

# Gráficos de Controle para a média via *Unified Ranked Set Sampling*

Guilherme P. da Silva & Isadora Ap. Sprengoski  
Orientador: Cesar Augusto Taconeli

Trabalho de Conclusão de Curso  
Universidade Federal do Paraná  
Curitiba, 16 de Dezembro de 2015

# Sumário

Introdução

Delineamentos Amostrais Baseados em Conjuntos Ordenados

Controle Estatístico de Processos

Metodologia do Estudo

Resultados

Conclusão

# Introdução

# Ilustração de uma Linha de Produção



Fonte: Chaplin, (1936)

# Exemplo de Fluxo para Realizar o Monitoramento de uma Linha de Produção

- ▶ Escolher um dado delineamento amostral
  - ▶ Amostragem Aleatória Simples
  - ▶ Delineamentos amostrais baseados em conjuntos ordenados
    - ▶ Amostragem por Conjuntos Ordenados (ACO)
    - ▶ Unified Ranked Set Sampling (*URSS*)
- ▶ Obter a (as) amostra(s)
- ▶ Ordenar as amostras selecionadas
  - ▶ Julgamento pessoal
  - ▶ Variável Concomitante
- ▶ Controle Estatístico de Processos (CEP)
  - ▶ Gráficos de controle
  - ▶ Comprimento Médio de Sequência

# Objetivos

## Objetivo Geral

Analisar o desempenho do delineamento *URSS* no contexto do CEP para a construção de gráficos de controle para a média, por meio de um estudo de simulação.

# Objetivos

## Objetivos Específicos

- ▶ Comparar o desempenho do *URSS* quanto ao CMS de gráficos de controle para a média em relação à AAS e a outros delineamentos baseados em ranqueamento de amostras.
- ▶ Verificar o efeito do tamanho amostral e da eficácia do critério de ordenação nos diferentes graus de descontrole da média do processo para cartas de controle obtidas via *URSS*;
- ▶ Aplicação do *URSS* em dados reais;
- ▶ Propor um estimador da variância do estimador da média via *URSS* e estudar seu viés relativo via simulação;
- ▶ Avaliar a aplicabilidade do *URSS* como alternativa a outros delineamentos no contexto do CEP;

# Delineamentos Amostrais Baseados em Conjuntos Ordenados



# Amostragem por Conjuntos Ordenados (ACO)

- ▶ Proposto por: McIntyre, (1952)
- ▶ McIntyre constatou que a ACO é um método mais eficiente que à AAS quando as unidades amostrais são de difícil acesso ou de cara mensuração, sendo possível ordenar as unidades amostrais por julgamento pessoal ou algum outro procedimento de baixo custo, sem de fato mensurar a variável de interesse.

$$\left\{ \begin{array}{ccccc} \text{Conjunto 1} & \text{Conjunto 2} & \text{Conjunto 3} & \text{Conjunto 4} & \text{Conjunto 5} \\ \boxed{(X_{(1)}, Y_{[1]})} & (X_{(1)}, Y_{[1]}) & (X_{(1)}, Y_{[1]}) & (X_{(1)}, Y_{[1]}) & (X_{(1)}, Y_{[1]}) \\ (X_{(2)}, Y_{[2]}) & \boxed{(X_{(2)}, Y_{[2]})} & (X_{(2)}, Y_{[2]}) & (X_{(2)}, Y_{[2]}) & (X_{(2)}, Y_{[2]}) \\ (X_{(3)}, Y_{[3]}) & (X_{(3)}, Y_{[3]}) & \boxed{(X_{(3)}, Y_{[3]})} & (X_{(3)}, Y_{[3]}) & (X_{(3)}, Y_{[3]}) \\ (X_{(4)}, Y_{[4]}) & (X_{(4)}, Y_{[4]}) & (X_{(4)}, Y_{[4]}) & \boxed{(X_{(4)}, Y_{[4]})} & (X_{(4)}, Y_{[4]}) \\ (X_{(5)}, Y_{[5]}) & (X_{(5)}, Y_{[5]}) & (X_{(5)}, Y_{[5]}) & (X_{(5)}, Y_{[5]}) & \boxed{(X_{(5)}, Y_{[5]})} \end{array} \right\}$$

Fonte: Os autores

## Median Ranked Set Sampling (MRSS)

- Muttlak, (1997) propôs o *MRSS* como uma alternativa à ACO, e com o objetivo de propor estimadores mais precisos para a média de distribuições simétricas.

$$\left\{ \begin{array}{ccccc} \text{Conjunto 1} & \text{Conjunto 2} & \text{Conjunto 3} & \text{Conjunto 4} & \text{Conjunto 5} \\ (X_{(1)}, Y_{[1]}) & (X_{(1)}, Y_{[1]}) & (X_{(1)}, Y_{[1]}) & (X_{(1)}, Y_{[1]}) & (X_{(1)}, Y_{[1]}) \\ (X_{(2)}, Y_{[2]}) & (X_{(2)}, Y_{[2]}) & (X_{(2)}, Y_{[2]}) & (X_{(2)}, Y_{[2]}) & (X_{(2)}, Y_{[2]}) \\ \boxed{(X_{(3)}, Y_{[3]})} & \boxed{(X_{(3)}, Y_{[3]})} & \boxed{(X_{(3)}, Y_{[3]})} & \boxed{(X_{(3)}, Y_{[3]})} & \boxed{(X_{(3)}, Y_{[3]})} \\ (X_{(4)}, Y_{[4]}) & (X_{(4)}, Y_{[4]}) & (X_{(4)}, Y_{[4]}) & (X_{(4)}, Y_{[4]}) & (X_{(4)}, Y_{[4]}) \\ (X_{(5)}, Y_{[5]}) & (X_{(5)}, Y_{[5]}) & (X_{(5)}, Y_{[5]}) & (X_{(5)}, Y_{[5]}) & (X_{(5)}, Y_{[5]}) \end{array} \right\}$$

