEMONSTRAÇÃO DA CONEXÃO ARON	61
9.3	MEDIDA DE EN ERGIA ELÉTRICA	62
9.4	POTENCIA TRIFÁSICA	64
9.5	MEDIDA DE ENERGIA ELÉTRICA	64
	Conclusão.....	65

BIBLIOGRAFIA	67
---------------------	-----------

INDICE REMISSIVO	618
-------------------------	------------

1 ERROS EM MEDIDAS, PADRÕES E INSTRUMENTOS ELÉTRICOS DE MEDIÇÃO

LISTA DE EXERCÍCIOS

1) *Qual a diferença entre exatidão e precisão?*

R.: Exatidão consiste no grau de afastamento entre um valor medido ou calculado em relação a um valor aceito como verdadeiro. Precisão refere-se a medida com o maior ou menor aproximação de casas decimais. Ou seja exprime o grau de consistência da avaliação estatística de diversas medidas. Por exemplo: Um multímetro com uma certa classe de exatidão tem sua resistência trocada por uma de maior valor. O aparelho continuará medindo com a mesma precisão, porém sua exatidão não será a mesma, a qual só poderá ser comprovada se comparada a um padrão. "A precisão é uma pré-requisito da exatidão, mas a precisão não garante a exatidão" (MEDEIROS FILHO, Solon de. p.77).

2) *Quais são as 3 classes de erro?*

R.:

- i. Erro grosseiro
 - ii. Erro sistemático
 - iii. Erro aleatório
- i. Erro grosseiro: É proveniente de uma falha do operador, podendo ser evitado pela repetição dos ensaios. Ex.: posicionamento de virgulas.
 - ii. Erro sistemático: Distorção de todas as medidas para algum sentido, para mais ou para menos. São difíceis de serem detectadas e sua ocorrência pode passar facilmente despercebidas. Ex.: Ajuste de instrumento.
 - iii. Erro aleatório: Divergência entre resultados obtidos a partir de ensaios feitos com mesmos elementos e pela mesma pessoa, onde o fator responsável é incontrolável.

3) *Um miliamperímetro de calibre 1 mA possui 100 divisões. Qual a resolução desse medidor.*

R.: A resolução é definida como a capacidade do instrumento distinguir medidas quase adjacentes. Então a menor divisão de escala (MDE) deste aparelho é dada por:

$$MDE = \frac{1 \cdot 10^3}{100} = 10 \cdot 10^{-6} = 10 \mu A$$

4) *Estabeleça o número de algarismos significativos em:*

R.:

- a) 542 – 3 algarismos
- b) 0,65 – 2 algarismos
- c) 27,25 – 4 algarismos
- d) 0,00005 – 1 algarismos
- e) 20.000 – 5 algarismos
- f) $4,16 \times 10^3$ – 3 algarismos

5) As medidas das resistências de um resistor em ohms foram:

x
147,2
147,5
147,4
147,6
147,9
147,4
148,1
147,6
147,1
147,5

a) A média aritmética.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{n=1}^{10} x_n}{10} = 147,53$$

b) O Desvio padrão

x	$(x - \bar{x})^2$
147,2	0,1089
147,5	0,0009
147,4	0,0169
147,6	0,0049
147,9	0,1369
147,4	0,0169
148,1	0,3249
147,6	0,0049
147,1	0,1849
147,5	0,0009

$$\sigma = \frac{\sum_{n=1}^{10} (x_n - \bar{x})^2}{10 - 1} = 0,298328677$$

6) Um grupo de pesquisadores realizou vários ensaios para a determinação da tensão de saída (10,00 V) de um novo transformador construído. As medidas encontradas por cada um estão apresentadas na Tabela.

Pesquisador	Leitura da Tensão [V]	Pesquisador	Leitura da Tensão
Pesquisador A	10,08	Pesquisador C	10,19
	10,11		9,79
	10,09		9,69
	10,10		10,05
	10,12		9,78
Pesquisador B	9,88	Pesquisador D	10,04
	10,14		9,98
	10,02		10,02
	9,80		9,97
	10,21		10,04

R.: Calculando a média aritmética e o desvio padrão:

$$\text{Pesquisador A: } \overline{V}_a = \frac{\sum_{n=1}^5 V_n}{5} = 10,10$$

$$\sigma_a = \frac{\sum_{n=1}^5 (V_n - \overline{V})^2}{5-1} = 0,015811$$

$$\text{Pesquisador B: } \overline{V}_b = \frac{\sum_{n=1}^5 V_n}{5} = 10,01$$

$$\sigma_b = \frac{\sum_{n=1}^5 (V_n - \overline{V})^2}{5-1} = 0,17176$$

$$\text{Pesquisador C: } \overline{V}_c = \frac{\sum_{n=1}^5 V_n}{5} = 9,90$$

$$\sigma_c = \frac{\sum_{n=1}^5 (V_n - \overline{V})^2}{5-1} = 0,21048$$

$$\text{Pesquisador D: } \overline{V}_d = \frac{\sum_{n=1}^5 V_n}{5} = 10,01$$

$$\sigma_d = \frac{\sum_{n=1}^5 (V_n - \overline{V})^2}{5-1} = 0,033166$$

Com base na média aritmética e no desvio padrões de cada um pode-se concluir que os pesquisadores B e D obtiveram uma melhor exatidão, porém o pesquisador com melhor precisão foi o pesquisador A, com exatidão igual a do pesquisador C.

2 VOLTÍMETRO E AMPERÍMETRO DE CORRENTE CONTÍNUA

INTRODUÇÃO

Admitindo-se que já se tem o conhecimento básico do funcionamento dos multímetros analógicos e digitais, iremos realizar medições de tensão e corrente contínua, focando dois objetivos principais, que são: Comprovar as leis de Kirchhoff experimentalmente; esclarecer o funcionamento e operação dos instrumentos.

Desenvolvimento

Primeiramente iremos enunciar sucintamente conceitos importantes para a análise de circuitos, que serão utilizados em todo o relatório:

Corrente elétrica: Quantidade de carga que passar num certo intervalo de tempo, podendo ser escrita por:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Tensão: Energia usada para mover uma unidade de carga através do elemento, podendo ser escrita por:

$$V = \frac{dW}{dq}$$

Potência: Trabalho realizado num certo intervalo de tempo, podendo ser escrita por:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = V \cdot I$$

Conceito de nó: *"Ponto de interconexão entre 2 ou mais elementos do circuito"*

Conceito de malha: *"Caminho fechado passando apenas uma vez em cada nó e terminando no nó de partida"*

Primeira Lei de Kirchhoff (lei Kirchhoff para as correntes): *"A soma algébrica das correntes em qualquer nó de um circuito é sempre nula."*

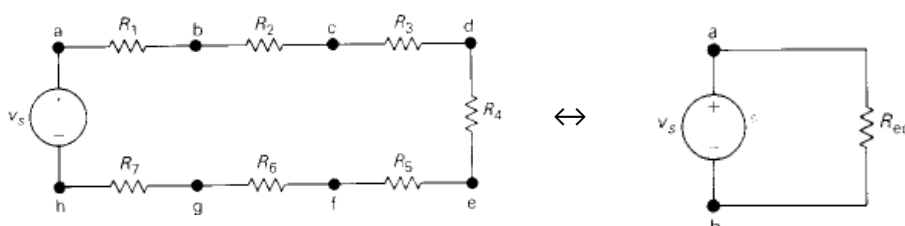
Segunda Lei de Kirchhoff (lei Kirchhoff para as tensões): *"A soma algébrica das tensões em qualquer malha de um circuito é sempre nula"*

Resistência: Capacidade de um elemento se opor a passagem de corrente elétrica. No caso de um resistor ôhmico, temos a lei enunciada abaixo.

Lei de Ohm:

$$V = R \cdot I$$

Resistores em série: *Associação em série ↔ todos os elementos sujeitos a mesma corrente*



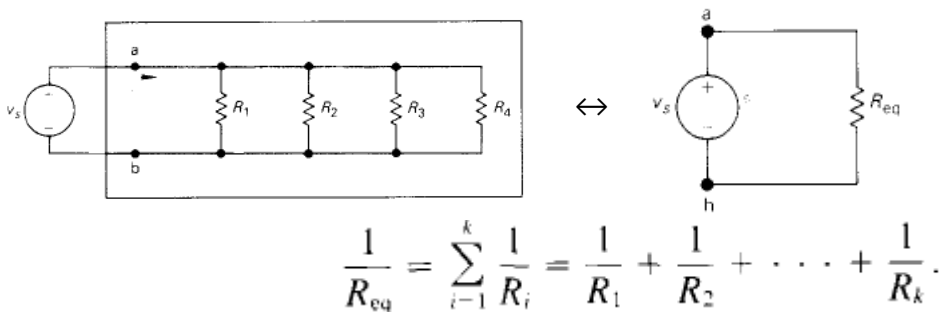
$$V_s = I_s R_1 + I_s R_2 + I_s R_3 + \dots + I_s R_7$$

$$V_s = I_s (R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_7)$$

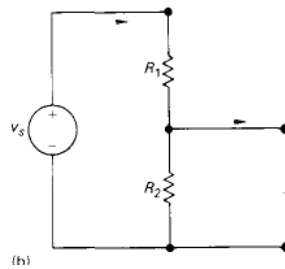
$$R_{Eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_7, \quad \text{Para um caso mais geral temos:}$$

$$R_{Eq} = \sum_{i=1}^k R_i$$

Resistores em paralelo: Associação em paralelo \leftrightarrow todos os elementos sujeitos a mesma tensão



Circuito divisor de tensão: Tomemos o circuito como base:



$$(i) V_1 = R_1 \cdot I$$

$$(ii) V_2 = R_2 \cdot I$$

$$(iii) V = (R_1 + R_2) \cdot I \quad \text{isolando } I \text{ em (iii) e substituindo em (i) e (ii) temos:}$$

$$V_1 = \frac{V \cdot R_1}{R_1 + R_2} \quad e \quad V_2 = \frac{V \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

2.1 SEGUNDA LEI DE KIRCHHOFF (LEI DAS MALHAS)

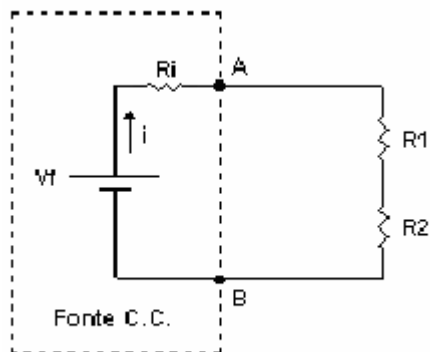


Figura 3 - Circuito a ser utilizado.

- $V_f = 15V$
- $R_1 = 1,3 k\Omega \pm 0,5\% 1/8W$
- $R_2 = 510 \Omega \pm 0,5\% 1/8W$

Com base no circuito da figura 3 determinar o que é solicitado abaixo:

- a) Calcular a tensão sobre cada elemento do circuito e preencher os campos correspondentes à tabela

Utilizando o conceito de circuito divisor de tensão, temos:

A tensão sobre R_1 é dada por:

$$V_{R1} = \frac{R_1 \cdot V_f}{R_1 + R_2} = 10,77V$$

A tensão sobre R_2 é dada por:

$$V_{R2} = \frac{R_2 \cdot V_f}{R_2 + R_1} = 4,23V$$

Logo V_{AB} , é dado por:

$$V_{AB} = V_{R1} + V_{R2} = 15,00V$$

b) Calcular a corrente que circula pelo circuito.

$$I = \frac{V_f}{R_1 + R_2} = 8,29mA$$

c) Calcular a potência dissipada em cada resistor ($P = R \cdot I^2$) e verificar se estes valores não ultrapassam os limites de potência máxima dissipada em cada resistor (1/8 W).

$$P_{R1} = R_1 \cdot I^2 = 89,28mW < 125mW$$

$$P_{R2} = R_2 \cdot I^2 = 35,03mW < 125mW$$

Logo a potência dissipada não ultrapassa o limite máximo suportado pelo resistor.

TABELA 1.

Medidas	Valor teórico sem inserção [V]	Valor medido multímetro analógico [V]	Valor medido multímetro digital [V]
V_{R1}	10,77	11,00 ± 0,05 (12)	10,95 ± 0,01 (20)
V_{R2}	4,23	4,36 ± 0,05 (12)	4,31 ± 0,01 (20)
V_{AB}	15,00	15,10 ± 0,05 (30)	15,28 ± 0,01 (20)

a) Calcule a faixa de tensões em cada um dos componentes do circuito, considerando a tolerância dos resistores R1 e R2 (±5%);

$$\bullet R_1^{máx} = 1365 \Omega$$

$$\bullet R_2^{máx} = 535,5 \Omega$$

$$\bullet R_1^{min} = 1235 \Omega$$

$$\bullet R_2^{min} = 484,5 \Omega$$

Como a tensão em cada componente do circuito é dada por:

$$V_R = \frac{V_f R}{R + R_{eq}}$$

A tensão máxima em R_1 será quando o seu valor for máximo, e R_2 terá seu valor mínimo. Ou seja, nesta situação teremos V_{R1} máximo e V_{R2} mínimo. Calculando os seus valores temos:

$$V_{R1}^{máx} = \frac{V_f R_1^{máx}}{R_1^{máx} + R_2^{min}} = 11,07V$$

$$V_{R2}^{min} = \frac{V_f R_2^{min}}{R_1^{máx} + R_2^{min}} = 3,93V$$

Para o caso contrário temos:

$$V_{R1}^{min} = \frac{V_f R_1^{min}}{R_1^{min} + R_2^{máx}} = 10,46V$$

$$V_{R2}^{m\acute{a}x} = \frac{V_f R_2^{m\acute{a}x}}{R_1^{\min} + R_2^{m\acute{a}x}} = 4,54V$$

Logo $10,46V \leq V_{R1} \leq 11,07V$ e $3,93V \leq V_{R2} \leq 4,54V$

b) Com os valores obtidos na prática, comprovar a 2ª Lei de Kirchhoff.

✓ Multímetro analógico (ENGRO 484)

$$V_{AB} = V_{R1} + V_{R2} = 11,00 \pm 0,05 + 4,36 \pm 0,05 \cong (15,10 \pm 0,05)V$$

O erro associado pode referir-se à mudança da resistência interna do voltímetro ocasionado pela troca de escala no aparelho. Apesar disso, pode-se aproximar o resultado, comprovando a 2ª Lei de Kirchhoff.

✓ Multímetro digital (DAWER DM2020)

$$V_{AB} = V_{R1} + V_{R2} = 10,95 \pm 0,01 + 4,31 \pm 0,01 \cong (15,28 \pm 0,01)V$$

Neste caso não foi necessário a mudança de escala para efetuarmos as medidas. Logo o valor encontrado encontrasse dentro dos limites esperados, comprovando a 2ª Lei de Kirchhoff.

2.2 ERRO DE INSERÇÃO NA MEDIÇÃO DE TENSÃO ELÉTRICA

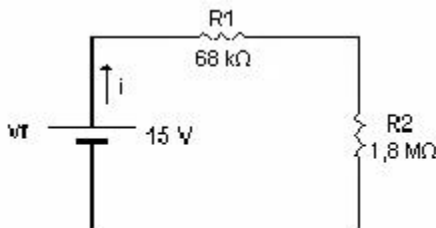


Figura 5 - Circuito para determinar o erro de inserção do voltímetro.

a) Calcule a tensão sobre R_2 e preencha seu valor na Tabela 2. Neste cálculo não é considerado o erro de inserção.

$$V_{R2} = \frac{V_f R_2}{R_2 + R_1} = 14,45V$$

TABELA 2

Medidas	Valor teórico sem inserção	Valor teórico com inserção		Valor medido multímetro analógico	Valor medido multímetro digital
		ENGRO	ELETR.		
V_{R2}	14,45 V	13,03 V	14,36 V	$(13,00 \pm 0,05) V$ (30)	$(14,60 \pm 0,01) V$ (20)

a) Realize o cálculo da tensão em R2 considerando a inserção dos instrumentos e preencha as colunas adequadas da Tabela 2;

✓ ENGRO 484

$$R_v = 600k\Omega$$

$$V_{R2} = \frac{V_f R_2}{R_{eq} + R_1}, \text{ sendo } R_{eq} = \frac{R_2 \cdot R_v}{R_2 + R_v} = 450k\Omega$$

Então

$$V_{R2} = \frac{V_f R_2}{R_{eq} + R_1} = 13,03V$$

✓ DAWER DM2020

$$R_V = 10M\Omega$$

$$V_{R2} = \frac{V_f R_2}{R_{eq} + R_1}, \text{ sendo } R_{eq} = \frac{R_2 \cdot R_V}{R_2 + R_V} = 1,53M\Omega$$

Então

$$V_{R2} = \frac{V_f R_2}{R_{eq} + R_1} = 14,36V$$

b) Compare e comente o erro de inserção do multímetro analógico e do digital.

$$\delta_{ins} = \left| \frac{X_s - X_c}{X_s} \right| \cdot 100, \text{ onde } \begin{matrix} X_s = \text{Valor teórico sem inserção} \\ X_c = \text{Valor teórico com inserção} \end{matrix}$$

✓ ENGRO 484

$$\delta_{ins} = \left| \frac{X_s - X_c}{X_s} \right| \cdot 100 = 9,3\%$$

✓ DAWER DM2020

$$\delta_{ins} = \left| \frac{X_s - X_c}{X_s} \right| \cdot 100 = 0,62\%$$

O voltímetro ideal deve possuir uma resistência interna infinita. Neste caso o instrumento que tinha a maior resistência interna era o digital, por isso o mesmo apresentou um menor erro de inserção.

2.3 PRIMEIRA LEI DE KIRCHHOFF (LEI DAS CORRENTES OU DOS NÓS)

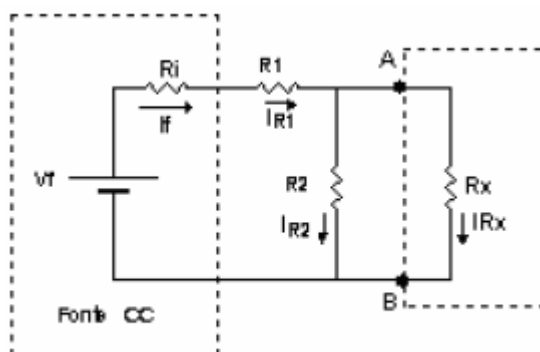


Figura 9 - Circuito a ser utilizado.

- $V_f = 15V$
- $R_1 = 12k\Omega \pm 5\%, 1/8W$
- $R_2 = 130\Omega \pm 5\%, 1/8W$
- $R_x = 1,3k\Omega \pm 5\%, 1/8W$

Com base no circuito da figura 9 determinar o que é solicitado abaixo.

a) Calcule a corrente em cada ramo do circuito e preencha os campos correspondentes na Tabela 3;

Utilizando o método das malhas temos que

Malha da direita:

$$1,3 \cdot 10^3 I_{Rx} = 130 I_{R2}$$

Malha da esquerda:

$$12 \cdot 10^3 I_{R1} + 130 I_{R2} = 15$$

E pelo método dos nós:

$$I_{R1} = I_{R2} + I_{Rx}$$

Com isso temos o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} I_{R1} - I_{R2} - I_{Rx} = 0 \\ 12 \cdot 10^3 I_{R1} + 130 I_{R2} = 15 \\ 130 I_{R2} - 1,3 \cdot 10^3 I_{Rx} = 0 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema linear temos que:

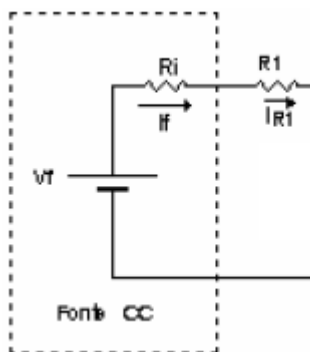
$$I_{R1} = 1,24mA$$

$$I_{R2} = 1,125mA$$

$$I_{Rx} = 112,53\mu A$$

- b) Determinar a corrente máxima e mínima que será exigida da fonte ($I_f = I_{R1}$), independente do resistor R_x que for conectado aos terminais **A** e **B**. Verificar os casos extremos: curto-circuito entre **A** e **B** ($R_x = 0$) e circuito aberto entre **A** e **B** ($R_x \rightarrow \infty$);

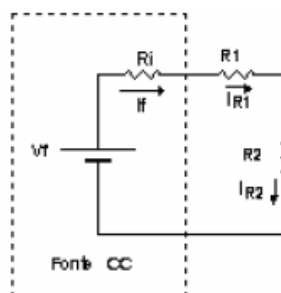
Para $R_x = 0$, temos o seguinte circuito correspondente:



Então:

$$I_{R1} = \frac{V_f}{R_1} = 1,250mA$$

Para $R_x \rightarrow \infty$ temos o seguinte circuito correspondente:



Então:

$$I_{R1} = \frac{V_f}{R_1 + R_2} = 1,236mA$$

- c) Justificar a razão pela qual se pode chamar o circuito apresentado na figura 9 de limitador de corrente;

O circuito pode ser chamado de limitador de corrente, pois não importando o valor de R_x a corrente exigida da fonte não varia significativamente. Isto ocorre devido a grande diferença da ordem de grandeza entre as resistências R_1 e R_2 . Podemos reparar também que se colocarmos um potenciômetro no lugar de R_x , podemos controlar a corrente que passa na fonte cujo valor está compreendido entre $1,236mA < I_f < 1,250mA$.

- d) Considerando os terminais **A** e **B** em aberto e que os resistores R_1 e R_2 podem apresentar uma variação de $\pm 5\%$ nos valores nominais de suas resistências, determine de maneira algébrica e

numericamente a corrente máxima e mínima solicitada da fonte (I_f). Determine a variação desta corrente ($\Delta I_f = I_{f \max} - I_{f \min}$).

$$R_1^{máx} = 12,6k\Omega \quad e \quad R_2^{máx} = 136,5\Omega$$

$$I_{R1}^{\min} = \frac{V_f}{R_1^{máx} + R_2^{máx}} = 1,18mA$$

$$R_1^{\min} = 11,4k\Omega \quad e \quad R_2^{\min} = 123,5\Omega$$

$$I_{R1}^{\max} = \frac{V_f}{R_1^{\min} + R_2^{\min}} = 1,30mA$$

$$\Delta I_f = I_{f \max} - I_{f \min} = 1,30 \cdot 10^{-3} - 1,18 \cdot 10^{-3} = 0,12mA$$

TABELA 3

Medidas	Valor Teórico sem inserção	Valor multímetro analógico (mA)	Valor multímetro digital (mA)
I_{R1}	1,24mA	$1,23 \pm 0,05$ (3)	$1,27 \pm 0,01$ (20mA)
I_{R2}	1,125mA	$0,90 \pm 0,05$ (3)	$1,24 \pm 0,05$ (20mA)
I_x	$112,53\mu A$	$0,10 \pm 0,05$ (3)	$67,9 \pm 0,1$ (200 μA)

Com os valores obtidos na Tabela 3 comprovar a 1ª Lei de Kirchhoff.

