ECN 4050 Macroéconomie honor

Cours 8: cycles conjoncturels réels et modèle « RBC »

Guillaume Sublet

Université de Montréal

Rappels sur le Cours 7

Solution du sentier de transition vers l'état stationnaire pour l'équilibre du modèle néoclassique de croissance

- Solution locale
 - approximation linéaire (Taylor de premier ordre)
 - méthode des coefficients indéterminés Représentation graphique : réponse impulsionnelle
- Solution globale : « guess and verify »
 Représentation graphique : fonction de politique

Du modèle néoclassique de croissance au modèle RBC

- Le modèle néoclassique de croissance ne génère aucune fluctuation conjoncturelle.
- Modèle RBC (Cycles Conjoncturels Réels) est une version enrichie du modèle néoclassique de croissance avec
 - choix d'offre de travail élastique (dans le modèle néoclassique de croissance on avait : $I_t = 0$)

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ u(c_t, \ell_t)$$

chocs technologiques : z_t stochastique

Plan:

- analyse de long terme : étudier l'état stationnaire afin de calibrer le modèle
- analyse de court/moyen terme : étudier l'allocation du travail dans le temps en réponse à des chocs technologiques plus ou moins permanents
- calibrer les chocs technologiques z_t

Exercice 9 : Offre de travail dans le modèle RBC

Assumer que $z_t=z$ pour tout $t\geq 0$. Dans le modèle RBC avec $U((c_t,\ell_t)_{t=0}^\infty=\sum_{t=0}^\infty \ \beta^t \ [\ln(c_t)-\psi(1-\ell_t)]$ et production Cobb-Douglas $F(k_t,n_t)=z \ k_t^\alpha \ n_t^{1-\alpha}$,

- 1. Formuler le problème du planificateur.
- 2. Dériver les conditions d'Euler intra- et inter-temporelles.
- 3. Quel est le ratio capital-travail à l'état stationnaire? Quelle différence avec le capital de la règle d'or modifiée?
- 4. Résoudre pour le niveau, à l'état stationnaire, de
 - 4.1 capital
 - 4.2 consommation et
 - 4.3 travail.
- Résoudre pour les prix à l'équilibre (indice : utiliser les CPO de la firme vu que les théorèmes de l'économie du bien-être s'appliquent).

Indice : voir notes de Krueger (2007) Chapitre 9 disponible sur StudiUM.

Calibration du modèle RBC

La calibration des paramètres déjà présents dans le modèle néoclassique de croissance ne change pas.

Un paramètre de plus à calibrer : ψ .

Cible de calibration : nombre d'heures travaillées en moyenne dans le long terme ?

Exercice en classe : pourquoi ne pas calibrer de façon à reproduire les statistiques des heures travaillées dans les cycles conjoncturels.

Calibration du modèle RBC

D'après les données, en moyenne, les gens passent 1/3 de leur vie à travailler.

D'après l'exercice 9 :

$$n_{\mathsf{es}} = rac{1}{\psi\left(1 + rac{lpha}{(1-lpha)\left(rac{\delta}{
ho} + 1
ight)}
ight)}$$

Calibration de ψ pour que $n_{es} = \frac{1}{3}$.

Remarque : Le travail à l'état stationnaire ne dépend pas du niveau de technologie z.

Exercice 10 : Calibration de ψ dans le modèle RBC. D'après les paramètres calibrés pour le modèle néoclassique de croissance, calibrer le paramètre ψ du modèle RBC.

Substitution inter-temporelle du travail

Nous sommes intéressés par les fluctuations conjoncturelles. Il nous est donc important de comprendre l'effet de chocs technologiques sur l'offre de travail.

Nous avons déjà étudié en détail :

- ▶ l'allocation consommation-loisir au sein d'une même période avec l'équation d'Euler intra-temporelle
- l'allocation de la consommation dans le temps avec l'équation d'Euler inter-temporelle
- qu'en est-il de l'allocation du travail dans le temps?