Fonte: Os autores

# Extreme Ranked Set Sampling (ERSS)

- Proposto por Samawi; Ahmed; Abu-Dayyeh, (1996) com o intuito de reduzir os erros de ordenação;

$$\left\{ \begin{array}{ccccc} \text{Conjunto 1} & \text{Conjunto 2} & \text{Conjunto 3} & \text{Conjunto 4} & \text{Conjunto 5} \\ \boxed{(X_{(1)}, Y_{[1]})} & \boxed{(X_{(1)}, Y_{[1]})} & (X_{(1)}, Y_{[1]}) & (X_{(1)}, Y_{[1]}) & (X_{(1)}, Y_{[1]}) \\ (X_{(2)}, Y_{[2]}) & (X_{(2)}, Y_{[2]}) & (X_{(2)}, Y_{[2]}) & (X_{(2)}, Y_{[2]}) & (X_{(2)}, Y_{[2]}) \\ (X_{(3)}, Y_{[3]}) & (X_{(3)}, Y_{[3]}) & \boxed{(X_{(3)}, Y_{[3]})} & (X_{(3)}, Y_{[3]}) & (X_{(3)}, Y_{[3]}) \\ (X_{(4)}, Y_{[4]}) & (X_{(4)}, Y_{[4]}) & (X_{(4)}, Y_{[4]}) & (X_{(4)}, Y_{[4]}) & (X_{(4)}, Y_{[4]}) \\ (X_{(5)}, Y_{[5]}) & (X_{(5)}, Y_{[5]}) & (X_{(5)}, Y_{[5]}) & \boxed{(X_{(5)}, Y_{[5]})} & \boxed{(X_{(5)}, Y_{[5]})} \end{array} \right\}$$

Fonte: Os autores

# Estudo comparativo

- ▶ Muttlak; Al-Sabah, (2010) apresentaram um estudo via simulação comparando os delineamentos amostrais AAS, ACO, *ERSS* e *MRSS* no contexto de CEP, considerando diferentes níveis de correlação e alteração na média do processo quanto ao CMS.
  - ▶ Comprovaram que o *MRSS* supera os demais delineamentos no monitoramento da média de processos com base em gráficos de controle .

## *Double- Ranked Set Sampling (Doubles)*

- ▶ Utilizam-se de  $k^3$  para obter uma amostra de tamanho  $k$ .
- ▶ Dois estágios de ordenação

Delineamentos:

- ▶ *Double Quartile-Ranked Set Sampling (DQRSS* - Jemain; Al-Omari, (2006)),

## *Double- Ranked Set Sampling (Doubles)*

- ▶ Utilizam-se de  $k^3$  para obter uma amostra de tamanho  $k$ .
- ▶ Dois estágios de ordenação

Delineamentos:

- ▶ *Double Quartile-Ranked Set Sampling (DQRSS* - Jemain; Al-Omari, (2006)),
- ▶ *Quartile Double-Ranked Set Sampling (QDRSS* - Al-Omari; Al-Saleh, (2009))

## *Double- Ranked Set Sampling (Doubles)*

- ▶ Utilizam-se de  $k^3$  para obter uma amostra de tamanho  $k$ .
- ▶ Dois estágios de ordenação

Delineamentos:

- ▶ *Double Quartile-Ranked Set Sampling (DQRSS - Jemain; Al-Omari, (2006))*,
- ▶ *Quartile Double-Ranked Set Sampling (QDRSS - Al-Omari; Al-Saleh, (2009))*
- ▶ *Double Extreme-Ranked Set Sampling (DERSS - Samawi, (2002))*

## Double- Ranked Set Sampling (Doubles)

- ▶ Utilizam-se de  $k^3$  para obter uma amostra de tamanho  $k$ .
- ▶ Dois estágios de ordenação

Delineamentos:

- ▶ *Double Quartile-Ranked Set Sampling (DQRSS* - Jemain; Al-Omari, (2006)),
- ▶ *Quartile Double-Ranked Set Sampling (QDRSS* - Al-Omari; Al-Saleh, (2009))
- ▶ *Double Extreme-Ranked Set Sampling (DERSS* - Samawi, (2002))
- ▶ *Extreme Double-Ranked Set Sampling (EDRSS* - Abujiya; Muttlak, (2007))



## Double- Ranked Set Sampling (Doubles)

- ▶ Al-Omari; Haq, (2012) realizaram um estudo via simulação para comparar o desempenho dos *DERSS*, *DQRSS*, *QDRSS* e *EDRSS* em relação à AAS, ACO e *ERSS*, também no contexto de CEP, e constataram menor CMS na detecção de alteração na média do processo, por meio de gráficos de controle.

## Unified Ranked Set Sampling (URSS)

- ▶ Proposto por: Zamanzade; Al-Omari, (2015)
- ▶ *URSS* é uma alteração no delineamento original da ACO, que consiste na ordenação das  $k^2$  unidades amostrais em um único conjunto, ao invés de  $k$  conjuntos de  $k$  unidades.
- ▶ Seleção de amostras:

Seleciona-se a  $[(i - 1)k + l]$ -ésima unidade amostral para mensuração da variável de interesse, para  $i$  variando de  $1, \dots, k$ . Se  $k$  é ímpar,  $l = \frac{k+1}{2}$ ; se ambos  $k$  e  $i$  são pares, então  $l = \frac{k}{2}$ ; mas se  $k$  é par e  $i$  é ímpar, então  $l = \frac{k+2}{2}$ .

# Unified Ranked Set Sampling (URSS)

Ilustração de Seleção de Amostras via URSS para  $k = 3$

1º Passo:

$$(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), (X_3, Y_3), (X_4, Y_4), (X_5, Y_5), \\ (X_6, Y_6), (X_7, Y_7), (X_8, Y_8), (X_9, Y_9).$$

2º Passo:

$$(X_{(1)}, Y_{[1]}), (X_{(2)}, Y_{[2]}), (X_{(3)}, Y_{[3]}), (X_{(4)}, Y_{[4]}), (X_{(5)}, Y_{[5]}), \\ (X_{(6)}, Y_{[6]}), (X_{(7)}, Y_{[7]}), (X_{(8)}, Y_{[8]}), (X_{(9)}, Y_{[9]}),$$

3º Passo:

$$(X_{(1)}, Y_{[1]}), \boxed{(X_{(2)}, Y_{[2]})}, (X_{(3)}, Y_{[3]}), (X_{(4)}, Y_{[4]}), \boxed{(X_{(5)}, Y_{[5]})}, \\ (X_{(6)}, Y_{[6]}), (X_{(7)}, Y_{[7]}), \boxed{(X_{(8)}, Y_{[8]})}, (X_{(9)}, Y_{[9]}).$$

# Amostras Seleccionadas - *Unified Ranked Set Sampling (URSS)*

Tabela 1: Representação das posições das unidades amostrais via *URSS*, a serem seleccionadas de uma amostra de tamanho  $k^2$ , após ordenação.

