

ECN 7055 Macroéconomie B

Guillaume Sublet

Université de Montréal

Cours II.3: Optimum social

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

- X Risques particuliers sur le marché du travail (Aiyagari (1994))
- X Risques particuliers sur le marché du capital (Angeletos (2007))
- 3. Optimum social (Dávila Hong Krusell Ríos-Rull (2012))

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

Économie positive vs. normative

Économie positive : comment est-ce que l'économie fonctionne ?

- ▶ Le modèle nous permet d'évaluer différents mécanismes.

Par exemple, on vient d'étudier, à l'aide du modèle d'Aiyagari (1994), l'effet du risque sur le revenu du travail avec des marchés financiers incomplets. On a trouvé que l'absence de marché de l'assurance induit un taux d'intérêt plus bas que quand les marchés sont complets. On a attribué cette baisse du taux d'intérêt à l'épargne de précaution.

- ▶ Pas de jugement de valeur.

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

Économie positive vs. normative

Économie normative : comment est-ce que l'économie devrait fonctionner ?

- ▶ « devrait » indique un jugement de valeur
- ▶ Le modèle nous permet d'évaluer les différentes possibilités
- ▶ Un critère de bien-être social (e.g. optimum de Pareto ou fonction de bien-être social) nous permet d'évaluer le bien-être associé à ces différentes possibilités afin de le comparer.

Jusqu'à présent, nous avons couvert des questions positives. Cette section II.3 « Optimum social » aborde des aspects normatifs. Le cours ECN7059 (Automne 2021) utilise ces concepts normatifs pour guider l'élaboration de politiques fiscales et monétaires optimales.

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 4. Optimum social

Lectures

- ▶ Dávila Hong Krusell Ríos-Rull (2012) « Constrained efficiency in the neoclassical growth model with uninsurable idiosyncratic shocks » *Econometrica*
- ▶ Pour approfondir :
 - ▶ Nuño Moll (2018) « Social optima in economies with heterogeneous agents » *Review of Economic Dynamics*
 - ▶ Gottardi, Kajii et Nakajima (2015) « Constrained Inefficiency and Optimal Taxation with Uninsurable Risks » *JPubET* et (2018) « Optimal Taxation and Debt with Uninsurable Risks to Human Capital Accumulation » *AER*

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 4. Optimum social

Plan du cours III.3

1. Rappel : efficience et théorèmes de l'économie du bien-être
2. Définition : optimum de second rang et efficience-conainte
3. Économie à la Aiyagari (1994) sur deux périodes :
 - 3.1 Équilibre
 - 3.2 Efficience-conainte avec agents identiques
 - 3.3 Efficience-conainte avec agents hétérogènes
4. Exercice

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 1) Rappel : efficience et théorèmes de l'économie du bien-être

Definition : Une allocation $(x_i)_{i \in \mathcal{I}}$ est efficiente au sens de Pareto si il n'existe *pas* d'autre allocation $(\tilde{x}_i)_{i \in \mathcal{I}}$ qui satisfait les contraintes de ressources et pour laquelle

- ▶ $u_i(\tilde{x}_i) \geq u_i(x_i)$ pour chaque $i \in \mathcal{I}$
- ▶ $u_j(\tilde{x}_j) > u_j(x_j)$ pour au moins un $j \in \mathcal{I}$.

Definition : Une fonction de bien-être social est une fonction qui agrège l'utilité des ménages $W(u_1, \dots, u_I)$. Par exemple :

- ▶ Fonction de bien-être social utilitarienne :
$$W(u_1, \dots, u_I) = \sum_{i=1}^I u_i$$
- ▶ Fonction de bien-être social utilitarienne pondérée :
$$W(u_1, \dots, u_I) = \sum_{i=1}^I \omega_i u_i \text{ où } \omega_i > 0 \text{ sont appelés des poids sociaux.}$$

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 1) Rappel : efficience et théorèmes de l'économie du bien-être

Rappels :

- ▶ Si une allocation maximise une fonctions de bien-être social utilitarienne pondérée sous les contraintes de ressources, alors cette allocation est efficiente au sens de Pareto.
- ▶ Si une allocation est efficiente au sens de Pareto et l'ensemble de possibilité des utilités est convexe, alors il existe une distribution de poids sociaux telle que l'allocation est la solution du problème de maximisation de la fonction de bien-être social utilitarienne pondérée par cette distribution de poids sociaux sous les contraintes de ressources.