Substitution inter-temporelle du travail

Exemple avec problème du consommateur sur deux périodes :

$$\begin{array}{l} \max_{c_0 \geq 0, c_1 \geq 0, 0 \leq \ell_0, \ell_1 \leq 1} \ u(c_0) + v(\ell_0) + \beta(u(c_1) + v(\ell_1)) \\ \text{sous les contraintes}: \\ c_0 + a = w_0 \ (1 - \ell_0) \\ c_1 = w_1 \ (1 - \ell_1) + (1 + r) a \end{array}$$

Contrainte budgétaire intertemporelle :

$$c_0 + \frac{c_1}{1+r} = w_0 (1-\ell_0) + \frac{w_1 (1-\ell_1)}{1+r}$$

L'exercice 11 vous demande de résoudre ce problème lorsque $u = v = \ln$.

Exercice 11) Offre de travail dans le modèle RBC : court terme

Supposons que u = v = ln. La firme représentative produit avec la fonction de production linéaire $f(n_t, z_t) = z_t n_t$.

- 1. Quelle est l'offre relative de travail entre la période 1 et 0?
- 2. En partant de $z_0=z_1=1$, quel est l'effet d'un choc permanent $z_0=z_1>1$ sur l'offre relative de travail entre la période 1 et 0?
- 3. En partant de $z_0=z_1=1$, quel est l'effet d'un choc temporaire $z_0>1$ et $z_1=1$ sur l'offre relative de travail entre la période 1 et 0?
- 4. En partant de $z_0=z_1=1$, quel est l'effet d'un choc temporaire $z_1>1$ et $z_0=1$ sur l'offre relative de travail entre la période 1 et 0?
- 5. On définit l'élasticité *intertemporelle* de substitution comme $\frac{\partial \ln(\frac{\ell_1}{\ell_0})}{\partial \ln(\frac{w_1}{w_0})}$. Quelle est cette élasticité dans ce cas avec utilité séparable entre loisir et consommation et $v = \ln ?$

Chocs technologiques dans le modèle RBC

Jusqu'à présent, le modèle élaboré ne présente aucun cycle, seulement un transition lisse vers l'état stationnaire.

L'approche RBC : dans quelle mesure le modèle RBC est il capable de générer des cycles conjoncturels ressemblant à ceux observés dans les données en réponse à des chocs technologiques (i.e. z_t stochastique)

Deux mécanismes principaux de réponse aux chocs technologiques :

- offre de travail : répond plus aux chocs temporaires que permanents (cf. Exercice 11)
- investissement : répond plus aux chocs permanents que temporaires

Chocs technologiques dans le modèle RBC

$$y_t = z_t k_t^{\alpha} \ n_t^{1-\alpha}$$

Dans quelle mesure les fluctuations de la productivité totale des facteurs z_t génèrent des cycles conjoncturels?

- 1. Mesurer les fluctuations de z_t
 - On utilise un processus stochastique qui permet de modéliser la persistence de z_t dans les données.

$$\ln z_{t+1} - \ln z = \rho_z (\ln z_t - \ln z) + \epsilon_t$$

- où $\epsilon_t \sim_{iid} \mathcal{N}(0, \sigma_z^2)$
- Estimer ρ_z et σ_z^2 en utilisant le résidu de Solow pour z_{t+1}
- 2. Simuler des séries temporelles du processus stochastique pour z_t puis calculer les déviations de la tendance pour les variables endogènes du modèle à l'aide de la solution locale du modèle RBC.

Chocs technologiques dans le modèle RBC

- 1. Mesurer les fluctuations de z_t
 - ► Specifions le processus stochastique suivant

$$\ln z_{t+1} - \ln z = \rho_z (\ln z_t - \ln z) + \epsilon_t$$
 où $\epsilon_t \sim_{\it iid} \mathcal{N}(0,\sigma_z^2).$

- ▶ $\ln z_{t+1} \ln z$ désigne la déviation par rapport à la tendance du progrès technologique
- $ightharpoonup
 ho_z$ désigne la persistance de la série de chocs
- $ightharpoonup \sigma_z^2$ désigne le risque auquel l'économie fait face

