



# Dossier Cas d'Étude Groupe 1

---

BRUGEROLLE Baptiste  
CALVINHAC Charles  
EYMERY Guillaume  
GHOUNDALE Naël  
LAPERRUQUE Aimeric  
MASSEIN Rosalie

# **SOMMAIRE**

## **Partie 1 : Étude Bibliographie**

- 1) Système d'accumulation d'énergie
- 2) Système d'engrenages
- 3) Système d'échappement

## **Partie 2 : Gestion de projet**

## **Partie 3 : Dimensionnement**

- 1) Système d'accumulation d'énergie
- 2) Système d'engrenages
- 3) Système d'échappement

## **Partie 4 : Conception Assistée par Ordinateur (CATIA V5)**

- 1) Système d'accumulation d'énergie
- 2) Système d'engrenages
- 3) Système d'échappement
- 4) Support et assemblage final

## **Partie 5 : Test de fréquence du Hairspring**

## **Partie 6 : Simulation Numérique (COMSOL Multiphysics)**

## **Partie 7 : Impression 3D et Assemblage**

- 1) Système d'accumulation d'énergie
- 2) Système d'engrenages
- 3) Système d'échappement
- 4) Support

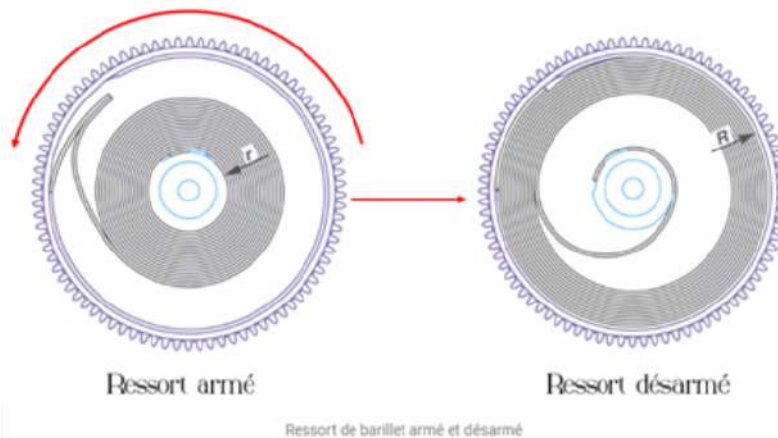
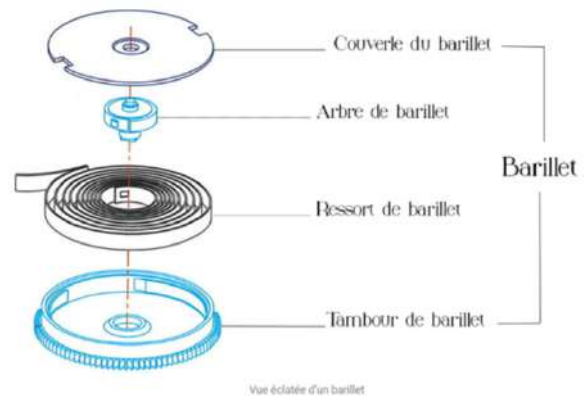


## Partie 1 : Étude Bibliographie

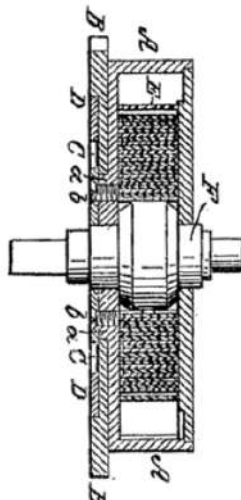
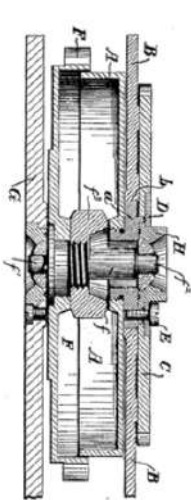
### 1) Système d'accumulation d'énergie

Grâce à notre étude bibliographique, nous avons découvert le fonctionnement du barillet.

Le ressort qui permet de stocker l'énergie est fixé au tambour de barillet, qui lui-même engraine avec le reste du système (dans notre cas, la roue des minutes). Le ressort est aussi fixé à l'arbre de barillet : c'est ce dernier qui doit être remonté afin de remonter le ressort de barillet pour donner de l'énergie au système.



Il existe différents types de barillets, chacun adapté pour différents cas d'usage. Sur l'image ci-dessous, de gauche à droite : barillet de sécurité, barillet suspendu, et barillet à chaîne. Le choix est fait en fonction de notre besoin : où et comment est-il attaché au bâti, quelle énergie avons-nous besoin, fiabilité du système ...



## 2) Système d'engrenages

Le système d'engrenages possède deux entrées :

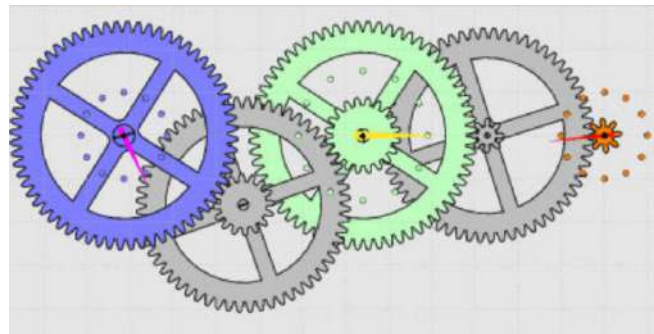
- la roue du barillet qui est engrenée à la roue des minutes. Elle vient donner l'énergie au système d'engrenages.

- la roue du système d'échappement qui est engrenée à la roue des secondes. Elle vient contrôler la vitesse de rotation de la roue des secondes en lui imposant une vitesse de rotation de 1tr/min.

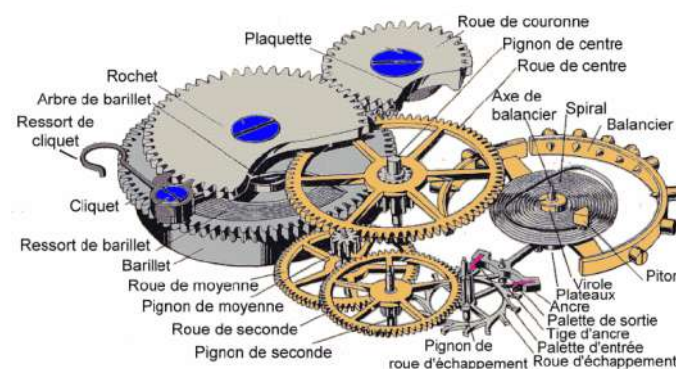
La vitesse de la roue des secondes étant connue, nous pouvons ainsi via les bons rapports de réductions, imposer les bonnes vitesses de rotation de la roue des minutes et de la roue des heures pour que les aiguilles permettent de bien indiquer l'heure : c'est l'objectif final.



L'énergie n'est fournie que sur une roue et le contrôle de vitesse n'est fait que sur une seule roue aussi, nous devons donc relier les trois roues portant les aiguilles entre elles. Cela se fait par le biais de roues intermédiaires qui sont en nombre impair pour chaque sous-système (s/min et min/h) afin de permettre aux aiguilles de tourner dans le même sens. Les roues intermédiaires devront non seulement permettre de respecter les rapports de réduction mais aussi le respect du critère d'encombrement.



Voici un exemple de système d'engrenages qui nous permet de bien comprendre son architecture et visualiser ses deux entrées :



### 3) Système d'échappement

Après nous être renseigné sur les différents systèmes existants dans l'industrie, nous nous sommes rendu compte qu'il existe 2 types de systèmes bien distincts :

- Les échappements à contact permanent
- Les échappements libres

On s'est rendu à l'évidence qu'il ne valait mieux pas utiliser le premier type pour notre projet puisqu'il présentait peu d'avantage (mise en œuvre simple) pour une multitude de défauts (chocs, frottements, peu compacte).



Figure 1 - Echappement à cylindre

Concernant les échappements à détente, à l'inverse, ils sont plutôt compacts mais compliqué à mettre en œuvre. Etant donné que nous préférons optimiser ce compromis, pour notre système.

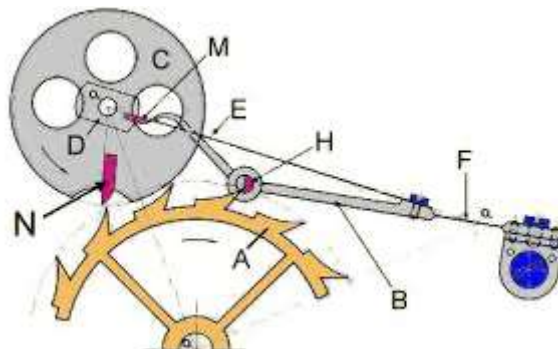


Figure 2 - Echappement à détente

C'est pourquoi, nous avons opté pour la solution de l'échappement à encre suisse, qui est laborieux cinématiquement, mais compact et simple à mettre en œuvre.

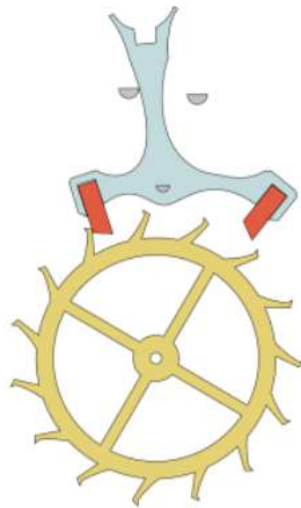


Figure 3 - Echappement à ancre suisse

Les dimensionnements et la CAO de l'ancre suisse et de la roue d'échappement sont donc détaillés dans les parties 3 et 4 de ce rapport.

## Partie 2 : Gestion de projet

### 1) Présentation de l'équipe et répartition des rôles

Le projet est mené par une équipe de 6. Les rôles sont répartis en fonctions des forces et faiblesses de chacun.

Guillaume Eymery	Naël Ghoundale	Charles Calvinhac	Baptiste Brugerolle	Aimeric Laperruque	Rosalie Massein
Responsable Projet	Responsable Conception	Responsable Design / Fab	Responsable Simulation / IT	Responsable Dimensionnement	Responsable Communication / Bien-être
					
<b>Forces</b> Organisation Management	<b>Forces</b> Connaissances techniques CAO	<b>Forces</b> Connaissances techniques Perfectionniste	<b>Forces</b> Connaissances techniques Informatique	<b>Forces</b> CAO Connaissances techniques	<b>Forces</b> Organisation Attention Travailleuse

La répartition des rôles étant ainsi faite, l'équipe s'est divisée ensuite en 3 groupes de deux personnes. Chaque groupe a pour objectif de se concentrer sur les 3 systèmes principaux constituant la montre : le barillet, la minuterie et le système d'échappement. Chaque groupe est donc lui-même responsable de la bibliographie, dimensionnement, conception et impression de chaque sous-système. Le cas échéant, lorsqu'un groupe rencontre des difficultés sur un sujet (dimensionnement par exemple), il peut aller se référer au responsable de ce pôle.

