EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1) Analise e resolva o sistema de equações abaixo pelo método do escalonamento

$$\begin{cases} 2x - 3y - z = 4 \\ x + 2y + z = 3 \\ 3x - y - 2z = 1 \end{cases}$$

$S = (-1, 1, -1)$

2) Resolva o sistema de equações abaixo pelo método de Cramer

$$\begin{cases} x - 2y - 2z = -1 \\ x - y + z = -2 \\ 2x + y + 3z = 1 \end{cases}$$

$S = (1, 2, -1)$

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIDOMBOSCO

UniDBSCO

GRUPO SEB

VETORES

Matemática Aplicada à Computação

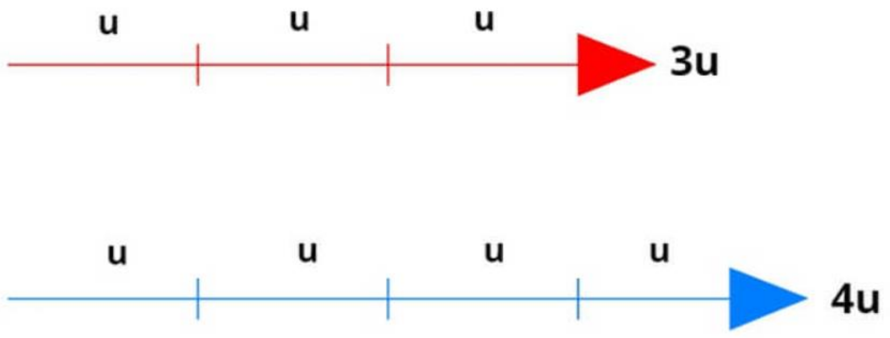
Priscila Louise Leyser Santin
priscila.santin@prof.unidombosco.edu.br

DEFINIÇÃO

- Vetor é um segmento de reta orientado que apresenta tamanho (módulo), direção e sentido

TAMANHO

- Comprimento do vetor

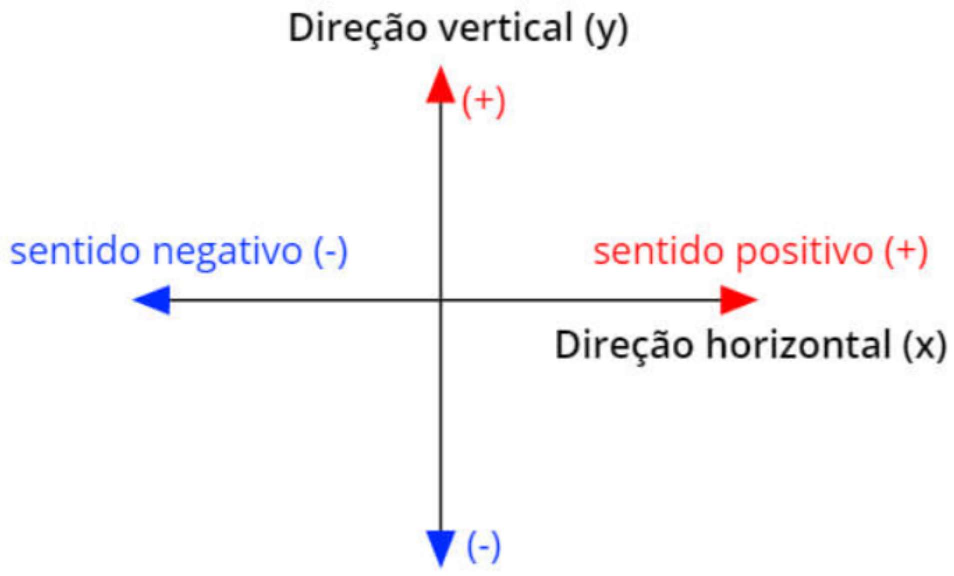


DEFINIÇÃO

DIREÇÃO E SENTIDO

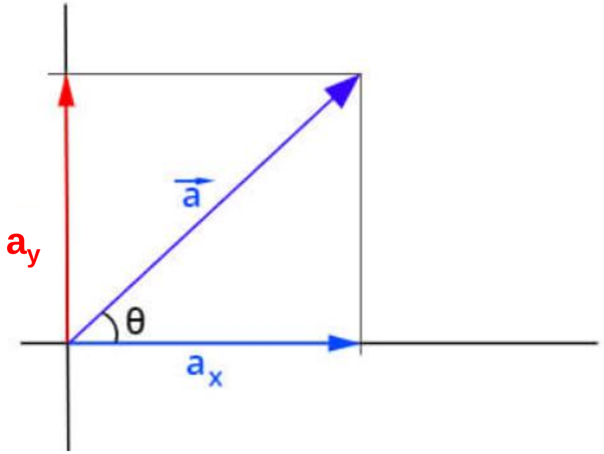
- As direções de um vetor podem ser definidas com base no sistema de coordenadas escolhido