k	$k^2$	Posições das unidades amostrais seleccionadas
3	9	2, 5 e 8
4	16	3, 6, 11 e 14
5	25	3, 8, 13, 18 e 23
6	36	4, 9, 16, 21, 28 e 33

Fonte: Os autores

## Unified Ranked Set Sampling (URSS)

O estimador da média populacional via *URSS* é não viesado se a ordenação for perfeita e se a distribuição da variável de interesse for simétrica, sendo definido por:

$$\bar{Y}_{URSS} = \frac{1}{nk} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k Y_{[(i-1)k+\lfloor j \rfloor]}$$

A variância de  $\bar{Y}_{URSS}$  é dada por:

$$Var(\bar{Y}_{URSS}) = \frac{1}{nk^2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k Var(Y_{[(i-1)k+\lfloor j \rfloor]}) + \frac{2}{nk^2} \sum_{j=1}^n \sum_{i < i'}^k Cov(Y_{[(i-1)k+\lfloor j \rfloor]}, Y_{[(i'-1)k+\lfloor j \rfloor]}),$$

# Controle Estatístico de Processos

# Controle Estatístico de Processos

- ▶ Garantir a qualidade do produto final.  
(↑ Qualidade ↓ Variabilidade)

# Controle Estatístico de Processos

- ▶ Garantir a qualidade do produto final.  
(↑ Qualidade ↓ Variabilidade)
- ▶ Variabilidade de um processo



# Controle Estatístico de Processos

- ▶ Garantir a qualidade do produto final.  
(↑ Qualidade ↓ Variabilidade)
- ▶ Variabilidade de um processo
  - ▶ Causas Aleatórias

# Controle Estatístico de Processos

- ▶ Garantir a qualidade do produto final.  
(↑ Qualidade ↓ Variabilidade)
- ▶ Variabilidade de um processo
  - ▶ Causas Aleatórias
  - ▶ Causas Atribuíveis

# Controle Estatístico de Processos

- ▶ Garantir a qualidade do produto final.  
(↑ Qualidade ↓ Variabilidade)
- ▶ Variabilidade de um processo
  - ▶ Causas Aleatórias
  - ▶ Causas Atribuíveis
- ▶ Processo sob controle

# Controle Estatístico de Processos

- ▶ Garantir a qualidade do produto final.  
(↑ Qualidade ↓ Variabilidade)
- ▶ Variabilidade de um processo
  - ▶ Causas Aleatórias
  - ▶ Causas Atribuíveis
- ▶ Processo sob controle
- ▶ Monitoramento do processo

# Controle Estatístico de Processos

- ▶ Garantir a qualidade do produto final.  
(↑ Qualidade ↓ Variabilidade)
- ▶ Variabilidade de um processo
  - ▶ Causas Aleatórias
  - ▶ Causas Atribuíveis
- ▶ Processo sob controle
- ▶ Monitoramento do processo
  - ▶ Gráficos de Controle

# Controle Estatístico de Processos

- ▶ Garantir a qualidade do produto final.  
(↑ Qualidade ↓ Variabilidade)
- ▶ Variabilidade de um processo
  - ▶ Causas Aleatórias
  - ▶ Causas Atribuíveis
- ▶ Processo sob controle
- ▶ Monitoramento do processo
  - ▶ Gráficos de Controle
    - ▶ CMS

# Gráficos de Controle para a Média do Processo

Proposto por Shewhart, (1924), a forma geral para a construção de gráficos de controle:

$$LIC = \mu_0 - A\sqrt{Var(\bar{Y}_{AAS})} = \mu_0 - A\frac{\sigma_{\bar{Y}_{AAS}}}{\sqrt{k}}$$

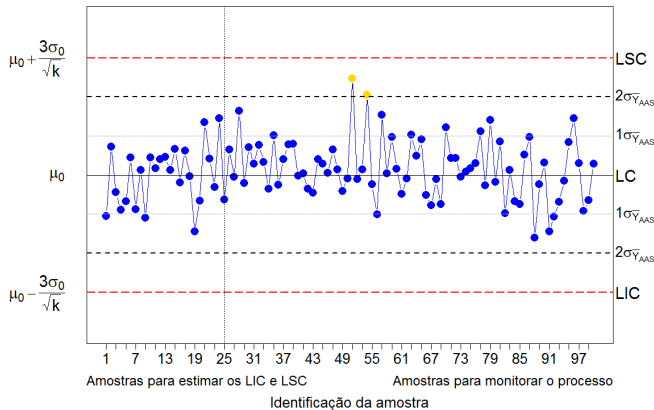
$$LC = \mu_0$$

$$LSC = \mu_0 + A\sqrt{Var(\bar{Y}_{AAS})} = \mu_0 + A\frac{\sigma_{\bar{Y}_{AAS}}}{\sqrt{k}}$$

- ▶ Úteis para identificar alteração na média do processo

# Exemplos de Gráficos de Controle

## Processo Operando sob Controle

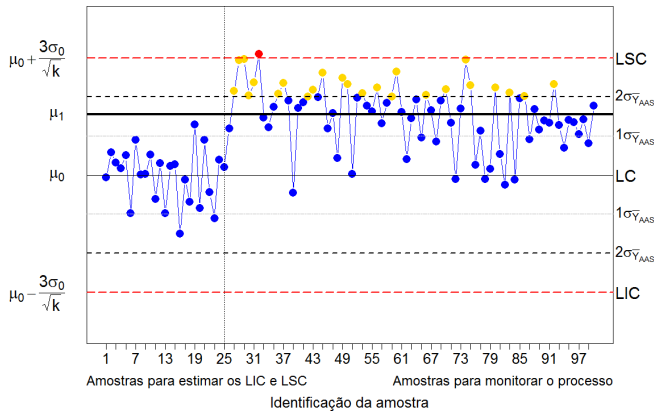


Fonte: Os autores



# Exemplos de Gráficos de Controle

## Processo sob Descontrole



Fonte: Os autores

## Comprimento Médio da Sequência (CMS)

Segundo Montgomery, (2011), o CMS é o número necessários de amostras, em média, para que um ponto caia fora de controle. Caso as observações sejam não correlacionadas, o CMS fica expresso por:

$$CMS = \frac{1}{\text{Probabilidade}(\text{um ponto que exceda os limites de controle})}.$$