La répartition des groupes était la suivante :

Sous-Système	Barillet	Minuterie	Echappement
Membres de l'équipe	Baptiste, Naël	Rosalie, Guillaume	Charles, Aimeric

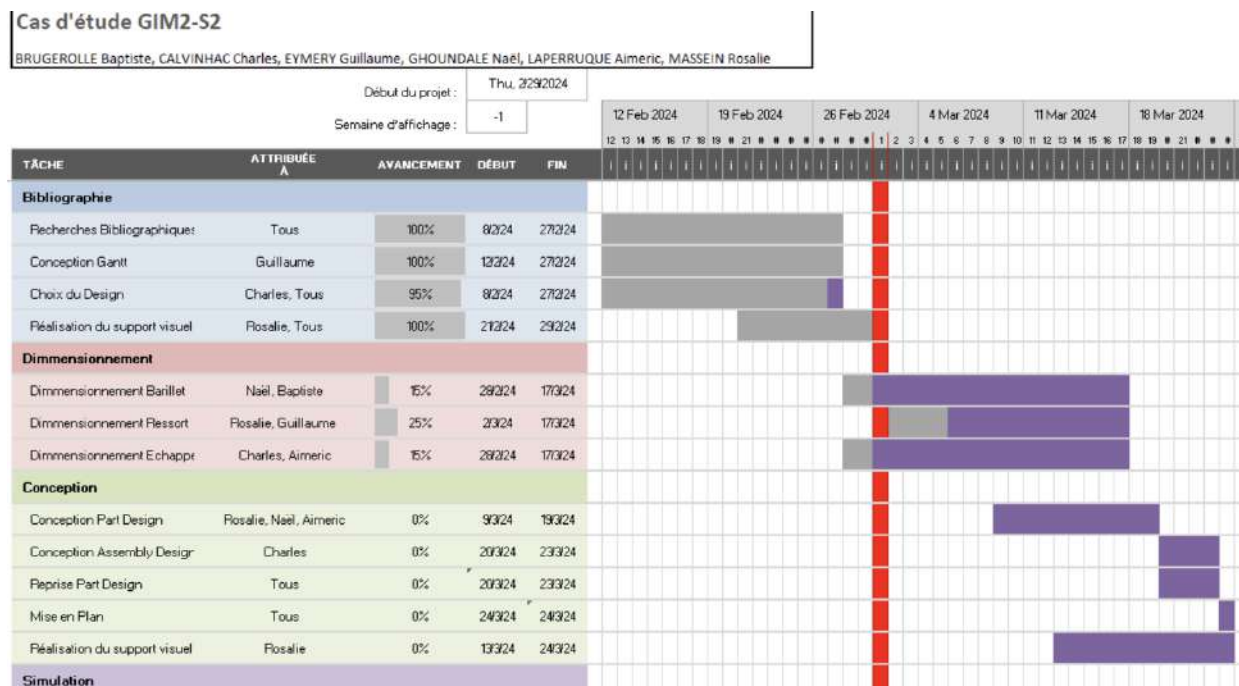
Les avantages de cette répartition sont multiples :

- Cela a permis de se répartir les tâches et le travail.
- En se concentrant sur un seul sous-système, les membres du groupes se sont spécialisés.
- Diviser en sous-groupe a permis à l'ensemble des membres de s'investir de manière équilibrée (meilleure responsabilisation).

En revanche, bien que facile à mettre en place, il peut exister des points négatifs à ce genre de répartition, la principale étant que chaque groupe peut manquer de vision plus globale sur l'ensemble du sujet.

## 2) Gestion du temps

Les différentes tâches sont attribuées à chaque membre et l'avancement du projet est répertorié sur le diagramme de Gantt comme suit :



En pratique, la chronologie a été relativement bien respectée, le groupe était relativement en avance sur le projet lors de chacune de ses soutenances. Cependant, la date de soutenance finale n'a pas été évaluée correctement ce qui a entraîné une période de « rush » sur la fin de l'année.

## 3) Bilan de gestion de projet



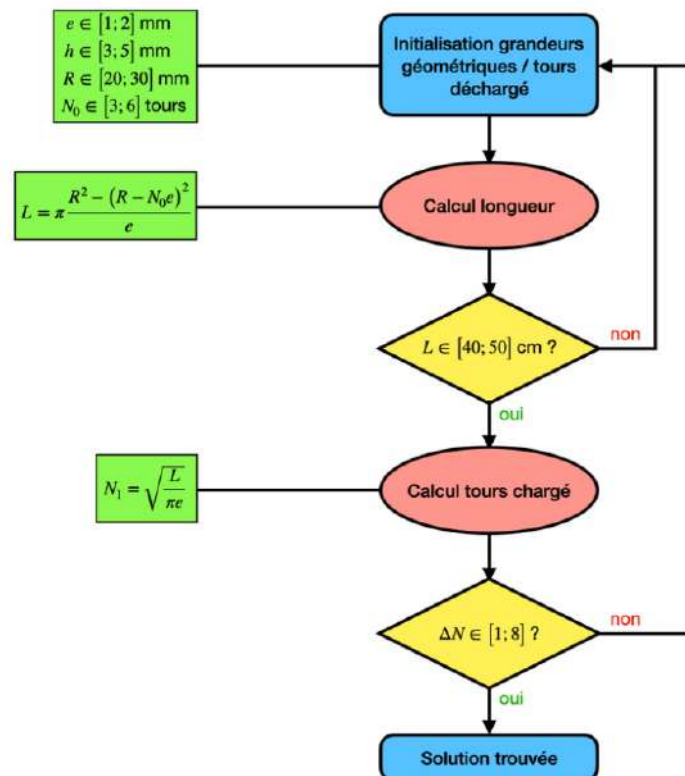
L'objectif du cas d'étude était de réaliser un système d'horlogerie imprimé par méthode de fabrication additive, pouvant fonctionner pendant quelques minutes. Le groupe a eu l'ambition de réaliser un prototype qui est censé se rapprocher le plus possible du design et des fonctionnalités d'une montre (heures, minutes et secondes sur un seul axe), avec toutes les contraintes qui en découlent.

Dans l'ensemble, le projet s'est bien déroulé, l'ambiance du groupe était bonne. Les difficultés majeures ont été rencontrées pendant la période d'assemblage de tous les sous-systèmes. Le cahier des charges de 20x20x20 nous a freiné pendant la période de conception et de montage du prototype. Finalement, les limites de l'impression par fabrication additive ont fait qu'il a souvent fallu réimprimer les pièces, ce qui nous a mis considérablement en retard.

## Partie 3 : Dimensionnement

### 1) Système d'accumulation d'énergie

Pour dimensionner le système d'accumulation d'énergie, nous avons pris une approche géométrique, étant donné que le facteur limitant dans notre conception est principalement les géométries réalisables par le procédé de fabrication additive. Nous avons choisi des valeurs de paramètres empiriques concernant le nombre de tour du ressort, le rayon, la hauteur et l'épaisseur de la section du ressort de barillet. Nous avons suivi l'algorithme suivant, en utilisant des formules de longueur et de tour



En développant un algorithme Python, nous avons obtenu un fichier .txt que nous avons passé dans des filtres Excel pour déterminer des solutions qui respectent tous nos critères.



Nous avons identifié deux solutions pertinentes : une avec une épaisseur de section de 1mm, une autre avec une épaisseur de 2mm. Afin de garantir le stockage d'énergie, nous avons choisi la solution avec la plus grande section. Les dimensions de notre ressort de barillet sont en bleus :

### Valeurs finales (Rouge: $e = 1 \text{ mm}$ , Bleu: $e = 2 \text{ mm}$ )

- Épaisseur: 1 mm / 2 mm
- Hauteur: 3 mm / 5 mm
- Rayon extérieur: 20 mm / 25 mm
- Nombre de tours déchargé: 4 tours / 4 tours
- Nombre de tours chargé: 12 tours / 9,2 tours
- Nombre de tours autonomie : 8 tours / 5,2 tours
- Longueur totale: 45 cm / 53 cm

## 2) Système d'engrenages

L'objectif quant au dimensionnement des engrenages est de faire tourner les trois aiguilles à la bonne vitesse. Pour cela, la roue des secondes (portant l'aiguille des secondes) doit faire un tour en 60 secondes, la roue des minutes doit faire un tour en 60 min et la roue des heures doit faire un tour en 12 heures.

Nous devons ainsi respecter les contraintes suivantes :

### Rapport de réduction :

Nous avons vu dans la partie 1 que la roue des secondes avait son mouvement de 1 tr/min imposé par le système d'échappement. Nous devons donc via la roue des secondes, imposer la rotation de la roue des minutes à  $\frac{1}{60}$  tr/min. De même la roue des minutes doit imposer une rotation de la roue des heures à  $\frac{1}{12 \cdot 60}$  tr/min. La division de la vitesse de rotation de la première roue par la vitesse de rotation de la deuxième roue nous donne le rapport de réduction  $r$ .

Nous connaissons la relation liant le rapport de réduction avec les dents des roues du sous-système associé :

$$r = \frac{\prod Z_{\text{menantes}}}{\prod Z_{\text{menées}}} .$$

### Engrènement :

Pour que les roues puissent engrener il faut qu'elles aient le même module  $m$ .

Par ailleurs angle de pression  $\alpha_0$  de l'engrenage qui est l'angle de contact entre 2 profils de denture et qui est pris usuellement à  $20^\circ$ , nous donne un nombre de dents minimal à respecter :

$$Z_{\text{mini}} = \frac{2}{\sin^2 \alpha_0} = 17$$

### Co axialité :

Sur une montre il paraît évident que les aiguilles doivent avoir le même centre afin d'utiliser un seul cadran et donc de faciliter la lecture. Cela implique des contraintes sur les diamètres de nos roues telle que, si nous avons qu'une seule roue intermédiaire entre la roue des heures et la roue des minutes (ce qui est le cas) :  $d_{\text{roue minute}} + d_{\text{roue intermédiaire}} = d_{\text{roue heure}}$

### Encombrement :

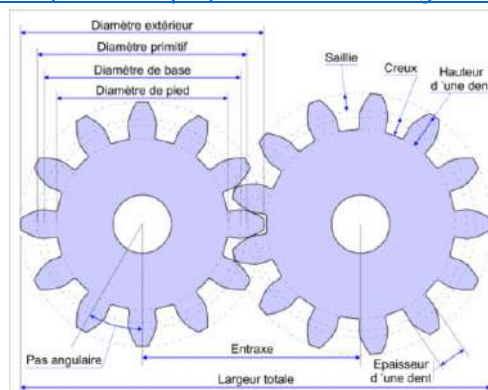
Pour finir, notre système d'engrenages doit tenir dans un volume de 20cmx20cmx20cm. Ayant la relation entre le diamètre primitif  $d$  de la roue et son nombre de dents  $Z$  :  $d = m \cdot Z$ , nous pouvons à présent dimensionner notre système en vérifiant qu'il ne soit pas trop encombrant

Pour cela nous utilisons un tableur Excel dans lequel nous différencions les valeurs à choisir par tâtonnement des valeurs imposées par les relations de contraintes vues précédemment. Voici le tableur en fin de dimensionnement qui nous donne pour chaque roue son diamètre primitif, son nombre de dents et son module.