Definition : On appelle problème du planificateur le problème d'optimisation d'une fonction de bien-être social sous les contraintes de faisabilité (e.g. contraintes de ressources).

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 1) Rappel : efficience et théorèmes de l'économie du bien-être

Definition : Les marchés sont dits complets si tous les biens et services pertinents pour l'utilité des ménages, leur ensemble de choix, et la technologie des firmes peuvent être échangés sur un marché compétitifs à un prix donné. (cf. Arrow (1969))

Premier théorème de l'économie du bien-être : si les marchés sont complets, ce qui implique, entre autres :

- ▶ pas d'externalités, pas de biens publiques,
- ▶ compétition parfaite
- ▶ pas d'asymétrie de l'information
- ▶ exécution parfaite des contrats
- ▶ agents se comportent de manière rationnelle etc

alors l'allocation d'un équilibre compétitif est efficiente au sens de Pareto.

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 1) Rappel : efficience et théorèmes de l'économie du bien-être

Exercice : Supposer que vous étudiez une économie pour laquelle le premier théorème de l'économie du bien-être est satisfait. Y-a-t-il un rôle pour une analyse normative de cette économie ? Quelles conclusions pouvons nous tirer ?

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 1) Rappel : efficience et théorèmes de l'économie du bien-être

Éléments de réponse :

- ▶ Le premier théorème de l'économie du bien-être garantit que l'allocation d'équilibre est efficiente au sens de Paréto. Il n'y a donc pas de gain d'efficience possible au sens de Paréto. L'allocation d'équilibre maximise une fonction de bien-être social utilitarienne pondérée par une distribution des poids sociaux bien précise.
- ▶ Cependant, l'allocation d'équilibre ne maximise pas nécessairement la fonction de bien-être social pour la distribution de poids sociaux désirée.
- ▶ On conclut que dans ce cas, l'analyse normative concerne des questions distributives (équité sociale) et non des questions d'efficience (au sens de Paréto).

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 1) Rappel : efficience et théorèmes de l'économie du bien-être

Exercice : Supposer que vous étudiez une économie pour laquelle le premier théorème de l'économie du bien-être n'est pas satisfait. Y-a-t-il un rôle pour une analyse normative de cette économie ? Quelles conclusions pouvons-nous tirer ?

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 1) Rappel : efficacité et théorèmes de l'économie du bien-être

Éléments de réponse :

- ▶ Vu que le premier théorème de l'économie du bien-être n'est pas satisfait, une analyse normative concerne deux objectifs : i) efficacité et ii) équité (redistribution). Les considérations d'efficacité et de redistribution sont souvent intimement liées ce qui peut donner lieu à un arbitrage entre gains d'efficacité et redistribution.
- ▶ Comparaison de l'allocation d'équilibre d'une économie avec marché incomplets à celle avec marchés complets :
 - ▶ Conclusion « positive » : comme on l'a fait avec le modèle d'Aiyagari (1994), on a trouvé que l'incomplétude des marchés financiers pour assurer le risque sur le marché du travail induit les ménages à épargner par précaution et le taux d'intérêt d'équilibre est plus bas.
 - ▶ Conclusion « normative » : si on arrivait à compléter les marchés, l'économie gagnerait en efficacité et il y aurait sûrement des effets redistributifs associés.

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 2) Optimum de second rang et efficience-conainte

Cette conclusion normative laisse à désirer. En effet, compléter les marchés est loin d'être simple.