- Usando-se o sistema cartesiano, as direções do espaço são x e y e um vetor pode ser escrito como $V = (x, y)$ ou ainda como $\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$



DEFININDO UM VETOR

- No vetor $V = (x, y)$, x e y são as suas componentes horizontal e vertical
- Quando um vetor encontra-se inclinado, é possível determinar o tamanho das suas componentes desde que se conheça o ângulo θ formado entre o vetor e a direção horizontal



$$a_x = \vec{a}\cos(\theta)$$

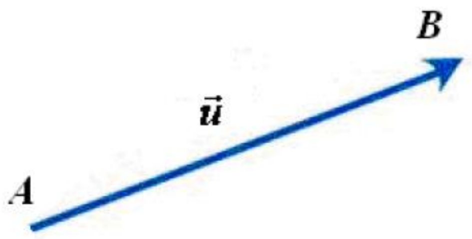
$$a_y = \vec{a}\,\mathrm{sen}(\theta)$$

- Com base nas componentes a_x e a_y de um vetor, é possível calcular o **seu tamanho** (ou módulo – indicado por $|\vec{a}|$) pelo teorema de Pitágoras:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

VETORES

- Notação de vetores: $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}, \vec{z}$



$$\vec{u} = \overrightarrow{AB}$$

- Quando escrevemos $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ estamos afirmando que o vetor é determinado pelo segmento orientado AB de origem em A e extremidade em B

- Todos os segmentos orientados que têm a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo comprimento são representantes de um mesmo vetor

VETORES

- Um vetor $\vec{u}$ é unitário se o seu comprimento é 1, ou seja, $|\vec{u}|=1$

- O vetor nulo pode ser representado por $\vec{0}$

- Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ tem mesma direção, dizemos que eles são vetores paralelos e indicamos por $\vec{u} // \vec{v}$

- Os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são ortogonais, se eles apresentam um ângulo reto entre eles

