

# ECN 4050 Macroéconomie honor

## Cours 9: demande de monnaie avec « MiU » et équilibre partiel sur le marché de la monnaie

Guillaume Sublet

Université de Montréal

# Politique monétaire

- ▶ Monnaie est un actif financier qui coûte 1 unité à  $t$  et paye 1 unité à  $t + 1$
- ▶ Capital ou bon du trésor coûte 1 unité à  $t$  et paye  $1 + i_t > 1$  unités à  $t + 1$
- ▶ La monnaie est dominée par les autres actifs : la demande de monnaie dans le modèle RBC est nulle
- ▶ Le modèle RBC ne donne pas de raisons aux ménages de demander de la monnaie
- ▶ Première étape dans la construction d'un modèle pour étudier la monnaie est de modéliser les services rendus par la monnaie afin de générer une demande de monnaie.

# Politique monétaire

## Générer une demande de monnaie

Préférences des ménages avec monnaie dans la fonction d'utilité :

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U \left( C_t, \frac{M_t}{P_t}, N_t \right)$$

Remarques :

- ▶ Si l'économie est sujette à des chocs :  $E_0$  désigne les anticipations rationnelles des ménages
- ▶  $U_{C_t} > 0$  et  $U_{N_t} < 0$  comme avant
- ▶  $U_{\frac{M}{P}} > 0$  représente tous les bienfaits de la monnaie que les bons du trésor n'offrent pas
  - ▶ services de transactions (e.g. St Viateur bagel n'accepte pas les bons du trésor)
  - ▶ seul le pouvoir d'achat de la monnaie compte : si les prix doubles, un même billet offre deux fois de services de transactions

## Politique monétaire

L'approche monnaie dans la fonction d'utilité est un raccourci.

On trouve d'autres approches dans la littérature :

- ▶ modèle avec temps de magasinage (« Shopping Time ») : le pouvoir d'achat de la monnaie  $M/P$  réduit le temps pris pour magasiner ce qui génère une demande de monnaie
- ▶ modèle avec contrainte de paiement comptant (« Cash in Advance ») : certains biens ne peuvent être achetés que comptant de peur que le chèque soit sans provisions.

References :

- ▶ le cours suit :  
Galí, J. (2015) *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle*, PUP, Chapitre 2, 3, 4
- ▶ autres références :  
Lucas (1996) "Nobel Lecture : Monetary Neutrality" *JPE*

# Politique monétaire

## Générer une demande de monnaie

$$\max_{C_t, M_t, N_t} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U \left( C_t, \frac{M_t}{P_t}, N_t \right)$$

sous les contraintes :

$$P_t C_t + Q_t B_t + M_t \leq B_{t-1} + M_{t-1} + W_t N_t + D_t$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E_t \{ \Lambda_{t,T} (\mathcal{A}_T / P_T) \} \geq 0$$

Remarques :

1. Deux actifs : bons du trésor  $B$  et monnaie  $M$
2. Monnaie sert d'unité de comptabilité : prix de la monnaie est 1
3.  $D_t$  désigne les dividendes des firmes
4.  $Q_t = \frac{1}{1+i_t}$  est le prix d'un bon du trésor.
5. Contrainte de transversalité :  $\lim_{T \rightarrow \infty} E_t \{ \Lambda_{t,T} (\mathcal{A}_T / P_T) \} \geq 0$
6. Pas de capital (hypothèse simplificatrice)

# Politique monétaire

## Coût d'opportunité de la monnaie par rapport au bon du trésor

$$P_t C_t + Q_t B_t + M_t \leq B_{t-1} + M_{t-1} + W_t N_t + D_t$$

Contrainte budgétaire équivalente :

$$P_t C_t + B_t + M_t \leq B_{t-1}(1 + i_t) + M_{t-1} + W_t N_t + D_t$$

$$P_t C_t + B_t + M_t \leq B_{t-1}(1 + i_t) + M_{t-1}(1 + i_t) - i_t M_{t-1} + W_t N_t + D_t$$

On définit actif total :  $A_t \equiv B_t + M_t$  ce qui donne

$$P_t C_t + A_t + i_t M_{t-1} \leq A_t(1 + i_t) + W_t N_t + D_t$$

Remarques :