- ▶ Premièrement il y a sûrement une raison pour laquelle les marchés ne sont pas complets.
- ▶ Deuxièmement, partiellement¹ compléter les marchés ne garantit pas de gains d'efficience, c'est la conclusion principale de « The General Theory of the Second Best » de Lipsey et Lancaster (1956-57) *ReStud*

On va voir un nouveau concept d'efficience : l'efficience-conainte

1. C'est à dire retirer (ou parer) quelques sources d'inefficience des marchés sans pour autant satisfaire toutes les conditions du premier théorème de l'économie du bien-être.

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 2) Optimum de second rang et efficience-contrainte

Supposons que l'on étudie une économie qui opère avec une ou plusieurs sources d'inefficacité.

Une allocation est efficiente-contrainte si elle résout le problème d'un planificateur qui fait face aux mêmes sources d'inefficacité que celles auxquelles l'économie étudiée fait face.

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 2) Optimum de second rang et efficience-contraainte

Exemple : Pour l'économie d'Aiyagari (1994) :

- ▶ la source d'inefficacité est l'absence d'actifs financiers permettant d'assurer le risque sur le marché du travail
- ▶ cette inefficacité se manifeste au niveau des contraintes budgétaires entre lesquelles les transferts entre ménages ayant différentes réalisations du choc et entre différents états de la nature sont impossible.
- ▶ pour cette économie, une allocation est efficiente-contraainte si elle résout le problème d'un planificateur sous les contraintes de ressources et les contraintes budgétaires.

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 2) Optimum de second rang et efficience-contrainte

Remarque :

- ▶ L'allocation efficiente résout le problème du planificateur sous contraintes de ressources. On a pas besoin de prix pour l'allocation efficiente, le planificateur n'a pas à se soucier du fonctionnement des marchés
- ▶ L'allocation efficiente-contrainte résout le problème du planificateur sous contraintes de ressources et les contraintes budgétaires. Pour les contraintes budgétaires, il nous faut les prix. On utilisera les prix compétitifs.

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 3) Environnement économique

On étudie une version de deux périodes du modèle d'Aiyagari (1994)

- ▶ Horizon de deux périodes, $t = 1, 2$
- ▶ Ensemble continu de masse 1 de ménages indexés par $i \in [0, 1]$
- ▶ Utilité

$$E[u(c_1) + \beta u(c_2)]$$

- ▶ Dotation
 - ▶ période 1 : $(y_i)_{i \in [0,1]}$ unités peuvent être consommées ou épargnées
 - ▶ période 2 : 1 unité de temps (offre inélastique)
- ▶ Un seul actif financier à rendement certain r

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 3) Environnement économique

Production en période 2 seulement

- ▶ Productivité du travail z_i du ménage i
 - ▶ peut prendre z_h avec probabilité π et $z_l < z_h$ avec probabilité $(1 - \pi)$
 - ▶ iid (risque particulier)
- ▶ Marchés sont compétitifs
- ▶ Bien final produit en période 2 avec capital et travail : $F(K, L)$.

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 3) Problème d'un ménage

$$\max_k \quad u(c_1) + \beta [\pi u(c_{2h}) + (1 - \pi)u(c_{2l})]$$

$$y = c_1 + k$$

$$c_{2h} = R k + w z_h$$

$$c_{2l} = R k + w z_l$$

où R est le loyer du capital r et le capital non-déprécié

$$R = r + (1 - \delta)$$

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 3) Problème d'une firme

$$\max_{K,L} F(K, L) - r K - w L$$

La solution du problème de la firme est complètement caractérisée par les CPOs :

$$r = F_1(K, L)$$

$$w = F_2(K, L).$$

Exemple : Si F est Cobb-Douglas, on obtient : $r = A\alpha K^{\alpha-1}L^{1-\alpha}$ et $w = A(1 - \alpha)K^{\alpha}L^{-\alpha}$. Des changements de facteurs induisent des effets d'équilibre général qui sont les suivants :

$$\begin{aligned} \frac{\partial r}{\partial K} &< 0, & \frac{\partial r}{\partial L} &> 0, \\ \frac{\partial w}{\partial K} &> 0, & \frac{\partial w}{\partial L} &< 0. \end{aligned}$$