$(\vec{u} \perp \vec{v})$

VETORES

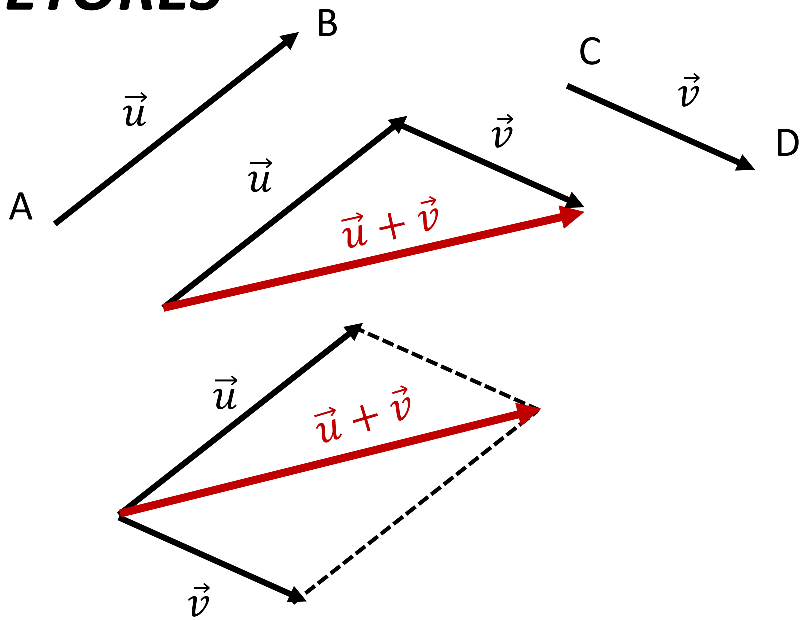
***Exemplos*:**

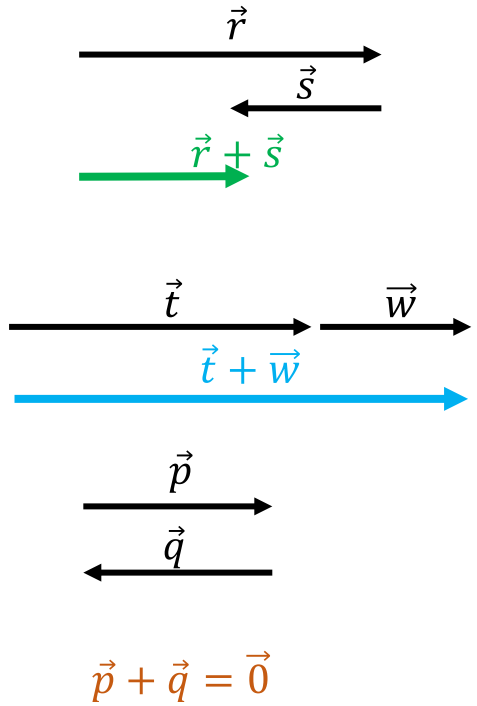
1) Desenhe no plano cartesiano o vetor cujo início está no ponto $(3,2)$ e o final no ponto $(-2,5)$.

2) Desenhe no plano cartesiano o vetor cujo início está no ponto $(-1,-2)$ e o final no ponto $(2,4)$.

OPERAÇÃO COM VETORES

ADIÇÃO DE VETORES





- Vetor resultante $\vec{R}$ é o nome dado ao vetor que se obtém após realizar-se uma soma vetorial
- A soma de dois vetores $\vec{u}=(x_1,y_1)$ e $\vec{v}=(x_2,y_2)$ é o vetor resultante $\vec{R}$ tal que $\vec{R}=\vec{u}+\vec{v}=(x_1+x_2,y_1+y_2)$

OPERAÇÃO COM VETORES

ADIÇÃO DE VETORES

<u>Exemplos</u>:

1) Calcule $\vec{u} + \vec{v}$ e $\vec{u} - \vec{v}$ quando $\vec{u} = (2,3)$; $\vec{v} = (-2,5)$, e determine o tamanho dos vetores resultantes.

2) Calcule $\vec{u} + \vec{v}$ e $\vec{u} - \vec{v}$ quando $\vec{u} = (-2,4)$; $\vec{v} = (1,-3)$, e determine o tamanho dos vetores resultantes.

OPERAÇÃO COM VETORES

MULTIPLICAÇÃO DE UM NÚMERO REAL POR VETOR

- Dado um vetor $\vec{v}$ e um número real α, definimos o vetor $\alpha \cdot \vec{v}$ como:

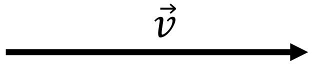
  ✓ Se $\alpha = 0$ ou $\vec{v} = \vec{0}$, então $\alpha \cdot \vec{v} = \vec{0}$

  ✓ Se $\alpha \neq 0$ ou $\vec{v} \neq \vec{0}$, então $\alpha \cdot \vec{v}$ é o vetor tal que:
  - o vetor $\alpha \cdot \vec{v}$ é paralelo a $\vec{v}$
  - os vetores $\alpha \cdot \vec{v}$ e $\vec{v}$ tem mesmos sentidos se $\alpha > 0$
  - os vetores $\alpha \cdot \vec{v}$ e $\vec{v}$ tem sentidos opostos se $\alpha < 0$

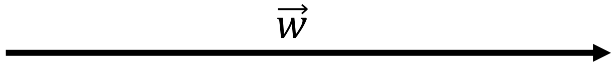
OPERAÇÃO COM VETORES

MULTIPLICAÇÃO DE UM NÚMERO REAL POR VETOR

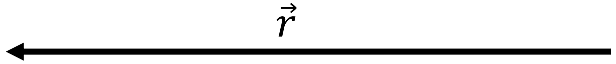
<u>Exemplos</u>:



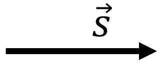
a) $\vec{w} = 2 \cdot \vec{v}$



b) $\vec{r} = -2 \cdot \vec{v}$



c) $\vec{s} = \frac{1}{2} \cdot \vec{v}$



OPERAÇÃO COM VETORES

MULTIPLICAÇÃO DE UM NÚMERO REAL POR VETOR

<u>Exemplos</u>:

1) Calcule o vetor $\vec{s} = 3\vec{u}$, sabendo que $\vec{u} = (-2,4)$.

2) Calcule o vetor $\vec{w} = -2\vec{r}$, sabendo que $\vec{r} = (1,3)$.

3) Calcule o vetor $\vec{z} = 2\vec{r} - 3\vec{s}$, sabendo que $\vec{r} = (2,-1)$ e $\vec{s} = (3,-2)$.

