

# Fórmulas para Avaliação de Desempenho de Processadores

8/2020

## Sumário

<b>1</b>	<b>Fundamentos</b>	<b>2</b>
1.1	Taxa e período do <i>clock</i> . . . . .	2
1.2	Tempo de execução . . . . .	2
1.3	Prefixos do SI e IEC . . . . .	2
<b>2</b>	<b><i>Speedup</i></b>	<b>3</b>
2.1	<i>Speedup</i> calculado com modelo de referência . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Ciclos por Instrução (CPI)</b>	<b>4</b>
3.1	Cálculo do CPI Médio . . . . .	4
3.2	Instruções por ciclo (IPC) . . . . .	4
<b>4</b>	<b>Equação de Desempenho do Processador</b>	<b>5</b>
<b>5</b>	<b>Lei de Amdahl</b>	<b>5</b>

Essa obra tem a licença Creative Commons “CC0 1.0 Universal”.



# 1 Fundamentos

## 1.1 Taxa e período do *clock*

$$taxa\ do\ clock = \frac{1}{período\ do\ clock}$$

## 1.2 Tempo de execução

Em sistemas modernos, processadores geralmente trabalham em várias tarefas simultaneamente. Isso faz com que o tempo aparente de execução de um programa não necessariamente reflita o seu custo computacional ou o desempenho do processador para aquela tarefa. Portanto, considere duas definições:

**Tempo real ou decorrido.** O tempo total para executar a tarefa específica, de início a fim.

**Tempo de CPU.** Apenas o tempo em que o processador computa, excluindo tempo de execução de outras tarefas ou espera por recursos, eventos externos e interação do usuário.

O tempo de execução a ser tratado nas próximas seções pode ser um destes, a depender do contexto. Em geral, o tempo de CPU é usado, com exceção de casos em que haja interesse em analisar o desempenho multitarefas do processador.

## 1.3 Prefixos do Sistema Internacional de Unidades (SI) e *International Electrotechnical Commission* (IEC)

A comunidade científica, por meio do Sistema Internacional, criou prefixos (constantes numéricas) para facilitar a representação de magnitudes muito grandes ou muito pequenas.

Era comum usar-se os prefixos do SI para potências de 2, dada a proximidade entre  $10^3 = 1000$  e  $2^{10} = 1024$ . No entanto, essa diferença cresce exponencialmente conforme as potências aumentam, tornando os prefixos do SI inconvenientes e imprecisos nesse contexto. Por exemplo, existe um erro de apenas 2,4% entre  $2^{10}$  e  $10^3$ , porém o erro sobe para 15,3% entre  $2^{60}$  e  $10^{18}$ .

Por esse motivo, houve um esforço (atual padrão IEC 80000-13) pela *International Electrotechnical Commission* para convencionar constantes úteis no contexto da tecnologia da informação. A tabela 1 mostra os prefixos mais usados.

Há situações em que é preferível usar um conjunto de prefixos ao outro, devido à natureza dos valores tratados. Por exemplo:

SI	IEC
<ul style="list-style-type: none"><li>• Grandezas das ciências da natureza</li><li>• Largura de banda</li><li>• Taxa de transferência</li><li>• Tempo</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Capacidade de armazenamento</li></ul>

Caso esteja curioso: a letra *i* em *Ki*, *Mi* etc. vem de *binary*.

Quer um conselho? Não precisa pronunciar os nomes como a IEC definiu, apenas use os símbolos corretos.

Tabela 1: Prefixos do SI vs. IEC.

SI			IEC		
Nome	Símbolo	Valor	Nome	Símbolo	Valor
yocto	y	$10^{-24}$	—	—	—
zepto	z	$10^{-21}$	—	—	—
atto	a	$10^{-18}$	—	—	—
femto	f	$10^{-15}$	—	—	—
pico	p	$10^{-12}$	—	—	—
nano	n	$10^{-9}$	—	—	—
micro	$\mu$	$10^{-6}$	—	—	—
mili	m	$10^{-3}$	—	—	—
kilo	k	$10^3$	kibi	Ki	$2^{10}$
mega	M	$10^6$	mebi	Mi	$2^{20}$
giga	G	$10^9$	gibi	Gi	$2^{30}$
tera	T	$10^{12}$	tebi	Ti	$2^{40}$
peta	P	$10^{15}$	pebi	Pi	$2^{50}$
exa	E	$10^{18}$	exbi	Ei	$2^{60}$
zetta	Z	$10^{21}$	zebi	Zi	$2^{70}$
yotta	Y	$10^{24}$	yobi	Yi	$2^{80}$

## 2 *Speedup*

Lembre-se: *speedup* é uma medida que varia de acordo com o programa executado.