No caso em que o processo se encontra sob controle, tem-se:

$$CMS_0 = \frac{1}{\alpha}$$

E sob descontrole:

$$CMS_1 = \frac{1}{1 - \beta(\mu_1)}$$

# Metodologia do Estudo

# Proposta para a Utilização do *URSS* para Gráficos de Controle

$$LIC = \mu_0 - A\sqrt{Var(\bar{Y}_{URSS})} = \mu_0 - A\sigma_{\bar{Y}_{URSS}}$$

$$LC = \mu_0$$

$$LSC = \mu_0 + A\sqrt{Var(\bar{Y}_{URSS})} = \mu_0 + A\sigma_{\bar{Y}_{URSS}}$$

# Estudo Via Simulação do Desempenho dos Gráficos de Controle para a Média Via *URSS*

## Algoritmo

Passo 1 - Obter os limites de controle

Passo 2 - Simular 1.000.000 de dados com distribuição:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} \sim Normal \left( \begin{pmatrix} 0 \\ \mu_Y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix} \right)$$

$$\mu_Y = \mu_0 + \frac{(\delta\sigma_0)}{\sqrt{k}}$$

$$\delta = |\mu_Y - \mu_0| \frac{\sqrt{k}}{\sigma_0}$$

Passo 3 - Ordenar a variável de interesse  $Y$  pelas posições de  $X$

# Estudo Via Simulação do Desempenho dos Gráficos de Controle para a Média Via *URSS*

## Algoritmo

Passo 4 - Selecionar os  $k$  elementos de  $Y$  via *URSS*

Passo 5 - Calcular a média de cada amostra (representa um ponto no gráfico de controle)

Passo 6 - Verificar se a média de cada amostra está entre os limites de controle

Passo 7 - Calcular o CMS

$$CMS = \frac{1}{p}, \text{ sendo } p = \frac{\text{Número de pontos fora dos limites de controle}}{1.000.000}$$

# Estudo Via Simulação do Desempenho dos Gráficos de Controle para a Média Via *URSS*

- ▶ Parâmetros considerados:
  - ▶ Tamanhos de amostras ( $k = 3, 4, 5, 6$ )
  - ▶ Níveis de correlação entre a variável de interesse e a variável concomitante ( $\rho = 0, 25; 0, 50; 0, 75; 0, 9; 1$ );
  - ▶ Níveis de descontrole do processo em relação à média: ( $\delta = 0; 0, 1; 0, 2; 0, 3; 0, 4; 0, 8; 1, 2; 1, 6; 2; 2, 4; 3, 2$ ).

O CMS para o *MRSS* foi obtido de forma semelhante a do *URSS*;

O CMS via AAS foi calculado analiticamente com base nas propriedades da distribuição da média amostral;

# Obtenção da Variância do Estimador da Média via *URSS*

- ▶ Sob Ordenação Perfeita:
  - ▶ A  $Var(\bar{Y}_{URSS})$  foi determinada para amostras de tamanhos  $k = 3, 4, 5, 6$  com base nas propriedades de estatísticas de ordem;
- ▶ Sob Ordenação Imperfeita:
  - ▶ Simula-se 1.000.000 de amostras de uma distribuição normal padrão bivariada;
  - ▶ Ordena-se a variável de interesse pela concomitante
  - ▶ Seleciona as unidades amostrais correspondentes
  - ▶ Calcula a variância e covariância



# Obtenção da Variância do Estimador da Média via URSS

## Sob Ordenação Imperfeita

Obter a estatística:

$$\text{Var}(\bar{Y}_{URSS}) = \frac{1}{nk^2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k \text{Var}(Y_{[(i-1)k+l]j}) + \frac{2}{nk^2} \sum_{j=1}^n \sum_{i < i'}^k \text{Cov}(Y_{[(i-1)k+l]j}, Y_{[(i'-1)k+l]j}),$$

via

$$\widehat{\text{Var}}(Y_{[(i-1)k+l]}) = \frac{\sum_{h=1}^H (Y_{[(i-1)k+l]}^h - \bar{Y}_{[(i-1)k+l]})^2}{H-1},$$

$$\bar{Y}_{[(i-1)k+l]} = \frac{\sum_{h=1}^H Y_{[(i-1)k+l]}^h}{H} \quad e$$

$$\widehat{\text{Cov}}(Y_{[(i-1)k+l]}, Y_{[(i'-1)k+l]}) = \frac{\sum_{h=1}^H (Y_{[(i-1)k+l]}^h - \bar{Y}_{[(i-1)k+l]})(Y_{[(i'-1)k+l]}^h - \bar{Y}_{[(i'-1)k+l]})}{H-1}$$

$$H = 1.000.000$$

# Materiais

## Conjunto de Dados

Em estudo realizado por Yeh, (1998), dados foram coletados com o objetivo de mensurar a resistência do concreto

- ▶ 1030 observações e 9 variáveis
  - ▶ Variável de interesse: Resistência do concreto (MPa)
  - ▶ Variável concomitante: Quantidade de cimento (kg)
- ▶ Ensaio experimental de um processo de produção de concreto, segundo Kloss, (1991):
  - ▶ Essência: misturar água, areia, pedra e cimento
  - ▶ Despejar o conteúdo em um formato cilíndrico
  - ▶ Deixá-lo em repouso
  - ▶ Processo de cura em tanque umido (3, 7, 28 dias)

# Materiais

## Representação da mensuração da resistência do concreto



Fonte: Youtube (2009)

# Descrição da Aplicação do URSS, ACO e a AAS

## ► Parâmetros:

- Tamanhos de amostra,  $k = 3$  e  $5$
- Níveis de alteração na média do processo,  $\delta = 0; 0,8$  e  $1,2$
- Delineamentos *URSS*, *ACO* e *AAS*

## ► Descrição:

- 25 amostras de tamanho  $k$  utilizadas para calcular os LIC e LSC
- 75 amostras para realizar o monitoramento do processo
- Somando-se a variável de interesse, uma variável aleatória  $W$  (que representa o descontrolo):

$$W \sim N\left(\frac{\delta\sigma_0}{\sqrt{k}}, 2\right)$$

# Resultados

# Resultados

- ▶ Desempenho e Comparação dos Gráficos de Controle entre os Delineamentos Apresentados
- ▶ Análise do Viés do Estimador Proposto para a Variância da Média via *URSS*
- ▶ Simulação de Aplicação em Dados Reais