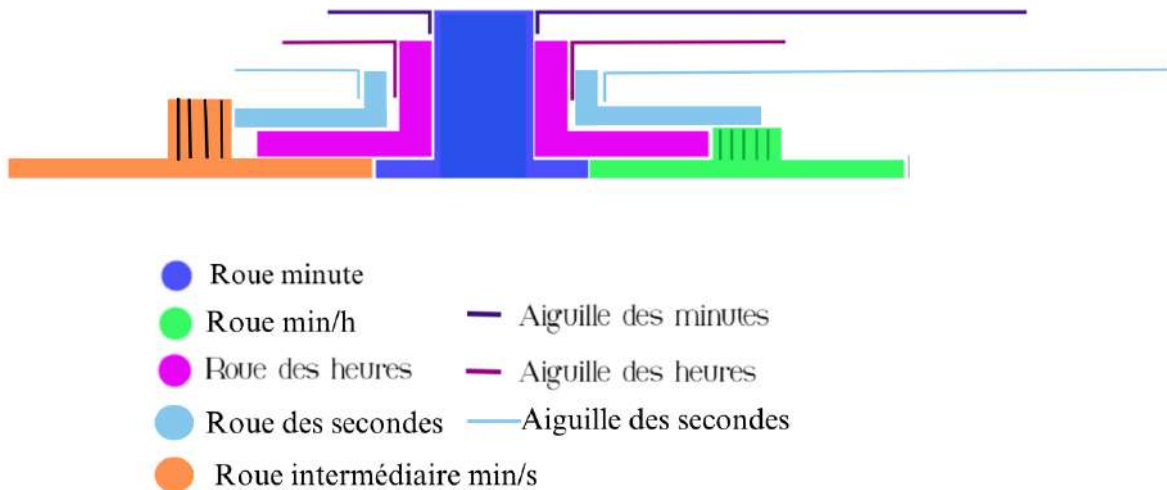
				Roue Minutes				Modifiable Dépendant			
				f_min	0,0167	tr/min					
				Z_min	40	/					
				m_min	1	mm					
				d_min	40	mm					
Pignon 1 s/mn				Roue intermédiaire mn/h				Pignon 2 s/mn			
f	0,033333333	tr/min		f_mn/h	0,007407407	tr/min		f	0,1	tr/min	
Z	20	/		Z_mn/h	90	/		Z	20	/	
m	1	mm		m_mn/h	1	mm		m	1	mm	
d	20	mm		d_mn/h	90	mm		d	20	mm	
Roue 1 mn/s				Pignon int mn/h				Roue 2 s/mn			
f	0,033333333	tr/min		f_pmn/h	0,007407407	tr/min		f	0,1	tr/min	
Z	60	/		Z_pmn/h	15	/		Z	60	/	
m	1	mm		m_pmn/h	1	mm		m	1	mm	
d	60	mm		d_pmn/h	15	mm		d	60	mm	
Roue Secondes				Roue Heures				Pignon Balancier			
f_sec	1	tr/min		f_heure	0,001388889	tr/min		f_bal			
Z_sec	18	/		Z_heure	80	/		Z			
m_sec	1	mm		m_heure	1	mm		m_p_bal			
dsec	18	mm		d_heure	80	mm		d_p_bal			

Figure 4 : Tableur Excel du dimensionnement engrenages

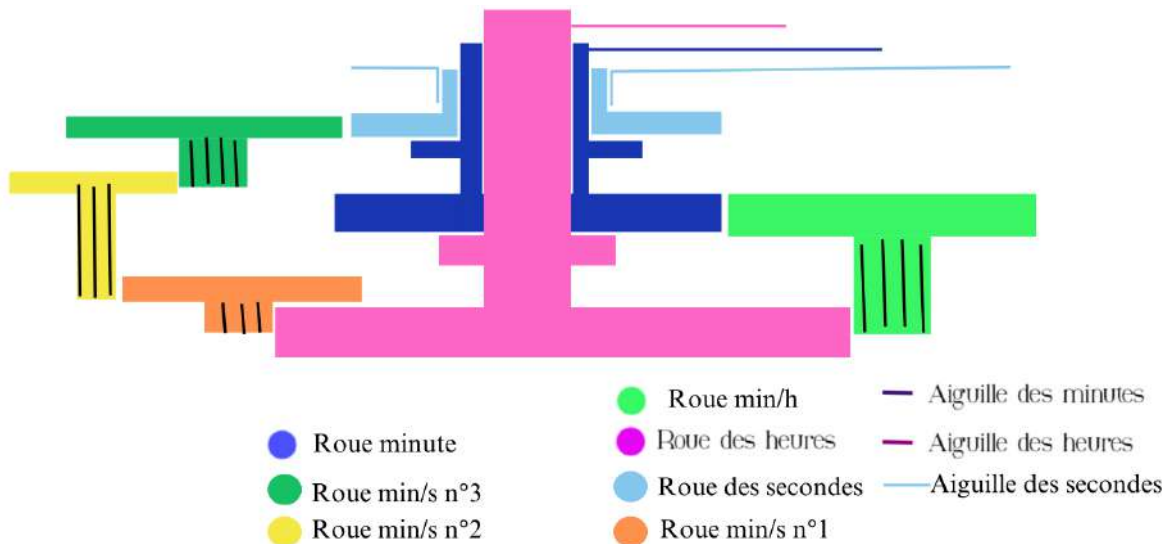
Nous finissons notre dimensionnement en récupérant les données manquantes à l'aide de celles déjà calculées, telles que la hauteur de dents, le diamètre de pied et extérieur ainsi que le creux via un calcul automatique réalisé par le site <https://www.toutcalculer.com/mecanique/dimensions-engrenage.php>



Architecture pensée initialement :



Architecture finale considérant les contraintes :



### 3) Système d'échappement

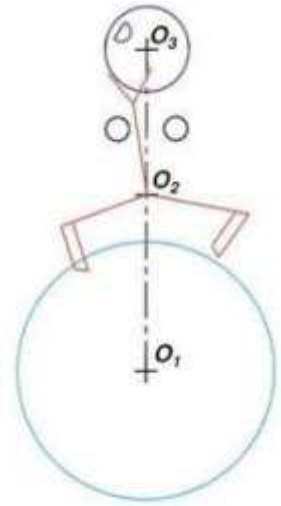
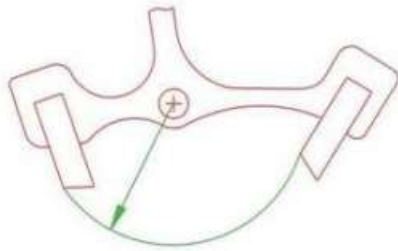
Pour notre projet de groupe, nous avons travaillé sur le système d'échappement à ancre. Ce petit mécanisme est essentiel pour que la montre fonctionne bien et soit précise. Notre tâche était de déterminer les bonnes dimensions pour ce système, en considérant les différentes contraintes techniques.

Nous voulions que l'échappement oscille à une fréquence aux alentours de 2 Hz en utilisant les méthodes de conception préconisées dans le rapport. Pour réaliser le dimensionnement, nous avons dû prendre en compte les différents angles de l'ancre mais aussi de la roue d'échappement.

Premièrement, nous avons décidé d'utiliser un système à pointage équidistant.

C'est-à-dire, les distances  $O1O2 = O2O3$ . Cela permet de définir simplement le nombre de dents à 20 comme le préconise le guide de l'horlogerie. Ainsi nous avons pris 70 mm entre chaque point pour que ça puisse rentrer dans un cercle de 20 cm.

Ensuite, pour les angles d'impulsion, nous avons pris  $14^\circ$  : assez faible pour éviter qu'il y ait trop de frottement et que le système ne marche pas. Enfin, plusieurs contraintes géométriques ont dû être prises en compte, comme les deux points de fuite qui passent par le même cercle comme le montre la figure suivante :



Concernant le hairspring, nous avons choisi d'utiliser l'expression de la fréquence d'oscillation comme seul critère de dimensionnement :

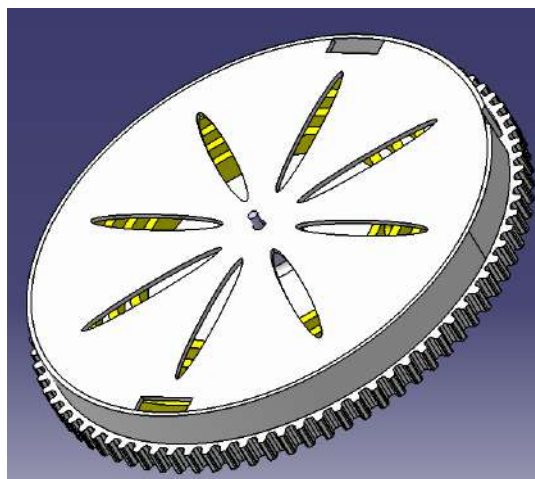
$$f_{air} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{E I}{L A}}$$

Ainsi, nous avons fait des choix de dimensions de la section (I), de longueur du ressort (L), de matériau (E), et de répartition de la masse autour de l'axe du balancier (A). Nous avons jonglé entre Excel et Catia afin de dimensionner un ressort pouvant osciller à une fréquence de **2 Hz** (fixé arbitrairement), tout en assurant une faisabilité de fabrication et d'utilisation.

## Partie 4 : Conception CAO

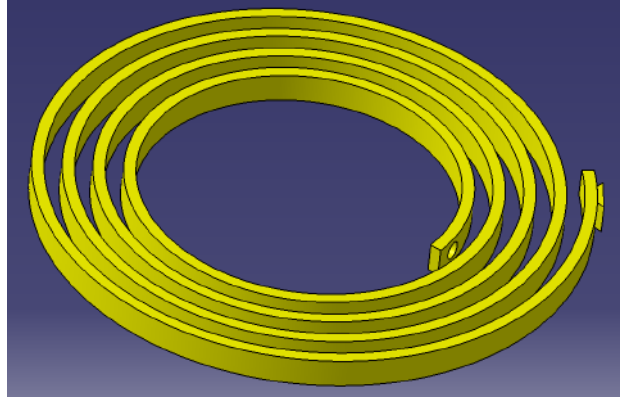
### 1) Système d'accumulation d'énergie

Pour réaliser la CAO du barillet, nous avons réalisés les quatre pièces vues plus haut dans le rapport :

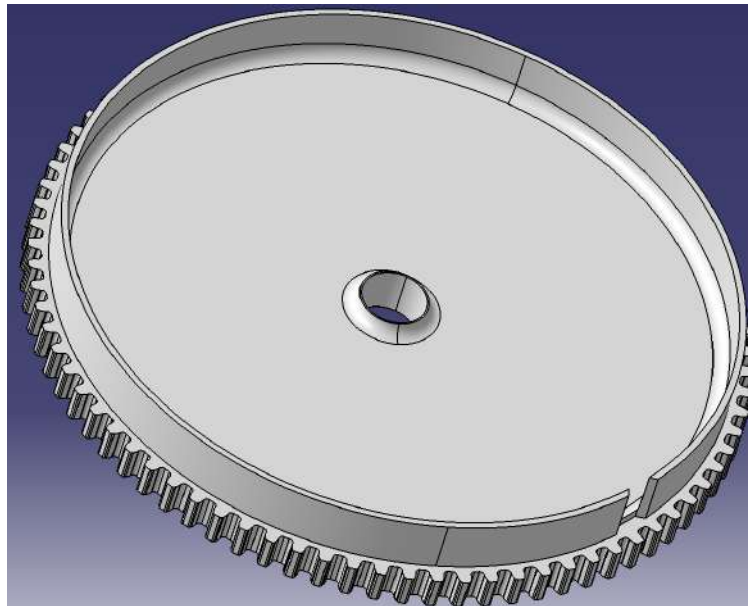




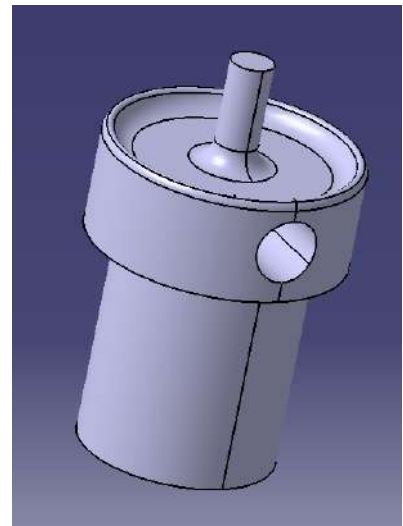
Le ressort suit tout simplement les dimensions que nous avons déterminés lors de la partie dimensionnement. Nous avons mis un trou pour l'extrémité intérieure afin de passer une tige pour encastrer le ressort dans l'arbre du barillet. Une forme trapézoïdale a été choisie pour fixer le ressort avec le tambour de barillet qui contient la forme opposée.



