

Análise do Teorema de Nyquist e da Lei de Shannon

Guilherme da Silva Scher

Universidade Franciscana

schergs0@gmail.com

Resumo—Este artigo apresenta uma análise teórica e prática sobre os fundamentos da transmissão de sinais, com foco no Teorema de Nyquist e na Lei de Shannon. São discutidos os limites impostos por esses teoremas para a taxa de transmissão de dados em canais com e sem ruído. Também são apresentados três exemplos práticos simples que demonstram a aplicação desses conceitos na vida real.

Index Terms—Teorema de Nyquist, Lei de Shannon, Taxa de Transmissão, Capacidade de Canal, Comunicação Digital

I. INTRODUÇÃO

A transmissão de dados é limitada por propriedades físicas dos canais de comunicação. Dois teoremas fundamentais para compreender esses limites são o Teorema de Nyquist e a Lei de Shannon. Ambos definem restrições para a quantidade de informação que pode ser transmitida de forma confiável.

II. TEOREMA DE NYQUIST

O Teorema de Nyquist estabelece que a taxa máxima de símbolos que podem ser transmitidos por um canal livre de ruído é:

$$R = 2 \cdot B$$

onde R é a taxa de símbolos por segundo (baud) e B é a largura de banda do canal em Hz.

Se cada símbolo representa $\log_2 M$ bits (com M sendo o número de níveis discretos), então a taxa de bits é:

$$R_b = 2B \cdot \log_2 M$$

Além disso, o Teorema de Nyquist mostra que, mesmo sem ruído, há um limite para a quantidade de dados transmitidos, relacionado ao número de níveis de sinal possíveis. Em sistemas binários ($M = 2$), essa taxa é limitada a $2B$ bps. No entanto, ao aumentar M , é possível transmitir mais bits por símbolo, mas a distinção entre níveis torna-se mais suscetível a erros em ambientes ruidosos, o que exige maior qualidade no canal ou uso de técnicas de codificação robustas.

Uma aplicação direta desse conceito está nas redes Ethernet mais antigas, como a 10BASE-T, que usavam codificação Manchester com taxa de 10 Mbps, com largura de banda efetiva compatível com o limite teórico de Nyquist.

III. LEI DE SHANNON

A Lei de Shannon define a capacidade máxima de um canal com ruído gaussiano aditivo (AWGN):

$$C = B \cdot \log_2(1 + \frac{S}{N})$$

onde C é a capacidade do canal em bits por segundo, B é a largura de banda, S é a potência do sinal e N é a potência do ruído.

A fórmula de Shannon mostra que é impossível aumentar indefinidamente a taxa de transmissão apenas aumentando a potência do sinal. Com ruído presente, há um ponto de retorno decrescente. Por isso, aumentar a largura de banda do canal ou usar técnicas de codificação e modulação mais eficientes, como modulação QAM e correção de erros (FEC), são estratégias mais eficazes.

A Lei de Shannon também define o chamado *limite de Shannon*, que representa o máximo teórico que qualquer sistema de codificação pode alcançar sem erro, dado um canal com certas características. Esse limite é uma referência fundamental no projeto de sistemas modernos de comunicação, como Wi-Fi, 4G/5G e satélites.

IV. EXEMPLOS PRÁTICOS

A. Exemplo 1: Canal sem ruído

Suponha um canal com largura de banda de 4 kHz, usando 4 níveis discretos ($M = 4$). Aplicando Nyquist:

$$R_b = 2 \cdot 4000 \cdot \log_2 4 = 2 \cdot 4000 \cdot 2 = 16000 \text{ bps}$$

B. Exemplo 2: Canal com ruído (Shannon)

Considere um canal com largura de banda de 2 kHz e uma relação sinal-ruído (SNR) de 40 dB. Primeiro, convertemos a SNR para razão linear:

$$\frac{S}{N} = 10^{\frac{40}{10}} = 10000$$

$$C = 2000 \cdot \log_2(1 + 10000) \approx 2000 \cdot \log_2(10001) \approx 2000 \cdot 13.29 \approx 26580 \text{ bps}$$

C. Exemplo 3: Limitação prática de um canal de voz

Um canal telefônico típico tem 3,1 kHz de largura de banda. Com SNR de 20 dB:

$$\frac{S}{N} = 10^{\frac{20}{10}} = 100$$

$$C = 3100 \cdot \log_2(1 + 100) \approx 3100 \cdot 6.658 \approx 20643 \text{ bps}$$

V. IMPLICAÇÕES PARA TECNOLOGIAS ATUAIS

As limitações de Nyquist e Shannon têm implicações diretas em tecnologias modernas. Por exemplo, os sistemas de comunicação 5G utilizam esquemas de modulação com muitos níveis (256-QAM ou mais), exigindo canais com alta relação sinal-ruído para manter a integridade dos dados.

Em redes ópticas, a enorme largura de banda disponível permite alcançar taxas de transmissão elevadíssimas mesmo com relações sinal-ruído moderadas. Além disso, algoritmos de correção de erros, como os códigos LDPC e Turbo Codes, aproximam-se do limite de Shannon em muitos cenários práticos.

VI. CONCLUSÃO

O Teorema de Nyquist e a Lei de Shannon são fundamentais para entender os limites teóricos da comunicação digital. Enquanto Nyquist assume um canal ideal, Shannon leva em conta a presença de ruído, sendo mais aplicável em situações reais. O entendimento desses limites é essencial para o desenvolvimento de sistemas eficientes e confiáveis.

REFERÊNCIAS

- A. S. Tanenbaum, "Redes de Computadores", 5^a ed., Pearson, 2011.