✓ ENGRO 484

$$-I_{R1} + I_{R2} + I_{Rx} = 0$$

$$-1,23 \cdot 10^{-3} \pm 0,05 + 0,9 \cdot 10^{-3} \pm 0,05 + 0,10 \cdot 10^{-3} \pm 0,05 \cong -0,23 \cdot 10^{-3} \pm 0,05A$$

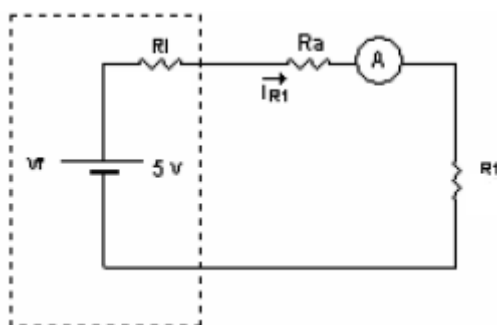
O erro associado deve-se a regulação do aparelho.

✓ DAWER DM2020

$$-I_{R1} + I_{R2} + I_{Rx} = 0$$

$$-1,27 \cdot 10^{-3} \pm 0,01 + 1,24 \cdot 10^{-3} \pm 0,01 + 67,9 \cdot 10^{-6} \pm 0,05 = -1,27 \cdot 10^{-3} \pm 0,01A$$

2.4 ERRO DE INSERÇÃO NA MEDIÇÃO DE CORRENTE ELÉTRICA



- $V_f = 5V$
- $R_1 = 1,2k\Omega$

Figura 11 - Circuito para determinar o erro de inserção do amperímetro.

Então temos que:

$$I_{R1} = \frac{V_f}{R_1} = 4,17mA$$

TABELA 4

Medidas	Valor teórico sem inserção	Valor teórico com inserção		Valor medido multímetro analógico	Valor medido multímetro digital
		ENGRO	ELETR.		
V_{R2}	4,17mA	4,10mA	4,12mA	$(4,08 \pm 0,05)mA$ (30)	$(4,13 \pm 0,01)mA$ (20 mA)

- a) Realize o cálculo da corrente do circuito da figura 11 considerando a inserção do amperímetro e preencha a coluna correspondente na Tabela 4;

✓ ENGRO 484

$$R_a = 20\Omega$$

$$I_{R1} = \frac{V_f}{R_a + R_1} = 4,10mA$$

✓ DAWER DM2020

Queda de tensão de 0,3 V na escala de 20 mA. Pela lei de ohm, temos:

$$R_a = \frac{0,3}{20 \cdot 10^{-3}} = 15\Omega$$

$$I_{R1} = \frac{V_f}{R_1 + R_a} = 4,12mA$$

- b) Calcule o erro de inserção na medida de I_{R1} .

✓ ENGRO 484

$$\delta_{ins} = \left| \frac{X_s - X_c}{X_s} \right| \cdot 100 = 1,7\%$$

✓ DAWER DM2020

$$\delta_{ins} = \left| \frac{X_s - X_c}{X_s} \right| \cdot 100 = 1,2\%$$

- c) Comente a respeito dos resultados obtidos nos itens anteriores.

Um amperímetro ideal deve possuir uma resistência interna igual a zero. Neste caso o amperímetro que possui a menor resistência interna é o digital, por isso apresenta o menor erro de inserção.

Conclusão

Podemos comprovar experimentalmente depois de medições e os devidos cálculos no primeiro circuito a lei de Kirchhoff para as tensões, porém com certo erro, que pode ser mensurado no segundo circuito cujo objetivo era mostrar o erro de inserção do voltímetro. No penúltimo circuito comprovamos a lei de Kirchhoff para as correntes, novamente com certo erro relacionado, que pode ser visto de uma melhor maneira no último circuito montado durante a aula, que tinha o objetivo de mostrar o erro de inserção do amperímetro. Diante de todas estas coletas de dados que foram feitas, observamos a não idealidade dos instrumentos. E como foram utilizados dois tipos de aparelhos, um analógico e outro digital, também concluímos que o último apresentou menores erros de inserção em ambos os casos, sendo mais preciso e exato.

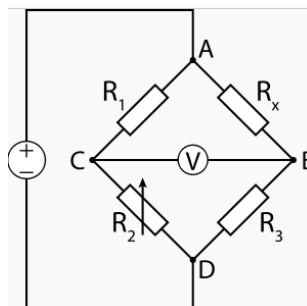
3 Medidas de resistência elétrica

INTRODUÇÃO

Esse relatório tem por base a determinação de resistências elétricas, utilizaremos 3 métodos para isso: Ponte de Wheatstone, Volt-Ampere a jusante e Volt-Ampere a montante.

Ponte de Wheatstone:

O esquema da ponte de Wheatstone se apresenta da seguinte forma:



Conhecendo-se R_1 e R_3 ajusta-se R_2 até que o circuito esteja equilibrado ou seja quando não passar corrente pelo galvanômetro colocado entre os nós C e B.

Volt-Ampere a jusante:

Consiste em medir a resistência elétrica colocando-se um amperímetro em série com o resistor e um voltímetro em paralelo com resistor, assim sabendo-se a tensão e a corrente pode-se determinar pela lei de Ohm a resistência desconhecida.

Volt-Ampere a montante:

Consiste em medir a resistência elétrica colocando-se um voltímetro em paralelo com um amperímetro e o resistor, sendo que o amperímetro em série com o resistor, assim sabendo-se a tensão e a corrente pode-se determinar pela lei de Ohm a resistência desconhecida.

Desenvolvimento

3.1 UTILIZAÇÃO DA PONTE DE WHEATSTONE

Cálculos Preliminares

a) Com $R_x = 390\Omega$, determine o deslocamento (em mm) do ponteiro do galvanômetro, sabendo que a sensibilidade do mesmo é de $10\mu A/mm$.

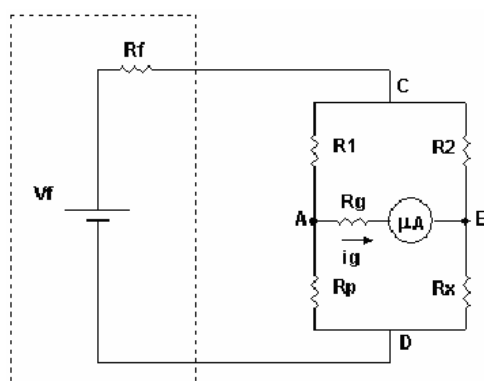


Fig. 5 – Circuito em Ponte

$R_1 = 1k\Omega$
 $R_2 = 4k\Omega$
 $R_p = 100\Omega$
 $R_g = 100\Omega$
 $R_f = 0$
 $V_f = 15V$

Nó A:

$$G_1 = (V_A - V_C) + G_g (V_A - V_B) + G_p (V_A) = 0$$

Nó B:

$$G_2 = (V_B - V_C) + G_g(V_B - V_A) + G_x(V_B) = 0$$

Mas sabemos também que:

$$V_C = V_f = 15V$$

Logo temos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} G_1(V_A - 15) + G_g(V_A - V_B) + G_p V_A = 0 \\ G_2(V_B - 15) + G_g(V_B - V_A) + G_x V_B = 0 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, obtemos:

$$V_A = 1,35846696236V$$

$$V_B = 1,35278062095V$$

Com estes potenciais podemos calcular a corrente I_g através da lei de Ohm:

$$I_g = (V_A - V_B)G_g = 56,8634141000\mu A$$

Então a deformação do ponteiro (ΔX), é dada por:

$$\Delta X = \frac{I_g}{10 \cdot 10^{-6}} = 5,69mm$$

b) Qual dos resistores dissipará maior potência? (Para $R_x = 390\Omega$).

Podemos calcular a potência fazendo o produto da tensão (V), pela corrente (I). No caso de um resistor, podemos simplificar a equação utilizando a lei de Ohm, ficando da seguinte maneira:

$$P = V \cdot I = (R \cdot I) \cdot I = R \cdot I^2$$

Logo podemos escrever as equações da potência para todos os resistores:

- $P_{R1} = (G_1(V_C - V_A))^2 R_1 = 186mW$
- $P_{R2} = (G_2(V_C - V_B))^2 R_2 = 46,6mW$
- $P_{Rp} = (G_p(V_A - V_D))^2 R_p = 18,5mW$
- $P_{Rg} = (G_g(V_A - V_B))^2 R_g = 323nW$
- $P_{Rx} = (G_x(V_B - V_D))^2 R_x = 4,69mW$

Então o resistor que dissipará maior potência será R_1

Experimentação.

a) Escolher um conjunto de 4 resistores, cada um dentro de uma das seguintes faixas de valores:

De 10Ω a 100Ω

De 100Ω a 12Ω

De $56k\Omega$ a $82k\Omega$

De $100k\Omega$ a $1M\Omega$

b) Medir estes resistores com a ponte de wheatstone e considerar os resultados como valores padrões.

Os valores medidos foram:

- 10Ω a $100\Omega \rightarrow (47,9 \pm 0,1)\Omega$
- 100Ω a $12k\Omega \rightarrow (3,22 \pm 0,01)k\Omega$
- $56k\Omega$ a $82k\Omega \rightarrow (55,8 \pm 0,1)k\Omega$
- $100k\Omega$ a $1M\Omega \rightarrow (618 \pm 1)k\Omega$

Obs.: As medidas foram feitas utilizando o multímetro digital DAWER DM2020.

3.2 MÉTODO VOLT-AMPERE A JUSANTE

Cálculos Preliminares (Para ser desenvolvido antes da aula prática)

a) Determine o valor R_{xv} em função das leituras e das resistências internas dos instrumentos (amperímetro e voltímetro). $R_{xv} = f (V, I, R_v, R_a)$

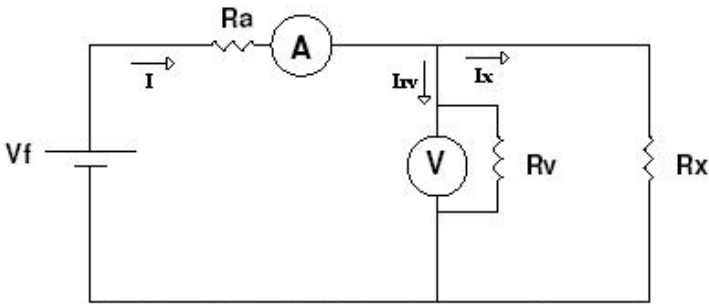


Fig. 7 – Método Volt-Ampere a Jusante.

Temos que a tensão aplicada em R_x é igual a V (valor lido no voltímetro) então temos que :

$$R_x = \frac{V}{I_x} \text{ onde } I = I_x - I_v \text{ sendo } I \text{ a corrente lida no amperímetro.}$$
$$I_x = I - \frac{V}{R_v} \text{ então :}$$
$$R_x = \frac{V}{I - \frac{V}{R_v}}$$

b) Determinar o erro de inserção absoluto e relativo do método.

$$\delta R_{xins} = R_{xj} - R_{xv}$$
$$\delta R_{xins} = \frac{V}{I} - \frac{V}{I - \frac{V}{R_v}} = \frac{V}{I} - \frac{V \cdot R_v}{R_v \cdot I - V} = \frac{(R_v \cdot I - V)V - IVR_v}{(R_v \cdot I - V) \cdot I} = - \frac{V^2}{(R_v \cdot I - V) \cdot I}$$
$$\delta R\%_{xins} = - \frac{V^2}{(R_v \cdot I - V) \cdot I \cdot R_{xv}} \cdot 100$$

c) O erro de inserção é por falta ou por excesso para este método?

Como o erro absoluto calculado foi negativo temos que o erro cometido é por falta. Ou seja, o valor real é maior que o valor calculado.

d) Em que situação o erro de inserção é menor do que 1%?

Se os dois instrumentos são de “exatidão ½ %” e são lidos perto do fim da escala (maior diferença entre os valores da resistência interna dos aparelhos com os do circuito, ocasionando um menor erro de inserção), o erro instrumental no resultado pode ser qualquer coisa entre 0 e 1%.

Comprovação Prática

a) Realizar a medição de 3 resistores, já escolhidos no **Item 2.**, pelo método V-A a jusante e que estejam dentro das seguintes faixas:

- 100 W a 12 kW
- 56 kW a 82 kW
- 100 kW a 1 MW

OBS: Como sugestão, utilize $V_f=5\text{ V}$.

Os valores lidos foram os seguintes:

Resistores	Tensão	Corrente
3,22kΩ	(4,74±0,01)V	(1,30±0,05)mA

55,8kΩ	(4,99±0,01)V	(0,09±0,05)mA
618kΩ	(4,96±0,01)V	(8,0±0,5)μA

Desenvolvimento após a obtenção dos dados em laboratório

a) Determine o erro de R_x para cada uma das leituras.

O erro que iremos calcular é o erro percentual dado pela seguinte relação:

$$\delta R_x \% = \left| \frac{R_{xv} - R_{xj}}{R_{xv}} \right| * 100$$

$$R_{xj} = \frac{V}{I} = 3,65k\Omega \quad \delta R_x \% = \left| \frac{R_{xv} - R_{xj}}{R_{xv}} \right| * 100 = \left| \frac{3,22 - 3,65}{3,22} \right| * 100 = 13,4\%$$

$$R_{xj} = \frac{V}{I} = 55,44k\Omega \quad \delta R_x \% = \left| \frac{R_{xv} - R_{xj}}{R_{xv}} \right| * 100 = \left| \frac{55,44 - 55,8}{55,44} \right| * 100 = 0,6\%$$

$$R_{xj} = \frac{V}{I} = 620k\Omega \quad \delta R_x \% = \left| \frac{R_{xv} - R_{xj}}{R_{xv}} \right| * 100 = \left| \frac{618 - 620}{618} \right| * 100 = 0,3\%$$

b) Qual o índice de classe para o “ohmímetro” construído pela composição dos dois instrumentos (Voltímetro e Amperímetro)? Prove usando propagação.

Temos que $R = \frac{V}{I - \frac{V}{R_v}}$ e pela propagação de erros temos que:

$$\Delta R = \left| \frac{\partial R}{\partial U} \right| \cdot \Delta U + \left| \frac{\partial R}{\partial I} \right| \cdot \Delta I \text{ com isso temos:}$$

$$\Delta R = \left(\frac{1}{I - \frac{V}{R_v}} \right) \cdot \Delta U + \left(\frac{V}{\left(I - \frac{V}{R_v} \right)^2} \right) \cdot \Delta I$$

Aonde ΔU e ΔI são os erros de leitura dos aparelhos.

3.3 MÉTODO VOLT-AMPERE A MONTANTE

Cálculos Preliminares (Para ser desenvolvido antes da aula prática)

a) Determine o valor R_{xv} em função das leituras e das resistências internas dos instrumentos (amperímetro e voltímetro). $R_{xv} = f(V, I, R_v, R_a)$

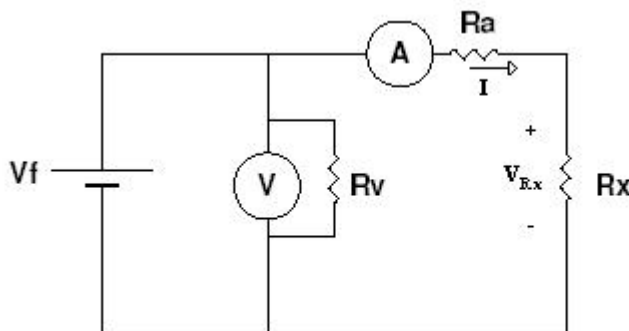


Fig. 8 – Método Volt-Ampere a Montante.

Sabemos que R_x é dado por.

$$R_x = \frac{V_{RX}}{I} \text{ onde } V_{RX} = \frac{VR_x}{(R_a + R_x)} \text{ então } R_x = \frac{VR_x}{(R_a + R_x).I} \text{ temos que :}$$

$$R_x = \frac{V}{I} - R_a$$

b) Determinar o erro de inserção absoluto e relativo do método.

$$\delta R_{xins} = R_{xm} - R_{xv}$$

$$\delta R_{xins} = \frac{V}{I} - \frac{V}{I} + R_a = R_a$$

$$\delta R\%_{xins} = \frac{R_x}{R_{xv}} * 100 = \frac{R_a}{R_{xv}} * 100$$

b) O erro de inserção é por falta ou por excesso para este método?

Como o erro absoluto calculado foi positivo temos que o erro cometido é por excesso. Ou seja o valor real é maior que o valor calculado.

d) Em que situação o erro de inserção é menor do que 1%?

Assim como para o método da jusante, se os dois instrumentos são de "exatidão ½ %" e são lidos perto do fim da escala (maior diferença entre os valores da resistência interna dos aparelhos com os do circuito, ocasionando um menor erro de inserção), o erro instrumental no resultado pode ser qualquer coisa entre 0 e 1%.

Como podemos ver mais claramente nesse caso, a resistência interna do amperímetro deve ser menos de 100 vezes menor que a resistência a qual se quer calcular.

Comprovação Prática

Realizar a medição de 3 resistores, já escolhidos no **Item 2**, pelo método V-A a montante e que estejam dentro das seguintes faixas:

- 10 W a 100 W
- 100 W a 12 kW
- 100 kW a 1 MW

OBS: Como sugestão, utilize $V_f=5 V$.

Os valores lidos foram os seguintes:

Resistores	Tensão	Corrente
47,8Ω	(4,99±0,01)V	(0,09±0,05)mA
3,22kΩ	(5,01±0,01)V	(1,30±0,05)mA
618kΩ	(5,01±0,01)V	(7,9±0,5)μA

Desenvolvimento após a obtenção dos dados em laboratório

c) Determine o erro de R_x para cada uma das leituras.

O erro que iremos calcular é o erro percentual dado pela seguinte relação:

$$\delta R_x \% = \left| \frac{R_{xv} - R_{xj}}{R_{xv}} \right| * 100$$

$$R_{xm} = \frac{V}{I} = 55,44\Omega$$

$$\delta R_x \% = \left| \frac{R_{xv} - R_{xj}}{R_{xv}} \right| * 100 = \left| \frac{47,8 - 55,44}{47,8} \right| * 100 = 15,7\%$$

$$R_{xm} = \frac{V}{I} = 3,85k\Omega$$

$$\delta R_x \% = \left| \frac{R_{xv} - R_{xj}}{R_{xv}} \right| * 100 = \left| \frac{3,22 - 3,85}{3,22} \right| * 100 = 19,6\%$$

$$R_{xm} = \frac{V}{I} = 634,18k\Omega$$

$$\delta R_x \% = \left| \frac{R_{xv} - R_{xj}}{R_{xv}} \right| * 100 = \left| \frac{618 - 634,18}{618} \right| * 100 = 2,6\%$$

d) Qual o índice de classe para o “ohmímetro” construído pela composição dos dois instrumentos (Voltímetro e Amperímetro)?

Temos que $R = \frac{V}{I} - R_a$ e pela propagação de erros temos que:

$$\Delta R = \left| \frac{\partial R}{\partial U} \right| \cdot \Delta U + \left| \frac{\partial R}{\partial I} \right| \cdot \Delta I \text{ com isso temos:}$$

$$\Delta R = \left(\frac{1}{I} \right) \cdot \Delta U + \left(\frac{V}{I^2} \right) \cdot \Delta I$$

Aonde ΔU e ΔI são os erros de leitura dos aparelhos.

Conclusão

Podemos comprovar experimentalmente depois de medições e os devidos cálculos no primeiro circuito a lei de Kirchhoff para as tensões, porém com certo erro, que pode ser mensurado no segundo circuito cujo objetivo era mostrar o erro de inserção do voltímetro. No penúltimo circuito comprovamos a lei de Kirchhoff para as correntes, novamente com certo erro relacionado, que pode ser visto de uma melhor maneira no último circuito montado durante a aula, que tinha o objetivo de mostrar o erro de inserção do amperímetro. Diante de todas estas coletas de dados que foram feitas, observamos a não idealidade dos instrumentos. E como foram utilizados dois tipos de aparelhos, um analógico e outro digital, também concluímos que o último apresentou menores erros de inserção em ambos os casos, sendo mais preciso e exato.

4 TEOREMA DA MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA E TEOREMA DA SUPERPOSIÇÃO

INTRODUÇÃO

Neste relatório iremos enunciar dois teoremas de grande importância para a análise de circuitos. No primeiro momento será falado sobre o teorema da máxima transferência de potência, e depois será comentado sobre o teorema da superposição. Para o entendimento, admite-se que o leitor tenha o conhecimento das definições apresentadas nos relatórios anteriores.

Desenvolvimento

4.1 TEOREMA DA MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA

2.1.1 Cálculos Preliminares

a) Enuncie o teorema da máxima transferência de potência, e determine com relação à figura 1 qual o valor de Z_L para que a fonte transmita a máxima potência.

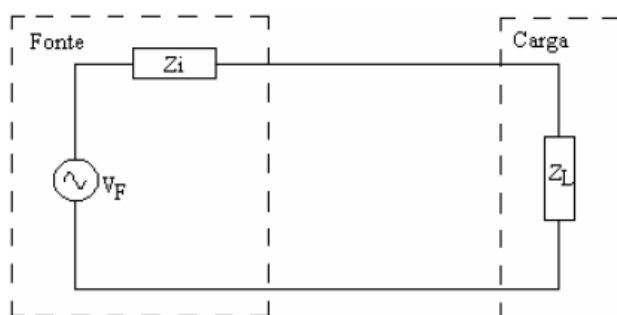


Figura 1 – Circuito para análise

Temos que a potência dissipada no resistor R_L é:

$$P_{RL} = I^2 R_L$$

Temos a corrente igual a:

$$I = \frac{V_F}{R_{TH} + R_L}$$

Portanto:

$$P_{RL} = \left(\frac{V_F}{R_{TH} + R_L} \right)^2 R_L$$

Para obtermos o valor de R_L que maximiza a potência, escrevemos a derivada da potência em relação à R_L .

$$\frac{\partial P_{RL}}{\partial R_L} = \frac{V_F^2 (R_{TH} + R_L) - 2(R_{TH} - R_L) V_F^2 R_L}{(R_{TH} + R_L)^4} \quad (1)$$

De acordo com um teorema fundamental do cálculo a potência será máxima quando a equação (1) for igual a zero. Assim temos que:

$$V_F^2(R_{TH} + R_L) = 2(R_{TH} - R_L)V_F^2R_L$$

$$R_{TH} = R_L$$

Logo a potencia máxima será dada por:

$$P_{MÁX} = \frac{V_F^2}{4R_L}$$

b) Para o circuito da figura 2, faça uma curva da potência entregue pela fonte e da potência consumida pela carga em função de R_L .