L'engrenage du tambour de barillet suit le même module que tous les autres engrenages ( $m=1$ ) de l'assemblage. Nous retrouvons la forme opposée à celle du ressort pour faciliter son assemblage. Un congé a été réalisé au niveau de l'arbre du barillet afin de limiter le frottement entre ce dernier et le tambour.



Enfin, l'arbre de barillet a un trou pour accueillir la tige qui traverse le trou de l'extrémité intérieure du ressort, afin de lier les deux. Il est mis en position par un centrage long épaulement. Une tige est rajoutée au-dessus afin d'y attacher un système de manivelle pour remonter le ressort de barillet.



## 2) Système d'engrenages

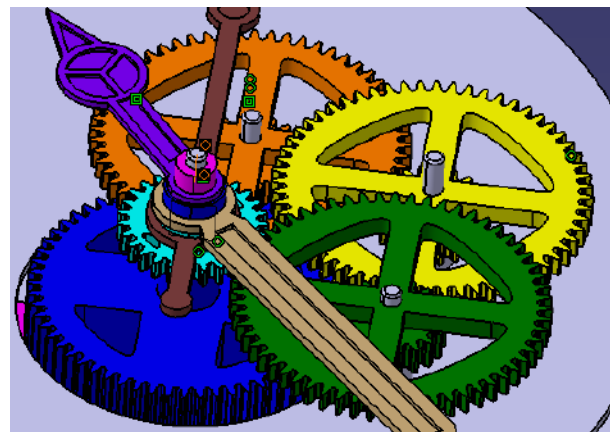
La minuterie aurait pu uniquement être constituée d'une succession de pignons et d'engrenages successifs, ce qui aurait rendu la CAO relativement facile. Néanmoins, afin de se rapprocher le plus possible du design d'un véritable montre, nous avons décidé d'imposer un critère de coïncidence entre tous les axes principaux (heures, minutes, secondes), afin de pouvoir par la suite lire plus facilement l'heure. Cela a considérablement rendu plus difficile la phase de CAO, notamment les aspects de montage/démontage et d'assemblage.

On en a aussi profité pour concevoir les aiguilles, inspiré de la fameuse marque *Rolex*, qui ont une fonction plus décorative que fonctionnelle et qui sont montés serrés avec les arbres des minutes, heures et secondes.

### 1) Minuterie Minute/Seconde

Pour la minuterie entre la roue des minutes (roue sur laquelle est rattachée le barillet) et la roue des secondes, l'aspect de la coaxialité était relativement simple à mettre en place. En imposant les distances entre les axes (telles qu'elles ont été déterminées dans la partie dimensionnement), et en imposant une contrainte de coaxialité entre la roue des minutes et des secondes les engrenages s'arrangeaient dans une disposition qui garantirait le bon fonctionnement du mécanisme en théorie.

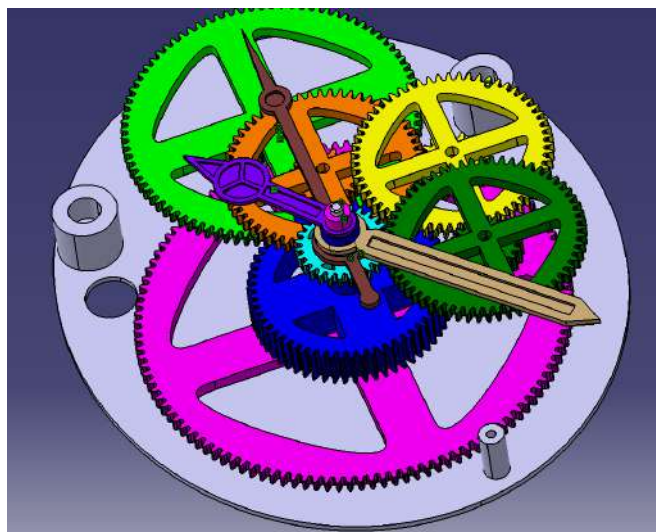
Sur la capture d'écran du dessus, on peut voir la disposition spatiale des 5 composants (roue des minutes en bleu foncé, roue des secondes en bleu clair). Chaque roue intermédiaire étant légèrement surélevée par rapport à l'autre, nous avons une grande liberté sur la disposition des pièces.



### 2) Minuterie Minute/Heure

Pour la minuterie entre les minutes et les heures, comme il y avait seulement trois composants (roue des heures, assemblage intermédiaire heure/minute, roue des minutes), la même « technique » que dans la partie précédente n'était pas applicable. C'est la raison pour laquelle nous avons dû modifier le module des dents afin de pouvoir respecter le critère de coaxialité.

Sur cette capture d'écran, on voit l'ajout en rose de la roue des heures, et en vert



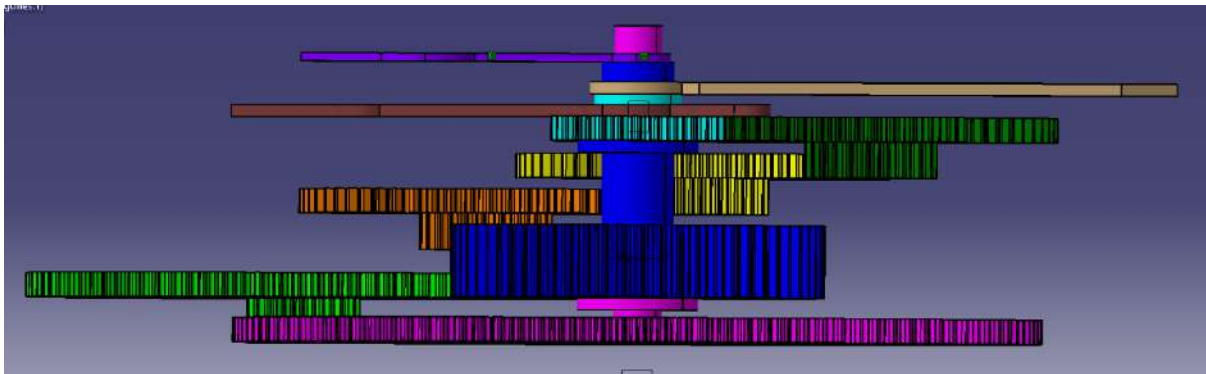
de la roue intermédiaire entre les minutes et les heures. On remarque directement que l'assemblage est plus massif, il est à la limite des attentes du cahier des charges. Il nous paraissait important que les aiguilles (et donc l'axe principal) soient situées au centre du produit fini (afin d'imiter une vraie montre), en contrepartie, cela réduisait l'espace disponible pour l'échappement et le barillet.

Les axes ne figurent pas encore sur le système. Il est impossible de les assembler directement sur le support (partie en gris). Il sera nécessaire d'intégrer un deuxième étage, sur lequel nous installerons les supports pour la minuterie Minute/Seconde.

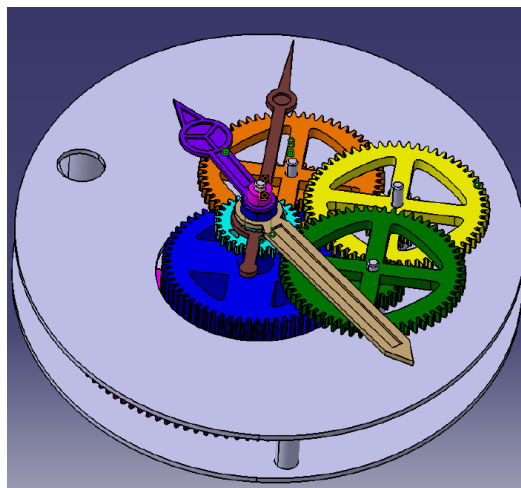
### 3) Support et axes

Le problème majeur avec l'insertion d'un deuxième étage réside dans le fait que la roue des minutes engrène sur la roue deux circuits d'engrenages distincts (minuterie heure, minuterie seconde). Pour pallier ce problème, nous avons augmenté l'épaisseur de la roue des minutes (bleu foncé). Sur la partie supérieure, on engrène la minuterie seconde, sur la partie inférieure, la minuterie des heures. Le barillet sera assemblé aussi sur la partie supérieure de la roue des secondes.

On obtient le système suivant :



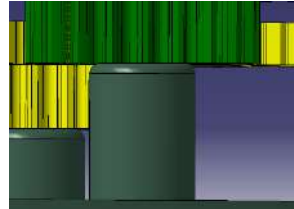
On remarque qu'il reste juste assez de place au milieu de la roue bleue pour intégrer le deuxième étage pour le support.



Ci-dessus, l'assemblage final pour la minuterie. Il nous a fallu décaler l'axe principal du centre de la montre afin de respecter les contraintes du cahier des charges. On a ainsi pu intégrer les axes pour la minuterie Minute/Seconde (en imposant un jeu de 0.5 mm).

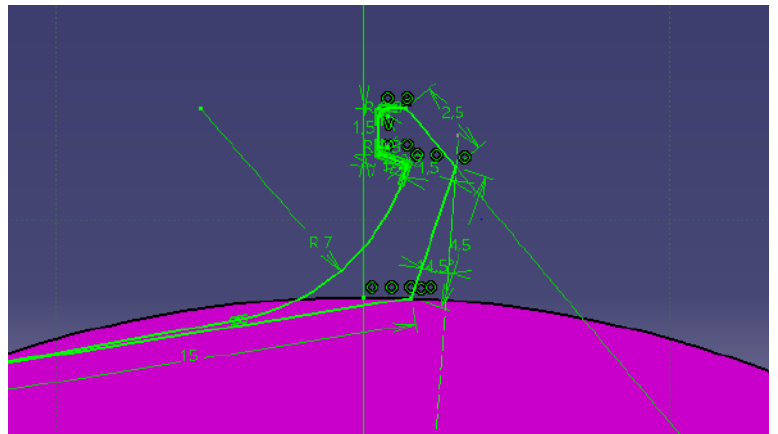
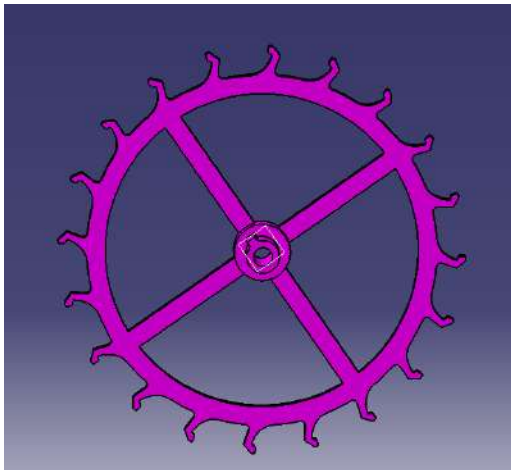
On a aussi intégré un système de pions afin de pouvoir assembler les deux parties différentes du support entre eux.