OPERAÇÃO COM VETORES

IGUALDADE DE VETORES

- Dois vetores $\vec{u} = (x_1, y_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2)$ são iguais se, e somente se, $x_1 = x_2$ e $y_1 = y_2$

<u>Exemplos</u>:

Sejam os vetores $\vec{u} = (x - 1{,}3)$ e $\vec{v} = (3{,}2y - 1)$, determine x e y de tal forma que $\vec{u} = \vec{v}$

Sejam os vetores $\vec{u} = (x + 2{,}4y)$ e $\vec{v} = (2y, 3y + 2)$, determine x e y de tal forma que $\vec{u} = \vec{v}$

OPERAÇÃO COM VETORES

PRODUTO ESCALAR DE VETORES

- Atribui-se o produto escalar de dois vetores $\vec{u} = (x_1, y_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2)$ ao número real tal $\vec{u} \cdot \vec{v} = x_1 x_2 + y_1 y_2$

<u>Exemplos</u>:

Calcule o seguinte produto escalar $\vec{u} \cdot \vec{v}$:

a) $\vec{u} = (-1,2,-3)$; $\vec{v} = (2,5,-1)$

b) $\vec{u} = (0,3)$; $\vec{v} = (1,4)$

OPERAÇÃO COM VETORES

PRODUTO VETORIAL

- O produto vetorial entre dois vetores é um terceiro vetor
- Atribui-se o produto vetorial a vetores tridimensionais
- O produto vetorial entre $\vec{u} = u_1\vec{i} + u_2\vec{j} + u_3\vec{k}$ e $\vec{v} = v_1\vec{i} + v_2\vec{j} + v_3\vec{k}$ é denotado $\vec{u} \times \vec{v}$ e é definido como:

$$\vec{u} \times \vec{v} = (u_2v_3 - u_3v_2)\vec{i} + (u_3v_1 - u_1v_3)\vec{j} + (u_1v_2 - u_2v_1)\,\vec{k}$$

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{bmatrix} i & j & k \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{bmatrix}$$

OPERAÇÃO COM VETORES

PRODUTO VETORIAL

<u>Exemplos</u>:

Dados os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, calcule $\vec{u} \times \vec{v}$.

a) $\vec{u} = (2,1)$ e $\vec{v} = (4,-1)$

b) $\vec{u} = (3,1,2)$ e $\vec{v} = (-2,2,5)$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1) Calcule $\vec{u} + \vec{v}$ e $\vec{u} - \vec{v}$ quando $\vec{u} = (0{,}3)$; $\vec{v} = (3{,}2)$, e determine o tamanho dos vetores resultantes.

2) Calcule o vetor $\vec{r} = -2\vec{v}$, sabendo que $\vec{v} = (-3{,}2)$.

3) Sejam os vetores $\vec{u} = (3, y + 1)$ e $\vec{v} = (x - 2, -3)$, determine x e y de tal forma que $\vec{u} = \vec{v}$.

4) Calcule o produtos escalar $(\vec{u} \cdot \vec{v})$ entre o vetor $\vec{u} = (7{,}3)$ e $\vec{v} = (4{,}5)$.

5) Dados os vetores $\vec{u} = (1, -1, -4)$ e $\vec{v} = (3, 2, -2)$, calcule $\vec{u} \times \vec{v}$.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1) Calcule $\vec{u} + \vec{v}$ e $\vec{u} - \vec{v}$ quando $\vec{u} = (0,3)$; $\vec{v} = (3,2)$, e determine o tamanho dos vetores resultantes. ***R.:*** $\boldsymbol{\vec{u} + \vec{v} = (3,5); \vec{u} - \vec{v} = (-3,1)}$

2) Calcule o vetor $\vec{r} = -2\vec{v}$, sabendo que $\vec{v} = (-3,2)$. ***R.:*** $\boldsymbol{\vec{r} = (6,-4)}$

3) Sejam os vetores $\vec{u} = (3, y+1)$ e $\vec{v} = (x-2, -3)$, determine x e y de tal forma que $\vec{u} = \vec{v}$. ***R.:*** $\boldsymbol{x = 5; y = -4}$

4) Calcule o produtos escalar $(\vec{u} \cdot \vec{v})$ entre o vetor $\vec{u} = (7,3)$ e $\vec{v} = (4,5)$. ***R.: 43***

5) Dados os vetores $\vec{u} = (1,-1,-4)$ e $\vec{v} = (3,2,-2)$, calcule $\vec{u} \times \vec{v}$. ***R.:*** $\boldsymbol{\vec{u} \times \vec{v} = (10,-10,5)}$

Análise e Desenvolvimento de Sistemas
Gestão de Tecnologia da Informação

Matemática Aplicada à Computação

Priscila Louise Leyser Santin
priscila.santin@prof.unidombosco.edu.br