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 3) Équilibre

Un équilibre compétitif est

- ▶ une allocation $((k(y_i))_{i \in [0,1]}, K, L)$ et
- ▶ un système de prix (r, w)

tels que

- ▶ $k(y_i)$ résout le problème du ménage avec dotation initiale y_i étant donné les prix (r, w) ,
- ▶ les firmes optimisent :

$$r = F_1(K, L) ,$$

$$w = F_2(K, L) ,$$

- ▶ les marchés sont à l'équilibre :

$$K = \int_0^1 k(y_i) di$$

$$L = \pi z_h + (1 - \pi) z_l.$$

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 3) Équilibre

Caractérisation de l'équilibre compétitif

- ▶ une allocation $((k(y_i))_{i \in [0,1]}, K, L)$ et
- ▶ un système de prix (r, w)

tels que

- ▶ $k(y_i)$ résout :

$$u'(y - k(y_i)) = \beta \left[\pi u'((1 + r - \delta) k(y_i) + w z_h) \right. \\ \left. + (1 - \pi) u'((1 + r - \delta) k(y_i) + w z_l) \right] (1 + r - \delta)$$

- ▶ les firmes optimisent et les marchés sont à l'équilibre :

$$r = F_1 \left(\int_0^1 k(y_i) di, \pi z_h + (1 - \pi) z_l \right) , \\ w = F_2 \left(\int_0^1 k(y_i) di, \pi z_h + (1 - \pi) z_l \right) .$$

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 3) Efficience

L'allocation efficiente résout le problème de maximiser une fonction de bien-être social sous les contraintes de ressources. Commençons avec le cas sans hétérogénéité initiale : $y_i = y_j = y$ pour tout $i, j \in [0, 1]$.

Si $y_i = y_j = y$ pour tout $i, j \in [0, 1]$, il est naturel de se concentrer sur l'allocation symétrique, c'est à dire : $k(y_i) = k(y_j)$, $c_1(y_i) = c_1(y_j)$ $c_{2h}(y_i) = c_{2h}(y_j)$ et $c_{2l}(y_i) = c_{2l}(y_j)$.

$$\max_k u(c_1) + \beta [\pi u(c_{2h}) + (1 - \pi)u(c_{2l})]$$

$$c_1 = y - k$$

$$\pi c_{2h} + (1 - \pi) c_{2l} = F(k, \pi z_h + (1 - \pi)z_l)$$

Exercice en classe : Quelle est la fonction de bien-être social utilisée dans le problème du planificateur ci-dessus ?

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 3) Efficience

De manière plus générale :

$$\begin{aligned} \max_{(k(y_i))_{i \in [0,1]}} & \int_0^1 (u(c_1(y_i)) + \beta [\pi u(c_{2h}(y_i)) + (1 - \pi)u(c_{2l}(y_i))]) \omega(i) di \\ & \int_0^1 c_1(y_i) di = \int_0^1 (y_i - k(y_i)) di \\ & \pi \int_0^1 c_{2h}(y_i) di + (1 - \pi) \int_0^1 c_{2l}(y_i) di \\ & = F \left(\int_0^1 k(y_i) di, \pi z_h + (1 - \pi) z_l \right) \end{aligned}$$

où $\omega(i)$ est le poids social sur le ménage i .

Pour la fonction de bien-être social utilitarienne, comme à la diapositive précédente, on utilise $\omega(i) = 1$.

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 3) Efficience-contrainte

1. Les ménages font un seul choix dans cette économie : combien investir $k(y)$
2. À l'équilibre, ce choix est optimal du point de vue du ménage qui prend les prix comme donnés. Ce choix est individuellement optimal dans le sens où aucun ménage ne pourrait faire mieux en faisant un choix différent sans que les autres changent.
3. Ce choix, bien qu'individuellement optimal n'est pas nécessairement socialement optimal car le premier théorème de l'économie du bien-être ne s'applique pas.
4. Pour l'efficience contrainte, le planificateur fait face à la même source d'inefficacité des marchés.
5. L'efficience contrainte nous permet de répondre à la question suivante : est ce que, étant donné les limitations dues au fait que les marchés sont incomplets, le choix des ménages est socialement optimal ?

