

TEORIA DOS CONJUNTOS

Matemática Aplicada à Computação

Priscila Louise Leyser Santin
priscila.santin@prof.unidombosco.edu.br

O QUE É UM CONJUNTO?

- Não existe uma definição formalizada do que vem a ser um conjunto
- Temos uma ideia ou uma noção do que vem a ser um conjunto
- De uma maneira geral, temos que um conjunto é tudo aquilo que nos dá uma ideia de coleção ou de agrupamento

CONJUNTO

Exemplos:

- das pessoas com renda abaixo da linha de pobreza
- das equipes do campeonato brasileiro de futebol
- dos cursos da área de exatas
- dos números reais, tais que $x^2 - 16 = 0$

DEFINIÇÕES IMPORTANTES

- Todo conjunto é formado por um ou vários objetos que são denominados **elementos**.
- De maneira geral indicamos um conjunto por uma letra maiúscula.

PERTINÊNCIA

- Procura relacionar um elemento com um conjunto.
- Para representar um elemento pertencente a um conjunto usamos o símbolo \in e para indicar um elemento que não pertence a um conjunto usamos o símbolo \notin

DEFINIÇÕES IMPORTANTES

PERTINÊNCIA

Exemplo:

Seja o conjunto $M = \{2;4;6;8;10\}$, complete com \in ou \notin as lacunas abaixo.

2__ M

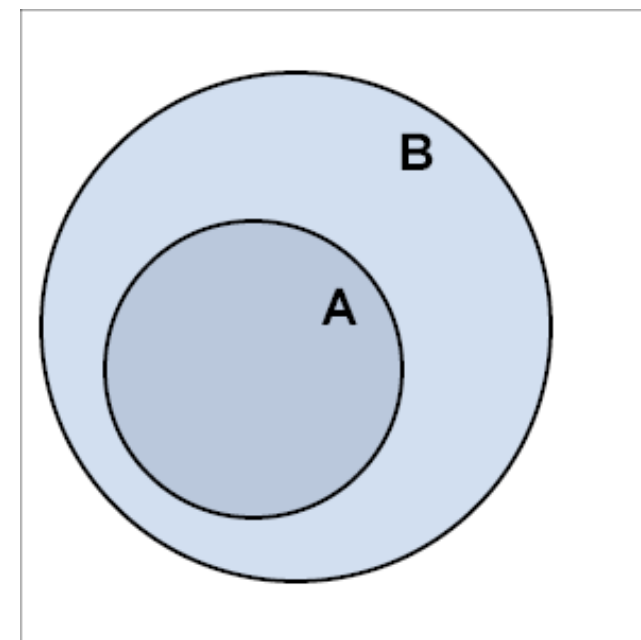
5__ M

10__ M

Brasil__ M

SUBCONJUNTO

- Esse conceito visa estabelecer uma relação entre dois conjuntos
- Dados dois conjuntos, A e B, dizemos que A é subconjunto de B se cada elemento do conjunto A também é um elemento do conjunto B
- Indica-se por: **$A \subset B$** (lê-se **A está contido em B**)



RELAÇÃO DE INCLUSÃO

- Quando relacionamos conjunto com conjunto utilizamos os símbolos de \subset está contido e $\not\subset$ não está contido .

Exemplos:

$$\{1,2,3\} \subset \{1,2,3,4,5,6\}$$

$$\{1,2,0\} \not\subset \{1,2,3,4,5,7\}$$

IGUALDADE DE CONJUNTOS

- Dois conjuntos A e B são ditos iguais quando possuem exatamente os mesmos elementos.
- Dados os conjuntos $A = \{0,1,2,3,4\}$ e $B = \{2,3,4,1,0\}$ como todos os elementos são iguais podemos dizer que $A = B$.