Chocs technologiques dans le modèle RBC : comment estimer ho_z et σ_z^2

- 1.A On mesure $\ln z_t$ comme un résidu de Solow

 - ightharpoonup On a déjà calibrer α . Comment?
 - On observe y_t^{donnes} , k_t^{donnes} , n_t^{donnes} .
 - ightharpoonup Calculer In z_t comme résidu de Solow :

$$\ln z_t = \alpha \ln k_t + (1 - \alpha) \ln n_t - \ln y_t$$

Chocs technologiques dans le modèle RBC : comment estimer ρ_z et σ_z^2

- 1.A On mesure $\ln z_t$ comme un résidu de Solow

 - ightharpoonup On a déjà calibrer α . Comment?
 - ► On observe y_t^{donnes} , k_t^{donnes} , n_t^{donnes} .
 - ightharpoonup Calculer In z_t comme résidu de Solow :

$$\ln z_t = \alpha \ln k_t + (1 - \alpha) \ln n_t - \ln y_t$$

1.B Réécrire le processus de façon à l'estimer par la méthode des moindres carrés ordinaire MCO

$$\ln z_{t+1} = (1 - \rho_z) \ln z + \rho_z \ln z_t + \epsilon_t$$

Chocs technologiques dans le modèle RBC : comment estimer ρ_z et σ_z^2

- 1.A On mesure $\ln z_t$ comme un résidu de Solow
 - $y_t = z_t k_t^{\alpha} n_t^{1-\alpha}$

 - ightharpoonup On a déjà calibrer α . Comment?
 - On observe y_t^{donnes} , k_t^{donnes} , n_t^{donnes} .
 - ightharpoonup Calculer In z_t comme résidu de Solow :

$$\ln z_t = \alpha \ln k_t + (1 - \alpha) \ln n_t - \ln y_t$$

1.B Réécrire le processus de façon à l'estimer par la méthode des moindres carrés ordinaire MCO

$$\ln z_{t+1} = (1 - \rho_z) \ln z + \rho_z \ln z_t + \epsilon_t$$

1.C Régression de l'équation suivante :

$$\ln z_{t+1} = \alpha + \rho_z \, \ln z_t + \epsilon_t$$

MCO donne : $\hat{\rho}_z \approx 0.95$ et $\hat{\sigma}_z^2 \approx 0.007$ (données É.-U.).

Chocs technologiques dans le modèle RBC

Comment interpréter ces chocs technologiques?

Tout ce qui affecte la productivité totale des facteurs de production (capital et travail)

- + progès suite à des efforts de recherche et développement
- + météo favorable (e.g. pour la production agricole)
 - chocs pétroliers
 - attaque terroriste
- catastrophe naturelle

Chocs technologiques dans le modèle RBC

D'après le théorème de l'économie du bien-être, l'allocation d'équilibre du modèle RBC résout le problème du planificateur :

$$\max_{0 \leq c_t, \ 0 \leq k_{t+1}, \ 0 \leq \ell_t \leq 1} \quad \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \ \beta^t \ (u(c_t) - \psi n_t)$$
 sous les contraintes :
$$c_t + k_{t+1} - (1 - \delta) k_t = z_t \ k_t^{\alpha} n_t^{1-\alpha}$$

$$\ln z_{t+1} = \hat{\alpha} + \hat{\rho}_z \ \ln z_t + \epsilon_t$$

$$k_0 > 0 \ \text{donn\'e}$$

$$\epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \hat{\sigma}_z^2)$$

ou \mathbb{E}_t dénote l'esperance avec l'information disponible à la période t d'après la distribution de probabilité du procéssus stochastique z.

Chocs technologiques dans le modèle RBC

Pour résoudre le modèle RBC, on commence par caratériser la solution par un système d'équations :

Equation d'Euler intra-temporelle :

$$\frac{\psi}{u'(c_t)} = (1 - \alpha) z_t \left(\frac{k_t}{n_t}\right)$$

Equation d'Euler inter-temporelle :

$$u'(c_t) = \beta \mathbb{E}_t \left[u'(c_{t+1}) \left(\alpha z_{t+1} \left(\frac{n_{t+1}}{k_{t+1}} \right)^{1-\alpha} + (1-\delta) \right) \right]$$

Les anticipations jouent un role important : si les ménages anticipent que le choc technologique de la prochaine période sera élevé, alors ils investissent plus.

Solution du modèle RBC avec deux variables d'état

Rappel:

Pour résoudre le modèle néoclassique de croissance :

- approximation linéaire des équations d'Euler et des contraintes de ressources
- l'état de l'économie à l'instant t pour l'économie du modèle néclassique de croissance se résume au niveau de capital (soit une seule variable d'état). La solution locale s'exprime en fonction du capital (cf. Cours 7) :

$$\hat{k}_{t+1} = s_{sol} \hat{k}_t$$

On va voir que pour résoudre le modèle RBC, il faut deux variables d'état : le niveau de capital et le niveau de technologie.