- ▶  $i_t M_{t-1}$  est le coût d'opportunité d'avoir de la monnaie si la monnaie ne génère pas de services autres que le bon du trésor, alors la demande de monnaie serait nulle
- ▶ taux d'intérêt nominal et prix de la dette souveraine

$$i_t \approx \ln(1 + i_t) = -\ln \frac{1}{1 + i_t} = -\ln Q_t$$

# Politique monétaire

Générer une demande de monnaie

$$\max_{C_t, M_t, N_t} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U \left( C_t, \frac{M_t}{P_t}, N_t \right)$$

sous les contraintes :

$$P_t C_t + Q_t B_t + M_t \leq B_{t-1} + M_{t-1} + W_t N_t + D_t$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E_t \{ \Lambda_{t,T} (\mathcal{A}_T / P_T) \} \geq 0$$

Exercice en classe : dériver les CPO

# Politique monétaire

Générer une demande de monnaie

$$\max_{C_t, M_t, N_t} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U \left( C_t, \frac{M_t}{P_t}, N_t \right)$$

sous les contraintes :

$$P_t C_t + Q_t B_t + M_t \leq B_{t-1} + M_{t-1} + W_t N_t + D_t$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E_t \{ \Lambda_{t,T} (\mathcal{A}_T / P_T) \} \geq 0$$

Exercice en classe : dériver les CPO pour trouver :

$$-\frac{U_{n,t}}{U_{c,t}} = \frac{W_t}{P_t} \quad (\text{Euler intra-temporelle } c, n)$$

$$\frac{U_{c,t}}{P_t} Q_t = \beta E_t \left[ \frac{U_{c,t+1}}{P_{t+1}} \right] \quad (\text{Euler inter-temporelle})$$

$$\frac{U_{m,t}}{U_{c,t}} = 1 - Q_t \quad (\text{Euler intra-temporelle } c, m)$$



# Politique monétaire

Générer une demande de monnaie

$$\frac{U_{m,t}}{U_{c,t}} = 1 - Q_t \quad (\text{Euler intra-temporelle } c, m)$$

Supposons que la fonction d'utilité est séparable de façon additive :

$$U\left(C_t, \frac{M_t}{P_t}, N_t\right) = \frac{C_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \frac{(M_t/P_t)^{1-\nu} - 1}{1-\nu} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi}$$

Exercice en classe : Substituer dans la CPO intra-temporelle  $c, m$ .

# Politique monétaire

Générer une demande de monnaie

$$\frac{U_{m,t}}{U_{c,t}} = 1 - Q_t \quad (\text{Euler intra-temporelle } c, m)$$

Supposons que la fonction d'utilité est séparable de façon additive :

$$U\left(C_t, \frac{M_t}{P_t}, N_t\right) = \frac{C_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \frac{(M_t/P_t)^{1-\nu} - 1}{1-\nu} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi}$$

Exercice en classe : Substituer dans la CPO intra-temporelle  $c, m$ .

$$\frac{\left(\frac{M_t}{P_t}\right)^{-\nu}}{C_t^{-\sigma}} = 1 - Q_t$$

# Politique monétaire

## Générer une demande de monnaie

Avec utilité séparable et isoélastique on obtient la CPO intra-temporelle  $c, m$  suivante :

$$\frac{M_t}{P_t} = C_t^{\frac{\sigma}{\nu}} (1 - Q_t)^{-\frac{1}{\nu}}$$

Cette équation nous donne une demande de monnaie.

En log :

$$\ln M_t - \ln P_t = \frac{\sigma}{\nu} \ln C_t - \frac{1}{\nu} \ln(1 - Q_t)$$

Si  $\sigma = \nu$  et en utilisant l'équilibre sur le marché des biens :

$$C_t = Y_t$$

$$m_t - p_t = y_t - \eta i_t \quad (\text{Demande de monnaie})$$

où  $\eta = \frac{1}{\nu}$ .

## Élasticité de la demande de monnaie

$$\ln \left( \frac{M_t}{P_t} \right) \equiv m_t - p_t = \frac{\sigma}{\nu} y_t - \frac{1}{\nu} i_t \quad (\text{Demande de monnaie})$$

- ▶ Élasticité de la demande de monnaie réelle au revenu

$$\frac{\partial \ln \left( \frac{M}{P} \right)}{\partial \ln Y} = \frac{\sigma}{\nu}$$

On estime cette élasticité à environ 1 ce qui justifie notre hypothèse  $\sigma = \eta$  (cf. Goldfel et Sichel (1990)).