CLASSIFICAÇÃO DOS CONJUNTOS

CONJUNTO VAZIO

- O conjunto vazio corresponde a um tipo particular de conjunto, já que ele não possui elementos. Esse conjunto é usado para indicar uma situação impossível de ocorrer.
- Podemos indicar um conjunto vazio por {} ou \emptyset

CONJUNTO UNITÁRIO

- Corresponde a outro tipo especial de conjunto.
- O conjunto unitário é todo conjunto que possui apenas um elemento.

CLASSIFICAÇÃO DOS CONJUNTOS

CONJUNTO UNIVERSO

- Corresponde ao conjunto ao qual pertencem todos os elementos que fazem parte do nosso estudo.

CONJUNTO DAS PARTES

- O conjunto das partes de um conjunto é formado por todos os subconjuntos de A.

$$\mathbb{P}(A) = \{x / \{x\} \in A\}$$

Exemplo:

O conjunto das partes dos conjuntos abaixo: $A = \{0, 1\}$ é:

$$\mathbb{P}(A) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$$

Para o conjunto $B = \{0, 1, 2\}$, o conjunto das partes será

$$\mathbb{P}(B) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{1, 2\}, \{0, 2\}, \{0, 1, 2\}\}$$

CONJUNTO DAS PARTES – PROPRIEDADES

a) $\emptyset \in \mathbb{P}(A)$

b) $A \in \mathbb{P}(A)$

c) Se A possui n elementos, $\mathbb{P}(A)$ possui 2^n elementos

OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

UNIÃO

- Os elementos pertencem aos dois conjuntos.
- $A \cup B = \{x/x \in A \text{ ou } x \in B\}$ (União)

