

EC 763 : Mathématiques pour l'ingénieur 2

Travaux Dirigés n° 3 : Inversion de matrices

Guillaume Franchi

Année universitaire 2025-2026

■ Calculs de déterminants

Exercice 1

Calculer les déterminants suivants

$$1) \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 5 & 1 \end{vmatrix}$$

$$2) \begin{vmatrix} 10 & 4 & 5 \\ 2 & -5 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$3) \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

■ Inversion de matrices

Exercice 2

Les matrices suivantes sont-elles inversibles ?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Si oui, calculer leur inverse.

Exercice 3

Les matrices suivantes sont-elles inversibles ?

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & -5 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & 6 \\ 5 & -4 & 5 \end{pmatrix}.$$

Exercice 4

Soit $a \in \mathbb{R}$ et $A = \begin{pmatrix} 4 & a & -3 \\ a & -2 & -3 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$. Déterminer les valeurs de a pour lesquelles A est inversible, et calculer alors A^{-1} .

Exercice 5

On pose

$$M = \begin{pmatrix} 8 & 10 & -6 \\ -2 & -3 & 1 \\ 6 & 7 & -5 \end{pmatrix}.$$

- 1) Calculer M^3 .
- 2) Vérifier que $1 - x^3 = (1 - x)(1 + x + x^2)$.
- 3) En déduire que $I_3 - M$ est inversible, et calculer son inverse.

■ Résolution de systèmes

Exercice 6

Résoudre, en fonction de a, b et c le système suivant

$$\begin{cases} 3x - y + 2z = a \\ -x + 2y - 3z = b \\ x + 2y + z = c \end{cases}.$$