En ce qui concerne les arbres de rotation, nous avons décidé de les imprimer solidaires avec le bâti. C'est une solution qui est facile à mettre en place mais peu modulable. Par ailleurs, le support est une forme géométrique complexe (support, arbres au-dessus, pions en-dessous), ce qui peut poser certains soucis au moment de l'impression. Les roues dentées reposent sur des extrusions qui sont légèrement plus épaisses que l'axe. On met ensuite des congés sur ces dernières afin de se rapprocher le plus possible d'un contact linéique (et non plus surfacique) entre le bâti et la roue, et donc de diminuer les frottements. Ci-dessous, un zoom sur le contact entre le bâti et un pignon.

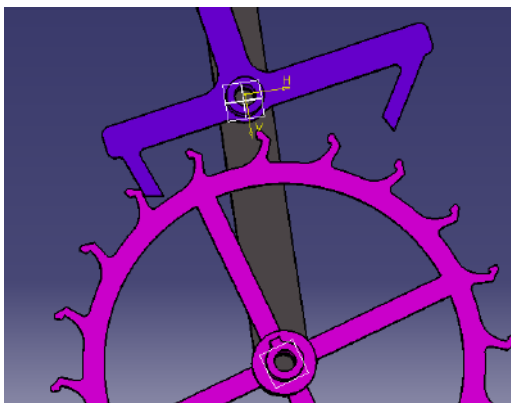


### 3) Système d'échappement

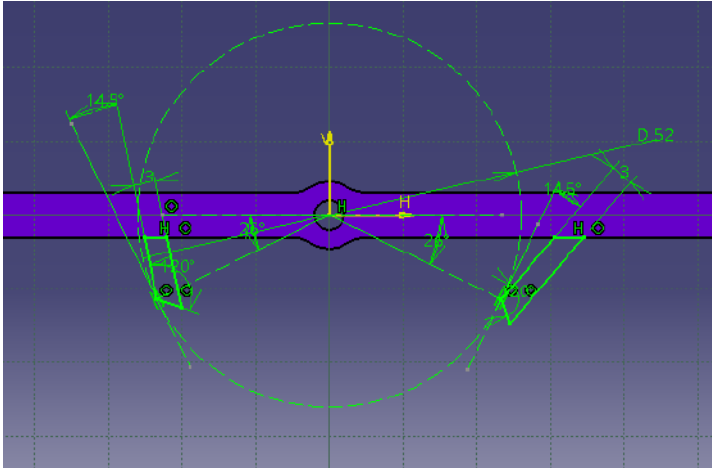
La CAO fut assez dure car on a réitéré plusieurs fois afin d'avoir le meilleur système. Premièrement, nous avons réalisé la CAO de la roue d'échappement car nous savions qu'elle faisait un diamètre d'environ 60 mm. On a donc pris un modèle existant et essayé de copier la géométrie afin d'avoir des angles similaires :



Pour la fourchette et les ancres, on a utilisé les contraintes géométriques évoquées dans la partie précédente. Le but pour nous était de respecter les formes géométriques imposées par l'angle des dents de la roue. On a aussi utilisé Catia pour vérifier la cinématique afin de s'assurer que le système n'allait pas se bloquer dès le premier aller-retour du airspring.

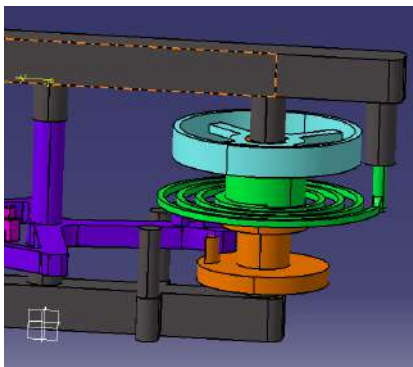
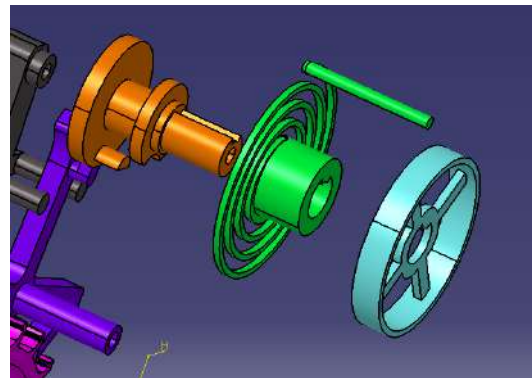




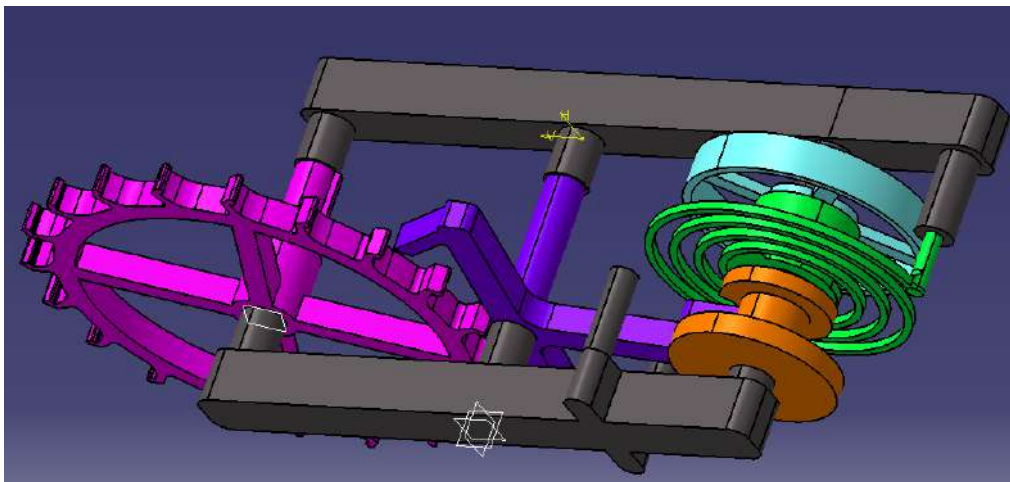


Pour assembler le tout, on a opté pour un balancier long qui entrainerait le ressort ainsi que la roue d'inertie. Cette conception plus simple a permis de diminuer le nombre de pièce final. Cependant, il fallait faire attention au jeu dans les pièces car imbriquer une pièce dans une autre nécessite un minimum de jeu surtout si on imprime nos pièces en dépôt de fil fondu.

Le ressort, en vert, quant à lui possède un arbre qui monte vers le haut et vient s'encaster directement dans le bâti. La totalité des pièces sont enfermées dans un double bâti qui s'emboîte sur le dessus et le dessous comme sur la photo suivante :

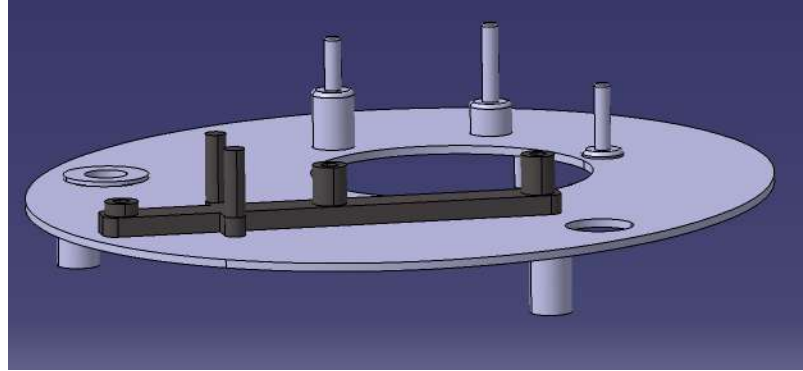
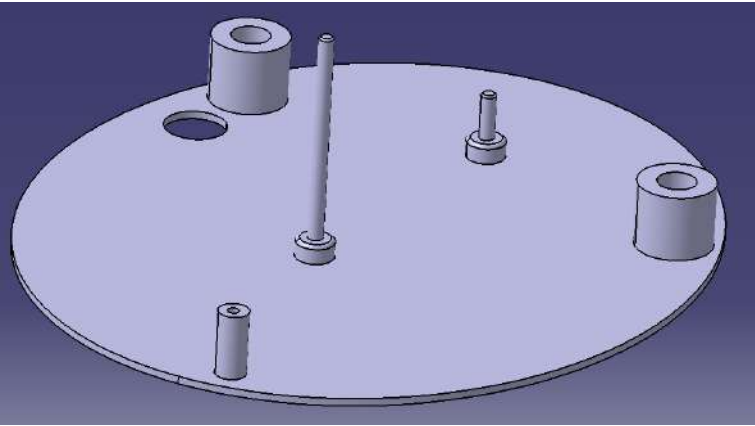


Finalement, voici la CAO finale du système d'échappement à ancre. Nous avons dû bien évidemment revenir sur la conception plusieurs fois pour ajouter des améliorations ou simplifier certaines liaisons. Notamment, les axes longs qui ne l'étaient pas au début et posaient des problèmes de rotulage.