Solution du modèle RBC avec deux variables d'état

Comparaison de la façon de résoudre le modèle RBC avec la façon de résoudre le modèle néoclassique de croissance décrite à la diapositive précédente :

- ► l'état de l'économie à l'instant t pour l'économie du modèle RBC se résume au niveau de capital et de technologie. La solution locale s'exprime en fonction du capital
- résoudre par la méthode des coefficients indéterminés :

$$\begin{split} \hat{k}_{t+1} &= s_{k,sol} \ \hat{k}_t + \gamma_{k,sol} \ z_t \\ \hat{c}_t &= s_{c,sol} \ \hat{k}_t + \gamma_{c,sol} \ z_t \\ \hat{n}_t &= s_{n,sol} \ \hat{k}_t + \gamma_{n,sol} \ z_t \end{split}$$

Exercice 12 : solution globale du modèle RBC par la méthode « Guess and Verify »

Considérer le modèle RBC avec dépréciation complète et fonction d'utilité In. Supposons que le sentier d'évolution de la technologie est exogène z_t . Le problème du planificateur est :

$$\max_{0 \leq c_t, \ 0 \leq k_{t+1}, \ 0 \leq \ell_t \leq 1} \sum_{t=0}^{S} \beta^t \left(\ln(c_t) + \ln(\ell_t) \right)$$
 sous les contraintes :
$$c_t + k_{t+1} = z_t \ k_t^{\alpha} (1 - \ell_t)^{1-\alpha}$$

$$k_0 > 0 \ \mathsf{donn\acute{e}}$$

1. Dériver les conditions d'Euler intra- et inter-temporelles

Exercice 12 : solution globale du modèle RBC par la méthode « Guess and Verify »

Suite

2. Deviner que

$$c_t = x \ z_t \ k_t^{\alpha} (1 - \ell_t)^{1 - \alpha}$$

et déterminer x (indice : substituer votre « guess » dans la condition d'Euler inter-temporelle et utiliser la contrainte de ressource).

- 3. Deviner que l'emploi est constant et utiliser la condition d'Euler intra-temporelle pour trouver l'emploi à l'équilibre.
- 4. Résoudre pour les autres variables endogènes de l'équilibre compétitif.

Solution

On analyse la solution

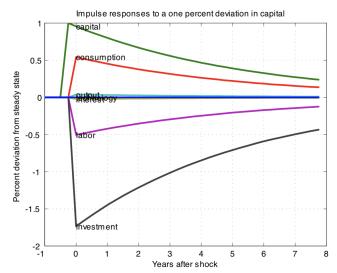
$$\begin{aligned} \hat{k}_{t+1} &= s_{k,sol} \ \hat{k}_t + \gamma_{k,sol} \ z_t \\ \hat{c}_t &= s_{c,sol} \ \hat{k}_t + \gamma_{c,sol} \ z_t \\ \hat{n}_t &= s_{n,sol} \ \hat{k}_t + \gamma_{n,sol} \ z_t \end{aligned}$$

de deux façons :

- 1. réponses impulsionnelles : choc sur une variable d'état du modèle k_t ou z_t . La solution locale nous indique comment les autres variables du modèle répondent et comment l'économie retourne à son état stationnaire.
- comparaison des cycles conjoncturels générés par les simulations du modèle et ceux observés dans les données (voir cours 2).

Réponses impulsionnelles

Effet d'une augmentation du stock de capital de 1% :



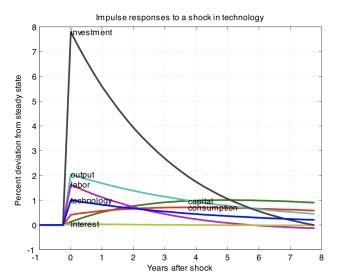
Réponses impulsionnelles

Effet d'une augmentation du stock de capital de 1% :