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 3) Efficience-contraainte avec agents identiques

Pour commencer, supposons que les agents sont identiques en période initiale, c'est à dire : $y_i = y_j = y$ pour tout $i, j \in [0, 1]$.

$$\max_k u(c_1) + \beta [\pi u(c_{2h}) + (1 - \pi)u(c_{2l})]$$

$$y = c_1 + k$$

$$c_{2h} = (1 + r(K, L) - \delta) k + w(K, L) z_h$$

$$c_{2l} = (1 + r(K, L) - \delta) k + w(K, L) z_l$$

$$k = K$$

Où $r(K, L) = F_1(K, L)$, et $w(K, L) = F_2(K, L)$.

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 3) Efficience-contrainte avec agents identiques

Remarques :

- ▶ La différence clé entre le problème du planificateur-contraint (qui détermine l'allocation efficiente-contrainte) et le planificateur (qui détermine l'allocation efficiente) est que le planificateur-contraint doit respecter les contraintes budgétaires et ne peut pas faire de transferts entre les ménages.
- ▶ La différence clé entre le problème du planificateur-contraint et le problème du ménage est que le planificateur-contraint prend en compte l'effet des choix sur les prix (ce qui lie choix et effet sur les prix est la contrainte $k = K$) alors que du point de vue d'un ménage, les prix sont donnés.
- ▶ L'effet des choix individuels sur les prix sont appelés effets d'équilibre général ou externalités pécuniaires.

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 3) Efficience-contraainte avec agents identiques

La CPO du planificateur-contraaint caractérise l'allocation efficiente-contraaint :

$$\begin{aligned} u'(y - k) = & \beta \left[\pi u'((1 + r - \delta) k + w z_h) \right. \\ & \left. + (1 - \pi) u'((1 + r - \delta) k + w z_l) \right] (1 + r - \delta) \\ & + \Delta \end{aligned}$$

où

$$\begin{aligned} \Delta = & \beta \left[\pi u'((1 + r - \delta) k + w z_h) \left(\frac{\partial r}{\partial K} k + \frac{\partial w}{\partial K} z_h \right) \right. \\ & \left. + (1 - \pi) u'((1 + r - \delta) k + w z_l) \left(\frac{\partial r}{\partial K} k + \frac{\partial w}{\partial K} z_l \right) \right] \end{aligned}$$

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 3) Efficience-contraite avec agents identiques

Les termes qui différencient la CPO du planificateur-contraint de la CPO du ménage sont groupés dans un terme Δ . Ce terme résume la mesure dans laquelle le choix des ménages n'est pas efficient-contraint.

$$\Delta = \beta \left[\pi u'((1+r-\delta)k + wz_h) \left(\frac{\partial r}{\partial K}k + \frac{\partial w}{\partial K}z_h \right) + (1-\pi)u'((1+r-\delta)k + wz_l) \left(\frac{\partial r}{\partial K}k + \frac{\partial w}{\partial K}z_l \right) \right]$$

Remarque :

$$\frac{\partial r}{\partial K}k + \frac{\partial w}{\partial K}z = F_{11}(K, L)k + F_{12}(K, L)z$$

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 3) Efficience-contrainte avec agents identiques

Exercice : Supposer que $F(K, L) = K^\alpha L^{1-\alpha}$. Montrer que si $z_h = z_l = z$, alors $\Delta = 0$. Quelle conclusion pouvez-vous tirer de ce résultat ?

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 3) Efficience-contrainte avec agents identiques

Exercice : Supposer que $F(K, L) = K^\alpha L^{1-\alpha}$. Montrer que si $z_h = z_l = z$, alors $\Delta = 0$. Quelle conclusion pouvez-vous tirer de ce résultat ?