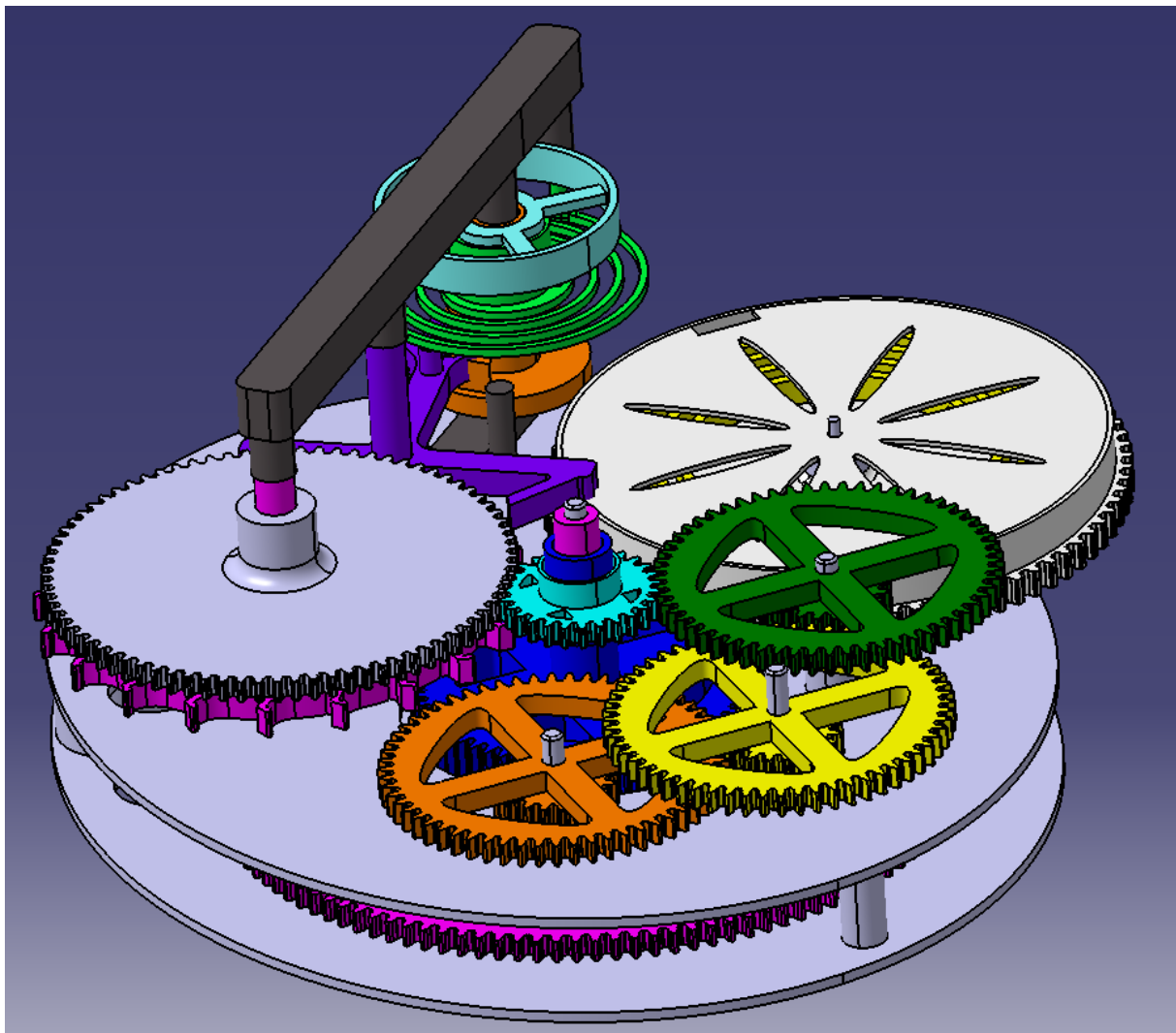


#### 4) Support et assemblage final

Nous avons développé deux supports : un pour accueillir la roue des heures, et l'autre pour accueillir le reste de la minuterie, le barillet et le système d'échappement.



Voici notre assemblage final :



## Partie 5 : Simulation numérique sur COMSOL Multiphysics

### a) Adaptation des fichiers CAO sur COMSOL

Les 2 parties suivantes s'intéressent à la simulation et au test du premier hairspring conçu et imprimé.

L'objectif de ce travail est de comparer la fréquence d'oscillation théorique du Hairspring avec la simulation de ce dernier sous l'effet d'une force. Nous utilisons le logiciel COMSOL Multiphysics en sélectionnant la Mécanique des Structures, et une étude temporelle. On importe, donc, la CAO du ressort et du balancier, convertit en fichier STL.

Après cette étape, nous devons assembler le ressort, le balancier, et l'axe afin de faire converger le calcul. Pour cela, nous avons utilisé les opérations booléennes de COMSOL pour ajouter les pièces une à une. Cependant, nous avons rencontré de multiples problèmes liés à la géométrie interne de nos formes 3D, nous empêchant de mailler notre solide.

Il était fort probable que ces erreurs proviennent de la complexité de nos pièces CAO. Ainsi, nous avons rapidement pris l'habitude de revenir sur CATIA pour simplifier nos formes 3D, afin de reconvertir les fichiers en STL et les importer sur COMSOL.

Après plusieurs itérations, les erreurs persistaient. Nous avons donc fait le choix de supprimer l'extrusion à l'extrémité du hairspring ainsi que l'axe du balancier pour le remplacer par un cylindre directement modélisé sur COMSOL. Ce cylindre devait avoir un rayon supérieur aux rayons intérieurs du balancier et du ressort, pour que la fonction « Ajout » puisse fonctionner. Après plusieurs tentatives vaines, nous avons réussi à trouver, au jugé, le rayon adéquat, soit la position de COMSOL pour éviter toute erreur de calcul, nous permettant de lier nos solides.

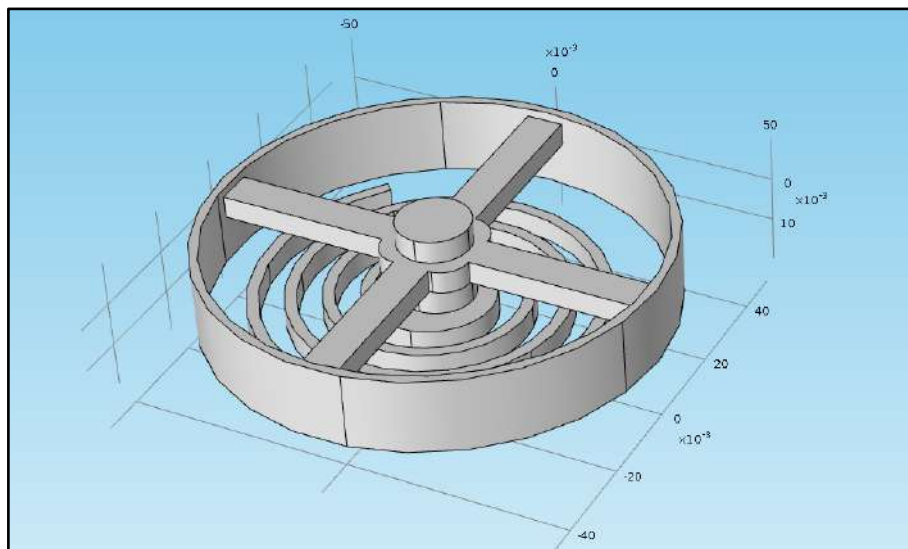


Figure 5 - Modélisation de l'assemblage du balancier, du ressort, et du cylindre sur COMSOL

L'unité de distance par défaut étant le mètre, nous avons réalisé un facteur d'échelle en divisant une distance réelle par une distance mesurée sur COMSOL. On obtient  $k = 10^{-3}$ .

Le choix du matériau est également important puisqu'il impact directement la fréquence de rotation du ressort. Toutes nos pièces étant imprimées en PLA, nous avons choisi :

- $E = 2695 \text{ MPa}$
- $\nu = 0,36$
- $\rho = 1310 \text{ kg.m}^{-3}$

b) Mécanique des structures

Ensuite, l'objectif est d'imposer les bonnes liaisons aux pièces pour représenter, au mieux, le fonctionnement du ressort. On commence par définir la liaison pivot en ajoutant des appuis plans sur les 4 faces circonférentielles du cylindre modélisé précédemment :

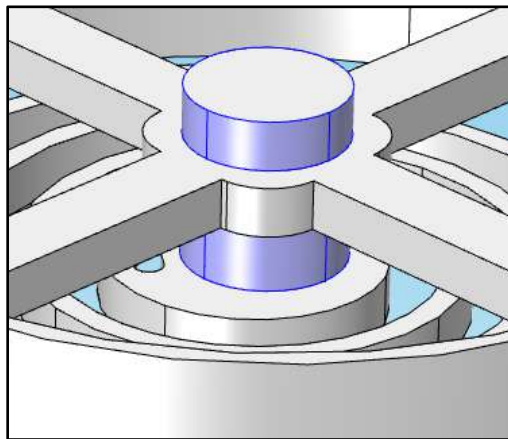


Figure 2 - Définition de la liaison pivot de l'axe par 4 appuis plans circonférentiels

Il est également primordial de fixer l'extrémité extérieure du hairspring afin que ce dernier puisse se comprimer et se détendre périodiquement, sous l'effet de la force. Pour cela, un encastrement sur la face extérieure est suffisant :

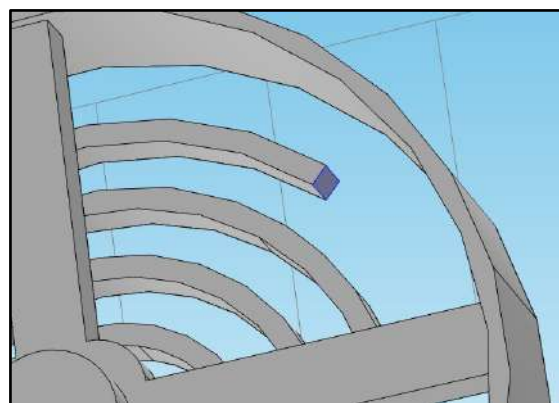


Figure 3 - Définition de l'encastrement du ressort dans la structure

L'ajout de l'effort est particulier puisqu'il s'agit d'amorcer une force sur une arête sur la périphérie du ressort, par exemple. Pour cela, on définit une fonction dans COMSOL :



$$F_0 = 10 \times (t < 0.1)$$

Grâce à la variable  $t$ , prédéfinie dans le logiciel, nous pouvons appliquer une force de 10 N/m pendant 0.1 s. Ainsi, une fois cette durée écoulée, le balancier ne sera soumis à plus aucune force et le ressort directement lié à la roue par le biais de l'axe, initialement comprimé dans son domaine élastique, se détendra. Ainsi, ses oscillations seront amorcées et il sera possible de mesurer sa fréquence d'oscillation.

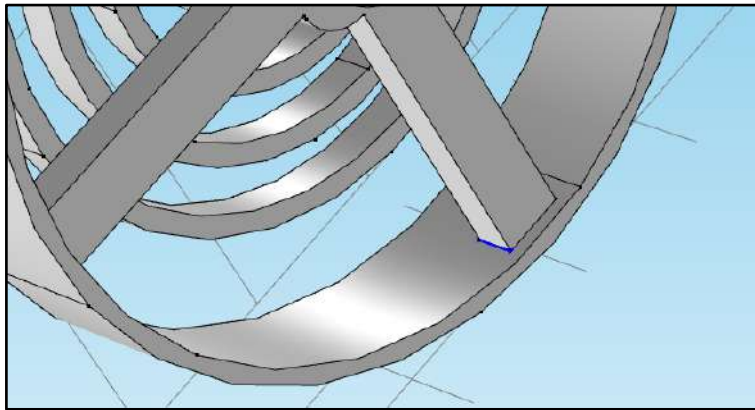


Figure 4 - Effort de 10 N/m sur l'arête surlignée en bleu, suivant la direction  $z$  tangente à la roue, au niveau de l'arête

A présent, toutes les étapes préliminaires ont été réalisées et il est, maintenant, possible de mailler l'assemblage.

