CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIDOMBOSCO

UniDBSCO

GRUPO SEB

DETERMINANTE DE MATRIZES

Matemática Aplicada à Computação

Priscila Louise Leyser Santin
priscila.santin@prof.unidombosco.edu.br

DEFINIÇÃO

- Função que transforma os valores de uma matriz quadrada em um número real
- Para calcular o determinante devemos multiplicar os elementos de cada diagonal (principal e secundária)
- Realiza-se a subtração do produto da diagonal principal do produto da diagonal secundária

DEFINIÇÃO

Exemplos:

$$A = [a_{11}] \Rightarrow \det A = a_{11}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow \det A = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} \det A = {} & a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} - a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33} + \\ & + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} - a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} \end{aligned}$$

DEFINIÇÃO

Exemplos:

Calcule o determinante das seguintes matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

REGRA DE SARRUS

- Aplicada a matrizes de ordem 3
- Repete-se as duas primeiras colunas à direita da matriz
- Calcula-se o determinante fazendo a subtração da diagonal principal menos a diagonal secundária

<u>Exemplo</u>:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

REGRA DE SARRUS

Exemplo:

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 5 & 4 & 7 \\ -2 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

EXERCÍCIOS

1) Dadas as matrizes A e B abaixo, calcule os determinantes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

2) Considerando as matrizes quadrada A abaixo, e det(A) seu determinante, calcule o valor de 5det(A).

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -13 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

SISTEMAS LINEARES

CLASSIFICAÇÃO DOS SISTEMAS

- Sistema
  - possível
    - determinado **SPD – uma única solução**
      $\det(A) \neq 0$
    - indeterminado **SPI – infinitas soluções**
      $\det(A) = 0; \det_{sec}(A) = 0$
  - impossível **SI – não admite soluções**
    $\det(A) = 0; \det_{sec}(A) \neq 0$

- Discutir um sistema de equações lineares significa efetuar um estudo visando classificá-lo de acordo com as definições anteriores

- Resolver um sistema de equações lineares significa determinar todas as suas soluções

SISTEMA DE EQUAÇÃO 2x2

- 2 métodos de resolução

SUBSTITUIÇÃO

- Escolhe-se uma incógnita para isolar e substitui o valor dessa incógnita isolada na outra equação

ADIÇÃO

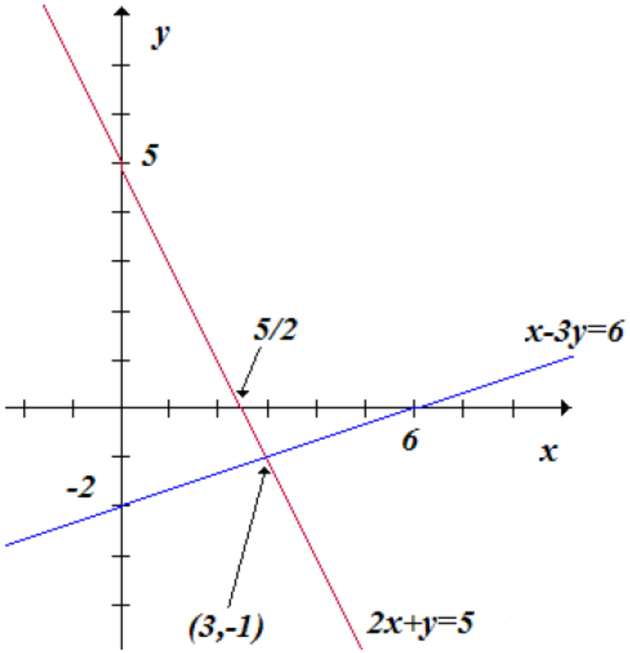
- Deve-se realizar a multiplicação de todos os termos de uma das equações (ou de ambas), de tal modo que, ao somar-se a equação I na equação II, uma de suas incógnitas fique igual a zero (elementos opostos)

SISTEMA DE EQUAÇÃO 2x2

Exemplos:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = 6 \end{cases}$$

Sistema
- possível
  - determinado **SPD – uma única solução**
    det(A) ≠ 0
  - indeterminado **SPI – infinitas soluções**
    $\det(A) = 0; \det_{sec}(A) = 0$
- impossível **SI – não admite soluções**
  $\det(A) = 0; \det_{sec}(A) \neq 0$