Éléments de réponse :

- La fonction F est homogène de degré 1 donc

$$F_{KK} \cdot K + F_{LK} \cdot L = 0 .$$

$$\begin{aligned} \Delta &= \beta \left[u'((1+r-\delta)k + wz) \left(\frac{\partial r}{\partial K} k + \frac{\partial w}{\partial K} (\pi z_h + (1-\pi)z_l) \right) \right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

où on a utilisé $L = \pi z_h + (1-\pi)z_l$.

- On conclut que si $z_h = z_l$, l'allocation d'équilibre est efficiente-contrainte. En effet si $z_h = z_l$, les marchés sont complets et donc l'allocation d'équilibre est efficiente. Il est donc rassurant de trouver qu'elle est aussi efficiente-contrainte.

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 3) Efficience-contraite avec agents identiques

Le signe de Δ permet de comparer le niveau d'investissement à l'équilibre au niveau d'investissement efficient-contraint. Récrivons Δ de manière à déterminer son signe.

$$\Delta = \beta \left[\pi u'((1+r-\delta)k + w z_h) \left(\frac{\partial r}{\partial K} k + \frac{\partial w}{\partial K} z_h \right) + (1-\pi) u'((1+r-\delta)k + w z_l) \left(\frac{\partial r}{\partial K} k + \frac{\partial w}{\partial K} z_l \right) \right]$$

F est homogène de degré 1 donc : $F_{KK} \cdot K + F_{LK} \cdot L = 0$

$$\frac{\partial w}{\partial K} z = -F_{KK} \cdot K \frac{z}{\pi z_h + (1-\pi)z_l}$$

où on a utilisé $L = \pi z_h + (1-\pi)z_l$.

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 3) Efficience-contraite avec agents identiques

$$\Delta = \beta \left[\pi u'((1+r-\delta)k + w z_h) \left(1 - \frac{z_h}{\pi z_h + (1-\pi)z_l} \right) + (1-\pi) u'((1+r-\delta)k + w z_l) \left(1 - \frac{z_l}{\pi z_h + (1-\pi)z_l} \right) \right] F_{KK} \cdot K$$

Remarques :

- ▶ Si $z_h = z_l$ (marchés complets), comme trouvé lors de l'exercice ci-dessus $\Delta = 0$.
- ▶ Sinon $1 - \frac{z_h}{\pi z_h + (1-\pi)z_l} < 0$ et $1 - \frac{z_l}{\pi z_h + (1-\pi)z_l} > 0$
- ▶ $F_{KK} < 0$ vu que la fonction de production est concave

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 3) Efficience-contraite avec agents identiques

$$\Delta = \beta u'((1+r-\delta)k + w z_l) \left[\pi \frac{u'((1+r-\delta)k + w z_h)}{u'((1+r-\delta)k + w z_l)} \left(1 - \frac{z_h}{\pi z_h + (1-\pi)z_l} \right) + (1-\pi) \left(1 - \frac{z_l}{\pi z_h + (1-\pi)z_l} \right) \right] F_{KK} \cdot K$$

Remarques :

- ▶ Si $z_h = z_l$ (marchés complets), comme trouvé lors de l'exercice ci-dessus $\Delta = 0$.
- ▶ Sinon $1 - \frac{z_h}{\pi z_h + (1-\pi)z_l} < 0$ et $1 - \frac{z_l}{\pi z_h + (1-\pi)z_l} > 0$
- ▶ $F_{KK} < 0$ vu que la fonction de production est concave

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 3) Efficience-contrainte avec agents identiques

Après manipulations on trouve :

$$\Delta = \beta u'((1+r-\delta)k + w z_l) \left[\pi \left(\frac{u'((1+r-\delta)k + w z_h)}{u'((1+r-\delta)k + w z_l)} - 1 \right) \right. \\ \left. \left(1 - \frac{z_h}{\pi z_h + (1-\pi)z_l} \right) \right] F_{KK} \cdot K$$

Vu que u est strictement concave, u' est décroissante et donc :

$\Delta < 0$ si $z_h \neq z_l$.