- très forte réponse négative de l'investissement (le niveau de capital est plus haut que l'état stationaire)
- ▶ loisir et consommation augmentent due à la hausse de la richesse associée au choc positif de capital
- les ménages lissent la hausse de consommation et de loisir dans le temps
- ▶ la réponse du PIB est modeste ce qui est le résultat de deux forces opposées : hausse du capital, baisse du travail

Réponses impulsionnelles

Effet d'une augmentation du niveau de technologie de 1% :



Réponses impulsionnelles à une augmentation de la technologie de 1%

- ▶ le choc de technologie persiste longtemps vu que $\rho_z \approx 0.95$ est proche de 1.
- très forte réponse positive de l'investissement vu que le niveau de technologie est au dessous de la moyenne et que cela va persister
- la réponse de l'offre de travail est positive (productivité augmente) mais modeste car le choc persiste dans le temps et on a vu que le travail répond faiblement aux chocs peristants, ce qui est le cas avec $\rho_z \approx 0.95$ est proche de 1 (offre de travail répond fortement aux chocs temporaires).
- ▶ la réponse de la consommation est modeste car le consommateur en profite pour investir tant que la productivité est au dessus de sa tendance. La réponse de la consommation persiste : le consommateur cherche à lisser sa consommation dans le temps.

Cycles conjoncturels : modèle RBC vs. données

Simulations :

- **c** condition initiale : $\hat{k}_0 = 0$
- génèrer T nombres aléatoires $\epsilon_t \sim N(0, \hat{\sigma}^2)$
- construire la série z_t à partir de

$$\ln z_t - \ln z = \hat{\rho}_z (\ln z_{t-1} - \ln z) + \epsilon_t$$

construire les séries temporelles :

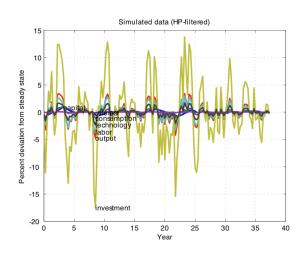
$$\hat{k}_{t+1} = s_{k,sol} \ \hat{k}_t + \gamma_{k,sol} \ z_t$$

$$\hat{c}_t = s_{c,sol} \ \hat{k}_t + \gamma_{c,sol} \ z_t$$

$$\hat{n}_t = s_{n,sol} \ \hat{k}_t + \gamma_{n,sol} \ z_t$$

- Représentation graphique des simulations
- Comparaison des statistiques à celle des données

Représentation graphique des simulations



Comparaison des statistiques à celle des données

Variable		St. Dv.					
Data	0%	1.7%	0,84	0,60	0,32	0,08	-0, 10
Model	0%	2.1%	0,72	0,42	0, 16	-0,05	-0, 21

Table 11.1: Business Cycles: Data and Model

On conclut que le modèle RBC (i.e. néoclassique de croissance avec offre de travail élastique et chocs technologiques) génère des cycles conjoncturels proches des cycles observés dans les données.

Modèle RBC et cyces conjoncturels réels Conclusion

- ▶ On observe des cycles conjoncturels (cf. Cours 2).
- On a trouvé que les simulations de l'équilibre du modèle RBC (calibré sur le long terme) reproduit des cycles conjoncturels réels semblables à ceux observés dans les données. La source des cycles conjoncturels dans le modèle RBC est la fluctuation de la technologie et la réponse des variables d'équilibre (consommation, investissement, travail, PIB) à ces chocs.
- Devrait-on utiliser la politique fiscale pour stabiliser l'économie (c'est à dire lisser les cycles conjoncturels)?

Modèle RBC et cyces conjoncturels réels

Devrait-on utiliser la politique fiscale pour stabiliser l'économie (c'est à dire lisser les cycles conjoncturels)?

Premièrement, quels outils fiscaux permettent d'affecter l'économie ?

Deux côtés de la contrainte budgétaire du gouvernement nous donne les outils fiscaux

$$g_t = T_t + b_t - (1 + r_{t-1})b_{t-1}$$

- Dépenses publiques : g_t
- ► Taxation et dette : financement par taxation T_t et répartition de ce financement dans le temps par la dette publique b_t

Modèle RBC et cyces conjoncturels réels Conclusion

Premièrement, quels outils fiscaux permettent d'affecter l'économie?