# CMS Sob Ordenação Perfeita - $k=3$

K=3									
$\delta$	AAS*	ACO	ERSS	MRSS*	DERSS	EDRSS	DQRSS	QDRSS	URSS*
0	370,40	370,51	370,51	370,51	370,51	370,51	370,51	370,51	370,51
0,1	352,93	333,89	340,25	339,67	337,72	338,75	333,00	332,67	325,63
0,2	308,43	266,03	272,18	265,11	256,67	250,00	251,89	254,07	234,03
0,3	253,14	196,93	197,20	186,22	175,62	172,89	170,94	179,53	157,23
0,4	200,08	139,43	137,99	128,12	117,83	115,51	117,19	119,56	102,60
0,8	71,55	35,43	35,35	29,52	26,11	25,61	26,04	26,42	21,25
1,2	27,82	11,54	11,43	9,22	7,77	7,63	7,82	7,83	6,41
1,6	12,38	4,76	4,75	3,80	3,17	3,13	3,18	3,20	2,76
2	6,30	2,50	2,49	2,06	1,75	1,74	1,76	1,76	1,61
2,4	3,65	1,61	1,61	1,40	1,26	1,25	1,26	1,26	1,20
3,2	1,73	1,09	1,09	1,04	1,02	1,02	1,02	1,02	1,01

Fonte: Al-Omari e Haq (2012). \* Os valores do CMS dos delineamentos AAS, MRSS e URSS, foram calculados pelos autores

# CMS Sob Ordenação Perfeita - $k=3$

Para  $k=3$ , o *URSS* ganha de todos os delineamentos em todos os cenários, inclusive dos doubles, cujos delineamentos usam  $k^3$  unidades e dois estágios de ordenação.



# CMS Sob Ordenação Perfeita - $k=4$

K=4									
$\delta$	AAS*	ACO	ERSS	MRSS*	DERSS	EDRSS	DQRSS	QDRSS	URSS*
0	370,40	370,51	370,51	370,51	370,51	370,51	370,51	370,51	370,51
0,1	352,93	328,08	341,30	318,07	323,63	334,56	329,60	327,01	310,56
0,2	308,43	249,81	266,81	232,45	246,73	251,26	242,72	249,19	210,30
0,3	253,14	174,89	192,64	156,42	168,55	173,16	167,81	169,78	126,90
0,4	200,08	119,36	135,85	100,29	111,45	116,69	111,63	115,01	77,86
0,8	71,55	27,78	33,69	21,42	24,15	25,77	24,26	25,26	13,89
1,2	27,82	8,54	10,70	6,38	7,19	7,59	7,20	7,45	4,09
1,6	12,38	3,55	4,41	2,73	2,99	3,08	2,99	3,06	1,89
2	6,30	1,94	2,33	1,59	1,69	1,71	1,69	1,70	1,25
2,4	3,65	1,35	1,53	1,19	1,23	1,23	1,23	1,23	1,06
3,2	1,73	1,03	1,07	1,01	1,02	1,02	1,01	1,02	1,00

Fonte: Al-Omari e Haq (2012). \* Os valores do CMS dos delineamentos AAS, MRSS e URSS, foram calculados pelos autores

## CMS Sob Ordenação Perfeita - $k=4$

Novamente, os diversos CMS gerados pela *URSS* foram menores para todos os cenários, contra todos os delineamentos considerados (inclusive os *doubles*);

- Suponha que uma amostra seja retirada da produção para realizar o monitoramento da média do processo a cada 1 hora. Tomando-se como exemplo a Tabela com  $k = 4$  e  $\delta = 1, 2$ , levaria, em média, 28 horas para detectar uma alteração na média do processo caso o delineamento escolhido fosse a AAS (pois  $CMS = 27,82$ ), enquanto que levaria 6 horas em média via MRSS, e 4 horas via *URSS*.

# CMS Sob Ordenação Perfeita - $k=5$

K=5									
$\delta$	AAS*	ACO	ERSS	MRSS*	DERSS	EDRSS	DQRSS	QDRSS	URSS*
0	370,40	370,51	370,51	370,51	370,51	370,51	370,51	370,51	370,51
0,1	352,93	331,68	333,00	329,60	335,01	317,76	259,54	291,12	299,58
0,2	308,43	244,98	254,77	223,41	243,61	226,09	128,52	160,90	181,06
0,3	253,14	165,54	173,73	136,91	159,49	146,09	60,58	83,67	104,59
0,4	200,08	107,88	117,44	85,20	101,00	93,88	30,64	45,22	60,14
0,8	71,55	22,53	26,59	15,56	19,47	18,18	4,02	6,37	9,55
1,2	27,82	6,73	8,13	4,55	5,55	5,17	1,45	1,99	2,86
1,6	12,38	2,83	3,38	2,04	2,35	2,21	1,05	1,18	1,46
2	6,30	1,63	1,87	1,31	1,42	1,36	1,00	1,02	1,10
2,4	3,65	1,21	1,32	1,08	1,12	1,09	1,00	1,00	1,01
3,2	1,73	1,01	1,03	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Fonte: Al-Omari e Haq (2012). \* Os valores do CMS dos delineamentos AAS, MRSS e URSS, foram calculados pelos autores

# CMS Sob Ordenação Perfeita - $k=5$

- ▶ Ainda, observa-se um melhor desempenho do *URSS* em relação a todos os outros delineamentos em 60 dos 80 cenários
- ▶ Para  $\delta = 0,3$  o URSS chegou a detectar um possível descontrole do processo com 48 unidades amostrais, em média, a menos que a ACO.

# CMS sob Ordenação Perfeita

- ▶ Para  $\delta = 0,8$ , os CMS's produzidos via *URSS* foram iguais a 21,25, 13,89 e 9,5 para  $k = 3, 4$  e 5 respectivamente.
- ▶ No geral, o *URSS* se mostrou mais eficiente em 220 dos 240 (91,67%) cenários em relação a todos os delineamentos apresentados
- ▶ Ao compará-lo especificamente com a AAS, o *URSS* foi mais eficiente em todos os cenários estudados.

