

EC 763 : Mathématiques pour l'ingénieur 2

Travaux Dirigés n° 1 : Systèmes d'équations linéaires

Guillaume Franchi

Année universitaire 2025-2026

■ Résolution de systèmes

Exercice 1

Résoudre les systèmes suivants.

$$\text{a) } \begin{cases} 2y - z = 1 \\ -2x - 4y + 3z = -1 \\ x + y - 3z = -6 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x - 3y + 7z = -4 \\ x + 2y - 3z = 6 \\ 7x + 4y - z = 22 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 2y - 3z = -1 \\ 3x - y + 2z = 7 \\ 8x + 2y - 2z = 9 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x - y + z - t + w = 0 \\ x + y + 2z - t = 1 \\ 2x - 2y + 3z - t + 2w = -1 \\ 4x - 2y + 6z - 3t + 3w = 2 \end{cases}$$

■ Systèmes linéaires avec paramètres

Exercice 2 Soient a, b et c trois nombres réels. On note

$$(S) : \begin{cases} x + 2y - z = a \\ -2x - 3y + 3z = b \\ x + y - 2z = c \end{cases}$$

1) A quelle condition portant sur a, b et c le système (S) admet-il des solutions ?

2) Résoudre (S) lorsque $(a, b, c) = (0, 0, 1)$ et $(a, b, c) = (1, -2, 1)$.

Exercice 3 Discuter du nombre de solutions du système $\begin{cases} mx + y = 1 \\ x + my = 1 \end{cases}$ en fonction du paramètre m .

Exercice 4 Résoudre le système (S) suivant la valeur du réel t .

$$(S) : \begin{cases} (2+t)x + 2y - z = 0 \\ 2x + (t-1)y + 2z = 0 \\ -x + 2y + (2+t)z = 0 \end{cases}$$

■ Problèmes

Exercice 5

En 2021, un investisseur achète 10 000 actions de 3 sociétés pour un montant de 55000 euros :

- Apple 10 euros/action
- Renault 5 euros/action
- Alibaba 4 euros/action

Six mois plus tard, l'action d'Apple a doublé, celle de Renault a augmenté de 20%, et celle d'Alibaba a diminué de 50%. Le montant total de ses actions est alors 68 000 euros.

Combien d'action de chaque sociétés a-t-il acheté en 2021 ?

Exercice 6

Une économie est divisée en trois secteurs : Charbon, Acier et Electricité. Chaque industrie dépend des autres pour ses matières premières.

- Pour produire 1 euro de charbon, il ne faut pas de charbon, 0,10 euro d'acier et 0,10 euro d'électricité.
- Pour fabriquer 1 euro d'acier, il faut 0,20 euro de charbon, 0,10 euro d'acier et 0,20 euro d'électricité.
- Pour produire 1 euro d'électricité, il faut 0,40 euro de charbon, 0,20 euro d'acier et 0,10 euro d'électricité.

Si nous voulons que l'économie produise 1 milliard d'euros de charbon, 0,7 milliard d'euros d'acier et 2,9 milliards d'euros d'électricité, combien de charbon, d'acier et d'électricité devons-nous consommer ? Répondre aux questions préliminaires suivantes.

- 1) On note x_1, x_2, x_3 les productions respectives de charbon, d'acier et d'électricité en centaine de millions d'euros. Montrer qu'une production de 1 milliard d'euros de charbon conduit à l'équation :

$$10x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 10.$$

- 2) Ecrire de même les deux autres contraintes.
- 3) Apporter une solution au problème initial.