- ▶ Semi-élasticité de la demande de monnaie réelle au taux d'intérêt nominal

$$\frac{\partial \ln \left( \frac{M}{P} \right)}{\partial i} = -\frac{1}{\nu}$$

On estime cette semi-élasticité à environ -0.2 (cf. Goldfel et Sichel (1990)).

# Aperçu de la suite du cours

0. Équilibre partiel du marché de la monnaie (suite du Cours 9)
1. Modèle avec monnaie dans la fonction d'utilité et sans rigidités nominales (néoclassique) (Galí Chapitre 2)
  - 1.1 Description de l'économie
  - 1.2 Définition de l'équilibre
  - 1.3 Politique monétaire optimale : Règle de Friedman
  - 1.4 Remarques sur la neutralité de la monnaie
2. (In)determination des valeurs nominales à l'équilibre
  - 2.1 Règle de taux d'intérêt : Principe de Taylor
  - 2.2 Règle d'offre de monnaie
3. Évidence de rigidités nominales (Galí Chapitre 1)
4. Évidence de non-neutralité de la monnaie (Galí Chapitre 1)
5. Modèle néo-keynesien (Galí Chapitre 3)
  - 5.1 concurrence monopolistique : firmes choisissent leur prix
  - 5.2 rigidités nominales
  - 5.3 Courbe IS dynamique
  - 5.4 Courbe de Phillips Néo-Keynesienne

# Équilibre partiel du marché de la monnaie

- ▶ On commence par étudier la détermination du niveau des prix en équilibre partiel
- ▶ Équilibre Partiel vs Équilibre Général
  - ▶ Équilibre partiel : on étudie un marché comme si ce marché n'avait aucun effet sur le reste de l'activité économique. Par exemple, on va étudier l'équilibre sur le marché de la monnaie en supposant que l'équilibre sur le marché du travail, de l'investissement, et du bien de consommation ne change pas. En équilibre partiel on va supposé que  $y$  est indépendant du marché de la monnaie.
  - ▶ Équilibre general : on étudie l'équilibre de tous les marchés en même temps. Un bon exemple d'étude d'un équilibre général est tout ce qu'on a fait dans la partie néoclassique du cours où notre définition d'équilibre détermine simultanément l'équilibre sur tous les marchés.

## Équilibre partiel du marché de la monnaie

- ▶ Équilibre partiel : on suppose que  $y$  et  $r$  sont déterminés par les autres marchés et ce indépendamment du marché de la monnaie. On verra que ce n'est pas le cas donc l'exercice d'équilibre partiel est au mieux une approximation et ne nous permet que de comprendre partiellement le fonctionnement de l'économie.
- ▶ On a calculé la demande de monnaie à partir du problème d'un ménage avec monnaie dans la fonction d'utilité « MiU » :

$$\ln \left( \frac{M_t}{P_t} \right) \equiv m_t - p_t = y_t - \eta i_t \quad (\text{Demande de monnaie})$$

# Équilibre partiel du marché de la monnaie

## Représentation graphique

$$\ln \left( \frac{M}{P} \right) = y - \eta i \quad (\text{Demande de monnaie})$$

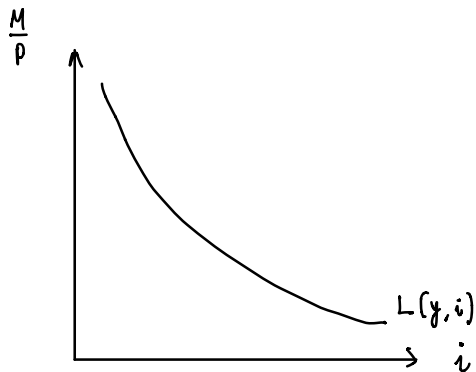
soit

$$\frac{M^{demand}}{P} = L(y, i)$$

où la demande de monnaie est une fonction croissante de  $y$  et décroissante de  $i$ .