# CMS Sob Ordenação Imperfeita - $k = 5$

K=5											
$\rho \rightarrow$	0	0.25		0.5		0.75		0.9		1	
$\delta$	AAS	ACO	URSS	ACO	URSS	ACO	URSS	ACO	URSS	ACO	URSS
0	370.40	369.73	359.20	369.96	371.89	367.01	372.44	360.68	379.51	347.11	379.65
0.1	352.93	354.64	341.41	347.28	346.50	340.64	345.18	327.95	324.78	300.66	299.85
0.2	308.43	306.15	303.03	299.47	293.00	280.38	278.09	255.16	236.07	226.96	181.88
0.3	253.14	249.98	246.43	237.32	230.63	212.80	197.63	182.35	155.13	153.63	102.83
0.4	200.08	195.90	192.98	183.17	181.39	125.62	142.51	115.51	101.27	98.45	59.59
0.8	71.55	69.63	66.90	59.63	57.01	30.98	37.25	26.71	21.06	21.02	9.61
1.2	27.82	26.33	25.89	21.99	20.65	9.84	12.27	6.90	6.35	6.35	2.87
1.6	12.38	11.65	11.45	9.54	8.95	4.12	5.11	3.47	2.72	2.72	1.46
2	6.30	5.92	5.78	4.84	4.54	2.21	2.67	2.10	1.59	1.59	1.10
2.4	3.65	3.44	3.38	2.85	2.68	1.49	1.71	1.48	1.19	1.19	1.01
3.2	1.73	1.65	1.63	1.45	1.40	1.08	1.11	1.06	1.01	1.01	1.00

Fonte: Muttalak e Al-Sabah (2010). \* Os valores do CMS dos delineamentos AAS, MRSS e URSS, foram calculados pelos autores

# CMS Sob Ordenação Imperfeita - $k = 5$

- ▶ Os delineamentos *ACO* e *URSS* ganham praticamente em todos os cenários da *AAS*
- ▶ Ganhou em 42 dos 50 cenários

# CMS Sob Ordenação Imperfeita - $k = 6$

K=6											
$\rho \rightarrow$	0	0.25		0.5		0.75		0.9		1	
$\delta$	AAS	ACO	URSS	ACO	URSS	ACO	URSS	ACO	URSS	ACO	URSS
0	370.40	370.58	365.36	370.08	373.55	369.31	364.96	364.90	369.41	349.00	375.80
0.1	352.93	351.55	339.56	350.35	344.35	341.89	337.04	328.51	318.07	304.54	287.36
0.2	308.43	307.10	307.79	296.99	295.51	278.92	268.53	250.10	234.41	214.01	163.85
0.3	253.14	251.51	246.97	236.85	233.97	209.33	194.29	174.20	146.82	137.56	89.08
0.4	200.08	196.66	192.94	180.92	177.97	150.53	132.91	118.24	93.08	87.86	48.91
0.8	71.55	68.51	67.48	58.86	55.86	41.77	35.09	27.84	18.73	17.28	7.23
1.2	27.82	26.22	25.74	21.58	20.45	14.08	11.44	8.73	5.58	5.13	2.23
1.6	12.38	11.58	11.46	9.33	8.74	5.92	4.80	3.63	2.43	2.26	1.26
2	6.30	5.90	5.83	4.73	4.44	3.06	2.53	2.00	1.47	1.40	1.04
2.4	3.65	3.42	3.38	2.79	2.63	1.91	1.64	1.38	1.14	1.11	1.00
3.2	1.73	1.65	1.63	1.44	1.38	1.16	1.09	1.04	1.01	1.00	1.00

Fonte: Muttalak e Al-Sabah (2010). \* Os valores do CMS dos delineamentos AAS, MRSS e URSS, foram calculados pelos autores



# CMS Sob Ordenação Imperfeita - $k = 6$

- ▶ Para todos dos cenários considerados, a ACO e o *URSS* foram mais eficientes que a AAS
- ▶ Em 48 dos 50 cenários sob descontrol, os valores do CMS produzidos via *URSS* foram menores que os CMS's obtidos via ACO

# CMS Sob Ordenação Imperfeita

- ▶ O *URSS* ganhou em eficiência 197 dos 200 cenários em relação a AAS para o processo sob descontrolo.

# CMS Sob Ordenação Imperfeita

- ▶ O *URSS* ganhou em eficiência 197 dos 200 cenários em relação a AAS para o processo sob descontrolo.
- ▶ O *URSS* foi mais eficiente em relação à ACO em **179 dos 200 cenários** para o processo sob descontrolo.

# CMS Sob Ordenação Imperfeita

- ▶ O *URSS* ganhou em eficiência 197 dos 200 cenários em relação a AAS para o processo sob descontrolo.
- ▶ O *URSS* foi mais eficiente em relação à ACO em **179 dos 200 cenários** para o processo sob descontrolo.
  - ▶ Ainda quando os valores do CMS eram maiores que o da ACO, observou-se que esses valores eram bem próximos, nenhuma diferença discrepante.

# CMS Sob Ordenação Imperfeita

- ▶ O *URSS* ganhou em eficiência 197 dos 200 cenários em relação a AAS para o processo sob descontrolé.
- ▶ O *URSS* foi mais eficiente em relação à ACO em **179 dos 200 cenários** para o processo sob descontrolé.
  - ▶ Ainda quando os valores do CMS eram maiores que o da ACO, observou-se que esses valores eram bem próximos, nenhuma diferença discrepante.
- ▶ Comparando os resultados via *URSS* obtidos com os valores do CMS produzidos via ACO, *MRSS* e *ERSS* em Muttalak; Al-Sabah, (2010), o *URSS* foi mais eficiente em 167 de 200 cenários

# CMS Sob Ordenação Imperfeita

- ▶ Quanto maior o tamanho de amostra ( $k$ ), menor o CMS para os delineamentos baseados com conjuntos ordenados para dado valor de  $\delta \geq 0.1$  e  $\rho$ .

# CMS Sob Ordenação Imperfeita

- ▶ Quanto maior o tamanho de amostra ( $k$ ), menor o CMS para os delineamentos baseados com conjuntos ordenados para dado valor de  $\delta \geq 0.1$  e  $\rho$ .
- ▶ Quanto maior o valor de  $\rho$ , maior a eficácia do processo de ordenação, menor o CMS.

# Análise do Viés do Estimador Proposto

- ▶ O viés relativo do estimador proposto para a variância da média, foi inferior a 0,01 (em 2 dos 8 valores de  $B$ , inferior a 0,001) para todos os valores de  $B$  considerados, produzindo indicativo de baixo viés associado ao estimador.
- ▶ Para cenários mais favoráveis, resultantes de maiores valores para  $b$ ,  $k$  e  $\rho$ , espera-se que o viés relativo seja ainda menor.