En inspectant la CPO du planificateur-contraint, avec $\Delta < 0$ on obtient que si $z_h \neq z_l$.

$$k^{\text{efficient-constraint}} < k^{\text{équilibre}}$$

Dans cette économie sans hétérogénéité initiale, il y a sur-investissement d'un point de vue de l'efficience-contrainte.

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 3) Efficience-contrainte avec agents identiques

Le bien-être social de cette économie peut être amélioré sans même compléter les marchés financiers :

- ▶ Si tous les ménages venaient à moins épargner, cela créerait des effets d'équilibre général :
 - ▶ le salaire diminuerait et
 - ▶ le loyer du capital augmenterait.
- ▶ Ces effets d'équilibre général diminuent la part du revenu (salaire) qui est risquée et pour laquelle le ménage n'a pas d'assurance et augmente la part du revenu certain. À défaut de pouvoir compléter les marchés financiers pour assurer le risque, ces effets d'équilibre général améliorent le bien-être de cette économie.

Remarque : ces conclusions ne sont valables que pour l'économie sans hétérogénéité des richesses initiale.

II Marchés incomplets et hétérogénéité des agents

II. 2. 3) Efficience-contrainte avec agents hétérogènes

Exercice : Lire la section 2.2. de Dávila Hong Krusell Ríos-Rull (2012) pour le cas avec une distribution des richesses initiale non-dégénérée.

1. Formuler le problème du planificateur-contraint.
2. Dériver la CPO du planificateur-contraint et caractériser les conditions sous lesquelles il y a trop/pas assez d'investissement à l'équilibre.

II. 4. Optimum social

Exercice

Cet exercice donne suite à l'exercice du cours II.3 (voir diapos 31-47 du cours II.3.). L'environnement économique est le suivant :

L'horizon est de deux périodes. L'économie est habitée par un ensemble continu de masse 1 de ménages/entrepreneurs ayant comme fonction d'utilité $u(c_1) + \beta u(c_2)$ et $u(\cdot) \equiv \ln(\cdot)$. En période 1, la période initiale, chaque entrepreneur a une dotation initiale de y qui peut être utilisée pour consommation (c_1), investissement dans leur propre firme (k_i), ou épargné b avec comme rendement certain r . L'investissement dans sa propre firme porte ses fruits à la période 2. Lors de la deuxième période², chaque entrepreneur offre 1 unité de travail sur un marché du travail centralisé et reçoit un salaire w . Chaque entrepreneur fait face à un risque particulier (iid) quant à la productivité de leur firme dont la fonction de production est $z \cdot f(k, l)$ où $z_h = A + \epsilon$ ou $z_l = A - \epsilon$ avec probabilité $\frac{1}{2}$, et où f a des rendements d'échelle constants. Le capital se déprécie complètement suite à la production en période 2.

2. Il n'y a pas de production lors de la première période.

II. 4. Optimum social

Exercice

1. Équilibre partiel : montrer que l'investissement dépend négativement de ϵ pour un salaire donné.
2. Montrer que le salaire w dépend positivement de ϵ pour un niveau d'investissement donné.
3. Supposer que $\epsilon = A$. Définir le risque auquel le ménage/entrepreneur fait face comme le ratio entre la consommation si $z = z_h$ et celle si $z = z_l$.
 - 3.1 Quel serait cette mesure du risque si les marchés financiers étaient complets ?
 - 3.2 Comment ce ratio dépend-il de l'investissement individuel k_i ?
 - 3.3 Comment ce ratio dépend-il de l'investissement agrégé $K = \int k_i$?
4. Supposer que $\epsilon = A$. Montrer que le niveau de capital investit $K = k$ n'est pas efficient-contraint dans le sens où le bien-être *ex ante* des ménages peut être amélioré si les ménages investissent différemment. Devraient-ils investir plus ou moins ?