Dépenses publiques : g_t

La politique de dépenses publiques est non-neutre comme on l'a vu avec le multiplicateur fiscal (théoriquement positif mais plus petit que 1, mais estimé comme ayant une valeur empirique proche de 1.8). Donc une hausse des dépense publiques dans le creux d'un cycle conjoncturel pourrait permettre de stabiliser (lisser) les cycles conjoncturels du PIB. Reste à voir si c'est souhaitable en termes de bien-être.

Modèle RBC et cyces conjoncturels réels

Premièrement, quels outils fiscaux permettent d'affecter l'économie?

- Taxation et dette :
 - La politique de financement par la taxation forfaitaire est neutre (i.e. n'affecte pas l'allocation des ressources). C'est l'équivalence de Ricardo. Donc sous les hypothèses de notre analyse théorique, le calendrier de la taxation forfaitaire n'a donc aucun pouvoir de stabilisation. On nuance cette conclusion en notant que comme nous en avons discuté au cours 5 bis, les hypothèse pour que l'équivalence de Ricardo s'applique sont restrictives. Bien que les hypothèse soient restrictives, des considérations d'équité font que la taxation forfaitaire est rarement utilisée car elle est regressive. Les considérations d'équité sont au delà de ce que le modèle RBC avec un ménage représentatif permet d'étudier.

Modèle RBC et cyces conjoncturels réels

Premièrement, quels outils fiscaux permettent d'affecter l'économie?

- Taxation et dette :
 - (suite) Remarque facultative : L'étude des ingégalités de revenu et de richesse est un champ de recherche très actif en macroéconomie. Le modèle de base est Aiyagari (1994). Les ménages font face à des risques de fluctuation des revenus du travail (e.g. chômage etc) contre lesquels ils n'ont qu'une assurance partielle (les marchés sont donc incomplets). Les différentes matérialisation de ce risque et l'épargne des ménage ayant différents historiques sur le marché du travail donnent lieu à une distribution endogène des richesses. On peut ensuite étudier comment cette distribution répond aux politiques du gouvernement. Un bon article de référence est Guvenen (2011) « Macroeconomics with Heterogeneity: A Practical Guide » (lien web)

Modèle RBC et cyces conjoncturels réels Conclusion

Premièrement, quels outils fiscaux permettent d'affecter l'économie?

- ► Taxation et dette : (suite)
 - ► La politique de financement par la taxation non-forfaitaire (e.g. TVA, impôts sur le revenu etc) est non-neutre (voir exercice 2, sous-question 10 de l'examen intra) et donc a un effet sur l'économie. Reste à voir si c'est souhaitable en termes de bien-être.

Modèle RBC et cyces conjoncturels réels Conclusion

Devrait-on utiliser la politique fiscale pour stabiliser l'économie (c'est à dire lisser les cycles conjoncturels)?

- ▶ Les flux conjoncturels ne sont pas nécessairement sub-optimaux : l'équilibre du modèle RBC génère des cycles similaires à ceux observés dans les données alors que l'équilibre compétitif du modèle RBC est efficace d'après le théorème de l'économie du bien-être.
- Cela montre que dans la mesure où l'hypothèse des marchés complets du modèle RBC est tenable et que la seule source des cycles conjoncturels sont des chocs technologiques indépendants du fonctionnement de l'économie, alors chercher à lisser les cycles conjoncturels serait contre-productif.

Modèle RBC et cyces conjoncturels réels

Conclusion

- ➤ Si la source des cycles conjoncturels n'est pas indépendante du fonctionnement de l'économie (e.g. disfonctionnement des marchés financiers), ou si les marchés ne sont pas complets, alors la politique fiscale aurait un rôle à jouer. C'est d'ailleurs le cas dans le modèle d'Ayiagari (1994) comme montré par Ayiagari (1995). La politique fiscale est aussi utile pour financer au mieux des bien publiques, mais ça c'est le sujet d'un autre cours.
- On conclut qu'il est souhaitable de lisser les cycles conjoncturels dans la mesure où ceux-ci sont le symptôme d'inefficacités du fonctionnement de l'économie. Ce n'est pas le cas dans le modèle RBC. Cela dit, ce modèle reste limité.
- Qu'en est-il de la politique monétaire? Comme montré dans l'exercice 7 de la série d'exercices 1, la politique monétaire est neutre dans le modèle néoclassique.