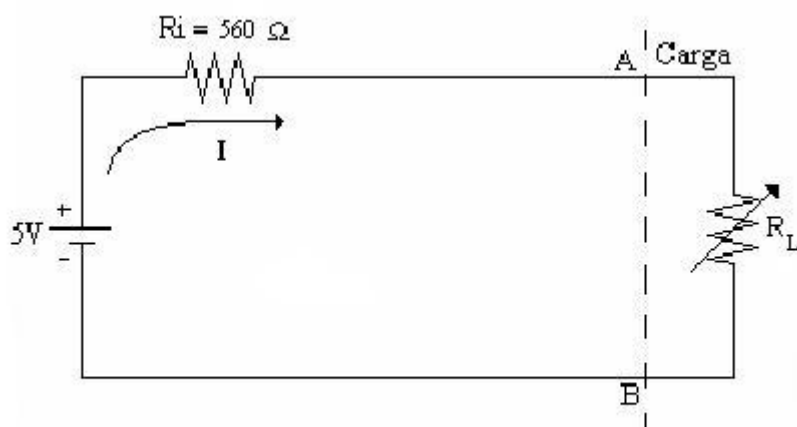
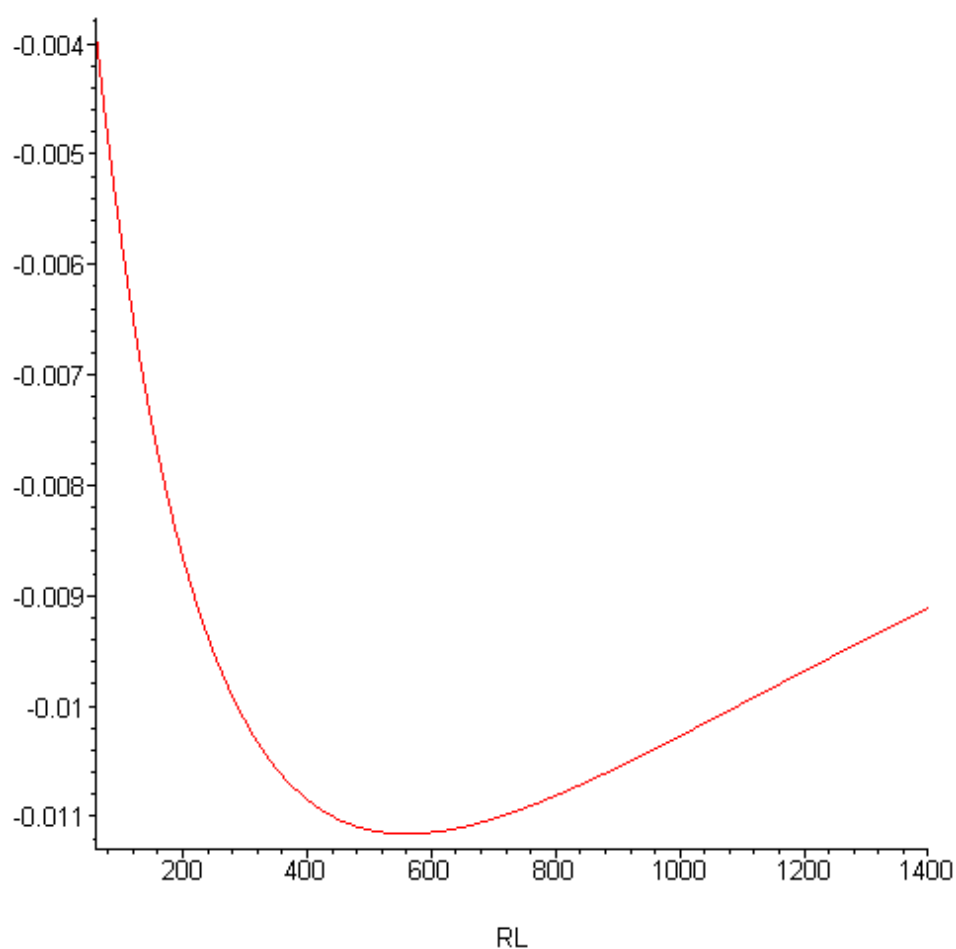


Figura 2 – Circuito em análise

- Gráfico 1 (Potência entregue pela fonte em função de R_L).

Temos que a potência na fonte é dada por:

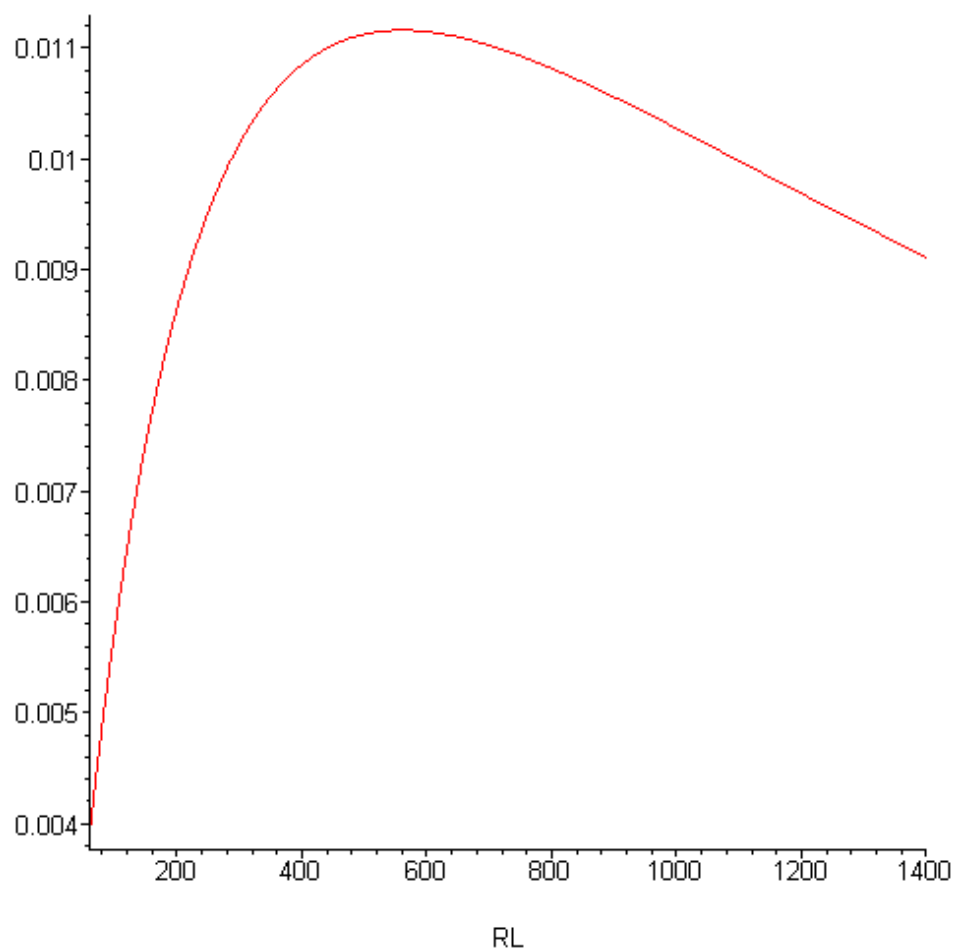
$$\begin{aligned} P_f(R_L) &= V_f \cdot (-I) + V_{R_{TH}} \cdot I = -V_f \cdot \left(\frac{V_f}{R_{TH} + R_L} \right) + \left(\frac{V_f \cdot R_{TH}}{R_{TH} + R_L} \right) \cdot \left(\frac{V_f}{R_{TH} + R_L} \right) \\ &= \left(\frac{V_f}{R_{TH} + R_L} \right) \cdot \left(\frac{V_f \cdot R_{TH}}{R_{TH} + R_L} - V_f \right) = \left(\frac{5}{560 + R_L} \right) \cdot \left(\frac{2800}{560 + R_L} - 5 \right) \end{aligned}$$



- Gráfico 2 (Potência consumida pela carga em função de R_L).

Temos que a potência dissipada pela carga é dada por:

$$P_{R_L}(R_L) = V_{R_L} \cdot I = \left(\frac{V_f \cdot R_L}{R_{TH} + R_L} \right) \cdot \left(\frac{V_f}{R_{TH} + R_L} \right) = \frac{25 \cdot R_L}{(560 + R_L)^2}$$



2.1.2 Comprovação Prática

c) Monte o circuito da figura 2 e meça a corrente 1 e a tensão AB para 10 valores de R_L , incluindo o ponto de máxima transferência de potência.

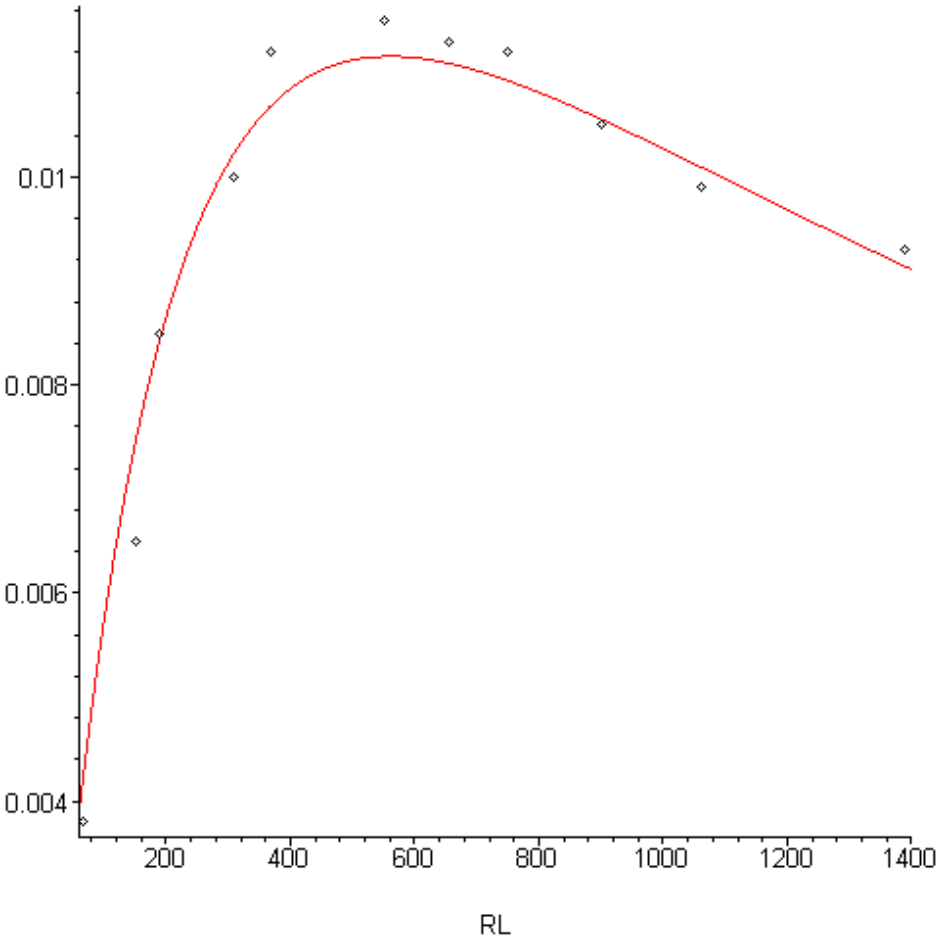
$R_L [\Omega]$	$V_{R_L} [V]$	$I [mA]$	$P_{R_L} [mW]$ (Calculada)
$66,7 \pm 0,1^*$	$0,47 \pm 0,01$	$8,1 \pm 0,5$	3,8
152 ± 1	$0,92 \pm 0,01$	$7,1 \pm 0,5$	6,5
190 ± 1	$1,27 \pm 0,01$	$6,7 \pm 0,5$	8,5
310 ± 1	$1,67 \pm 0,01$	$6,0 \pm 0,5$	10,0
370 ± 1	$2,08 \pm 0,01$	$5,4 \pm 0,5$	11,2
551 ± 1	$2,51 \pm 0,01$	$4,6 \pm 0,5$	11,5
655 ± 1	$2,69 \pm 0,01$	$4,2 \pm 0,5$	11,3
751 ± 1	$2,88 \pm 0,01$	$3,9 \pm 0,5$	11,2
902 ± 1	$3,10 \pm 0,01$	$3,4 \pm 0,5$	10,5
1060 ± 1	$3,31 \pm 0,01$	$3,0 \pm 0,5$	9,9
1390 ± 1	$3,57 \pm 0,01$	$2,6 \pm 0,5$	9,3

Escalas Utilizadas:

- Tensão: 20 V
- Corrente: 30 mA
- Resistência: 2 kΩ

(*) Para efetuarmos uma medida mais precisa, a escala utilizada para a medida desta resistência foi de 200Ω.

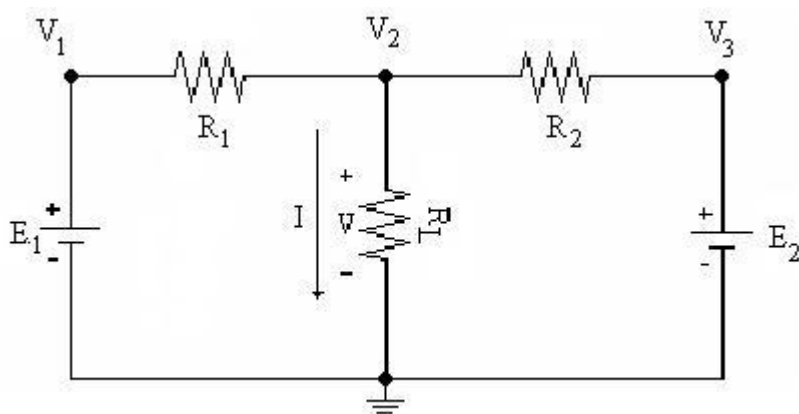
- Gráfico 3 (Potência dissipada pela carga em função de R_L , com os dados coletados no laboratório).



4.2 TEOREMA DA SUPERPSIÇÃO

2.2.1 Cálculos Preliminares

- a) Enuncie o teorema da máxima superposição, de forma geral.
O teorema da superposição diz que num sistema linear alimentado com uma ou mais fontes de energia a resposta total é a soma das respostas a cada uma das fontes separadamente.
Utilizaremos o circuito abaixo para demonstrar o teorema no caso.



Utilizando o método das tensões de nó, temos:

$$V_1 = E_1$$

$$V_2 = E_2$$

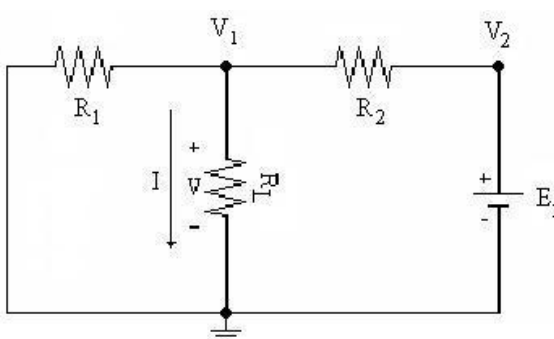
Nó 2:

$$G_1(V_2 - V_1) + G_L V_2 + G_2(V_2 - V_3) = 0$$

$$V_2 = \frac{G_1 E_1 + G_2 E_2}{G + G_1 + G_2}$$

$$V_L = V_2 \text{ e } I_{RL} = \frac{V_L}{R_L}$$

Agora excluindo a fonte E1:



Utilizando o método das tensões de nó, temos:

$$V_2 = E_2$$

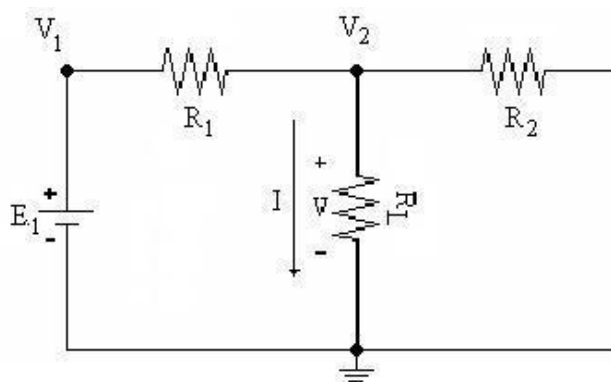
Nó 1:

$$G_1 V_1 + G_L V_2 + G_2(V_1 - V_2) = 0$$

$$V_1 = \frac{G_2 E_2}{G_1 + G_L + G_2}$$

$$V_L = V_1 \text{ e } I'_{RL} = \frac{V_L}{R_L}$$

Agora excluindo a fonte E2:



Utilizando o método das tensões de nó, temos:

$$V_1 = E_1$$

Nó 2:

$$G_1(V_2 - V_1) + G_2V_2 + G_LV_1 = 0$$

$$V_2 = \frac{G_1E_1}{G_1 + G_L + G_2}$$

$$V_L'' = V_2 \text{ e } I_{RL}'' = \frac{V_L''}{R_L}$$

Logo pelo Teorema da superposição, temos que:

$$V_L = V_L' + V_L'' \text{ e } I_{RL} = I_{RL}' + I_{RL}''$$

b) Utilizando o teorema da superposição determine a tensão e a corrente na carga R_L da figura 3.

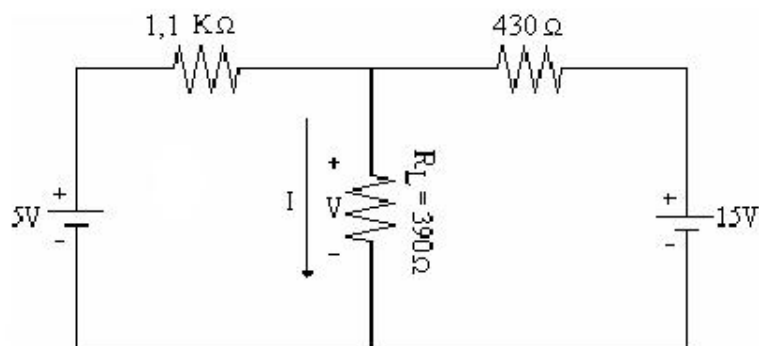


Figura 3 – Circuito para cálculo

$$V_L' = \frac{G_2E_2}{G_1 + G_L + G_2} = 6,02V$$

$$I_{RL}' = \frac{V_L'}{R_L} = 15,42mA$$

$$V_L'' = \frac{G_1E_1}{G_1 + G_L + G_2} = 0,78V$$

$$I_{RL}'' = \frac{V_L''}{R_L} = 2,01mA$$

$$V_L = V_L' + V_L'' = 6,80V$$

$$I_{RL} = I_{RL}' + I_{RL}'' = 17,43mA$$

c) Sem a utilização do teorema da superposição (utilizando análise básica de circuitos) determine a tensão e a corrente na carga R_L para o circuito da figura 3.

$$V_L = \frac{G_1E_1 + G_2E_2}{G + G_1 + G_2} = 6,80V$$

$$I_{RL} = \frac{V_L}{R_L} = 17,43mA$$

2.2.2 Comprovação prática

a) Monte o circuito da figura 3 e comprove em laboratório o teorema da superposição, medindo a tensão na carga R_L .

$$V_L = (6,93 \pm 0,01)V \quad (20V)$$

$$I_L = (18,8 \pm 0,5)mA \quad (30mA)$$

b) Realize na prática a superposição, ou seja, meça primeiro a tensão na carga R_L da figura 3, com a fonte de 15V curto-circuitada e a fonte de 5V ligada e depois meça a tensão na carga R_L com a fonte de 5V curto-circuitada e a fonte de 15V ligada. Some as duas tensões medidas.

- Curto circuito na fonte de 5V:

$$V'_L = (6,15 \pm 0,01)V \quad (20V)$$

$$I'_L = (16,6 \pm 0,5)mA \quad (30mA)$$

- Curto circuito na fonte de 15V:

$$V''_L = (0,778 \pm 0,001)V \quad (2V)$$

$$I''_L = (1,57 \pm 0,05)mA \quad (3mA)$$

Logo, temos que:

$$V'_L + V''_L = 6,93V = V_L$$

$$I'_L + I''_L = 18,2mA \cong I_L$$

Conclusão

Foi possível comprovar o teorema da máxima transferência de potência, e o teorema da superposição. No primeiro teorema, é importante observar que a máxima potência nem sempre é o foco principal da aplicação do circuito. Por exemplo, em sistemas de potência, onde se tem uma carga muito elevada o objetivo é obter o maior rendimento, e não a máxima potência. Já no caso de um circuito de baixa potência, deve-se aproveitar o máximo a energia do circuito. Os gráficos da potência na carga, e na fonte, só demonstram a conservação da energia. Onde a potência fornecida pela fonte, em módulo é igual a potência consumida pela carga R_L .

No teorema da superposição, muitas vezes é mais simples analisar o circuito completo do que separar em vários “sub-circuitos” para a resolução. A sua aplicação é mais relevante em circuitos onde temos fontes alternadas e fonte de contínuas.

5 Osciloscópio

INTRODUÇÃO

Comprovaremos nesta aula a facilidade do uso do osciloscópio para análise de circuitos em regime permanente. Avaliaremos 2 circuitos, RL e RC, aferindo período, frequência, amplitude e defasagem.

Atualmente existem dois tipos osciloscópios, os analógicos e os digitais. Nós utilizaremos o osciloscópio digital, que é mais preciso e mais compacto que o analógico.

Desenvolvimento

Primeiramente iremos enunciar sucintamente alguns conceitos importantes que serão utilizados ao longo do relatório.