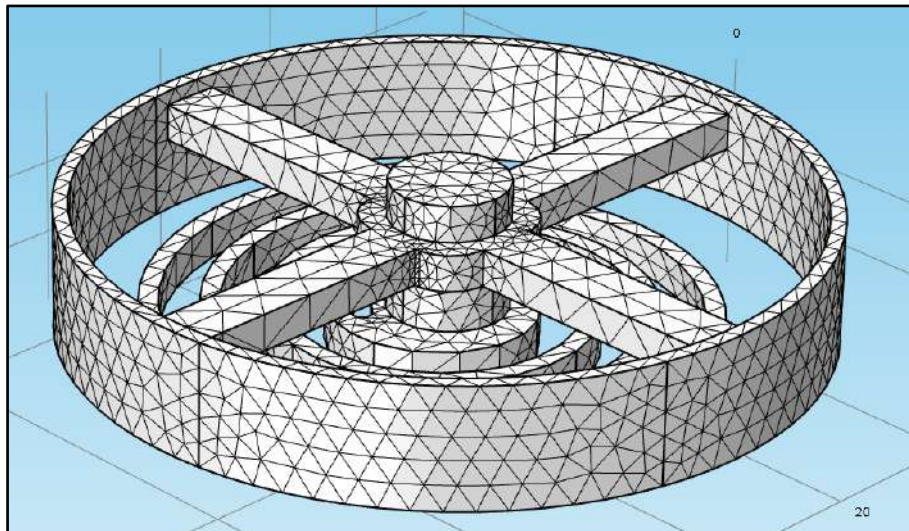


Figure 5 - Maillage de l'assemblage balancier, ressort, et axe

Dans un premier temps, nous observons un gradient de couleur sur l'assemblage, représentant la contrainte de Von Mises cumulée au sein du solide. De plus, nous constatons un écart angulaire entre la déformée du balancier et sa position initiale (segments noirs sur la figure suivante). Cette rotation confirme bien nos attentes de compressions et détentes successives du ressort et nous conforte dans l'idée que notre modèle est plutôt conforme à la réalité.

c) Mesure de la fréquence

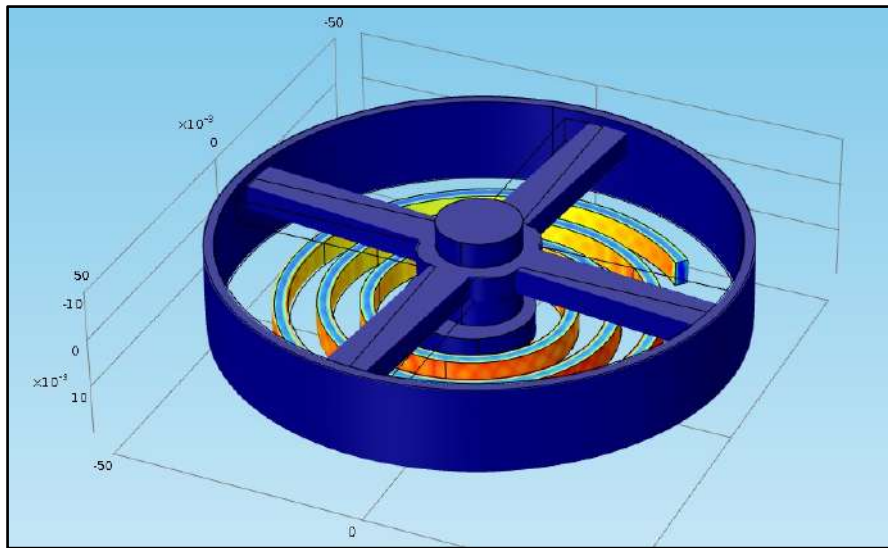


Figure 6 - Visualisation de l'écartement angulaire du balancier, par rapport à sa position d'équilibre

Également, on peut afficher la vue de dessous, afin de mieux observer la répartition des contraintes  $\sigma_{Von Mises}$ . On remarque, sur une demi-période, la présence de contraintes de traction sur la face extérieure du ressort, et de compression sur la face intérieure. De plus, la fibre neutre (en bleue) démontre que la contrainte s'annule au centre de la section du ressort ( $div(\sigma) = 0$ ). Ce phénomène démontre, encore une fois, que le ressort est bien sollicité en flexion et que le modèle est conforme à la réalité.

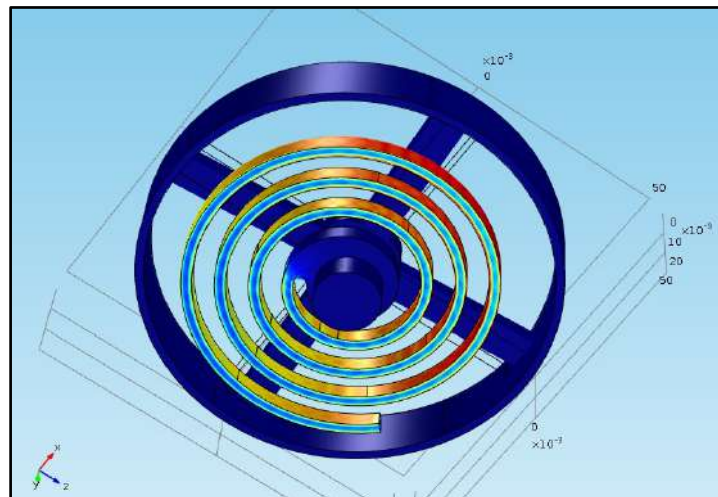


Figure 7 - Visualisation des contraintes de flexion au sein du hairspring

Le calcul étant fait tous les dixièmes de secondes, sur une durée de 5 secondes, il nous est possible d'observer le déplacement du balancier régulièrement.

Pour cela, on attend le passage à un maximum d'un point du balancier, choisi arbitrairement. On relève l'instant correspondant et on le soustrait à l'instant affiché une période plus tard. De plus, il faut attendre un certain temps pour s'assurer que la mesure de la période ne soit pas faussée par l'imposition de la force. Ainsi, on ne mesurera pas  $t_0 = 0$ .

On remarque sur la capture suivante que le temps  $t_0$  choisi est de 1,45 secondes.

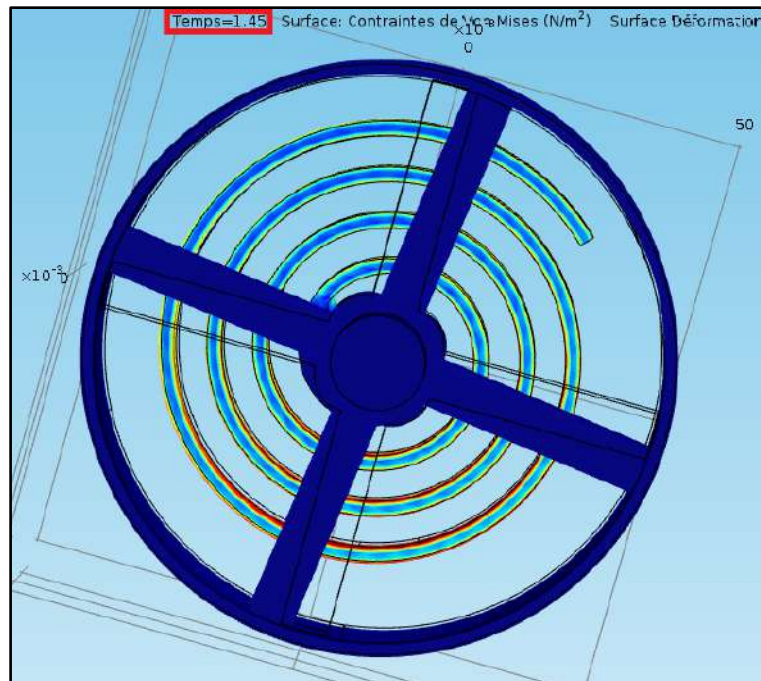


Figure 8 - Visualisation de la déformée du balancier à  $t_0$

Une période plus tard, on mesure un instant  $t_f$  de 1,89 secondes.

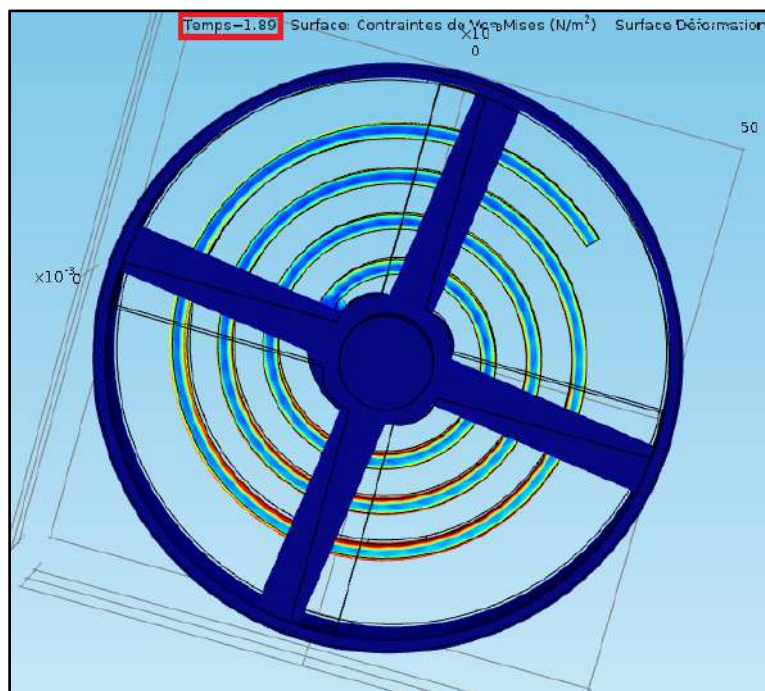


Figure 9 - Visualisation du balancier à  $t_f$

On calcule donc la période  $T = t_f - t_0 = 1,89 - 1,45 = 0,44$  s et on en déduit la fréquence :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,44} \sim 2,27 \text{ Hz}$$

On remarque que cette fréquence est différente de la fréquence théorique calculée dans la partie dimensionnement du projet,  $f_{théorique} = 2 \text{ Hz}$ .

On peut donc calculer l'écart relatif :  $\varepsilon = \frac{f_{simulation} - f_{théorique}}{f_{théorique}} = \frac{2,27 - 2,00}{2,00} = 0,135 = 13,5\%$

Même si cet écart est assez faible, il reste tout de même présent. Il est possible de l'expliquer par le fait que COMSOL requiert une simplification la géométrie de l'assemblage. En effet, pour permettre un maillage des solides et la possibilité du calcul de la déformation. Par exemple, nous avons dû retirer l'extrusion au niveau de l'extrémité extérieure du ressort ainsi que retirer l'axe dessiné sur CATIA pour le remplacer par un cylindre de plus faibles dimensions. Ces opérations impliquent un retrait de masse,

augmentant la pulsation du ressort :  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

- K : rigidité du système oscillant.
- M : masse du système oscillant.

## Partie 6 : Test de la fréquence du Hairspring

Après avoir réalisé le dimensionnement du balancier et du ressort ainsi que la simulation de ce dernier sous l'effet d'une force, il est possible de comparer les valeurs des fréquences obtenues par une valeur expérimentale. En effet, il est intéressant de connaître la fréquence réelle de notre système puisque c'est celle-ci qui conditionne la vitesse de rotation de nos aiguilles.

Afin de mesurer cette grandeur, nous avons réalisé des tests avec un système comportant un émetteur laser et un récepteur du signal réfléchi sur une surface plane. En faisant osciller notre balancier sous ce faisceau, il était possible d'obstruer la trajectoire de ce dernier lors du passage d'une des branches de la roue. Avec cette manipulation, on réduisait la distance parcourue par la lumière. Une carte d'acquisition convertissait la distance mesurée en signal électrique, et l'affichait sur l'ordinateur.