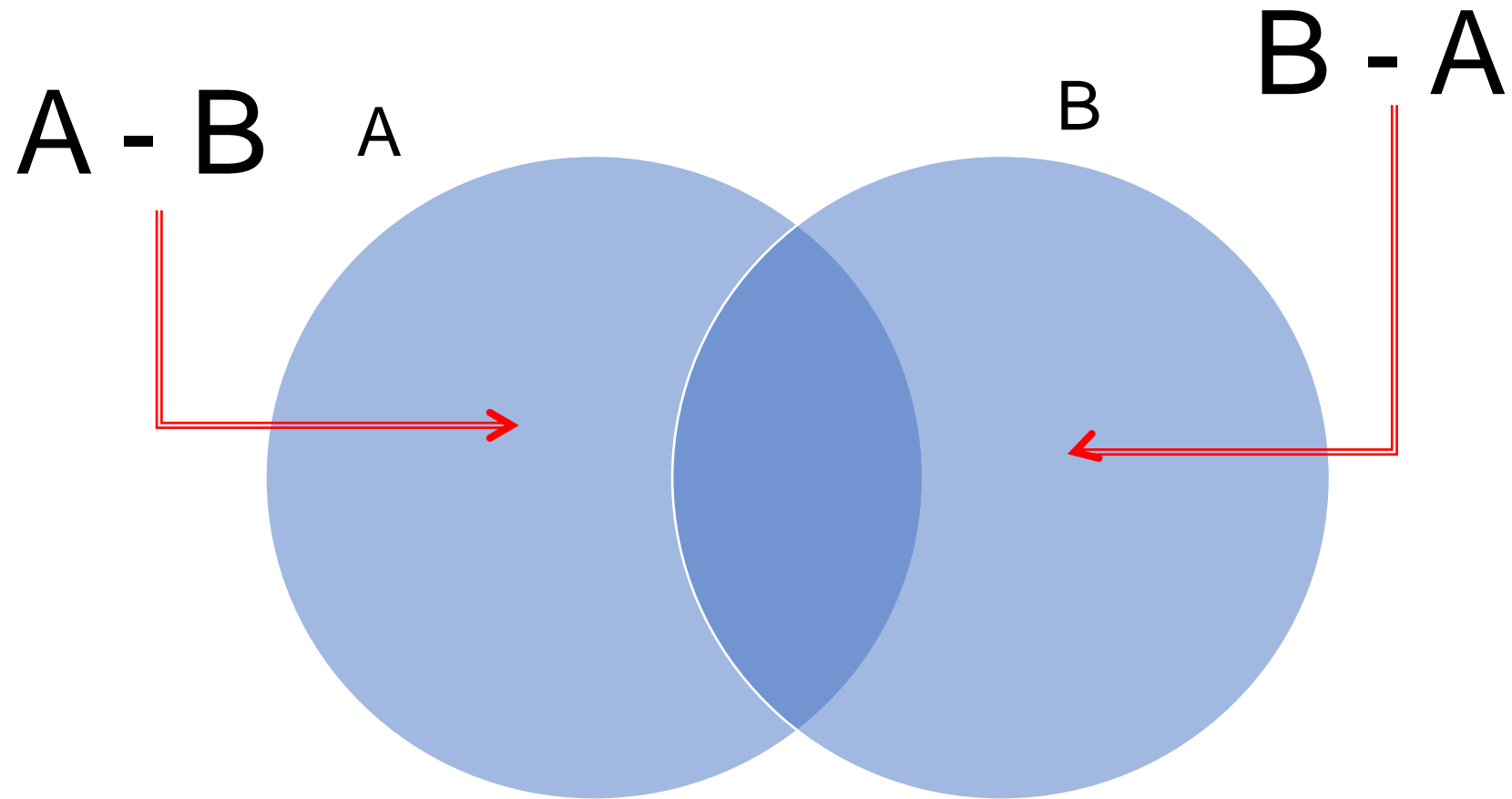
INTERSECÇÃO

- Os elementos que pertencem simultaneamente a dois ou mais conjuntos
- $A \cap B = \{x/x \in A \text{ e } x \in B\}$

DIFERENÇA

- Os elementos pertencem ao conjunto A, mas não pertencem ao conjunto B

OPERAÇÕES COM CONJUNTOS – DIAGRAMA DE VENN



OPERAÇÕES COM CONJUNTOS – DIAGRAMA DE VENN

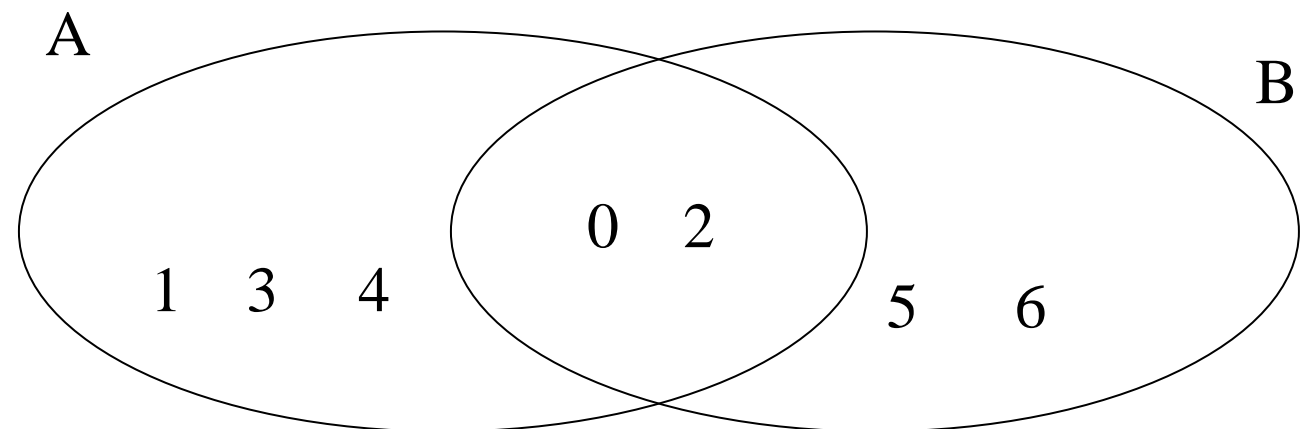
Exemplo:

Seja o conjunto $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ e o conjunto $B = \{0, 2, 5, 6\}$, encontre:

A) $A \cap B$

B) $A \cup B$

C) $A - B$



OPERAÇÕES COM CONJUNTOS – DIAGRAMA DE VENN

Exemplo:

Numa sala de aula 85 alunos jogam basquete, 75 jogam futebol e 17 praticam duas atividades: basquete e futebol.