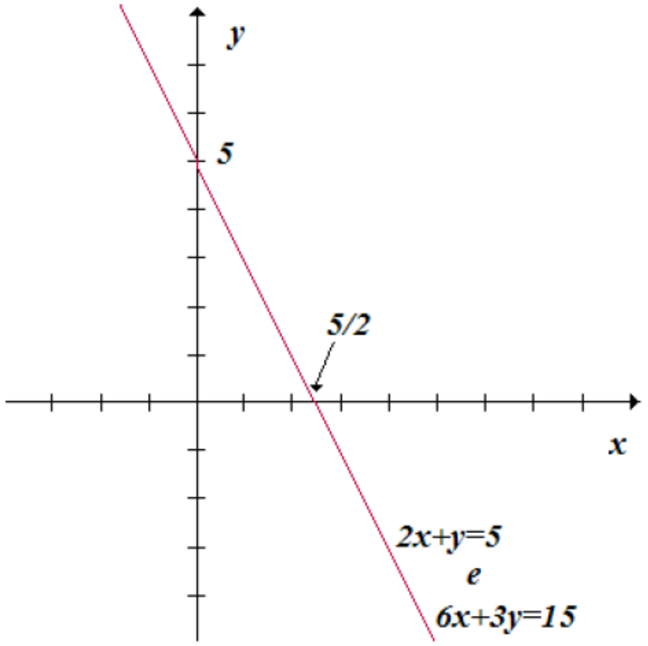


SISTEMA DE EQUAÇÃO 2x2

Exemplos:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases}$$

- Sistema
  - possível
    - determinado **SPD – uma única solução** **det(A) ≠ 0**
    - indeterminado **SPI – infinitas soluções** **det(A) = 0; $\det_{sec}$(A) = 0**
  - impossível **SI – não admite soluções** **det(A) = 0; $\det_{sec}$(A) ≠ 0**

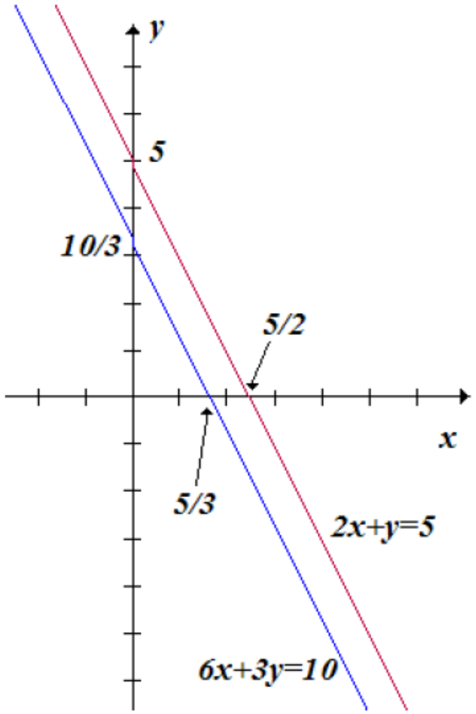


SISTEMA DE EQUAÇÃO 2x2

Exemplos:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 6x + 3y = 10 \end{cases}$$

Sistema
- possível
  - determinado SPD – uma única solução
    det(A) ≠ 0
  - indeterminado SPI – infinitas soluções
    det(A) = 0; $\det_{sec}$(A) = 0
- impossível SI – não admite soluções
  det(A) = 0; $\det_{sec}$(A) ≠ 0



EXERCÍCIOS

Classifique os sistemas abaixo e encontre a solução, se possível:

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - y = 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 2y = 16 \end{cases}$

SISTEMA DE EQUAÇÃO 3x3

- 2 métodos de resolução

ESCALONAMENTO

- Utiliza-se das operações elementares

- Diz-se que uma matriz é escalonada quando o primeiro elemento não-nulo de cada uma das suas linhas se situa à esquerda do primeiro elemento não-nulo da linha seguinte

$$\begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ 0x + 2y - z = 5 \\ 0x + 0y + z = 7 \end{cases}$$

