

Cálculo tempo execução - Insertion Sort

Análise por linha:

Linha 1: for $j \leftarrow 2$ to $\text{length}[A]$

- Executa $n - 1$ vezes
- Cada iteração: 1 atribuição ($j \leftarrow \dots$) + 1 teste lógico ($j \leq n$)
- Total: $(n - 1)$ iterações $\times 2t = 2t(n - 1)$
- Mais 1 teste lógico extra ao final do laço $\rightarrow + t$

Linha 2: $\text{key} \leftarrow A[j]$

- 1 acesso + 1 atribuição $\rightarrow 2t$ por iteração
- Total: $2t(n - 1)$

Linha 4: $i \leftarrow j - 1$

- 1 aritmética ($j - 1$) + 1 atribuição $\rightarrow 2t$ por iteração
- Total: $2t(n - 1)$

Linha 5: while $i > 0$ and $A[i] > \text{key}$

- Em média no pior caso, roda até $j - 1$ vezes para cada j
- Cada comparação:
 - $i > 0 \rightarrow 1$ comparação
 - $A[i] > \text{key} \rightarrow 1$ acesso + 1 comparação
 - Total: $3t$ por iteração do while
- Soma total no pior caso:

$$3t \cdot \frac{(n-1)n}{2}$$

Linha 6: $A[i + 1] \leftarrow A[i]$

- 1 aritmética ($i + 1$) + 2 acessos + 1 atribuição $\rightarrow 4t$
- Executada no mesmo número de vezes que o while:

$$4t \cdot \frac{(n-1)n}{2}$$

Linha 7: $i \leftarrow i - 1$

- 1 aritmética + 1 atribuição $\rightarrow 2t$
- Mesmo número de vezes:

$$2t \cdot \frac{(n-1)n}{2}$$

Linha 8: $A[i + 1] \leftarrow \text{key}$

- 1 aritmética + 1 atribuição $\rightarrow 2t$
- Executada $n - 1$ vezes
- Total: $2t(n - 1)$

Total:

Somando todas as parcelas:

Termos lineares (laço externo):

- $2t(n - 1)$ (linha 1)
- $2t(n - 1)$ (linha 2)
- $2t(n - 1)$ (linha 4)
- $2t(n - 1)$ (linha 8)
- $+t$ (teste final do for)

Subtotal:

$$(2t + 2t + 2t + 2t)(n - 1) + t = 8t(n - 1) + t$$

Termos quadráticos (laço interno):

- Comparações do while: $3t \cdot \frac{(n-1)n}{2}$
- Atribuições $A[i+1] \leftarrow A[i]$: $4t \cdot \frac{(n-1)n}{2}$
- Decremento $i \leftarrow i - 1$: $2t \cdot \frac{(n-1)n}{2}$

Subtotal:

$$\left(\frac{3t+4t+2t}{2}\right)(n^2 - n) = \frac{9t}{2}(n^2 - n)$$

Expressão Final do Tempo de Execução

$$T(n) = \frac{9t}{2}(n^2 - n) + 8t(n - 1) + t$$