Quantos alunos foram pesquisados, sabendo-se que todos optaram pelo menos por um dos dois esportes?

DIAGRAMA DE VENN COM TRÊS CONJUNTOS

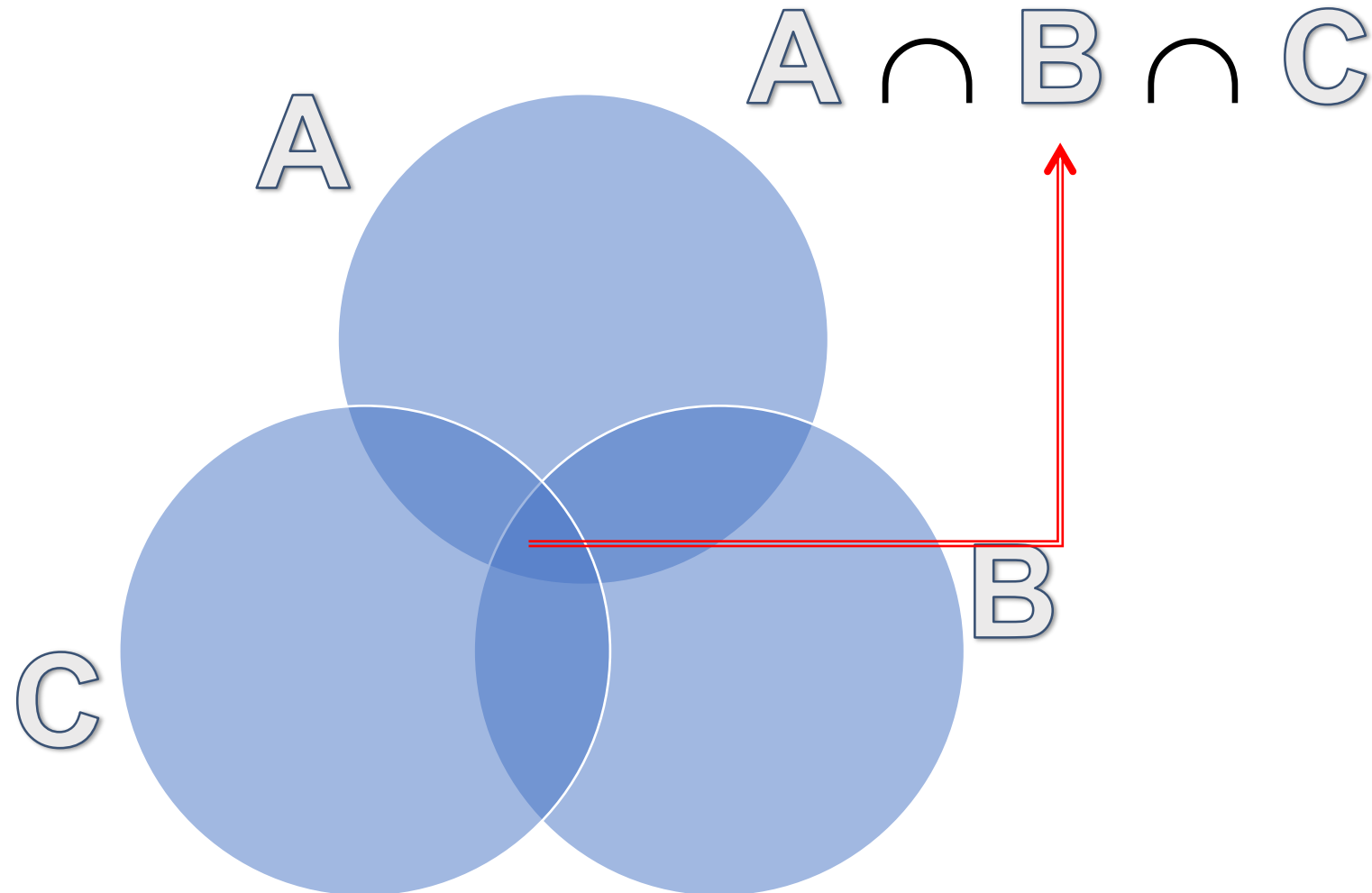


DIAGRAMA DE VENN COM TRÊS CONJUNTOS