$$speedup_{A/B} = \frac{\text{tempo de execução}_B}{\text{tempo de execução}_A} \quad (1)$$

Lê-se *speedup de A com relação a B*. Alternativamente:

$$\text{tempo de execução}_A = \frac{\text{tempo de execução}_B}{speedup_{A/B}}$$

Dada a natureza do cálculo do *speedup*, existe também a seguinte propriedade.

$$speedup_{A/B} = \frac{1}{speedup_{B/A}}$$

### 2.1 *Speedup* calculado com modelo de referência

Considere dois processadores,  $A$  e  $B$ , e um programa  $P$ . Deseja-se saber o valor de  $speedup_{A/B}$  para  $P$ , mas não se sabe os tempos de execução do programa em ambos os processadores.

No entanto, existe um processador,  $X$ , tal que  $speedup_{A/X}$  e  $speedup_{B/X}$  para  $P$  são conhecidos. Nesta situação, pode-se aproveitar a seguinte propriedade.

$$\begin{aligned}
speedup_{A/B} &= \frac{\text{tempo de execução}_B}{\text{tempo de execução}_A} \\
&= \frac{\text{tempo de execução}_X}{speedup_{B/X}} \times \frac{speedup_{A/X}}{\text{tempo de execução}_X} \\
&= \frac{speedup_{A/X}}{speedup_{B/X}}
\end{aligned}$$

Isso significa que o *speedup* de um processador com relação a outro pode ser obtido com apenas os respectivos *speedups* destes com relação a um terceiro processador qualquer.

### 3 Ciclos por Instrução (CPI)

Lembre-se: o CPI varia de acordo com o tipo de instrução executada.

$$n^o \text{ de ciclos gastos} = n^o \text{ de instruções executadas} \times CPI \quad (2)$$

#### 3.1 Cálculo do CPI Médio

Lembre-se: o CPI médio varia de acordo com o código executado. Considere:

- $C_i$ :  $n^o$  de instruções do tipo  $i$  executadas
- $CPI_i$ :  $n^o$  de ciclos gastos com uma instrução do tipo  $i$
- $n^o \text{ de ciclos gastos} = \sum_{\forall i} (C_i \times CPI_i)$
- $n^o \text{ de instruções executadas} = \sum_{\forall i} C_i$

$$CPI = \frac{n^o \text{ de ciclos gastos}}{n^o \text{ de instruções executadas}} = \frac{\sum_{\forall i} (C_i \times CPI_i)}{\sum_{\forall i} C_i}$$

Note que a equação acima é apenas a média ponderada dos CPI de cada tipo de instrução, onde os pesos são as proporções (%) de cada tipo de instrução no código executado.

#### 3.2 Instruções por ciclo (IPC)

Além do CPI, pode-se também analisar o desempenho considerando a razão IPC. A escolha é meramente arbitrária, e por vezes uma alternativa pode ser mais intuitiva que a outra.

As equações mudam um pouco com IPC, mas basta lembrar que este é o inverso do CPI.

$$IPC = \frac{1}{CPI}$$

## 4 Equação de Desempenho do Processador

Lembre-se: o processador executa vários trechos de código ao mesmo tempo, sejam do seu programa ou não. Portanto, o tempo de CPU não inclui a execução de outros programas nem a espera por dispositivos de entrada e saída.

$$\begin{aligned} tempo_{CPU} &= n^o \text{ de ciclos gastos} \times \text{período do clock} \\ &= \frac{n^o \text{ de ciclos gastos}}{\text{taxa do clock}} \end{aligned} \quad (3)$$

Substituindo a equação 2 em 3, obtemos

$$\begin{aligned} tempo_{CPU} &= n^o \text{ de instruções executadas} \times CPI \times \text{período do clock} \\ &= \frac{n^o \text{ de instruções executadas} \times CPI}{\text{taxa do clock}} \end{aligned} \quad (4)$$

## 5 Lei de Amdahl

Considere:

- $f \in [0, 1]$ : fração do tempo de execução original afetada pela melhoria
- $p$ : proporção da melhoria em comparação com o mesmo trecho da execução original

$$\begin{aligned} tempo \text{ com melhoria} &= tempo \text{ sem melhoria}_{\text{não afetado}} + \frac{tempo \text{ sem melhoria}_{\text{afetado}}}{\text{proporção da melhoria}} \\ &= tempo \text{ sem melhoria} \times (1 - f) + \frac{tempo \text{ sem melhoria} \times f}{p} \end{aligned} \quad (5)$$

Manipulando-se a equação 5 com o tempo de execução original, encontra-se uma nova equação.

$$speedup = \frac{1}{(1 - f) + \frac{f}{p}} \quad (6)$$