5.0 INDUTOR

É um elemento passivo capaz de armazenar e fornecer quantidades finitas de energia. O físico Michael Faraday e quase que simultaneamente Joseph Henry descobriram que um campo magnético variável podia produzir uma tensão no circuito próximo, foi demonstrado que essa tensão era proporcional a variação de corrente produtora do campo magnético com o tempo. Essa constante de proporcionalidade foi chamada de indutância, é simbolizada por L e sua unidade de medida é Henry, portanto:

$$v = L \frac{di}{dt}$$

Temos a corrente em um indutor:

$$\begin{aligned} v(t) &= L \frac{di(t)}{dt} \Leftrightarrow di(t) = \frac{1}{L} v(t) dt \\ \Rightarrow \int_{t_0}^t di(t) &= \frac{1}{L} \int_{i(t_0)}^{i(t)} di = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v(t) dt \\ \Rightarrow i(t) - i(t_0) &= \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v(t) dt \Rightarrow \boxed{i(t) = i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v(t) dt} \end{aligned}$$

Fisicamente um indutor pode ser construído enrolando um pedaço de fio na forma de uma bobina. Temos a polaridade dos indutores:



$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$



$$v(t) = -L \frac{di(t)}{dt}$$

5.1 CAPACITOR

Assim como o indutor o capacitor também é um elemento passivo. O comportamento do capacitor se baseia em fenômenos associados ao campo elétrico. Os campos elétricos são produzidos por uma separação de cargas elétricas, ou seja, por tensão. Então a carga é proporcional à diferença de potencial e podemos escrever que $q = CV$. Ora sabemos que $i = \frac{dq}{dt}$. Assim a relação tensão corrente no capacitor pode ser escrita da seguinte forma:

$$i = C \frac{dv}{dt}$$

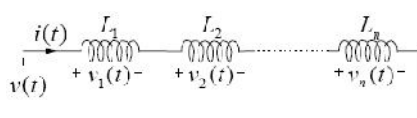
Temos a tensão em um capacitor:

$$\begin{aligned} i(t) &= C \frac{dv(t)}{dt} \Rightarrow \int_{t_0}^t dv(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t) dt \\ \Rightarrow \int_{v(t_0)}^{v(t)} dv &= \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t) dt \Rightarrow \boxed{v(t) = v(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t) dt} \end{aligned}$$

Fisicamente pode ser construir um capacitor utilizando duas placas condutoras separadas por uma fina camada de material isolante.

5.2 INDUTORES EM SERIE

Temos que a tensão sobre cada indutor pode ser escrita como:



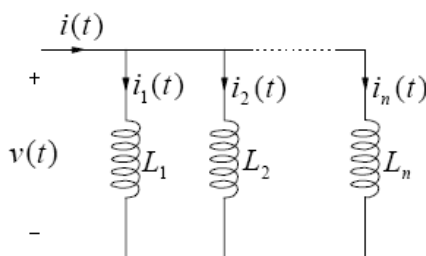
$$v_t = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n$$

$$v_s = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + L_3 \frac{di}{dt} + \dots + L_n \frac{di}{dt}$$

$$v_s = L_{eq} \frac{di}{dt} = \frac{di}{dt} \sum_{n=1}^N L_n \quad \text{por tanto,}$$

$$L_{eq} = \sum_{n=1}^N L_n$$

5.3 INDUTORES EM PARALELO



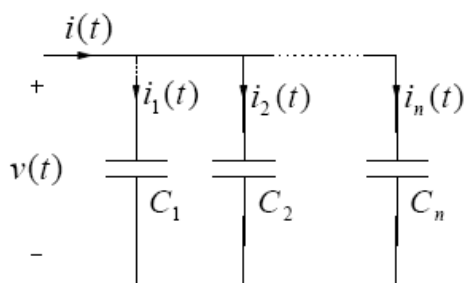
$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) + \dots + i_n(t)$$

$$= \frac{1}{L_1} \int_{t_0}^t v(t) dt + i_1(t_0) + \frac{1}{L_2} \int_{t_0}^t v(t) dt + i_2(t_0) + \dots + \frac{1}{L_n} \int_{t_0}^t v(t) dt + i_n(t_0)$$

$$\Rightarrow i(t) = \underbrace{\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n} \right)}_{\frac{1}{L_{eq}}} \cdot \int_{t_0}^t v(t) dt + \underbrace{i_1(t_0) + i_2(t_0) + \dots + i_n(t_0)}_{i(t_0)}$$

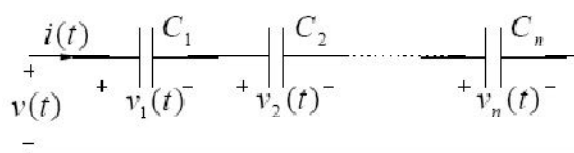
$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n}$$

5.4 CAPACITORES EM PARALELO



$$\begin{aligned}
 i(t) &= i_1(t) + i_2(t) + \dots + i_n(t) = \\
 &C_1 \frac{dv(t)}{dt} + C_2 \frac{dv(t)}{dt} + \dots + C_n \frac{dv(t)}{dt} = \\
 &= (C_1 + C_2 + \dots + C_n) \frac{dv(t)}{dt} = \\
 &= C_{eq} \frac{dv(t)}{dt} \\
 C_{eq} &= C_1 + C_2 + \dots + C_n
 \end{aligned}$$

5.5 CAPACITORES EM SERIE



$$\begin{aligned}
 v(t) &= v_1(t) + v_2(t) + \dots + v_n(t) = \\
 &= \frac{1}{C_1} \int_{t_0}^t i(t) dt + v_1(t_0) + \frac{1}{C_2} \int_{t_0}^t i(t) dt + v_2(t_0) + \dots + \frac{1}{C_n} \int_{t_0}^t i(t) dt + v_n(t_0) = \\
 &= \underbrace{\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right)}_{\frac{1}{C_{eq}}} \int_{t_0}^t i(t) dt + \underbrace{v_1(t_0) + v_2(t_0) + \dots + v_n(t_0)}_{v(t_0)} \\
 \frac{1}{C_{eq}} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}
 \end{aligned}$$

5.6 ANÁLISE DE CIRCUITOS SENOIDAIS

Fontes senoidais são fontes que produzem tensão (corrente) como funções do tempo.

$$i(t) = I_p \text{sen}(\omega t + \Phi) \quad v(t) = V_p \text{sen}(\omega t + \Phi)$$

- O tempo necessário para percorrer um ciclo é chamado período.
- A frequência é o número de ciclo por segundo
- Frequência angular $\omega = 2\pi f$
- Φ É chamado de ângulo de fase.
- I_p, V_p são as amplitudes da corrente e da tensão.

5.7 FASORES

Definição: Fator é um número complexo que representa uma tensão ou uma corrente alternada, cuja parte real representa uma grandeza co-senoidal em $t=0$.

O conceito fator é baseado na identidade de Euler:

$$e^{\pm j\theta} = \cos \theta \pm j \text{sen} \theta$$

A transformada fasorial de uma tensão senoidal é feita da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 v(t) &= V_p \text{sen}(\omega t + \Phi) \\
 &= V_p \Re\{e^{j(\omega t + \Phi)}\} \\
 &= V_p \Re\{e^{j\omega t} e^{j\Phi}\} \\
 &= \Re\{V_p e^{j\omega t} e^{j\Phi}\}
 \end{aligned}$$

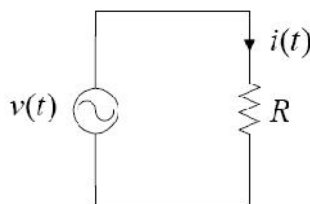
Fasor tensão:

$$\dot{V} = V_p e^{j\varphi} = V_p \angle \varphi$$

5.8 ELEMENTOS PASSIVOS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Utilizando uma excitação complexa do tipo $v(t) = V_p e^{j(\omega t + \Phi_v)}$ temos uma corrente do tipo $i(t) = I_p e^{j(\omega t + \Phi_i)}$

5.9 PARA O RESISTOR



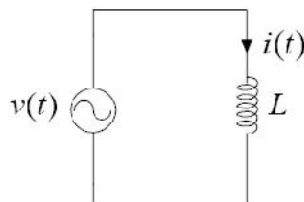
Aplicando a lei de Ohm:

$$v(t) = Ri(t) \Rightarrow V_p e^{j(\omega t + \Phi_v)} = RI_p e^{j(\omega t + \Phi_i)} \Rightarrow V_p e^{j\Phi_v} = RI_p e^{j\Phi_i}$$

No domínio da frequência obtemos:

$$\dot{V} = R\dot{I}$$

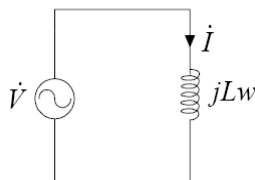
5.10 PARA O INDUTOR



$$v = L \frac{di}{dt} \Rightarrow V_p e^{j(\omega t + \Phi_v)} = L \frac{d(I_p e^{j(\omega t + \Phi_i)})}{dt} = jL\omega I_p e^{j(\omega t + \Phi_i)} \Rightarrow V_p e^{j\Phi_v} = jL\omega I_p e^{j\Phi_i}$$

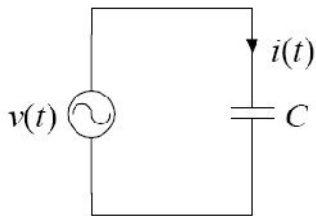
No domínio da frequência:

$$\dot{V} = j\omega L\dot{I}$$



No indutor, a corrente está atrasada de 90° em relação à tensão.

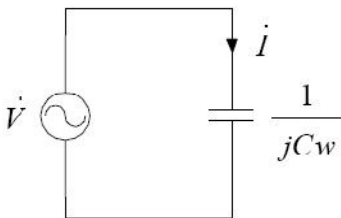
5.11 PARA O CAPACITOR



$$i = C \frac{dv}{dt} \Rightarrow I_p e^{j(\omega t + \Phi_v)} = C \frac{d(V_p e^{j(\omega t + \Phi_i)})}{dt} = jC\omega V_p e^{j(\omega t + \Phi_i)} \Rightarrow I_p e^{\Phi_v} = jC\omega V_p e^{\Phi_i}$$

No domínio da frequência:

$$\dot{I} = j\omega C \dot{V} \Rightarrow \dot{V} = -\frac{j}{C\omega} \dot{I}$$



No capacitor, a corrente está adiantada de 90° em relação à tensão.

5.12 IMPEDÂNCIA (Z) E ADMITÂNCIA (Y)

a) Impedância(Z)

É a razão entre o fasor tensão e o fasor corrente. É um numero complexo, mas não é fasor.

$$\bar{Z} = \frac{\dot{V}}{\dot{I}} \text{ (}\Omega\text{)}$$

$\bar{Z} = A + jB$ Onde A é chamada resistência e B reatância.
As impedâncias se associam da mesma forma que as resistências.

b) Admitância (Y)

É a razão entre o fasor corrente e o fasor tensão em um elemento. É um numero complexo, mas não é fasor.

$$\bar{Y} = \frac{\dot{I}}{\dot{V}} \text{ (S)}$$

$\bar{Y} = G + jH$ Onde G é chamada condutância e H suceptância

$$\bar{Y} = \frac{1}{\bar{Z}}$$

Admitâncias se associam da mesma forma que as capacitâncias.


Obs.: Com o circuito no domínio da frequência podemos analisar através dos métodos já vistos antes.

5.13 MONTAGEM EM LABORATÓRIO I

2.5.1 Exercício 1

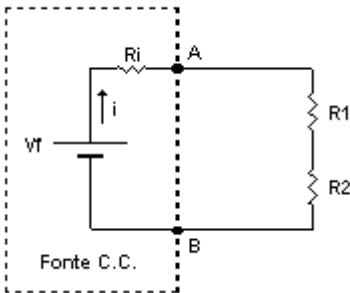
Coloque o gerador de sinal com uma frequência de 1000 Hz e uma amplitude de 1 Volt pp.

Escala	Valor do período [ms]			Incerteza [ms]		
	Triangular	Quadrada	Senoidal	Triangular	Quadrada	Senoidal
1 ms	1,000	1,000	1,000	0,004	0,001	0,004
0,5 ms	0,999	1,000	1,000	0,004	0,002	0,004

 0,2 ms	1,000	1,000	1,000	0,003	0,002	0,003
Escala	Valor da tensão [V]			Incerteza [V]		
	Triangular	Quadrada	Senoidal	Triangular	Quadrada	Senoidal
2 V	1,01	0,01	1,00	0,12	0,12	0,12
1 V	1,00	1,01	1,00	0,04	0,03	0,04
0,5 V	0,95	0,90	1,00	0,05	0,12	0,02

2.5.2 Exercício 2

Monte o circuito abaixo:



- V_f – Fonte de tensão de 15V e gerador de função onda senoidal $5V_{pp}$ 3 KHz
- $R_i = 0\Omega$
- $R_1 = 1K\Omega$
- $R_2 = 630\Omega$

a) Calcular a tensão sobre cada elemento do circuito.
Para fonte de tensão de 15 V, temos:

$$V_{R1} = \frac{V_f R_1}{R_1 + R_2} = 9,2V$$
$$V_{R2} = \frac{V_f R_2}{R_1 + R_2} = 5,8V$$
$$V_f = V_{R2} + V_{R1} = 15,0V$$

Para gerador de função, utilizando uma onda senoidal com 5 Volt pp, e frequência de 3 KHz, temos:

$$V_{R1} = \frac{V_f R_1}{R_1 + R_2} = 3,07V_{pp}$$
$$V_{R2} = \frac{V_f R_2}{R_1 + R_2} = 1,93V_{pp}$$
$$V_f = V_{R2} + V_{R1} = 5,00V_{pp}$$

b) Com o osciloscópio realize as medidas de tensão na fonte e em cada um dos resistores separadamente.

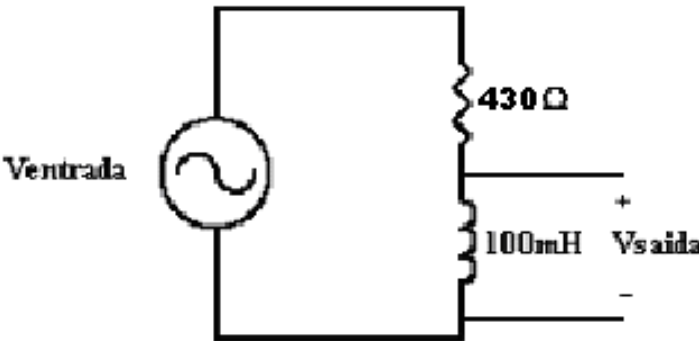
	Tensão [V]	
	Calculado	Medida
Fonte	15,0	15,00
R1	9,2	9,30
R2	5,8	5,70

	Tensão pico a pico [V]	
	Calculado	Medida
Fonte	5,00	5,00
R1	3,07	2,95
R2	1,93	2,00

5.14 MONTAGEM A SER REALIZADA NO LABORATÓRIO II

Montar os circuitos ilustrados na Figura 10. Para cada circuito, variar a frequência da onda senoidal de entrada em valores compreendidos na faixa de 10 Hz a 100 KHz e medir para cada variação, as tensões de entrada e saída no circuito. Utilize uma tensão de 5 V de pico.

Circuito RL:



T [s]	f [Hz]	V _{entrada} [V]	V _{saída} [V]	Δt [ms]	Φ [°]
10 ⁻¹	10	10,1	0,688	2,5	9
10 ⁻²	100	10,2	1,51	1,5	54
10 ⁻³	1000	10,2	8,32	0,075	27
10 ⁻⁴	10000	10,2	10,2	0	0
10 ⁻⁵	100000	10,3	9,92	0	0

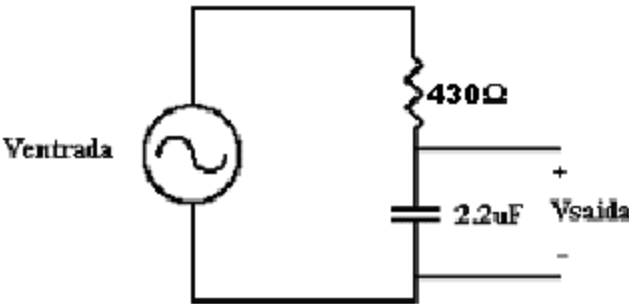
Onde Φ (diferença de fase), pode ser calcular pela seguinte regra de três simples:

$$T \rightarrow 360^\circ$$

$$\Delta t \rightarrow \Phi$$

, daí tiramos que $\Phi = \frac{360 \cdot \Delta t}{T}$

Circuito RC:



Obs.: Estes valores foram feitos utilizando o resistor de 430 Ω.

T [s]	f [Hz]	V _{entrada} [V]	V _{saída}	Δt [ms]	Φ [°]
10 ⁻¹	10	10,0	10,0 V	1	3,6
10 ⁻²	100	10,1	8,72 V	0,875	31,5
10 ⁻³	1000	10,1	1,64 V	0,250	90
10 ⁻⁴	10000	10,2	0,192 V	0,025	90
10 ⁻⁵	100000	10,3	0,030 mV	0,0025	90

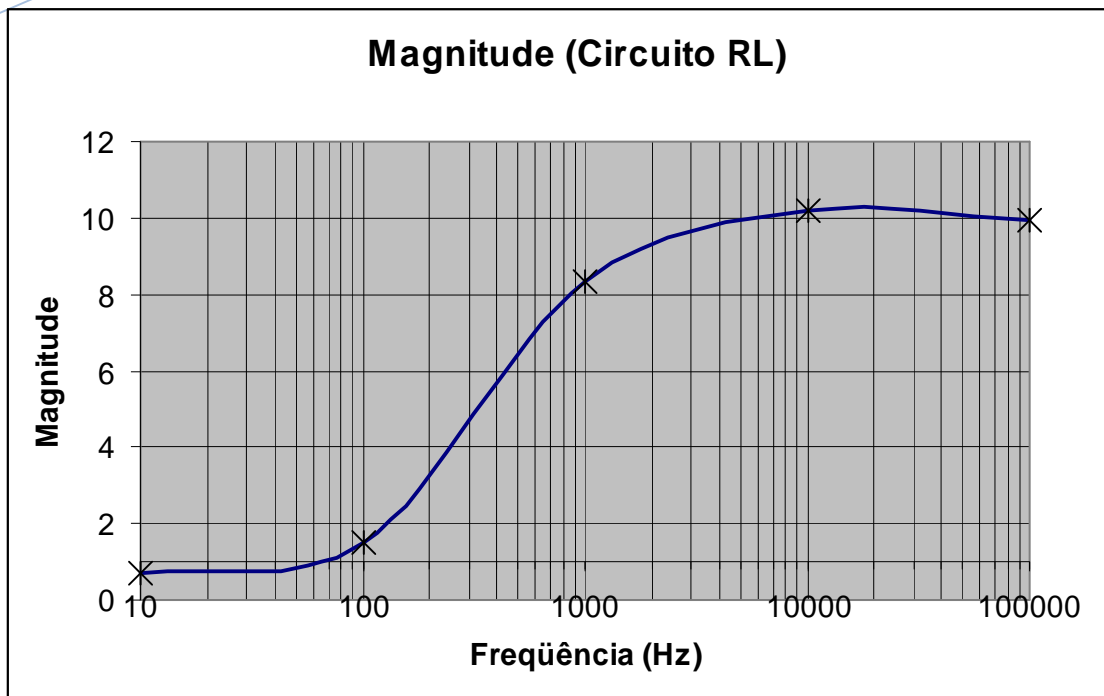
Onde Φ (diferença de fase), pode ser calcular pela seguinte regra de três simples:

$$T \rightarrow 360^\circ$$

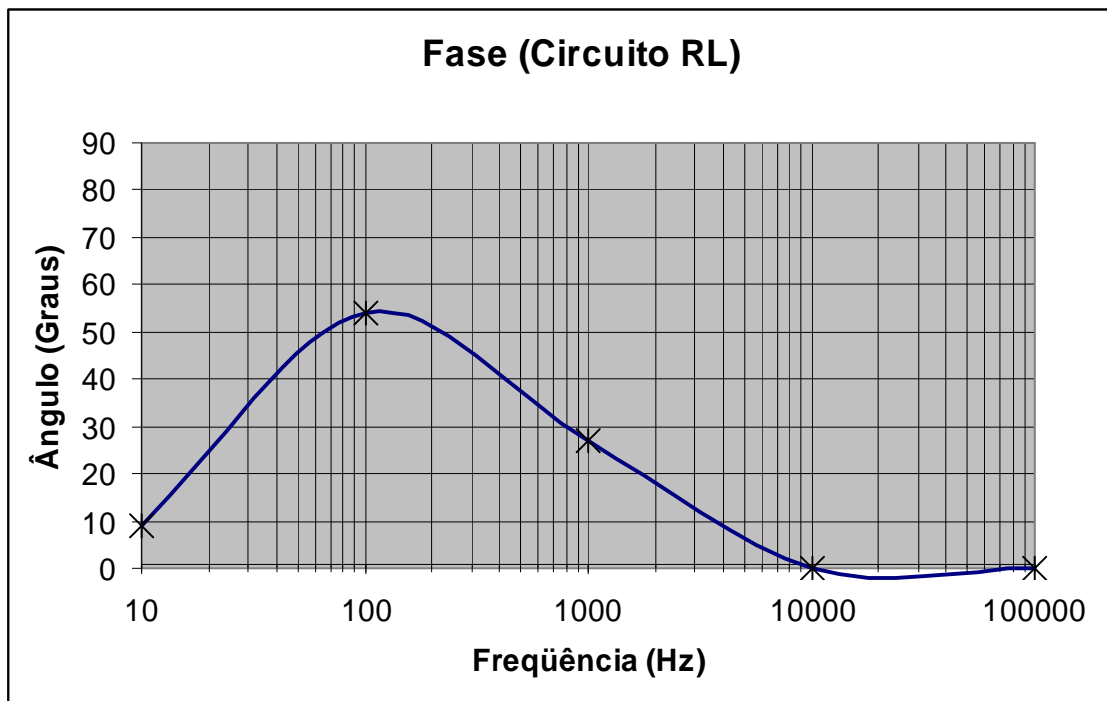
$$\Delta t \rightarrow \Phi$$

, daí tiramos que $\Phi = \frac{360 \cdot \Delta t}{T}$

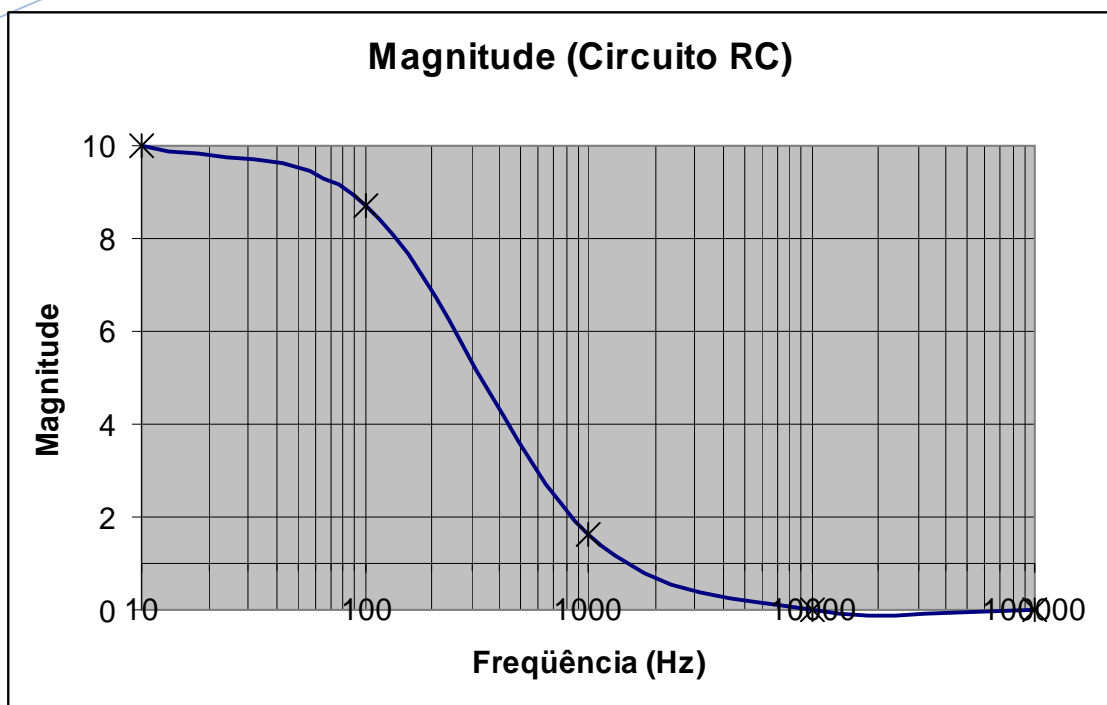
- a) Indicar na figura 11 a relação de amplitude da entrada em relação à saída do circuito RL (Fig. 10a)