Exemplo:

Observe o diagrama e responda:

a) $A =$

b) $B =$

c) $C =$

d) $(A \cap B) \cup (B \cap C) =$

e) $(A \cap C) \cup B =$

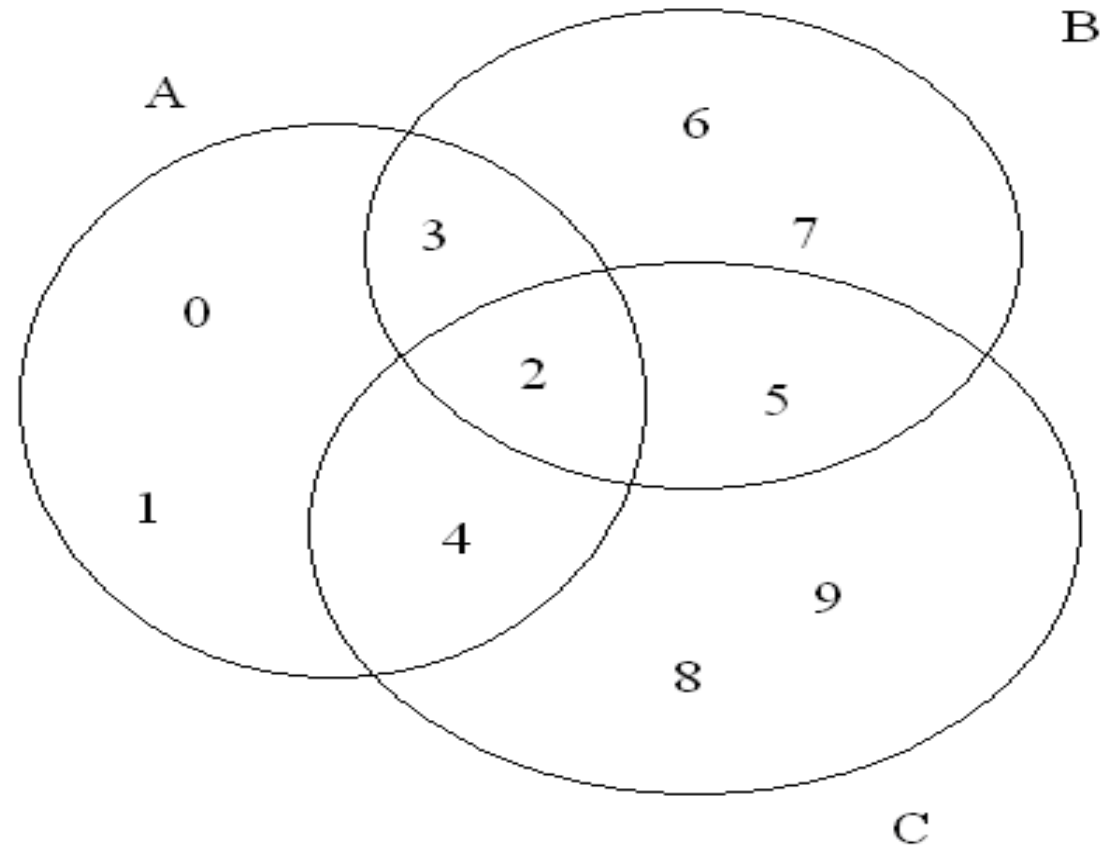
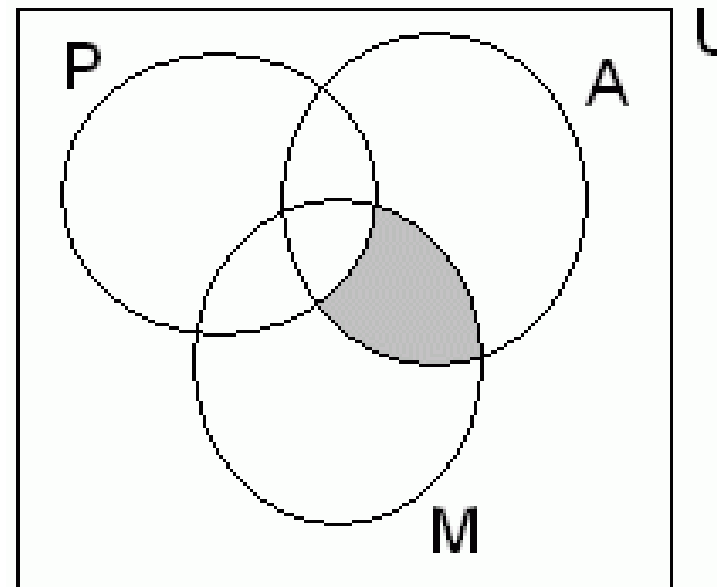