- As linhas que tiverem todos os seus elementos iguais a zero devem estar abaixo das demais

SISTEMA DE EQUAÇÃO 3x3

- 2 métodos de resolução

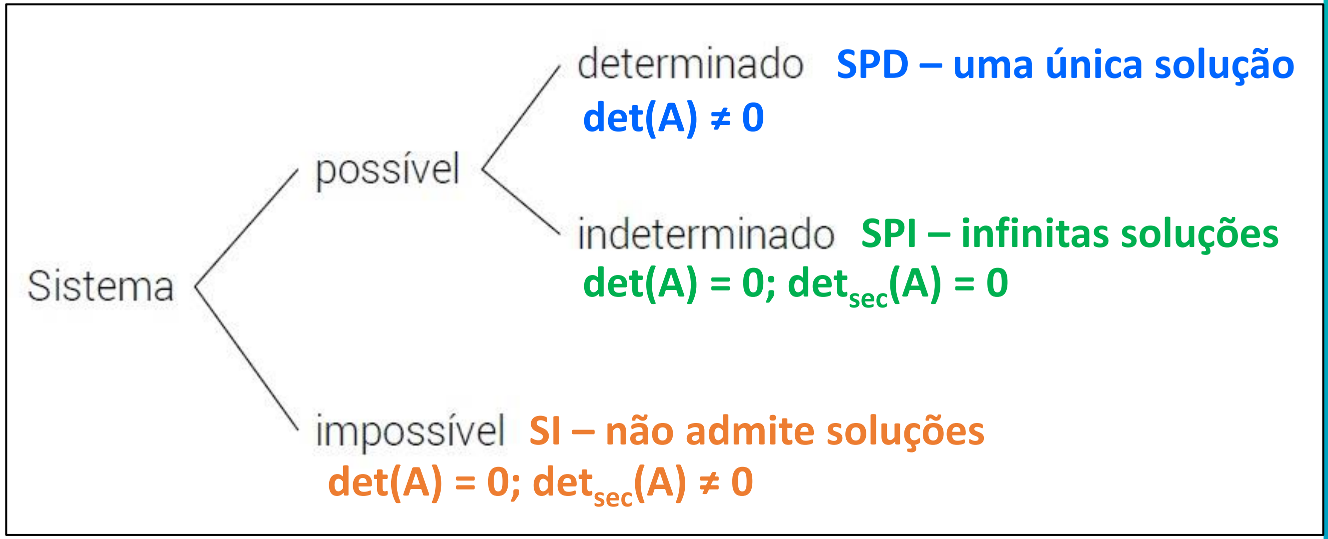
MÉTODO DE CRAMER

- Aplica-se somente para SPD

- se $D \neq 0$, então $x_i = \frac{D_i}{D}$

<u>Exemplo</u>:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$



SISTEMA DE EQUAÇÃO 3x3

- 2 métodos de resolução

MÉTODO DE CRAMER

Exemplo:

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 0 \\ x + 3y + z = 1 \\ 2x + 2y - 2z = 2 \end{cases}$$

- Sistema
  - possível
    - determinado **SPD – uma única solução**
      $\det(A) \neq 0$
    - indeterminado **SPI – infinitas soluções**
      $\det(A) = 0$; $\det_{sec}(A) = 0$
  - impossível **SI – não admite soluções**
    $\det(A) = 0$; $\det_{sec}(A) \neq 0$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1) Analise e resolva os sistemas de equações abaixo:

$$\begin{cases} 2x - 3y - z = 4 \\ x + 2y + z = 3 \\ 3x - y - 2z = 1 \end{cases}$$

$S = (2, -1,3)$

$$\begin{cases} x - 2y - 2z = -1 \\ x - y + z = -2 \\ 2x + y + 3z = 1 \end{cases}$$

$S = (1,2, -1)$

Análise e Desenvolvimento de Sistemas
Gestão de Tecnologia da Informação

Matemática Aplicada à Computação

Priscila Louise Leyser Santin
priscila.santin@prof.unidombosco.edu.br