# Simulação da Aplicação em Dados Reais

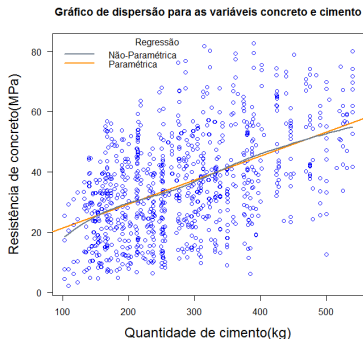
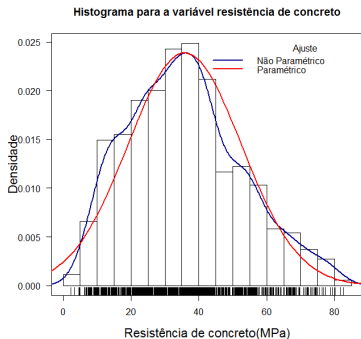
Tabela 2: Medidas resumo para as variáveis quantidade de cimento e resistência do concreto

Medidas descritivas	Quantidade de cimento (Kg)	Resistência do concreto (MPa)
Mínimo	102,0	2,3
Média	281,2	35,8
Mediana	272,9	34,5
Máximo	540,0	82,6
Desvio padrão	104,5	16,7
Coef. de Correlação	0,50	

Fonte: Os autores

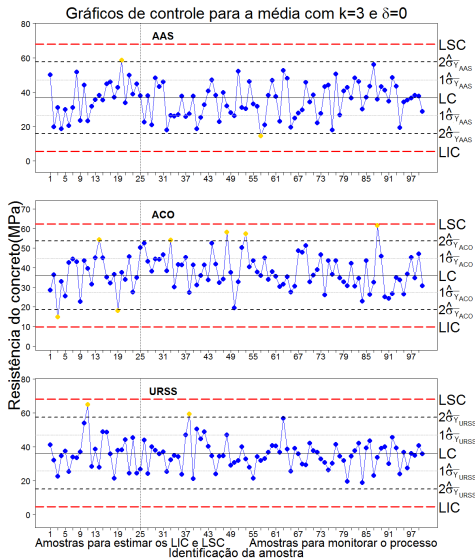
# Simulação da Aplicação em Dados Reais

## Comportamento e distribuição da variável Resistência do Concreto

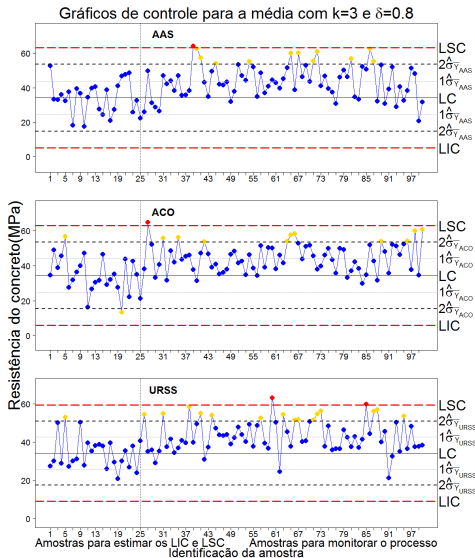


Fonte: Os autores

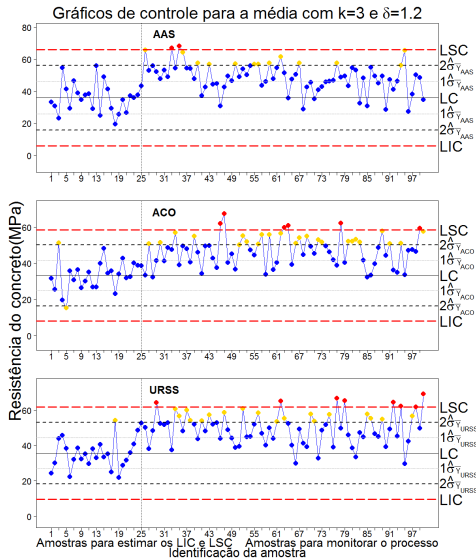
# Gráficos de Controle



# Gráficos de Controle



# Gráficos de Controle



# Conclusão

O **ganho em eficiência do URSS**, em termos de um menor CMS, para processos operando fora de controle foi de :

- ▶ **190 dos 210 (90,48%)** cenários considerados sob **ordenação perfeita**, em relação aos delineamentos amostrais **ACO**, **ERSS**, **MRSS**, **EDRSS**, **DERSS**, **QDRSS** e **DQRSS**;
- ▶ **167 dos 200 (83,5)%** dos cenários sob **ordenação imperfeita** em relação aos delineamentos *ACO*, *ERSS* e *MRSS*;
- ▶ Praticamente em **todos os cenários** em relação à AAS.

Quanto maior o tamanho de amostra ( $k$ ), menor o CMS, para dado valor de  $\delta$  e  $\rho$  para os delineamentos baseados em conjuntos ordenados.

Quanto maior o valor de  $\rho$ , menor o erro de ordenação, maior o ganho em precisão.

# Simulação da Aplicação em Dados Reais

- ▶ O  $URSS$  foi superior em 5 dos 6 cenários do processo operando sob descontrole (ACO, AAS,  $\delta = 0, 8; 1, 2$ );
- ▶ Taxa de falsos alarmes se comportou conforme o esperado;
- ▶ Vício desprezível para o estimador proposto da  $Var(\bar{Y}_{URSS})$ .



# Facilidade da Aplicação

Sugere-se nessa ordem a utilização dos delineamentos quanto à facilidade de aplicação:

- ▶ *ERSS*

# Facilidade da Aplicação

Sugere-se nessa ordem a utilização dos delineamentos quanto à facilidade de aplicação:

- ▶ *ERSS*
- ▶ *ACO*

# Facilidade da Aplicação

Sugere-se nessa ordem a utilização dos delineamentos quanto à facilidade de aplicação:

- ▶ *ERSS*
- ▶ *ACO*
- ▶ *MRSS*

# Facilidade da Aplicação

Sugere-se nessa ordem a utilização dos delineamentos quanto à facilidade de aplicação:

- ▶ *ERSS*
- ▶ *ACO*
- ▶ *MRSS*
- ▶ *URSS*

# Facilidade da Aplicação

Sugere-se nessa ordem a utilização dos delineamentos quanto à facilidade de aplicação:

- ▶ *ERSS*
- ▶ *ACO*
- ▶ *MRSS*
- ▶ *URSS*
- ▶ *Doubles*

# Considerações Finais

- ▶ Sugere-se o *URSS* como o delineamento a ser utilizado para o monitoramento do processo via gráfico de controle para a média, dado o seu ganho em eficiência em relação aos demais delineamentos baseados em conjuntos ordenados e a AAS.