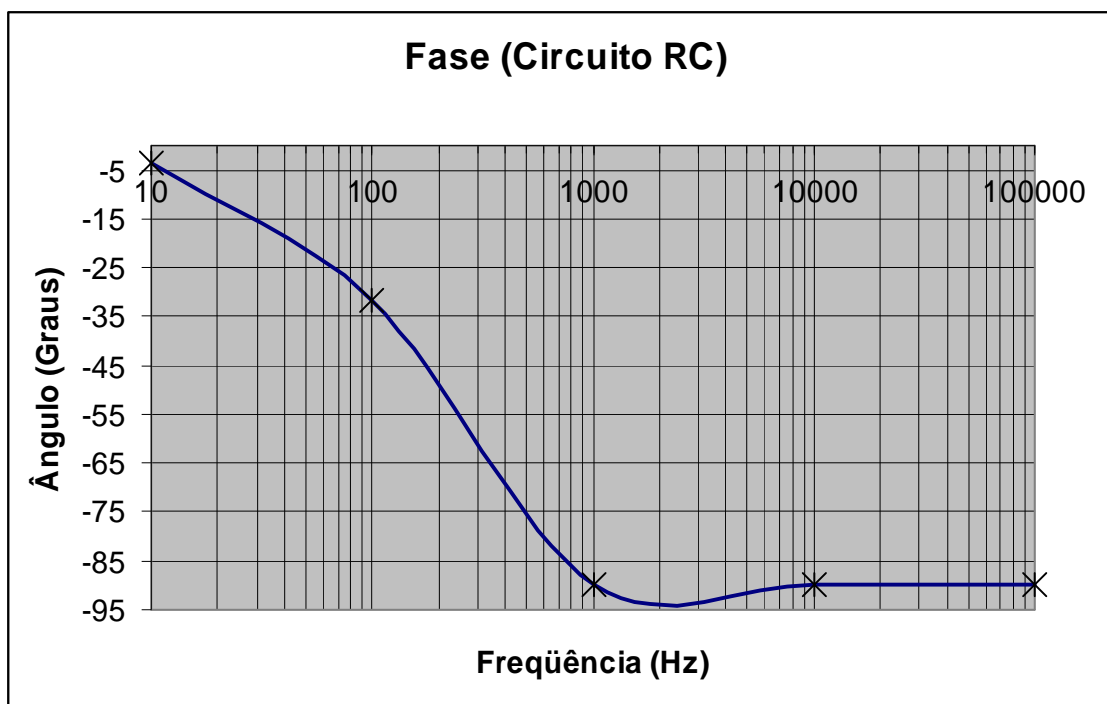
b) Indicar na figura 12 a defasagem angular da saída em relação à entrada do circuito RL (Fig. 10a)



c) Indicar na figura 13 a relação de amplitude de entrada em relação à saída do circuito RL (Fig. 10b)



d) Indicar na figura 14 a defasagem angular da saída em relação à entrada do circuito RC (Fig. 10b)



Conclusão

Constatamos que o osciloscópio é um importante instrumento para aferição de medidas elétricas, principalmente para circuitos onde a corrente e a tensão varia em função do tempo. Com ele é possível determinar diretamente a amplitude e o período de um sinal.

Com relação aos dados obtidos podemos observar que tanto o indutor quanto o capacitor funcionam como filtros de seleção de frequência. Isso ocorre, pois a indutância, tanto do capacitor ($\bar{X} = -\frac{j}{C\omega}$) como do indutor $\bar{X} = \omega Lj$ varia com a frequência.

No *circuito capacitivo*, a tensão de saída (no capacitor) é maior em baixas frequências, Isso acontece pois em baixas frequências o capacitor se comporta quase como um circuito aberto.

No *circuito indutivo* em altas frequências as tensões de saída (no indutor) são mais elevadas. Isso ocorre, pois em baixas frequências o indutor se comporta quase como um curto-circuito.

6 TEOREMAS DE THÉVENIN E NORTON

INTRODUÇÃO

Os circuitos equivalentes de Thévenin e Norton são circuitos simplificados, que representam o mesmo comportamento que o circuito original do ponto de vista dos terminais dos quais se quer analisar. Muitas vezes quando queremos analisar um circuito estamos apenas preocupados com o que acontece em um certo terminal, então para estes casos a aplicação de circuitos equivalentes são de grande ajuda.

Desenvolvimento

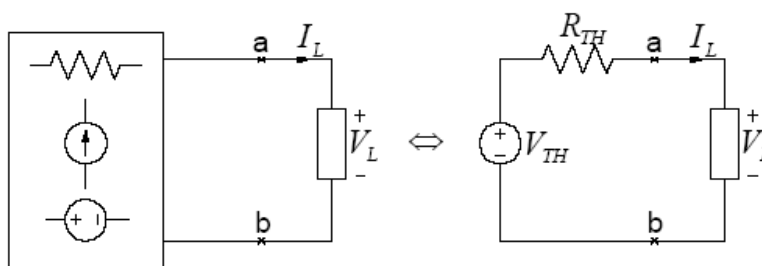
6.1 CIRCUITO DE THÉVENIN:

O Circuito de Thévenin é constituído por uma fonte independente de tensão V_{Th} e uma resistência R_{Th} que substituem todas as fontes e resistências do circuito. Essa combinação em série entre V_{Th} e R_{Th} é equivalente ao circuito original, no sentido que, se ligarmos a mesma carga nos terminais a e b do circuito, ela será submetida à mesma tensão e será atravessada pela mesma corrente. Essa equivalência existe para quaisquer valores possíveis de resistência.

Para determinar o circuito de Thévenin é necessário determinarmos a Tensão de Thévenin e a resistência de Thévenin. Se colocarmos uma carga com resistência infinitamente grande nos terminais a e b do circuito teremos um circuito aberto. Por definição, a tensão de circuito aberto entre os terminais a e b é igual à tensão de Thévenin V_{Th} . Reduzindo-se a resistência à zero, teremos a situação oposta, isto é um curto-circuito entre os terminais a e b, termos uma corrente I_{cc} passando pelos terminais a e b, a qual chamaremos futuramente de corrente de Norton. Assim, por definição, a resistência de Thévenin será igual à tensão do circuito original aberto dividida pela corrente de curto-circuito.

$$R_{Th} = \frac{V_{Th}}{I_N}$$

Exemplo de um circuito e o seu circuito equivalente de Thévenin:

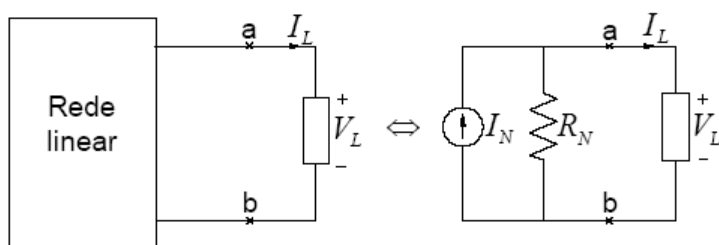


6.2 CIRCUITO DE NORTON:

O circuito de Norton é constituído por uma fonte independente de corrente I_N e uma resistência R_N que substituem todas as fontes e resistência do circuito. Essa combinação em paralelo entre V_{Th} e R_N é equivalente ao circuito original.

Para determinar o circuito de Norton é necessário determinarmos a corrente de Norton I_N e resistência, R_N , de Norton. Se colocarmos uma carga com resistência zero entre os terminais a e b do circuito teremos um curto circuito entre os terminais. Por definição, a corrente de curto-circuito entre os terminais é igual a corrente de Norton I_N . E a resistência de norton é obtida de maneira análoga a resistência de Thévenin, mas agora se determinando a tensão entre os terminais. A carga de Norton é igual à carga de Thévenin.

Exemplo de um circuito e o seu circuito equivalente de Norton:



6.3 CIRCUITOS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA:

As equivalentes de Thévenin e Norton também podem ser aplicadas a circuitos no domínio da frequência. O qual é definido da mesma forma apenas trocando-se a resistência R_{Th} e R_N por impedâncias Z_{Th} e Z_N .

6.4 PARTE PRÁTICA

1. Encontre os resistores requisitados, conferindo os valores com o multímetro e com o esquema de cores dos resistores.

Resistores Propostos:

- $R_1 = 10k\Omega$
- $R_2 = 12k\Omega$
- $R_3 = 15k\Omega$

Resistores Utilizados:

- $R_1 = 10k\Omega$
- $R_2 = 13k\Omega$
- $R_3 = 16k\Omega$

2. Dado o circuito abaixo, calcule os valores de V_{Th} , R_{Th} e I_N com relação aos terminais a e b.

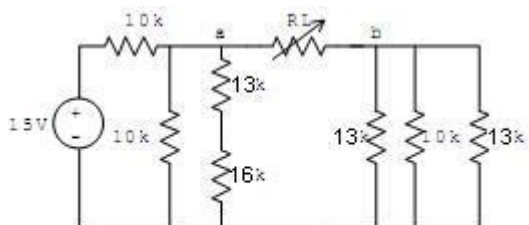
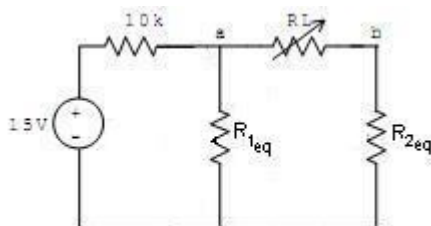


Figura 1 – Circuito em análise

Fazendo as devidas associações de resistores, chegamos ao seguinte circuito:

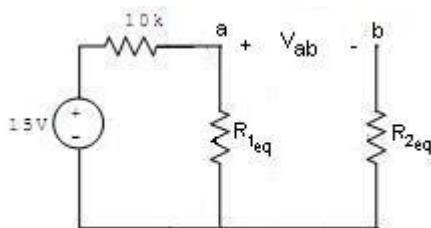


Sendo:

$$R_1^{eq} = \frac{(13k + 16k) \cdot 10k}{13k + 16k + 10k} = 7,44k\Omega$$

$$\frac{1}{R_2^{eq}} = \frac{1}{13k} + \frac{1}{10k} + \frac{1}{13k} \Rightarrow R_2^{eq} = 3,9k\Omega$$

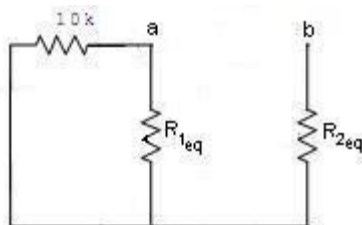
Para calcularmos V_{Th} , retiramos a carga R_L e calculamos a diferença de potencial V_{ab} . Então chegamos ao circuito abaixo.



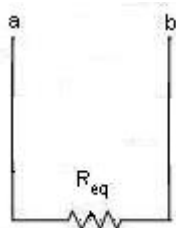
Como o circuito está aberto, não há corrente circulando em R_2^{eq} , logo não tem queda de potencial naquele ramo. Então a tensão em R_1^{eq} é justamente V_{ab} . Aplicando o divisor de tensão no resistor R_1^{eq} , temos:

$$V_{ab} = \frac{R_1^{eq} \cdot 15}{10k + R_1^{eq}} = 6,40V = V_{Th}$$

Para calcularmos R_{Th} , basta Retirar todas as fontes do circuito e calcular a resistência equivalente. Lembrando que para inativar uma fonte de tensão basta curto circuitar os seus terminais, e caso seja uma fonte de corrente, basta abrir os terminais. Fazendo isso, temos o seguinte circuito:



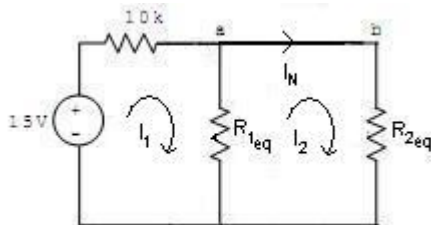
Fazendo as associações de resistores, chegamos em:



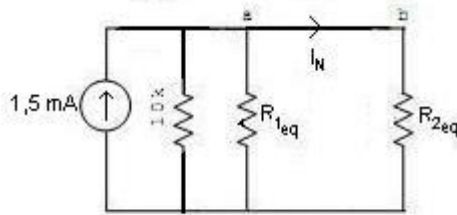
Onde:

$$R_{eq} = \frac{10k \cdot R_1^{eq}}{10k + R_1^{eq}} + R_2^{eq} = 8,2k\Omega$$

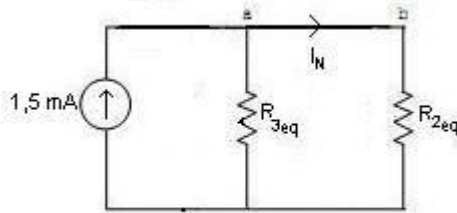
Para calcular I_N , basta curto circuitar os terminais a e b e calcular a corrente que passa por ele.



Fazendo a transformação de fonte de tensão pra fonte de corrente:



Associando os resistores, temos:



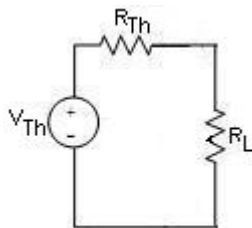
Sendo:

$$R_3^{eq} = \frac{10k \cdot R_1^{eq}}{10k + R_1^{eq}} = 4,27k\Omega \quad \text{e} \quad I = \frac{15}{10k} = 1,5mA$$

Então, aplicando o divisor de corrente. Temos:

$$I_N = \frac{I \cdot R_3^{eq}}{R_3^{eq} + R_2^{eq}} = 0,78mA$$

3. Monte o circuito anterior, agora sem a resistência de carga R_L ;
 4. Ajuste V para 15 Vcc e meça a tensão V_{ab}
Valor medido: 6,37V na escala de 20V, utilizando o multímetro DAWER2020
 5. Retire a fonte de tensão e substitua-a por um curto-circuito. Meça a resistência entre a e b.
Valor medido: 8,28k Ω na escala de 20k Ω
 6. Volte com a fonte de tensão de 15 Vcc.
 7. Meça com o amperímetro a corrente entre os terminais a e b.
Valor medido: 0,76mA na escala de 20mA, utilizando o multímetro DAWER2020
- Conecte o potenciômetro entre a e b.
8. Encontrado V_{Th} , R_{Th} , calcule V_{RL} e I_{RL} para cada um dos valores de R_L , conforme a tabela abaixo, variando continuamente o potenciômetro.
Temos então o circuito equivalente de Thévenin.



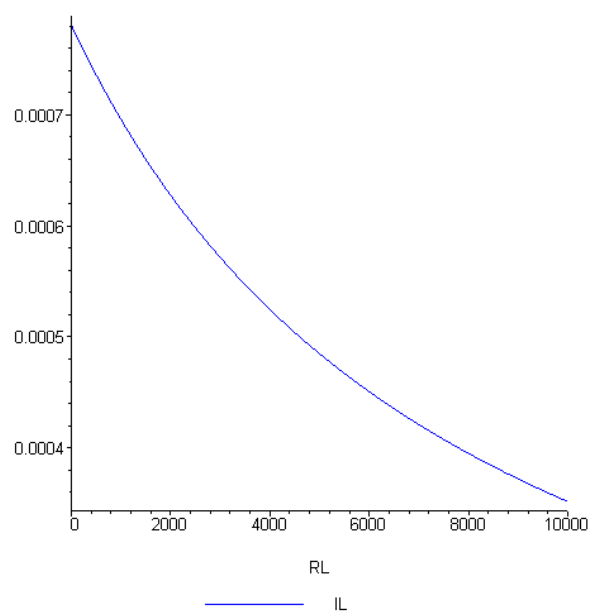
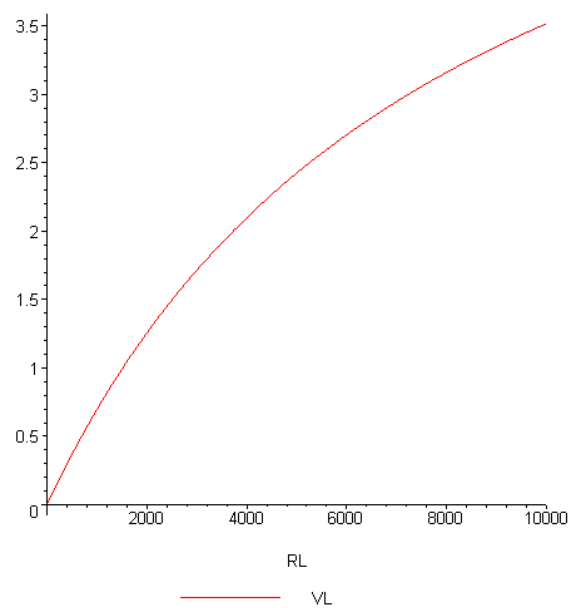
Para calcular V_{RL} e I_{RL} , aplicamos o divisor de tensão em R_L e percorremos a malha utilizando a lei das malhas. Chegando às expressões:

$$V_{RL} = \frac{6,4 \cdot R_L}{8,2k + R_L} \quad \text{e} \quad I_{RL} = \frac{6,4}{8,2k + R_L}$$

Então aplicamos os valores para R_L , apresentados na tabela abaixo.

R_L	V_{RL}		I_{RL}	
	Calculado	Medida	Calculado	Medida
0	0V	0V	0,78mA	0,76mA
1000	0,70V	0,68V (2)	0,70mA	0,68mA

5000	2,42V	2,4V (20)	0,48mA	0,47mA
9590Ω	3,45V	3,42V (20)	0,36mA	0,35mA



9. Determine os circuitos equivalentes de Thévenin e Norton com relação aos terminais A-B do circuito da figura 2.

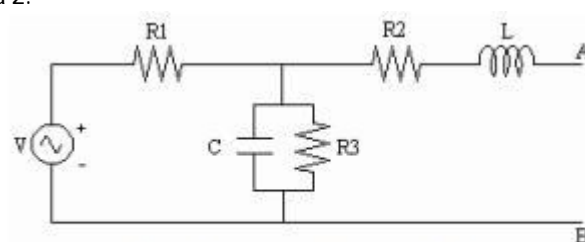
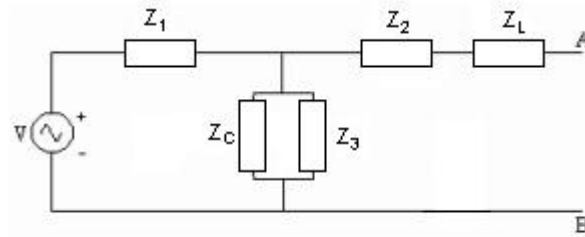


Figura 2 – Circuito em análise

Sendo:

- $V = 5 \sin 6283t$ [V]
- $R_1 = 365\Omega$
- $R_2 = 976\Omega$
- $R_3 = 755\Omega$
- $C = 2,2\mu F$
- $F = 100mH$

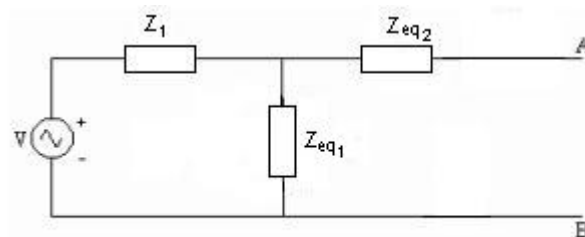
No domínio da frequência temos:



Onde:

- $\dot{V} = 5\angle 0^\circ [\text{V}_p]$
- $Z_1 = 365\Omega$
- $Z_2 = 976\Omega$
- $Z_3 = 755\Omega$
- $Z_c = \frac{1}{jC\omega} = 72,35\angle -90^\circ$
- $Z_L = jL\omega = 628,3\angle 90^\circ$

Associando as impedâncias, temos:



Onde:

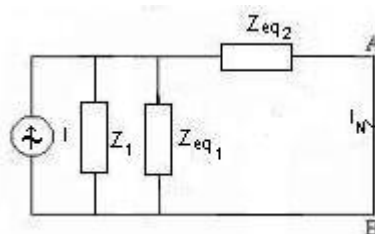
$$\frac{1}{Z_1^{eq}} = \frac{1}{Z_c} + \frac{1}{Z_3} \Rightarrow Z_1^{eq} = 72\angle -84,53^\circ$$

$$Z_2^{eq} = Z_L + Z_2 = 1161\angle 32,77^\circ$$

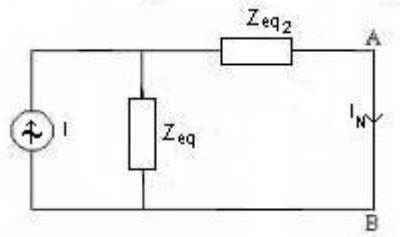
Por analogia com o circuito já resolvido no item 2 da parte prática, aplicando o divisor de tensão, temos:

$$\dot{V}_{ab} = \frac{Z_1^{eq} \cdot \dot{V}}{Z_1^{eq} + Z_1} = 0,95\angle -73,61^\circ V_p = \dot{V}_{Th} = 0,67\angle -73,61^\circ V_{RMS}$$

Para calcularmos a corrente \dot{I}_N , podemos fazer uma transformação de fonte, chegando ao seguinte circuito:



Fazendo a associação das impedâncias, temos:



Onde:

$$Z_{eq} = \frac{Z_1 \cdot Z_1^{eq}}{Z_1 + Z_1^{eq}} = 69,41 \angle -73,61^\circ \quad \text{e} \quad \dot{I} = \frac{\dot{V}}{Z_1} = 0,014 A_p$$

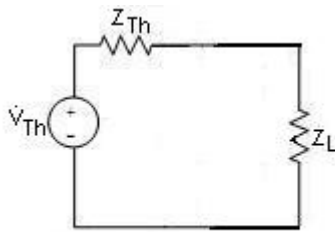
Então aplicando o divisor de corrente, temos:

$$\dot{I}_N = \frac{Z_{eq} \cdot \dot{I}}{Z_{eq} + Z_2^{eq}} = 8,32 \cdot 10^{-4} \angle -103,0^\circ A_p = 5,88 \cdot 10^{-4} \angle -103,0^\circ A_{RMS}$$

Para calcularmos Z_{Th} , basta fazer:

$$Z_{Th} = \frac{\dot{V}}{\dot{I}_N} = 1143 \angle 29,43^\circ$$

Então os circuitos equivalentes de Thévenin e Norton ficam respectivamente:

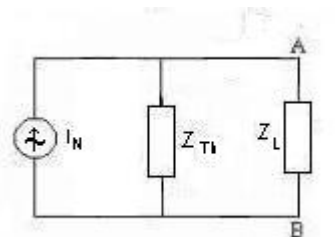


Onde:

$$\dot{V}_{Th} = 0,95 \angle -73,61^\circ V_p = 0,67 \angle -73,61^\circ V_{RMS} \quad (\text{no domínio da frequência})$$

$$v(t) = 0,95 \sin(6283t - 73,61^\circ) [V_p] \quad (\text{no domínio do tempo})$$

$$Z_{Th} = \frac{\dot{V}}{\dot{I}_N} = 1143 \angle 29,43^\circ$$



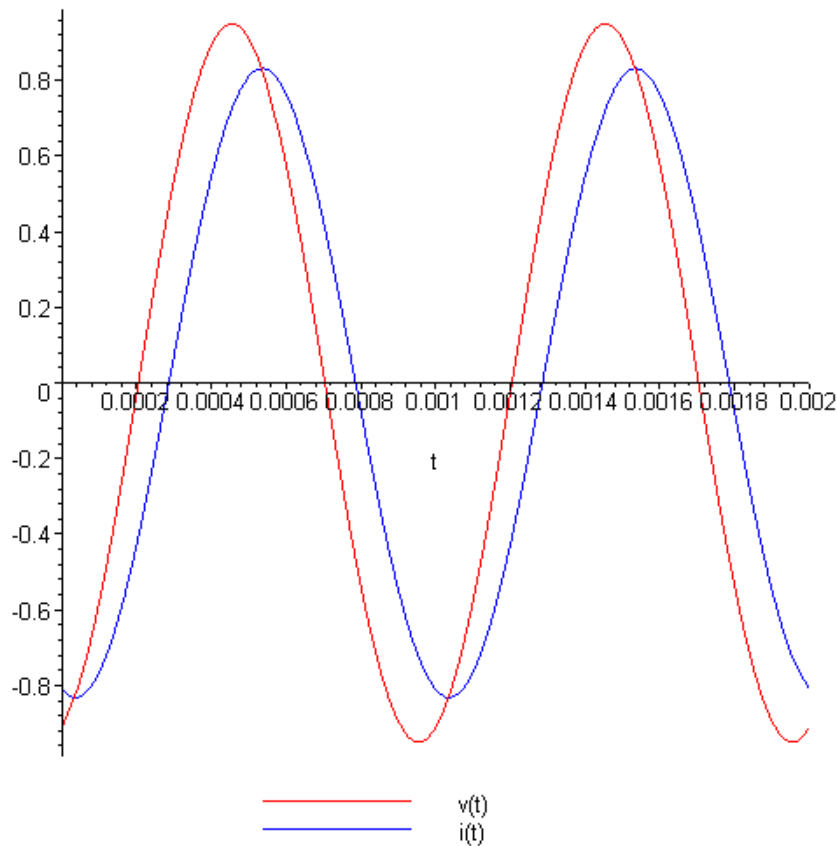
Onde:

$$\dot{I}_N = 8,32 \cdot 10^{-4} \angle -103,0^\circ A_p = 5,88 \cdot 10^{-4} \angle -103,0^\circ A_{RMS} \quad (\text{no domínio da frequência})$$

$$i(t) = 8,32 \cdot 10^{-4} \sin(6283t - 103,0^\circ) [A_p] \quad (\text{no domínio do tempo})$$

$$Z_{Th} = \frac{\dot{V}}{\dot{I}_N} = 1143 \angle 29,43^\circ$$

Abaixo os gráficos de $i(t)$ e $v(t)$, para ilustração:



10. Monte o circuito da figura 2 e meça a tensão (em aberto), e compare com a tensão de Thévenin, meça a corrente de curto circuito entre A e B, e compare com a corrente de Norton.

Tensão em aberto: $0,86V_p = 0,57V_{RMS}$

Corrente de curto: $0,46 \cdot 10^{-3} A_{RMS}$

QUESTÕES

- 7.1 Qual a utilidade de se conhecer o equivalente de Thévenin de um circuito na prática?

A maior utilidade, está na substituição de uma grande parte da rede, muitas vezes complicada e desinteressante, por um circuito muito simples, contendo uma fonte de tensão independente em série com um resistor, atuando numa carga qualquer. Com isso pode-se rapidamente calcularmos a tensão, corrente e potência que o circuito original era capaz de fornecer. Por exemplo, num amplificador transistorizado de potência, conhecendo-se o equivalente de Thévenin pode-se determinar a máxima potência que o amplificador pode fornecer, além de qual carga é necessária para se obter máxima potência transferida, máxima corrente, ou máxima tensão, dependendo da aplicação.

- 7.2 Explique o porquê das diferenças obtidas entre os valores teóricos e práticos de V_{Th} e R_{Th} .

Quando efetuamos as medidas de V_{Th} e R_{Th} , existem alguns tipos de erros inseridos, tais como: Erro de inserção do aparelho utilizado; Erro de leitura associado a quem efetua a medida; Erro nos valores das resistências, que possuem uma faixa de tolerância garantida pelo fabricante.

- 7.3 Compare os valores medido e calculado da corrente de Norton

Circuito da figura 1:

$$\delta_{\%} = \left| \frac{I_{NT} - I_N}{I_{NT}} \right| \cdot 100 = \left| \frac{0,78m - 0,76m}{0,78m} \right| \cdot 100 = 2,6\%$$

Circuito da figura 2:

$$\delta_{\%} = \left| \frac{I_{NT} - I_N}{I_{NT}} \right| \cdot 100 = \left| \frac{0,59m - 0,46m}{0,59m} \right| \cdot 100 = 22\%$$

Conclusão

Os circuitos de Thévenin e Norton são de grande ajuda quando queremos saber o que acontece em determinado terminal do circuito, por exemplo, quando ligamos uma torradeira em uma tomada, nos interessa saber apenas a tensão aplicada em seus terminais e a corrente que atravessa o aparelho. Normalmente não nos importamos com o efeito do ato de ligar a torradeira terá em outros terminais do circuito.

Podemos comprovar que os circuitos de Thévenin e Norton podem ser usados para representar qualquer circuito composto por elementos lineares e também vimos que os circuitos equivalentes também podem ser determinados através de circuitos no domínio da frequência.

7 POTÊNCIA MONOFÁSICA E FATOR DE POTÊNCIA

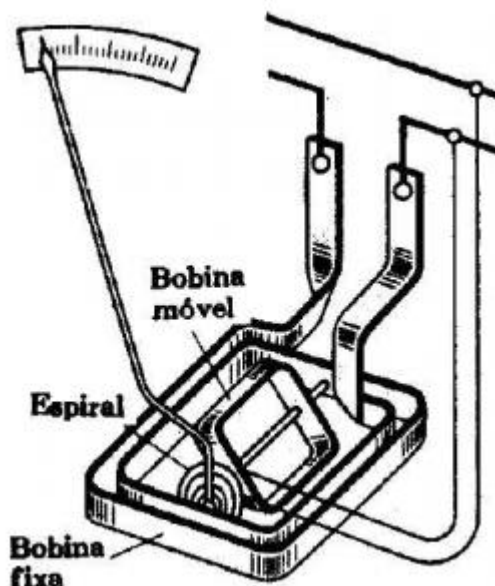
INTRODUÇÃO

Este relatório tem o objetivo de mostrar um instrumento muito importante para a engenharia elétrica, o wattímetro. Também ao final temos um exercício envolvendo o conceito de correção de fator de potência, que tem grande aplicabilidade em grandes indústrias onde a potência reativa consumida é grande.

Desenvolvimento

7.1 INSTRUMENTO ELETRODINÂMICO

O instrumento eletrodinâmico consiste de uma bobina móvel, e uma fixa. Quando há passagem de corrente, se as bobinas forem polarizadas corretamente, as mesmas adquirem a mesma polaridade, provocando a deflexão do ponteiro através da repulsão dos campos magnéticos. A bobina móvel é alimentada por uma corrente que chega por meio de duas meias bobinas que simultaneamente desenvolvem uma força restauradora ao deslocamento angular. Com essas propriedades, é possível efetuar medições em circuitos em corrente contínua e alternada, sendo que a deflexão do ponteiro não será afetada. A aplicação deste instrumento pode ser encontrada em medidores de potência (Wattímetros).



7.1 WATTÍMETRO

O Wattímetro é um instrumento eletrodinâmico para a medição de potência ativa. Esta aferição envolve a multiplicação da tensão pela corrente, e devido à característica não linear desta operação, técnicas bastante complexas são utilizadas nos instrumentos analógicos. A bobina fixa é utilizada em série com a carga, e a bobina móvel é utilizada em paralelo com a carga. A figura 2 ilustra como as ligações devem ser feitas para medir a potência consumida por uma carga.

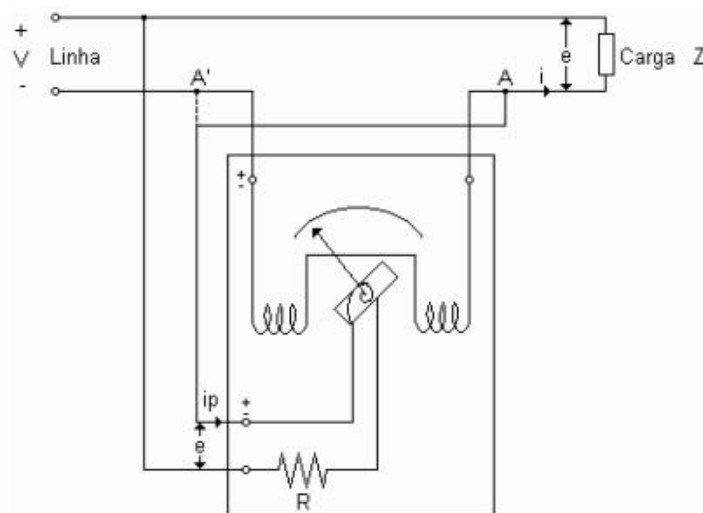


Figura 2 – Ligação básica de um wattímetro

A corrente que circula pela bobina de campo é a corrente de carga (i). A corrente i_p (fasor muito pequeno) é praticamente V/R . Assim, o conjugado sobre a bobina móvel, depende do produto da densidade de fluxo do campo, produzido pela corrente e da corrente da bobina móvel. Uma vez que $i_p \propto V/R$, o conjugado motor depende do produto $V \times i$. Se estas grandezas variarem no tempo, por exemplo, senoidalmente, o conjugado motor também variará. Porém se estas variações forem muito rápidas (na prática 60 Hz), a bobina móvel não poderá acompanhar este conjugado variável, tomando uma posição tal que o conjugado resistente da mola restauradora se iguale ao valor médio do conjugado motor produzido pela ação eletromagnética. Uma vez que o conjugado motor depende de $V \times i$, o conjugado motor médio é proporcional à potência média, ou potência ativa. Logo temos as seguintes relações:

Conjugado motor instantâneo $\propto v(t) \cdot i(t)$

$$\text{Conjugado médio} = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) \cdot i(t) dt$$

Onde T = período das ondas $v(t)$ e $i(t)$.

Existem também wattímetros digitais, onde os sinais da corrente e tensão são convertidos para o domínio digital utilizando-se um conversor A/D e o produto $V \times i$ é efetuado por um multiplicado binário, podendo estas funções serem feitas por um microcontrolador.

7.2 TRANSFORMADORES DE MEDIDAS

O uso de ferramentas de medidas permite a redução ou ampliação das escalas dos instrumentos. Existem dois tipos de transformadores de medidas:

a) Transformadores de corrente (T. C)

As funções básicas podem ser: reduzir a corrente a valores seguros para fazer a medição; isolar o circuito primário do secundário. As quais têm grande aplicabilidade em usinas geradoras de energia, por exemplo. Pois precisamos monitorar constantemente os valores de corrente, tensão e potência. O primário do transformador de corrente é ligado em série com o circuito cuja corrente se deseja medir.

b) Transformadores de potencial (T. P)

As funções básicas podem ser: isolar contra altas tensões; fornecer ao secundário uma tensão proporcional a tensão primária, com um certo grau de precisão, dentro de uma faixa especificada para a tensão primária.

Consideraremos para os próximos itens o circuito funcionando em seu regime permanente.

7.3 POTENCIA INSTANTÂNEA

Usando a convenção passiva, a potência em qualquer instante de tempo é dada por:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) \quad (1)$$

Consideremos v e i dado pelas seguintes expressões:

$$\begin{cases} v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v) \\ i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i) \end{cases} \quad (2)$$

Como estamos supondo que o sistema se encontra em estado estacionário, podemos escolher qualquer ângulo conveniente como referência para $t=0s$, tomando-se então a contagem de tempo quando a corrente está em seu máximo. Esta convenção exige que as correntes sejam deslocadas em um ângulo de, assim temos:

$$\begin{aligned} v(t) &= V_m \cos(\omega t + \theta_v - \theta_i) \\ i(t) &= I_m \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (3)$$

Quando substituirmos (3) na equação (1) da potência obtemos:

$$p(t) = V_m I_m \cos(\omega t + \theta_v + \theta_i) \cos(\omega t) \quad (4)$$

Realizando as devidas manipulações matemáticas, que deixaremos a cargo do leitor, obtemos:

$$p(t) = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i) + \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i) \cos(2\omega t) + \frac{V_m I_m}{2} \sin(\theta_v - \theta_i) \sin(2\omega t) \quad (5)$$

7.4 POTÊNCIA MÉDIA E POTÊNCIA REATIVA

A equação (5) pode ser escrita da seguinte forma:

$$p(t) = P(1 + \cos(2\omega t)) + Q \sin(2\omega t)$$

Onde,

$$(6) \quad P = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i) [W] \quad e \quad Q = \frac{V_m I_m}{2} \sin(\theta_v - \theta_i) [VAR]$$

Onde P é a potência média e Q recebe o nome de potência reativa. A potencia média é também chamada de potência real porque representa a parcela de potência presente em um circuito convertida em trabalho.

Para se calcular a potência média temos que tomar a média da potencia.

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt \quad (7)$$

Onde T é o período, e t_0 é qualquer instante de tempo.

Podemos calcular a potencia média substituindo a equação (5) na equação (7). Observe, porém, que a integral de uma função seno em seu periodo completo é zero. Observamos assim que a potencia média é dada por P.

7.5 POTÊNCIA EM CIRCUITOS EXCLUSIVAMENTE RESISTIVOS

Quando temos um circuito puramente resistivo a corrente e a tensão estão em fase (isto é $\theta_v = \theta_i$) então a equação se reduz a:

$$p(t) = \frac{V_m I_m}{2} (1 + \cos(2\omega t))$$

A potencia instantânea da equação é chamada de potencia instantânea real.

7.6 POTÊNCIA EM CIRCUITOS EXCLUSIVAMENTE INDUTIVOS

Quando um circuito é exclusivamente indutivo, a tensão e a corrente estão defasadas em exatamente 90° , com a corrente atrasada em relação à tensão isto é $\theta_v - 90^\circ = \theta_i$, temos assim que a potencia se reduz a:

$$p(t) = \frac{V_m I_m}{2} \sin(2\omega t)$$

7.7 POTÊNCIA EM CIRCUITOS EXCLUSIVAMENTE CAPACITIVOS:

Quando um circuito é exclusivamente capacitivo, a tensão e a corrente estão defasadas em exatamente 90° , com a corrente adiantada em relação à tensão isto é $\theta_v = \theta_i - 90^\circ$, temos assim eu a potência se reduz a:

$$p(t) = -\frac{V_m I_m}{2} \sin(2\omega t)$$

7.8 ANÁLISE GERAL

Podemos ver que a média da potência reativa é igual a zero, o que mostra que a potência é armazenada pelo indutor e depois devolvida a fonte, o que acontece com uma frequência de 2ω , ou seja, quando $p(t)$ é positiva a potência está sendo armazenada nos campos magnéticos e $p(t)$ é negativo se os campos estão devolvendo esta potência a fonte.

Uma medida de potência associada a circuitos exclusivamente indutivos e a capacitivos é a potência reativa Q , isto se deve ao fato de o indutor e o capacitor serem elementos reativos, e sua impedância é exclusivamente reativa. Para distinguir potência ativa de potência reativa usamos Watt [W] como unidade de potência média e Volt ampère reativo [VAR] como unidade de potência reativa.

7.9 FATOR DE POTENCIA

O ângulo $\phi = \theta_v - \theta_i$ que aparece tanto na potência média quanto na potência reativa é denominado de ângulo do fator de potência. O co-seno deste ângulo recebe o nome de fator de potência, e o seno é denominado de fator reativo.

Na prática é mais comum especificar o fator de potência que o ângulo do fator de potência. Entretanto isso envolve uma ambigüidade de sinal, já que $\cos(\theta_v - \theta_i) = \cos(\theta_i - \theta_v)$. Para remover esta ambigüidade recorre-se a expressão *fator de potência atrasado* (corrente atrasada em relação à tensão) e *adiantado* (corrente adiantada em relação à tensão).

7.10 VALORES RMS

São os valores chamados eficazes, rms que do inglês significa raiz média quadrática.

7.11 TENSÃO RMS

O valor RMS de uma função periódica é definida como a raiz quadrada do valor médio da função ao quadrado assim se $v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$, o valor RMS será:

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} V_m^2 \cos^2(\omega t + \phi) dt} \text{ assim } V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

7.12 POTÊNCIA RMS:

Suponha que uma tensão cossenoidal seja aplicada aos terminais de um resistor e que estejamos interessados em determinar a potência média dissipada pelo resistor. De acordo com a equação (7) temos:

$$P = \frac{V_m I_m}{2} = V_{rms} I_{rms}$$

Com isso temos $P = \frac{V_{rms}^2}{R}$, de maneira análoga temos que $P = I_{rms}^2 R$.

A potência média dada pela equação e a potência reativa podem ser escritas em termo de valores efetivos:

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos(\theta_v - \theta_i) = V_{rms} I_{rms} \cos(\phi)$$

$$Q = \frac{V_m I_m}{2} \sin(\theta_v - \theta_i) = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} \sin(\theta_v - \theta_i) = V_{rms} I_{rms} \sin(\phi)$$

7.13 POTENCIA COMPLEXA:

É a soma da potência média com a potencia reativa multiplicada por j, definida matematicamente por:

$$S = P + jQ$$

$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\text{tg}(\phi) = \frac{Q}{P}$$

7.14 FORMAS ALTERNATIVAS PARA O CÁLCULO DE POTÊNCIA:

Podemos a partir das equações anteriores, deduzir novas equações que poderão ser usadas para calcular a potência média, reativa e a complexa.

$$S = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i) + j \frac{V_m I_m}{2} \sin(\theta_v - \theta_i)$$

$$S = \frac{1}{2} V_m I_m \angle(\theta_v - \theta_i)$$

$$S = V_{rms} I_{rms} \angle(\theta_v - \theta_i)$$

$$S = V_{rms} I_{rms}^*$$

7.15 FORMAS ALTERNATIVAS DE POTENCIAS COMPLEXAS:

$$V_{rms} = Z I_{rms}$$

$$P = |I_{rms}|^2 R = \frac{1}{2} |I_m|^2 R$$

$$Q = |I_{rms}|^2 X = \frac{1}{2} |I_m|^2 X$$

$$P = \frac{|V_{rms}|^2}{R}$$

$$Q = \frac{|V_{rms}|^2}{X}$$

Como já sabemos X é a reatância indutiva ou capacitiva equivalente do circuito. A reatância é positiva em circuitos indutivos, e negativa em circuitos capacitivos.

COMPROVAÇÃO PRÁTICA

Realize as conexões indicadas na Figura 4 e meça a potência consumida pelas lâmpadas (carga), a tensão eficaz e a corrente eficaz das lâmpadas.

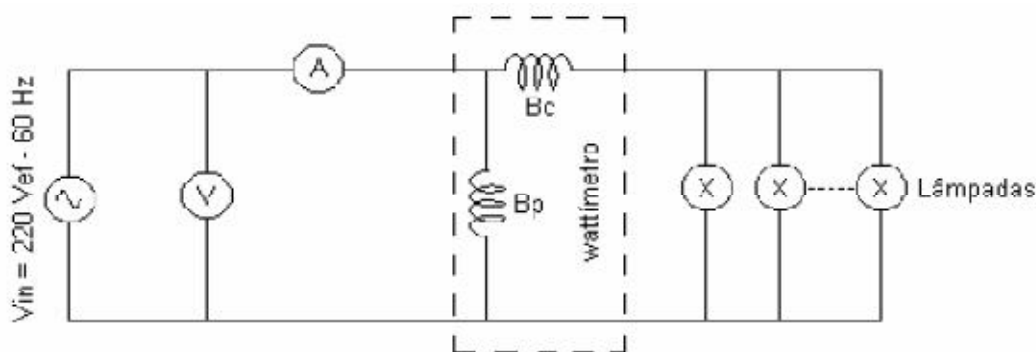


Figura 4 – Circuito em análise

Desenhe um gráfico das formas de onda da tensão sobre as lâmpadas e da corrente total solicitada.