DIAGRAMA DE VENN COM TRÊS CONJUNTOS

Exemplo:

Em um voo proveniente de Miami, a Anvisa constatou que entre todas as pessoas a bordo (passageiros e tripulantes) algumas haviam passado pela cidade do México.

No diagrama, U representa o conjunto das pessoas que estavam nesse voo; P o conjunto dos passageiros; M o conjunto das pessoas que haviam passado pela cidade do México e A o conjunto das pessoas com sintomas da gripe influenza A. Considerando verdadeiro esse diagrama, conclui-se que a região sombreada representa o conjunto das pessoas que, de modo inequívoco, são aquelas caracterizadas como:



- (A) passageiros com sintomas da gripe que não passaram pela cidade do México.
- (B) passageiros com sintomas da gripe que passaram pela cidade do México.
- (C) tripulantes com sintomas da gripe que passaram pela cidade do México.
- (D) tripulantes com sintomas da gripe que não passaram pela cidade do México.
- (E) tripulantes sem sintomas da gripe que passaram pela cidade do México.

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIDOMBOSCO

UniDBSCO

GRUPO SEB

CONJUNTOS NUMÉRICOS

CONJUNTOS NUMÉRICOS

CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS

- Os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ... são chamados de **números naturais**
- Esses números formam uma coleção, que chamamos de **conjunto dos números naturais**
- O conjunto dos números naturais é representado pela letra \mathbb{N} , e seus números são indicados entre chaves $\rightarrow \mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$
- Os números naturais formam uma sequência que "não tem fim", ou seja, existem infinitos números naturais

Alguns livros / autores de Matemática definem o conjunto dos números naturais iniciando com o zero (0)

CONJUNTOS NUMÉRICOS

CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

- No conjunto dos números naturais $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$ nem sempre a subtração é possível
 - ✓ $5 - 3 = 2$ (é possível: $2 \in \mathbb{N}$)
 - ✓ $9 - 8 = 1$ (é possível: $1 \in \mathbb{N}$)
 - ✓ $3 - 5 = ?$ (não é possível em \mathbb{N})
- Para número natural n , foi criado:
 - ✓ Número Inteiro Positivo $(+n) \Rightarrow +1; +2; +3; +4; +5; \dots$
 - ✓ Número Inteiro Negativo $(-n) \Rightarrow -1; -2; -3; -4; -5; \dots$

CONJUNTOS NUMÉRICOS

CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

- O conjunto dos números inteiros é representado pela letra \mathbb{Z} e é escrito:

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, \dots \}$$

CONJUNTOS NUMÉRICOS

CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

Subconjuntos de \mathbb{Z} :

- Conjunto dos números inteiros diferentes de zero $\Rightarrow \mathbb{Z} - \{0\} = \mathbb{Z}^* = \{ \dots, -2, -1, +1, +2, \dots \}$
- Conjunto dos números inteiros não negativos $\Rightarrow \mathbb{Z}_+ = \{ 0, +1, +2, +3, \dots \}$
- Conjunto dos números inteiros não positivos $\Rightarrow \mathbb{Z}_- = \{ \dots, -3, -2, -1, 0 \}$
- Conjunto dos números inteiros positivos $\Rightarrow \mathbb{Z}_+^* = \{ +1, +2, +3, \dots \}$
- Conjunto dos números inteiros negativos $\Rightarrow \mathbb{Z}_-^* = \{ \dots, -3, -2, -1 \}$

CONJUNTOS NUMÉRICOS

CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

- Número racional é todo número que pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, onde:
 - ✓ a e b são números inteiros
 - ✓ $b \neq 0$

São números racionais:

- Números Inteiros Positivos $\Rightarrow 1 = \frac{1}{1}; 3 = \frac{3}{1}$
- Números Inteiros Negativos $\Rightarrow -1 = -\frac{1}{1}; -3 = -\frac{3}{1}$

CONJUNTOS NUMÉRICOS

CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

São números racionais:

- Números Fracionários Positivos $\Rightarrow \frac{1}{2}; \frac{3}{4}$
- Números Fracionários Negativos $\Rightarrow -\frac{1}{2}; -\frac{3}{4}$
- O número 0 também é racional pois $0 = \frac{0}{1}$

Números Racionais Positivos $\Rightarrow 1, 2, 3, 4, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \dots$

Números Racionais Negativos $\Rightarrow -1, -2, -3, -4, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}, -\frac{2}{5}, \dots$

CONJUNTOS NUMÉRICOS

CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

- Um número racional também pode ser representado por um **número decimal** exato ou periódico

$$✓ \frac{7}{2} = 3,5$$

$$✓ -\frac{4}{5} = -0,8$$

$$✓ \frac{4}{9} = 0,444.... = 0,\overline{4}$$

$$✓ \frac{23}{99} = 0,232323.... = 0,\overline{23}$$

dízima periódica

CONJUNTOS NUMÉRICOS

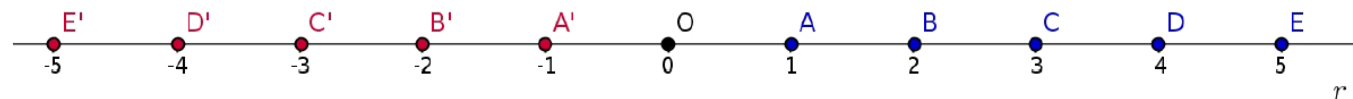
CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

- O conjunto dos números racionais é representado pela letra \mathbb{Q}

Subconjuntos de \mathbb{Q} :

- Conjunto dos números racionais diferentes de zero $\Rightarrow \mathbb{Q} - \{0\} = \mathbb{Q}^*$
- Conjunto dos números racionais não negativos $\Rightarrow \mathbb{Q}_+$
- Conjunto dos números racionais não positivos $\Rightarrow \mathbb{Q}_-$
- Conjunto dos números racionais positivos $\Rightarrow \mathbb{Q}_+^*$
- Conjunto dos números racionais negativos $\Rightarrow \mathbb{Q}_-^*$

CONJUNTOS NUMÉRICOS



MÓDULO OU VALOR ABSOLUTO

- O **módulo** ou **valor absoluto** de um número inteiro ou racional é a distância do número até a origem, isto é, é a distância do número até o zero (0)
- O módulo de um número é sempre positivo
- Um número, com exceção do zero, é formado de dois elementos:
 - ✓ um sinal (+ ou –)
 - ✓ um número natural ou um número fracionário ou um número decimal