# Considerações Finais

- ▶ Sugere-se o *URSS* como o delineamento a ser utilizado para o monitoramento do processo via gráfico de controle para a média, dado o seu ganho em eficiência em relação aos demais delineamentos baseados em conjuntos ordenados e a AAS.
- ▶ O melhor delineamento (“ótimo”) é aquele que leva em consideração os seguintes aspectos:

# Considerações Finais

- ▶ Sugere-se o *URSS* como o delineamento a ser utilizado para o monitoramento do processo via gráfico de controle para a média, dado o seu ganho em eficiência em relação aos demais delineamentos baseados em conjuntos ordenados e a AAS.
- ▶ O melhor delineamento (“ótimo”) é aquele que leva em consideração os seguintes aspectos:
  - ▶ Eficiência



## Considerações Finais

- ▶ Sugere-se o *URSS* como o delineamento a ser utilizado para o monitoramento do processo via gráfico de controle para a média, dado o seu ganho em eficiência em relação aos demais delineamentos baseados em conjuntos ordenados e a AAS.
- ▶ O melhor delineamento (“ótimo”) é aquele que leva em consideração os seguintes aspectos:
  - ▶ Eficiência
  - ▶ Tempo de execução

# Considerações Finais

- ▶ Sugere-se o *URSS* como o delineamento a ser utilizado para o monitoramento do processo via gráfico de controle para a média, dado o seu ganho em eficiência em relação aos demais delineamentos baseados em conjuntos ordenados e a AAS.
- ▶ O melhor delineamento (“ótimo”) é aquele que leva em consideração os seguintes aspectos:
  - ▶ Eficiência
  - ▶ Tempo de execução
  - ▶ Custo

# Considerações Finais

- ▶ Sugere-se o *URSS* como o delineamento a ser utilizado para o monitoramento do processo via gráfico de controle para a média, dado o seu ganho em eficiência em relação aos demais delineamentos baseados em conjuntos ordenados e a AAS.
- ▶ O melhor delineamento (“ótimo”) é aquele que leva em consideração os seguintes aspectos:
  - ▶ Eficiência
  - ▶ Tempo de execução
  - ▶ Custo
  - ▶ Aplicabilidade

# Considerações Finais

- ▶ Sugere-se o *URSS* como o delineamento a ser utilizado para o monitoramento do processo via gráfico de controle para a média, dado o seu ganho em eficiência em relação aos demais delineamentos baseados em conjuntos ordenados e a AAS.
- ▶ O melhor delineamento (“ótimo”) é aquele que leva em consideração os seguintes aspectos:
  - ▶ Eficiência
  - ▶ Tempo de execução
  - ▶ Custo
  - ▶ Aplicabilidade
  - ▶ Dentre outros

# Considerações Finais

- ▶ Sugere-se o *URSS* como o delineamento a ser utilizado para o monitoramento do processo via gráfico de controle para a média, dado o seu ganho em eficiência em relação aos demais delineamentos baseados em conjuntos ordenados e a AAS.
- ▶ O melhor delineamento (“ótimo”) é aquele que leva em consideração os seguintes aspectos:
  - ▶ Eficiência
  - ▶ Tempo de execução
  - ▶ Custo
  - ▶ Aplicabilidade
  - ▶ Dentre outros
- ▶ Ainda, fica a cargo do responsável da execução de dada tarefa, a escolha pelo delineamento que ele o julga ser o mais adequado

## Referências I

ABUJIYA, M.; MUTTLAK, H. Monitoring the process mean and variance using ranked set sampling and its modifications. **Journal of Statistical Theory and Applications**, v. 6, n. 4, p. 408–422, 2007.

AL-OMARI, A. I.; AL-SALEH, M. F. Quartile double ranked set sampling for estimating the population mean. **Economic Quality Control**, v. 24, n. 2, p. 243–253, 2009.

AL-OMARI, A. I.; HAQ, A. Improved quality control charts for monitoring the process mean, using double-ranked set sampling methods. **Journal of Applied Statistics**, v. 39, n. 4, p. 745–763, 2012.

CHAPLIN, C. Tempos modernos.[Filme-vídeo]. **Direção de Charles Chaplin. EUA, United Artists. DVD. Preto e Branco**, v. 87, 1936.

## Referências II

JEMAIN, A. A.; AL-OMARI, A. I. Double quartile ranked set samples. **Pakistan Journal of Statistics-all series-**, v. 22, n. 3, p. 217, 2006.

KLOSS, C. L. **Materiais para construção civil**. Tradução. [s.l.] CEFET-PR, 1991.

MCINTYRE, G. A method for unbiased selective sampling, using ranked sets. **Crop and Pasture Science**, v. 3, n. 4, p. 385–390, 1952.

MONTGOMERY, D. C. **Introduction to statistical quality control**. Tradução. [s.l.] John Wiley & Sons, 2011. v. 6

MUTTLAK, H. Median ranked set sampling. **Journal of Applied Statistical Science**, v. 6, n. 4, p. 245–255, 1997.

MUTTLAK, H.; AL-SABAH, W. Statistical quality control based on ranked set sampling. **Journal of Applied Statistics**, v. 30, n. 9, p. 1055–1078, 2010.

## Referências III

SAMAWI, H. M. On double extreme rank set sample with application to regression estimator. **Metron—International Journal of Statistics**, v. 60, p. 50–63, 2002.

SAMAWI, H. M.; AHMED, M. S.; ABU-DAYYEH, W. Estimating the population mean using extreme ranked set sampling. **Biometrical Journal**, v. 38, n. 5, p. 577–586, 1996.

SHEWHART, W. A. Some applications of statistical methods to the analysis of physical and engineering data. **Bell System Technical Journal**, v. 3, n. 1, p. 43–87, 1924.

YEH, I.-C. Modeling of strength of high-performance concrete using artificial neural networks. **Cement and Concrete research**, v. 28, n. 12, p. 1797–1808, 1998.

ZAMANZADE, E.; AL-OMARI, A. I. Unified ranked set sampling. **arXiv preprint arXiv:1411.1351v2**, 2015.