LÂMPADA INCANDESCENTE

Medidas feitas em laboratório

$$I_{rms} = (0,91 \pm 0,01)A$$

$$P = (200 \pm 5)W$$

$$V_{rms} = (220,0 \pm 2,5)V$$

Como o fator de potência é unitário a potência medida pelo wattímetro é igual à leitura do voltímetro vezes a leitura do amperímetro. Logo, temos:

$$P_{Calculado} = 0,91 \cdot 220 = 200,2W$$

Supondo a corrente e a tensão em regime senoidal, temos:

$$v(t) = 220\sqrt{2} \text{ sen}(2\pi 60t)$$

$$i(t) = 0,91\sqrt{2} \text{ sen}(2\pi 60t)$$

Onde os gráficos são respectivamente:

LÂMPADA FLUORESCENTE

Medidas feitas em laboratório

$$I_{rms} = (0,07 \pm 0,01)A$$

$$P = (10 \pm 5)W$$

$$V_{rms} = (220,0 \pm 2,5)V$$

Agora como o fator de potência não é unitário, o produto da corrente eficaz com a tensão eficaz, não nos fornece o valor de P, mas sim de S (Potência aparente). Então:

$$|S| = V_{rms} I_{rms} = 15,4VA$$

$$P = 10W$$

$$\cos(\phi) = \frac{10}{15,4} \Rightarrow \phi = 49,5^\circ$$

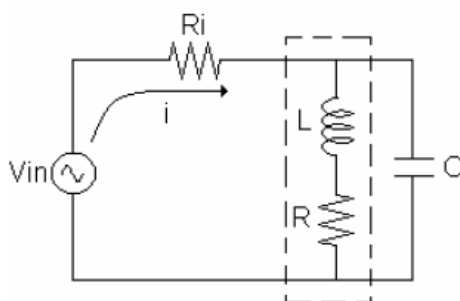
Supondo a corrente e a tensão em regime senoidal, temos:

$$v(t) = 220\sqrt{2} \text{ sen}(2\pi 60t)$$

$$i(t) = 0,07 \text{ sen}(2\pi 60t + 49,5^\circ)$$

Onde os gráficos são respectivamente:

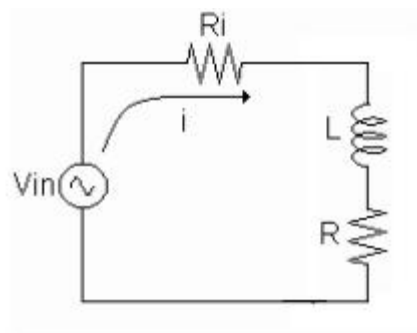
Para o circuito da Figura 7 determinar o valor do capacitor para que o fator de potência de carga seja igual a 0,92.



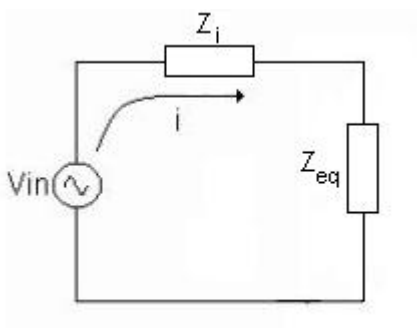
$$\begin{aligned} R_i &= 50 \, \Omega \\ R &= 57 \, \Omega \\ L &= 100\text{mH} \\ V_{in} &= 5 \text{ sen}(\omega t) \\ f &= 180\text{Hz} \end{aligned}$$

Figura 7 – Circuito em análise

Analisando o circuito sem o capacitor e considerando a carga o conjunto indutor (L) e resistor (R), temos:



Associando as impedâncias, temos:



Onde:

$$Z_i = (50 \angle 0^\circ) \Omega$$

$$Z_{eq} = (57 + j113) \Omega = 126,65 \angle 63,25^\circ$$

$$V_{rms} = \frac{5}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ V$$

Calculando a tensão em cima da carga:

$$V_{eq} = \frac{Z_{eq} V_{rms}}{Z_{eq} + Z_{ri}} = (2,88 \angle 16,67^\circ) V$$

Logo a potência na carga é dada por:

$$S_{eq} = \frac{|V_c|^2}{Z_{eq}^*} = (2,95 + j5,8) \cdot 10^{-2} VA$$

Sabemos que ao introduzir um capacitor ao circuito não alteramos a potencia média da carga, então para obtermos um fator de potência de 0,92 temos que:

$$S_t = S_{eq} + S_c$$

$$P_t + jQ_t = P_{eq} + jQ_{eq} + jQ_c$$

Onde

$$S_t - \text{Potência corrigida}$$

$$S_{eq} - \text{Potência sem o capacitor}$$

$$S_c - \text{Potência no capacitor}$$

Então chegamos as seguintes igualdades:

$$P_t = P_{eq} = 2,95 \cdot 10^{-2} W$$

$$Q_t = Q_{eq} + Q_c$$

Sabendo-se que:

$$\phi = \cos^{-1}(0,92) = 23,07^\circ$$

Temos

$$\operatorname{tg}(\phi) = \frac{Q_t}{P_{eq}}$$

$$Q_t = 0,0126 \text{VAR}$$

Para calcularmos a capacitância, temos:

$$Q_c = Q_t - Q_{eq} = -0,0454 \text{VAR}$$

Temos que a potência no capacitor é dada por:

$$S_c = \frac{|V_c|^2}{Z_c^*} = |V_c|^2 \omega C(-j)$$

Sabemos que a potência no capacitor é puramente reativa então:

$$S_c = jQ_c = |V_c|^2 \omega C(-j) = (-j)Q_c \Rightarrow C = \frac{Q_c}{|V_c|^2 \omega} = 4,84 \mu\text{F}$$

Conclusão

Conseguimos observar com a experiência com as lâmpadas incandescentes e fluorescentes, a diferença na potência ativa, a qual efetivamente realiza trabalho. Em termos de economia com custos de energia elétrica, as lâmpadas fluorescentes são muito mais vantajosas, porém o seu circuito eletrônico necessita do chaveamento da corrente para ligar a lâmpada com corrente contínua. Este circuito acaba gerando harmônicos que prejudicam a rede elétrica. Fato que pode ser observado, ligando-se um resistor em série com a lâmpada e coletando os sinais nos terminais do resistor com um osciloscópio. A forma de onda da corrente que circulava no circuito era visivelmente alterada.

Com relação à correção do fator de potência, não foram realizados experimentos. Porém o exercício feito mostra uma forma de aumentar o fator de potência de uma carga, que consiste em colocar um banco de capacitores em paralelo com a carga. Assim a energia reativa que a companhia energética fornece a carga pode ser utilizada pela indústria e armazenada nos capacitores, já que não pode ser devolvida a companhia. Quanto mais próximo de um, melhor o fator de potência. Para residência, este valor é tão próximo disso, que as concessionárias nem cobram pela potência reativa. Mas para grandes fábricas, a correção traz grandes resultados, sendo as economias nem significativas.

8 MEDIDAS EM CIRCUITOS TRIFÁSICOS

INTRODUÇÃO

Veremos nesse relatório circuitos uma breve análise de circuitos trifásicos equilibrados. Entre esses circuitos analisaremos as configurações Y-Y e Y- Δ . Circuitos trifásicos são de grande importância para a engenharia elétrica, pois a energia é gerada, distribuída e consumida industrialmente através desse tipo de circuito.

Desenvolvimento

8.1 TERMOS USUAIS EM CIRCUITOS TRIFÁSICOS:

Tensão de linha: é usado para designar a tensão entre duas linhas

Tensão de fase: significa a tensão entre os terminais de um ramo do circuito

Corrente de linha: é usado para designar a corrente entre duas linhas

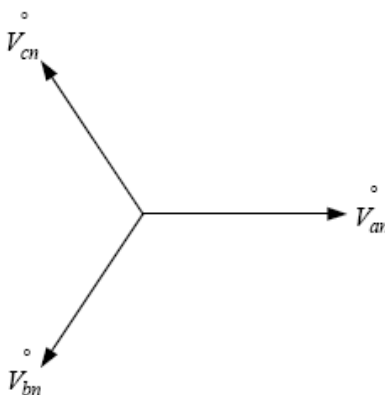
Corrente de fase: significa a corrente entre os terminais de um ramo do circuito

8.2 TENSÕES TRIFÁSICAS EQUILIBRADAS

Um sistema de tensões trifásicas equilibradas é um conjunto de 3 tensões senoidais com mesma amplitude, a mesma frequência mas defasadas entre si de 120° .

As tensões são chamadas tensões de fase *a*, *b*, *c*.

- Seqüência de fases (defasagem entre as tensões de fase):



Seqüência *abc*, positiva ou direta:

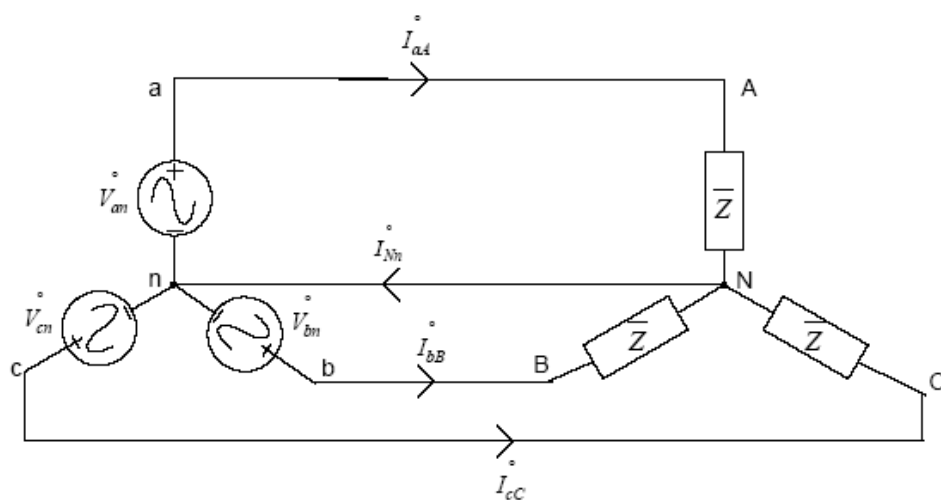
$$\dot{V}_{an} = V_p \angle 0^\circ$$

$$\dot{V}_{bn} = V_p \angle -120^\circ$$

$$\dot{V}_{cn} = V_p \angle +120^\circ$$

8.3 A LIGAÇÃO Y

Consideraremos a seguinte configuração:



Com base na figura temos:

$$I_{aA} = \frac{V_{an}}{Z_p}$$

$$I_{bB} = \frac{V_{bn}}{Z_p} = \frac{V_{an} \angle -120^\circ}{Z_p} = I_{aA} \angle -120^\circ$$

$$I_{cC} = \frac{V_{cn}}{Z_p} = \frac{V_{an} \angle -240^\circ}{Z_p} = I_{aA} \angle -240^\circ$$

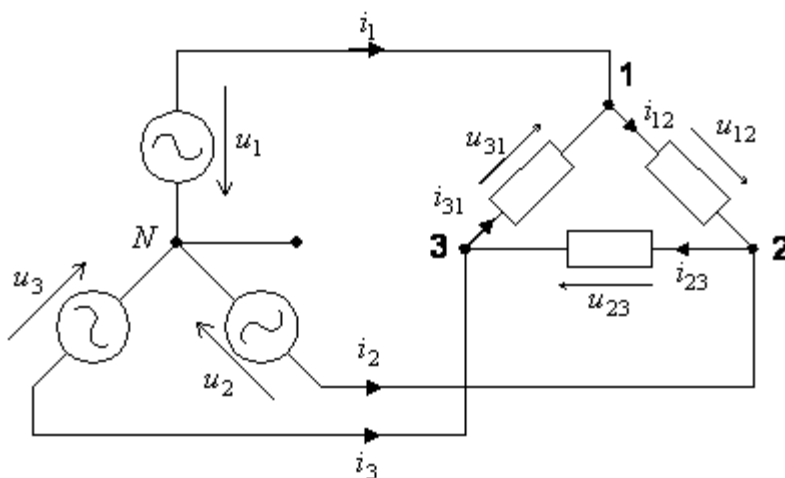
E assim

$$I_{Nn} = I_{aA} + I_{bB} + I_{cC}$$

Portanto o neutro não carrega corrente nenhuma caso a fonte e a carga estejam balanceadas e os três fios tenham impedância nula.

8.4 A LIGAÇÃO DELTA (Δ)

Consideremos uma carga balanceada ligada em Δ e que consiste em uma impedância Z inserida como na figura abaixo.



Com base nesta figura, temos:

$$\dot{V}_L = |\dot{V}_{12}| = |\dot{V}_{13}| = |\dot{V}_{23}|$$

E as tensões de fase:

$$\dot{V}_p = |\dot{V}_{1n}| = |\dot{V}_{2n}| = |\dot{V}_{3n}|$$

Onde

$$\dot{V}_L = \sqrt{3} \cdot \dot{V}_p \quad \text{e} \quad \dot{V}_{12} = \sqrt{3} \cdot \dot{V}_{1n} \angle 30^\circ$$

E as outras tensões podem ser obtidas como nas ligações do tipo Y. Assim as correntes de fase podem ser obtidas:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{12} &= \frac{\dot{V}_{12}}{\bar{Z}} \\ \dot{I}_{13} &= \frac{\dot{V}_{13}}{\bar{Z}} \\ \dot{I}_{23} &= \frac{\dot{V}_{23}}{\bar{Z}} \end{aligned}$$

E sua diferença nos fornece as correntes de linha

$$\dot{I}_{11} = \dot{I}_{12} - \dot{I}_{13}$$

Da mesma maneira que a tensão nas correntes nas ligações do tipo Y, a magnitude das correntes de linha são iguais, com defasagem de 120° entre si.

$$I_p = |\dot{I}_{12}| = |\dot{I}_{13}| = |\dot{I}_{23}|$$

Se fizermos o diagrama de fasores, podemos ver que:

$$\begin{aligned} I_L &= |I_{11}| = |I_{22}| = |I_{33}| \\ I_L &= \sqrt{3} \cdot I_p \end{aligned}$$

8.5 ENSAIO – PRIMEIRA PARTE

Procedimento

1. Conecte o cabo de energia de 4 fios na entrada do varivolt, deixando-o, inicialmente, desligado da bancada.
2. Na saída do varivolt conecte dois fios, um numa das fases (R) e o outro no neutro (N). Conecte esses fios no voltímetro ENGRO (saída VCA, escala de 12 volts).
3. Ligue o varivolt na rede e, através do cursor, ajuste a tensão de saída em 5V.
4. Após o ajuste, faça uma amostragem da tensão de saída do varivolt $V_{RN}(t)$ no osciloscópio e meça seu valor RMS, pico-a-pico e sua frequência.

Valores medidos:

- $V_{rms} = (5,09 \pm 0,01)V$
- $V_{pp} = (14,2 \pm 0,1)V$
- $f = 60 Hz$

5. Conecte um segundo fio na fase S e faça a amostragem de $V_{SN}(t)$ no segundo canal do osciloscópio. Meça o valor RMS e pico-a-pico desta segunda tensão. Use o N como terra.

Valores medidos:

- $V_{rms} = (4,20 \pm 0,01)V$
- $V_{pp} = (11,6 \pm 0,1)V$
- $f = 60 Hz$

6. Meça a defasagem entre os sinais amostrados no canal 1 e canal 2.

Temos que a defasagem entre uma onda e outra é de 5,5 ms, que pôde ser observada no osciloscópio. Então aplicando uma regra de três simples:

$$\begin{cases} 360^\circ \rightarrow T \\ \phi \rightarrow \Delta t \end{cases}$$

$$\phi = \frac{360 \cdot \Delta t}{T} \cong 119^\circ \text{ adiantado}$$

8.6 ENSAIO – SEGUNDA PARTE

Procedimento:

1. Com o varivolt desligado da bancada e com o cursor no zero, conecte três lâmpadas de 40W em Delta, tal como mostrado na Fig. 3, e esse conjunto aos terminais da saída do varivolt. Conecte o amperímetro digital numa das fases da conexão e o voltímetro entre as fases R e S. Observe que não há fio de neutro nesta conexão.
2. Ligue o varivolt à bancada e ajuste a tensão de saída em 220V. Meça a corrente de carga.

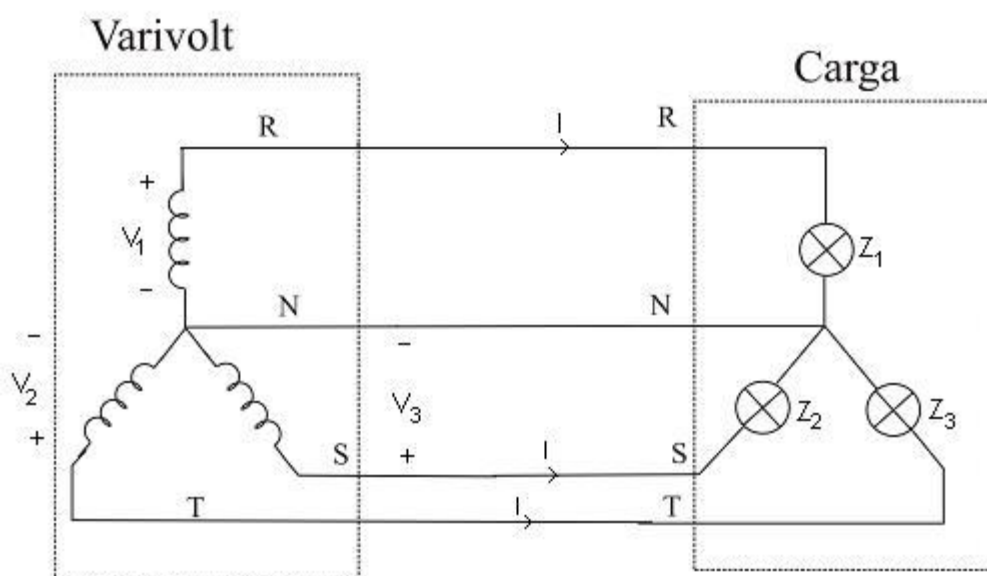
$$\text{Valor medido: } I_{rms} = (0,29 \pm 0,01) A$$

Desenvolvimento

Para a conexão em Y e em Delta, utilizando os valores medidos para a corrente e a tensão na carga, calcule a potência consumida em cada fase da carga e também a potência trifásica. Responda as seguintes questões:

- a) Quais são as correntes e tensões de fase e de linha em cada conexão?

Para a carga em Y, temos a seguinte situação:



Sabemos que $V_1 = 220 \angle 0^\circ V_{rms}$ e $I = 0,16 \angle 0^\circ A_{rms}$. Como as cargas utilizadas estavam balanceadas, temos que:

$$|\dot{V}_1| = |\dot{V}_2| = |\dot{V}_3| \quad \text{e} \quad \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3 = 0$$

Então, para uma sequência de fases positiva, temos:

$$\begin{aligned} \bullet \dot{V}_2 &= 220 \angle 119^\circ V_{rms} \\ \bullet \dot{V}_3 &= 220 \angle -121^\circ V_{rms} \end{aligned}$$

Assim como a tensão, o módulo da corrente é igual em todas as cargas, onde diferem apenas na fase.

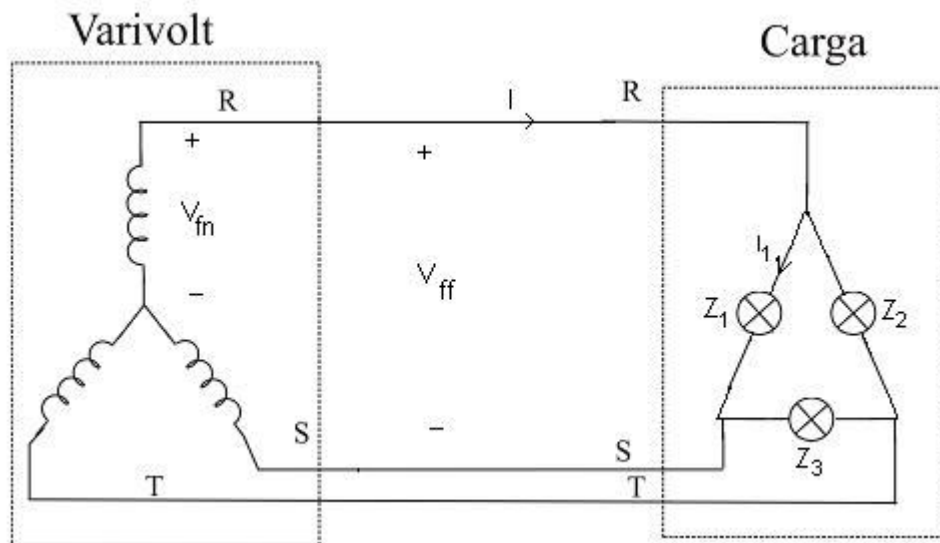
Potência nas cargas:

$$\bar{S}_3 = \bar{S}_2 = \bar{S}_1 = \dot{V}_{rms} \cdot \dot{I}_{rms}^* = 35,2 \angle 0^\circ VA$$

Potência trifásica:

$$\bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \bar{S}_3 = 105,6VA$$

Para carga em Δ temos a seguinte configuração:



Sabemos que $\dot{V}_{ff} = 220\angle 30^\circ V_{rms}$ e $I = 0,29\angle 30^\circ A_{rms}$. Como as cargas utilizadas estavam balanceadas, temos que:

$$I_1 = \frac{I}{\sqrt{3}} = 0,167 A_{rms}$$

$$V_{ff} = \sqrt{3} \cdot V_{fn} \Rightarrow V_{fn} = \frac{V_{ff}}{\sqrt{3}} = 127\angle 30^\circ V_{rms}$$

Sendo que as outras tensões de fase têm o mesmo módulo, porém defasadas de aproximadamente 120° .

Potência nas cargas:

$$\bar{S}_3 = \bar{S}_2 = \bar{S}_1 = \dot{V}_{ff} \cdot \dot{I}_1^* = 36,7\angle 0^\circ VA$$

Potência trifásica:

$$\bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \bar{S}_3 = 110,22VA$$

b) A potência trifásica da carga em Y é igual àquela da carga em Delta? Justifique.

Podemos notar que:

$$|S_Y - S_\Delta| = 4,62VA$$

Porém para cargas balanceadas estas medidas deveriam ser iguais. O que pode ter ocorrido são erros de leituras, erros de inserção dos instrumentos utilizados, a má condição dos equipamentos utilizados, entre outros.

c) Cite uma vantagem e uma desvantagem da conexão Y e da conexão Delta.

Pelo menos na situação de cargas desbalanceadas a ligação em Δ permite uma maior flexibilidade de alteração de cargas, o que na ligação em Y com 3 fios é difícil quando não impossível.

Conclusão

A corrente de linha em configuração delta são maiores em uma razão de $\sqrt{3}$ que as correntes de fase da configuração Y. Podemos perceber também que na configuração Y, pela corrente no condutor neutro ser igual a zero, não existe nenhuma restrição quanto a impedância desse condutor; ele não afeta o equilíbrio do sistema.