CONJUNTOS NUMÉRICOS

NÚMEROS OPOSTOS OU SIMÉTRICOS

- Dois números (inteiros ou racionais) que possuem módulos iguais e sinais diferentes são chamados **números opostos** ou **simétricos**

Exemplos:

$$✓ -5 \text{ e } +5$$

$$✓ -8 \text{ e } +8$$

$$✓ -\frac{2}{5} \text{ e } +\frac{2}{5}$$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1) Uma pesquisa de mercado foi realizada para verificar a audiência de três programas de televisão, 1200 famílias foram entrevistadas e os resultados obtidos foram os seguintes: 370 famílias assistem ao programa A, 300 ao programa B e 360 ao programa C. Desse total, 100 famílias assistem aos programas A e B, 60 aos programas B e C, 30 aos programas A e C e 20 famílias aos 3 programas. Com base nesses dados, determine:

- a) quantas famílias não assistem a nenhum dos 3 programas?
- b) quantas famílias assistem ao programa A e não assistem ao programa C?
- c) qual o programa de maior fidelidade, ou seja, cujos espectadores assistem somente a esse programa?

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

- 2) O dono de um canil vacinou todos os seus 100 cães, sendo que 80 deles contra parvovirose e 60 deles contra cinomose. Determine a quantidade de animais que foram vacinados contra as duas doenças.
- 3) Uma atividade com duas questões foi aplicada em uma classe de 40 alunos. Os resultados apontaram que 20 alunos haviam acertado as duas questões, 35 acertaram a primeira questão e 25, a segunda. Quantos alunos acertam apenas uma questão?

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

4) Dado o conjunto $A = \{1, 2, 5, 10, 15, 28\}$, qual é o número de subconjuntos possíveis para esse conjunto?

5) Seja $A = \{2, 5\}$, $B = \{2, 5, 6\}$ e $C = \{6, 10\}$, determine os elementos da operação $(A \cup B) \cap (B \cup C)$.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1) Uma pesquisa de mercado foi realizada para verificar a audiência de três programas de televisão, 1200 famílias foram entrevistadas e os resultados obtidos foram os seguintes: 370 famílias assistem ao programa A, 300 ao programa B e 360 ao programa C. Desse total, 100 famílias assistem aos programas A e B, 60 aos programas B e C, 30 aos programas A e C e 20 famílias aos 3 programas. Com base nesses dados, determine:

- a) quantas famílias não assistem a nenhum dos 3 programas? **(340)**
- b) quantas famílias assistem ao programa A e não assistem ao programa C?
(340)
- c) qual o programa de maior fidelidade, ou seja, cujos espectadores assistem somente a esse programa? **(C – 290)**

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

2) O dono de um canil vacinou todos os seus 100 cães, sendo que 80 deles contra parvovirose e 60 deles contra cinomose. Determine a quantidade de animais que foram vacinados contra as duas doenças.

(40%)

3) Uma atividade com duas questões foi aplicada em uma classe de 40 alunos. Os resultados apontaram que 20 alunos haviam acertado as duas questões, 35 acertaram a primeira questão e 25, a segunda. Quantos alunos acertam apenas uma questão? **(20)**

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

4) Dado o conjunto $A = \{1, 2, 5, 10, 15, 28\}$, qual é o número de subconjuntos possíveis para esse conjunto? **(64)**

5) Seja $A = \{2, 5\}$, $B = \{2, 5, 6\}$ e $C = \{6, 10\}$, determine os elementos da operação $(A \cup B) \cap (B \cup C)$. **($\{2, 5, 6\}$)**

Análise e Desenvolvimento de Sistemas
Gestão de Tecnologia da Informação

Matemática Aplicada à Computação

Priscila Louise Leyser Santin
priscila.santin@prof.unidombosco.edu.br