Nous avons fait plusieurs essais dont celui conforme au graphe suivant, tracé sur excel :

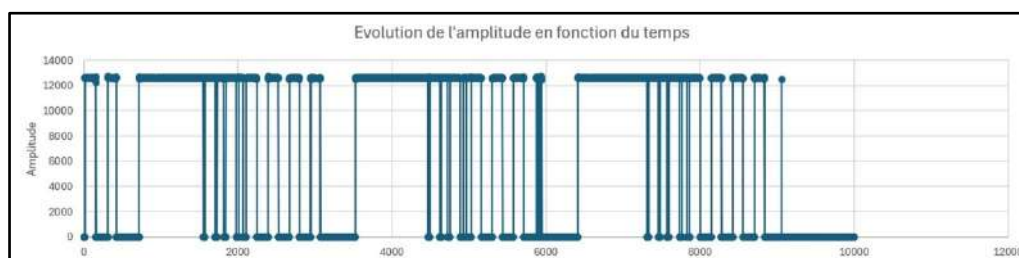


Figure 6 - Evolution de la distance parcourue par le faisceau laser en fonction du temps

Pour mesurer la fréquence, on décide de zoomer sur l'une des trois grandes périodes affichées à l'écran.

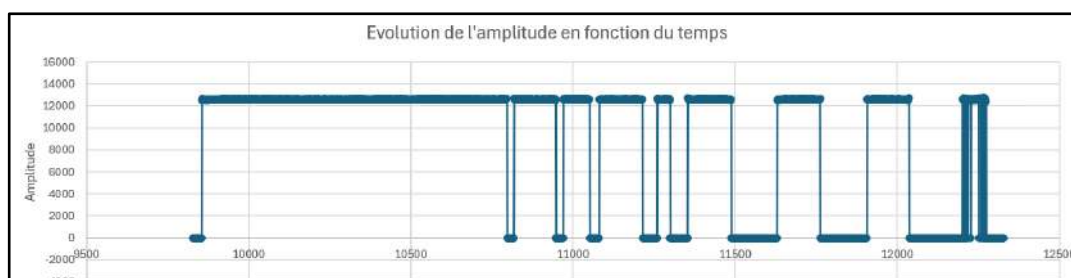


Figure 7 - Zoom du graphe précédent



Premièrement, on remarque la présence d'un régime transitoire s'étendant de 10750 ms à 11400 ms, probablement due à la rotation de la roue sous l'effet de son inertie lorsque la force appliquée est trop grande. On effectue donc nos mesures en régime permanent de 11480 ms à 12300 ms.

Ainsi, on obtient  $T = 12030 - 11480 = 550 \text{ ms} = 0,55 \text{ s}$

Et on en déduit  $f_{\text{expérimentale}} = 1,82 \text{ Hz}$

On calcule l'écart relatif :  $\varepsilon = \frac{f_{\text{théorique}} - f_{\text{expérimentale}}}{f_{\text{théorique}}} = \frac{2,00 - 1,82}{2,00} = 0,09 = 9\%$

On obtient ici, un écart plus faible qu'entre la théorie et la simulation. Afin d'expliquer cet écart, il est possible de repartir du même raisonnement que dans la partie précédente. Si on considère la pulsation propre du système oscillant  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ , on peut se demander s'il existe un décalage entre la masse théorique et pratique. En effet, l'inertie (donc la répartition de la masse) de l'axe de rotation n'est pas prise en compte dans le dimensionnement. Ainsi, l'ajout de cette masse dans la pratique, diminue la fréquence réelle.

Désormais, il est important de redimensionner le balancier et le hairspring, afin d'obtenir une fréquence réelle de 2 Hz. C'est l'objet de la partie CAO.

## Partie 7 : Impression 3D et assemblage

L'impression 3D est la dernière étape de ce cas d'étude. Nous allons imprimer chacune de nos pièces décrites précédemment dans la partie CAO sur imprimante dépôt de fil fondu Prusa MK3 et Prusa mini. Le matériau utilisé est du PLA.

### 1) Système d'accumulation d'énergie

Pour l'impression du barillet, nous avons imprimé le ressort comme indiqué dans la CAO. Ceci fait que lorsque nous essayons de lier le ressort avec l'axe, le ressort est asymétrique et se retrouve collé à la paroi : il aurait valu mieux répartir le volume du ressort dans la CAO. N'ayant pas pu imprimer de manivelle pour remonter, nous avons collé une tige au-dessus de l'arbre.



### 2) Système d'engrenages

Pour l'impressions de nos roues et pignons nous décidons de regrouper en une pièce les pignons et roues des pièces intermédiaires car ils partagent le même axe. Nous les imprimons, ainsi que nos trois roues principales et les aiguilles qu'elles vont porter. Nous obtenons donc l'ensemble de notre système d'engrenage :



Figure 8 : engrenages imprimés en PLA

L'impression a été bonne dès le premier essai, les peu de supports qui ont été générés ont été enlevés facilement.

### 3) Système d'échappement

L'impression a été plutôt difficile car il y a eu beaucoup de problèmes. Premièrement, les arbres de liaisons pivots de 4 mm ne s'imprimaient jamais correctement empêchant le bon montage et le fonctionnement du système. Il fallait souvent revoir les jeux car on ne pouvait pas monter certaines pièces et on finissait par les casser en forçant l'assemblage.



#### 4) Support

Nous finissons nos impressions par celle du support qui s'organise en deux étages. Le premier étage va supporter les roues principales qui portent les aiguilles (pic du centre) et la roue intermédiaire h/min. Le support du milieu vient supporter les 3 roues intermédiaires s/min qui sont donc placé plus haut mais aussi les eux autres parties : barillet et système d'échappement.

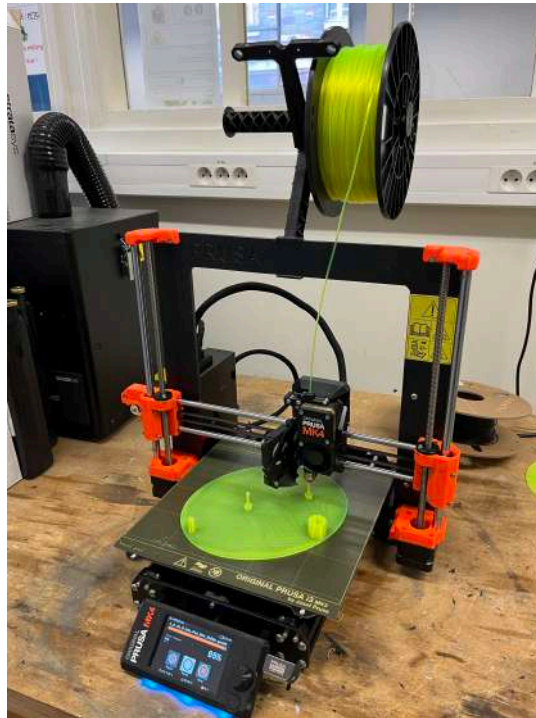


Figure 9 : Impression du support du bas sur MK3 Prusa

L'impression du support a posé certains problèmes. Tout d'abords, lors de l'impression du support du bas la différence de taille entre les deux tiges a donc impliqué une mauvaise impression de la tige plus haute car la tête d'impression était concentrée sur une très petite zone (diamètre de tige de 3mm). On compare la tige mal imprimée à une tige bien imprimée :



Figure 10 : Tige mal imprimée (dessus) et tige bien imprimée (dessous)

Pour résoudre ce problème nous avons imprimé les deux tiges à la même hauteur puis coupé celle étant trop grande pour lui donner la bonne taille. Aussi, nous avons sous-estimé le jeu nécessaire des tiges ce qui nous a obligé à ponçer celles-ci pour qu'elles puissent recevoir les roues.

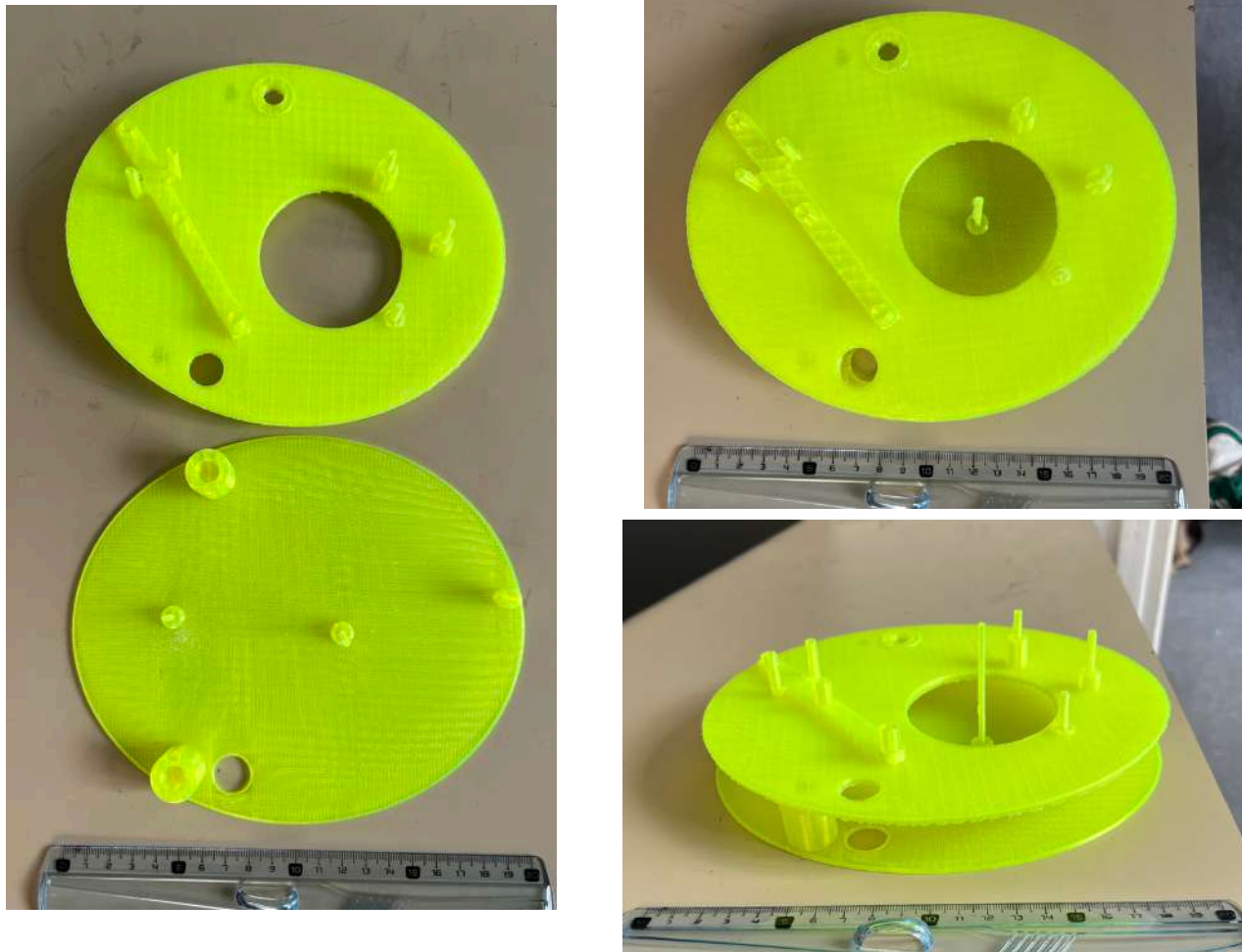


Figure 11 : Support du haut et du bas imprimé en PLA



## Notre système final :



