

Relações de Recorrência

Definição

Relações de recorrência são equações que definem uma sequência de valores (ou funções) de forma recursiva, ou seja, cada termo da sequência é calculado em função de um ou mais termos anteriores. Em outras palavras, elas expressam como um termo de uma sequência depende dos valores anteriores dela.

Tipos

As relações de recorrência podem ser classificadas como homogêneas ou não-homogêneas, dependendo da presença de um termo constante. Uma relação de recorrência homogênea possui apenas termos da sequência, enquanto uma relação não-homogênea inclui um termo constante. As relações homogêneas são mais simples de resolver, enquanto as relações não-homogêneas podem ser mais complexas, geralmente exigindo técnicas adicionais para encontrar soluções.

Primeira Ordem

Relações de primeira ordem são definidas por um único termo anterior. Essas relações são mais simples de analisar e podem ser resolvidas usando métodos diretos.

Por exemplo, uma sequência aritmética, onde cada termo é a soma do termo anterior e uma constante, pode ser representada por uma relação de recorrência de primeira ordem. As relações de primeira ordem têm aplicações em diversos campos, como modelagem de crescimento populacional, cálculos financeiros e análise de sistemas lineares.

Segunda Ordem

Relações de segunda ordem são definidas por dois termos anteriores. Elas são frequentemente usadas para modelar fenômenos que envolvem dependência mútua entre dois estados ou eventos. Para resolver relações de recorrência de segunda ordem, técnicas como a equação característica são frequentemente empregadas.

A análise de relações de segunda ordem é crucial para compreender sistemas complexos e padrões repetitivos na natureza e na tecnologia.

Equações Características

As equações características são usadas para encontrar a solução geral de uma relação de recorrência homogênea. Essa equação é uma equação polinomial que é derivada da relação de recorrência e permite determinar as raízes características, que são usadas para construir a solução geral da sequência. As equações características são uma ferramenta fundamental para resolver relações de recorrência homogêneas, fornecendo uma forma sistemática de encontrar as soluções.

Raízes distintas: $a_n = C_1 \cdot r_1^n + C_2 \cdot r_2^n$

Raízes iguais: $a_n = C_1 \cdot r_1^n + C_2 \cdot n \cdot r_1^n$

Exemplos

primeira ordem homogênea:

$$a(n) = a(n-1) + 3, \text{ com } a(0) = 2$$

primeira ordem não-homogênea:

$$a(n) = a(n-1) + 3n, \text{ com } a(0) = 1$$

segunda ordem homogênea:

$$a(n) = 2a(n-1) - a(n-2), \text{ com } a(0) = 1 \text{ e } a(1) = 2$$

segunda ordem não-homogênea:

$$a(n) = 3a(n-1) - 2a(n-2) + n, \text{ com } a(0) = 0 \text{ e } a(1) = 1$$