9 POTÊNCIA TRIFÁSICA E MEDIDA DE ENERGIA ELÉTRICA

INTRODUÇÃO

Este relatório trará métodos para a aferição da potência em circuitos trifásicos e também a medição de energia consumida por um circuito monofásico com cargas puramente resistivas.

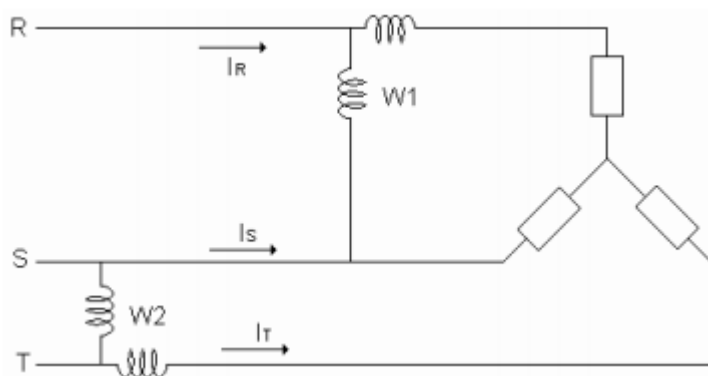
Ilustraremos na parte experimental a utilização dos wattímetros, já detalhado no relatório passado, para a medição da potência e noções básicas sobre o funcionamento dos medidores de energia elétrica do tipo integrador, que são muito robustos e utilizados até os dias de hoje.

Desenvolvimento

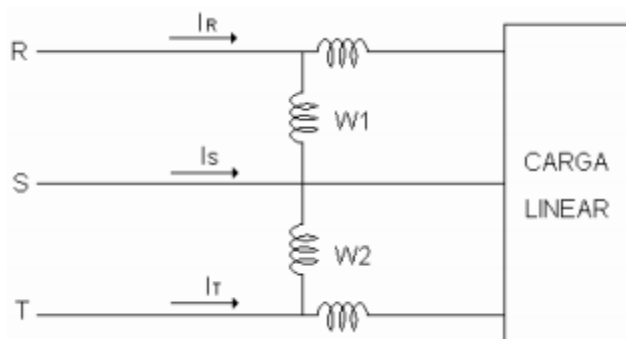
9.1 POTÊNCIA TRIFÁSICA

Para medirmos a potência trifásica, aparentemente parece ser simples de se fazer. Através de uma analogia com os sistemas monofásicos, podemos colocar uma bobina de tensão entre o neutro e a fase, e uma bobina de corrente em série com cada fase, e em seguida somar as potências. Do mesmo modo poderíamos fazer as mesmas ligações em Δ . Estes métodos estão teoricamente corretos. Porém usualmente não temos acesso ao neutro da ligação Y e as fases da ligação Δ .

Consequentemente se faz necessário um método que utilize apenas três terminais. Este método existe, e nos permite efetuar a medida de potência em cargas desbalanceadas ligadas a fontes também desbalanceadas. Podemos ligar três wattímetros de tal modo que cada um tenha suas bobinas de tensão em algum ponto em comum. Sendo que este ponto ser arbitrariamente escolhido, e de acordo com o teorema de Blondel, "se as bobinas de potencial dos três wattímetros forem ligadas a um ponto comum, que não necessita ser o neutro, a potência ativa total é a soma das leituras dos três wattímetros". Então escolhendo o nosso ponto em comum na linha S, temos a seguinte situação, mais conhecido como conexão ARON.



9.2 DEMONSTRAÇÃO DA CONEXÃO ARON



Utilizando as leis de Kirchhoff, temos:

$$\begin{aligned}i_R + i_S + i_T &= 0 \\v_{RS} + v_{ST} + v_{TR} &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}I_R + I_S + I_T &= 0 \\V_{RS} + V_{ST} + V_{TR} &= 0\end{aligned}$$

Calculando a potência instantânea, temos:

$$p(t) = v_R \cdot i_R + v_S \cdot i_S + v_T \cdot i_T \quad (1)$$

Independente do ponto comum às bobinas de potencial dos três wattímetros. Mas:

$$i_S = -(i_R + i_T)$$

Substituindo em (1), temos:

$$p(t) = v_R \cdot i_R - v_S \cdot (i_R + i_T) + v_T \cdot i_T = \underbrace{(v_R - v_S)}_{v_{RS}} \cdot i_R + \underbrace{(v_T - v_S)}_{v_{TS}} \cdot i_T$$

Logo

$$p(t) = (v_{RS}) \cdot i_R + (v_{TS}) \cdot i_T$$

Pela definição de potência média, ou ativa, temos:

$$\begin{aligned}P &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} (v_{RS} \cdot i_R) dt + \frac{1}{T} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} (v_{TS} \cdot i_T) dt \\&= V_{RS} \cdot I_S \cdot \cos(\angle V_{RS}, I_R) + V_{TS} \cdot I_T \cdot \cos(\angle V_{TS}, I_T)\end{aligned}$$

Como o cosseno pode assumir valores negativos ou positivos, a potência total é dada por:

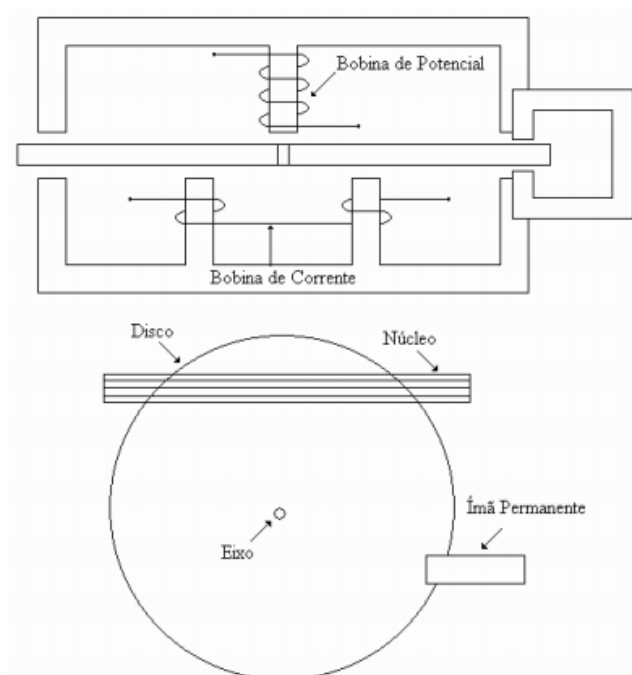
$$P = W_1 \pm W_2$$

9.3 MEDIDA DE ENERGIA ELÉTRICA

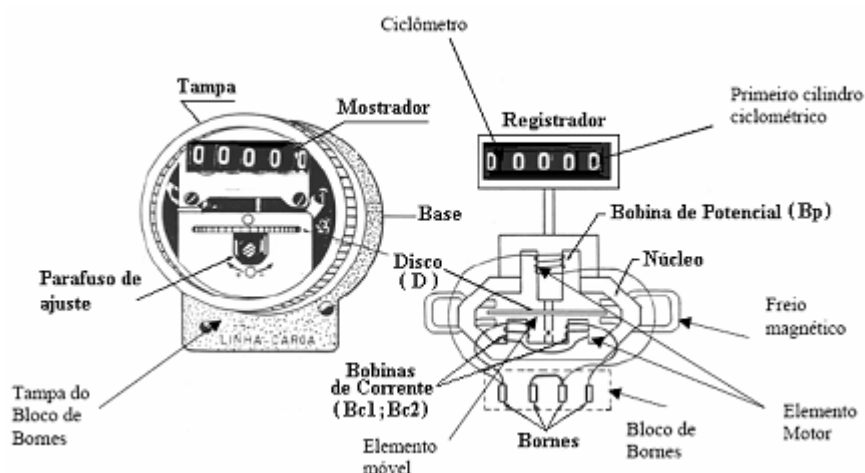
A energia por definição e dada por:

$$E = \int_{t_0}^t p(t) dt$$

Então para medirmos a energia consumida, se faz necessário um dispositivo que faça esta integração da potência (produto da corrente instantânea pela tensão instantânea). Na figura abaixo apresentamos o esquema básico de um medidor indutivo do tipo integrador.



A figura abaixo mostra o esquema de um medidor monofásico do tipo ciclométrico



Onde:

- Bobinas BC1 e BC2: Bobinas de corrente, com poucas espiras de fio grosso (baixa resistência), ficam em série com a carga.
- Bobina BP: Bobina de potencial, com muitas espiras de fio fino (alta resistência), fica em paralelo com a carga.
- Disco D: Disco de alumínio, especialmente construído, com a superfície altamente condutora.
- Freio Magnético: Pode ser deslocado mais para cima ou mais para fora do disco; freio magnético ou de Foucault.

As bobinas de corrente geram fluxos proporcionais à corrente de carga. A bobina de potencial gera um fluxo proporcional à tensão do circuito. Estes fluxos irão ocasionar campos magnéticos sobre o disco D, induzindo correntes parasitas (ou de Foucault) no mesmo. Estas correntes parasitas, em conjunto com os campos magnéticos, serão responsáveis pelo surgimento de um torque motor no disco. Sendo este torque proporcional à potência ativa da carga. Matematicamente representado por:

$$T_M = K \cdot V \cdot I \cdot \cos(\Phi) = K \cdot P$$

O freio de Foucault (ímã permanente) gera um campo magnético responsável pela frenagem do disco. O torque da frenagem irá proporcionar o equilíbrio dinâmico na rotação do disco, fazendo-o girar a uma velocidade constante. A potência ativa consumida pela carga será proporcional à velocidade do disco. A quantidade de energia em W.h por volta do disco é chamada de constante do disco (Kd). Para medidores trifásicos, eles podem ser constituídos de três conjuntos de bobinas de tensão e corrente, defasados no espaço ou de três discos fixos a um único eixo.

9.4 POTÊNCIA TRIFÁSICA

Monte o circuito da Figura 5 com um quadro de lâmpadas e meça a potência total com apenas dois wattímetros; realize a conexão ARON. Utilize um varivolt trifásico, um voltímetro, dois amperímetros e dois wattímetros. Vá aumentando a tensão, através dos varivolt, até se obter 240V entre fases.

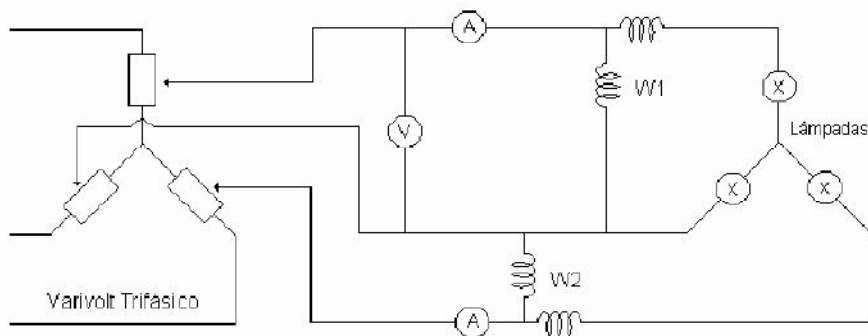


Figura 5

- $W_1 = (30 \pm 1)W$
- $W_2 = (28 \pm 1)W$
- $V = 240V$
- $A_1 = 0,13A$
- $A_2 = 0,12A$

Temos que utilizando o voltímetro e o amperímetro no método a montante:
A potência medida pelo voltímetro e o amperímetro juntos ao wattímetro 1 e 2.

$$P_1 = V \cdot A_1 = 240 \cdot 0,13 = 31,2W$$

$$P_2 = V \cdot A_2 = 240 \cdot 0,12 = 28,8W$$

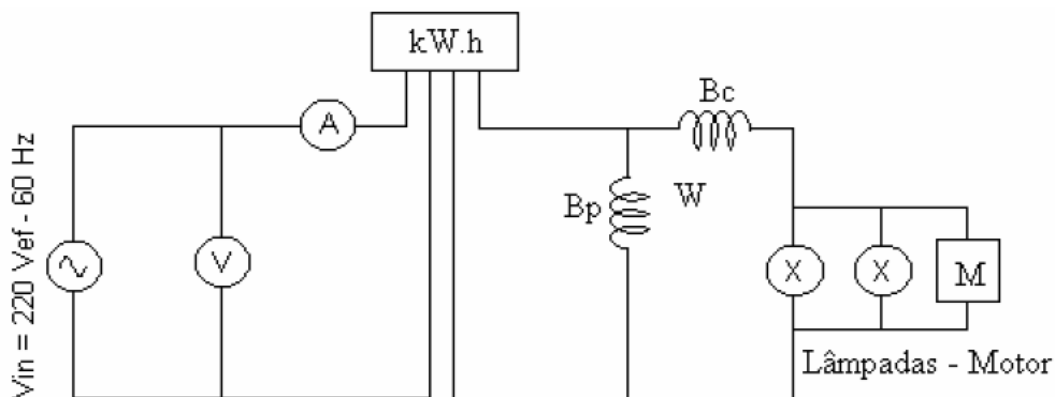
Iremos calcular a diferença de potência medida pelos amperímetros e voltímetros em relação aos wattímetros.

$$\delta_{p1} = \left| \frac{31,2 - 30}{30} \right| \cdot 100\% = 4\%$$

$$\delta_{p2} = \left| \frac{28,8 - 28}{28} \right| \cdot 100\% = 2,85\%$$

9.5 MEDIDA DE ENERGIA ELÉTRICA

Monte o circuito representado na figura a seguir para que possamos efetuar medidas relativas ao estudo da quantização do consumo de energia do ponto de vista das cargas.



a) Fazer a medida da energia consumida pela carga ao longo de um tempo (10 voltas do disco do medidor de kWh);

As leituras das medições efetuadas pelo instrumento, aqui utilizado, são da ordem de kW. De maneira que neste item efetuamos apenas a identificação da constante de disco bem como do tempo decorrido ao longo das dez voltas efetuadas pelo referido:

$$K_d = 4 \frac{W \cdot h}{rotação}$$

$$\Delta T = 3'54''$$

b) Calcular, através da constante do disco, a energia consumida neste intervalo de tempo;

A energia consumida é dada pelo produto entre a constante de disco e o número de voltas efetuadas pelo mesmo.

$$E = K_d \cdot Voltas = 4 \cdot 10 = 40 W \cdot h$$

c) Através da medida do Wattímetro e do tempo medido, realizar o cálculo da energia consumida. Comparar os resultados deste item com os resultados dos itens a e b;

A medida de potência efetuada foi:

$$P = (610 \pm 10) W$$

Agora obtemos, desta segunda maneira, a energia elétrica consumida pelo produto entre a potência e o tempo medidos, observando as devidas conversões de unidades teremos:

$$E = 610 \cdot \left(\frac{3}{60} + \frac{54}{60^2} \right) = 39,65 W \cdot h$$

Para o cálculo do erro relativo admitiremos como verdadeira a medida de energia elétrica decorrente da leitura do instrumento de medição de energia elétrica.

$$E_r = \left| \frac{40 - 39,65}{40} \right| \cdot 100 = 0,87 \%$$

d) Através das medidas do Voltímetro, Amperímetro e Wattímetro, calcular o fator de potência da carga.

Primeiramente vamos calcular o módulo da potência aparente na carga, dada pela conhecida expressão:

$$|S| = |V_{ef}| \cdot |I_{ef}| = 220 \cdot 2,77 = 609,4 VA$$

Os valores de tensão e corrente eficazes foram obtidos das leituras dos instrumentos presentes no experimento conforme indica a figura de abertura da presente seção. Agora nos valendo da potência ativa medida através do Wattímetro, obtemos o fator de potência da carga.

$$\cos(\varphi) = \frac{|P|}{|S|} = \frac{610}{609,4} \cong 1$$

No devido momento teceremos comentários acerca do resultado obtido anteriormente.

Conclusão

Como já comentado em relatórios anteriores os circuitos trifásicos são amplamente utilizados tanto para a transmissão quanto para a utilização da energia elétrica, isso se deve pelo fato das máquinas elétricas trifásicas tenderem a ser mais eficientes pela utilização plena dos circuitos magnéticos, e também pelo sistema trifásico permitir a flexibilidade entre dois níveis de tensão, como observamos na experiência.

Porém existem algumas desvantagens. Em um sistema trifásico genérico pressupunha-se para a aferição da potência elétrica, no mínimo o triplo de instrumentos de aferição direta ou indireta da potência sobre a carga. Contudo com as devidas manipulações matemáticas conseguimos reduzir os números de aparelhos para aferição dessas potências. Viabilizando a medição da mesma.

Com base nos conhecimentos adquiridos na parte teórica partimos para a experimentação do circuito proposto, em laboratório. Obtivemos então medições de potência, tensão, corrente, tempo, e

medida de energia elétrica propriamente dita. Com base nos dados pudemos efetuar análises teóricas a cerca dos fenômenos observados.

Observamos nos itens (a), (b) e (c) que as medições, indiretas ou diretas, de energia elétrica convergem para o mesmo valor, salvo alguns erros intrínsecos as experimentações.

No item (d), como esperado, o fator de potência foi praticamente unitário o que esta associado à uma carga puramente resistiva. No cálculo do fator de potência aparentemente existe um erro conceitual visto que a potência ativa encontra-se, ainda que sutilmente, maior do que a potência aparente. Isto se dá devido a erros nos instrumentos e nas leituras efetuadas, pois não era possível, no medidor de energia elétrica, obter diretamente o valor da energia, a mesma teve que ser calculada com base na constante do disco do aparelho.

BIBLIOGRAFIA:

FONSECA, Alex. **Grandezas elétricas**. Disponível em:

<<http://www.md.utfpr.edu.br/Intranet/professores/adm/download/apostilas/180544.pdf>>.

Acesso em: 24 maio 08.

HAYT JR., William Hart. KEMMERLY, Jack E. **Análise de circuitos em engenharia**.

São Paulo: McGraw-Hill, 1975. 614 p.

MEDEIROS FILHO, Solon de. **Fundamentos de medidas elétricas**. Recife: Universitária, 1979. 307 p.

MEDIDA DE ENERGIA ELÉTRICA. Florianópolis. Disponível em:

<<http://www.labspot.ufsc.br/circuitos1/aula10m.PDF>>. Acesso em: 13 jun 08.

MEDIDAS EM CIRCUITOS TRIFÁSICOS. Florianópolis. Disponível em:

<<http://www.labspot.ufsc.br/circuitos1/aula08m.PDF>>. Acesso em: 31 jun 08.

NILSON, James W. RIEDEL, Susan A. **Circuitos Elétricos**. Rio de Janeiro: LTC, ed. 5, 2003.

OSCILOSCÓPIO. Florianópolis. Disponível em:

<<http://www.labspot.ufsc.br/circuitos1/aula05m.PDF>>. Acesso em: 02 maio 08.

PENG, Patrick K. **Apostila de circuitos I**. Disponível em: <www.eel.ufsc.br/patrick>.

Acesso em: 02 maio 08.

POTÊNCIA MONOFÁSICA E FATOR DE POTÊNCIA. Florianópolis. Disponível em:

<<http://www.labspot.ufsc.br/circuitos1/aula07m.PDF>>. Acesso em: 24 maio 08.

POTÊNCIA TRIFÁSICA. Florianópolis. Disponível em:

<<http://www.labspot.ufsc.br/circuitos1/aula09m.PDF>>. Acesso em: 13 jun 08.

TEOREMA DA MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA E TEOREMA DA SUPERPOSIÇÃO. Florianópolis. Disponível em:

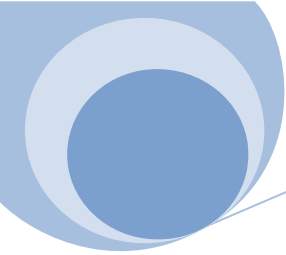
<<http://www.labspot.ufsc.br/circuitos1/aula02m.PDF>>. Acesso em: 31 mar 08.

TEOREMAS DE THÉVENIN E NORTON. Florianópolis. Disponível em:

<<http://www.labspot.ufsc.br/circuitos1/aula06m.PDF>>. Acesso em: 16 maio 08.

VOLTÍMETRO E AMPERÍMETRO DE CORRENTE CONTÍNUA. Florianópolis.

Disponível em: <<http://www.labspot.ufsc.br/circuitos1/aula02m.PDF>>. Acesso em: 20 mar 08.



ÍNDICE REMISSIVO:

A	Ligação Delta, 57
<i>algarismos significativos</i> , 6	Ligação Y, 56
B	M
Bobina BP, 63	Média aritmética, 7
Bobinas BC1 e BC2, 63	MEDIDA DE ENERGIA ELÉTRICA, 62
C	medidor monofásico, 63
Capacitores em paralelo, 31	P
Capacitores em serie, 32	<i>Ponte de Wheatstone</i> , 17
circuito de Norton, 39	Potência, 9
Circuito de Thévenin, 39	Potencia complexa:, 51
circuitos senoidais, 32	Potência em circuitos exclusivamente Capacitivos:, 50
Conceito de malha:, 9	Potência em circuitos exclusivamente Indutivos, 50
Conceito de nó:, 9	Potência em circuitos exclusivamente resistivos, 50
conexão ARON, 61	Potência média e potência reativa, 50
<i>Corrente de fase</i> :, 56	Potência RMS, 51
<i>Corrente de linha</i> :, 56	POTÊNCIA TRIFÁSICA, 61, 64
Corrente elétrica:, 9	Precisão, 6
D	Primeira Lei de Kirchhoff, 9
Desvio padrão, 7	R
Disco D, 63	Resistência:, 9
E	Resistores em paralelo, 10
Elementos passivos no domínio da frequência, 33	Resistores em série, 9
Erro aleatório, 6	resolução, 6
Erro de inserção, 15	S
Erro grosseiro:, 6	Segunda Lei de Kirchhoff, 9
Erro sistemático:, 6	T
Exatidão, 6	<i>Tensão de fase</i> , 56
F	<i>Tensão de linha</i> , 56
Fasores, 32	Tensão RMS, 51
Fator de Potencia, 51	Tensão:, 9
Formas alternativas de potencias complexas, 52	tensões trifásicas equilibradas, 56
freio de Foucault, 63	TEOREMA DA MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA, 23
I	TEOREMA DA Superpsição, 26
Impedância (Z) e admitância (Y), 34	Transformadores de corrente (T. C), 49
Indutor, 30	Transformadores de potencial (T. P), 49
Indutores em paralelo, 31	V
Indutores em serie, 31	Valores RMS, 51
instrumento eletrodinâmico, 48	<i>Volt-Ampere a jusante</i> :, 17
L	<i>Volt-Ampere a montante</i> , 17
Lâmpada fluorescente, 53	W
Lei de Ohm, 9	Wattímetro, 48