## Équilibre partiel du marché de la monnaie



Demande de monnaie

# Équilibre partiel du marché de la monnaie

## Offre de monnaie

La Banque du Canada détermine l'offre de monnaie. Deux instruments possibles :

1. Règle d'offre de monnaie : banque centrale choisit  $M^{offre}$ .  
 $i$  et  $P$  sont déterminés comme l'équilibre sur le marché de la monnaie

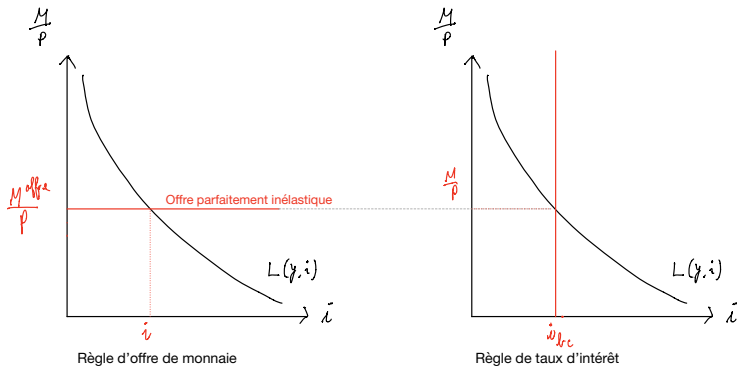
$$\frac{M^{offre}}{P} = L(y, i)$$

2. Règle de taux d'intérêt : banque centrale choisit  $i_{bc}$ .  
La banque centrale se tient prête à garantir l'équilibre en offrant  $M$  tel que

$$\frac{M}{P} = L(y, i_{bc})$$

Dans un environnement économique sans incertitude, ces deux instruments sont équivalents (illustration à la diapositive suivante).

# Équilibre partiel du marché de la monnaie



Équivalence entre règle d'offre de monnaie et règle de taux d'intérêt pour un niveau des prix  $P$  donné

# Équilibre partiel du marché de la monnaie

En équilibre partiel, on considère  $y$  et  $r$  comme donné. L'équilibre partiel se résume aux équations suivantes

- ▶ Offre de monnaie réelle égale à la demande de monnaie réelle

$$\frac{M_t}{P_t} = L(y, i_t)$$

- ▶ Équation de Fisher

$$r_t = i_t - E[\pi_t]$$

- ▶ Anticipations rationnelles :

$$E[\pi_t] = \frac{P_{t+1}}{P_t}$$

## Définition : équilibre partiel du marché de la monnaie

Étant donné une règle d'offre de monnaie  $(M_t)_{t=0}^{\infty}$  de la banque centrale, un *équilibre partiel sur le marché de la monnaie* est un sentier du taux d'intérêt nominal  $(i_t)_{t=0}^{\infty}$ , un sentier de l'indice des prix  $(P_t)_{t=0}^{\infty}$ , et des anticipations d'inflation des ménages  $(E[\pi_t])_{t=0}^{\infty}$  tels que

- ▶ les ménages forment des anticipations rationnelles :

$$E[\pi_t] = \frac{P_{t+1}}{P_t}$$

- ▶ l'équation de Fisher est vérifiée :

$$r_t = i_t - E[\pi_t]$$

- ▶ l'offre est égale à la demande de monnaie réelle :

$$\frac{M_t}{P_t} = L(y, i_t).$$

# Équilibre partiel du marché de la monnaie

## Caractérisation de l'équilibre partiel

En combinant ces trois équations, on trouve une équation caractérisant l'équilibre partiel sur le marché de la monnaie en fonction de l'offre de monnaie :

$$P_t = \frac{M_t}{L(y, r_t + \frac{P_{t+1}}{P_t})}.$$

En divisant les deux côtés de cette équation à deux périodes successives, on obtient :

$$\frac{P_{t+1}}{P_t} = \frac{\frac{M_{t+1}}{L(y, r + \frac{P_{t+2}}{P_{t+1}})}}{\frac{M_t}{L(y, r + \frac{P_{t+1}}{P_t})}} = \frac{M_{t+1}}{M_t} \frac{L(y, r + \frac{P_{t+1}}{P_t})}{L(y, r + \frac{P_{t+2}}{P_{t+1}})}$$

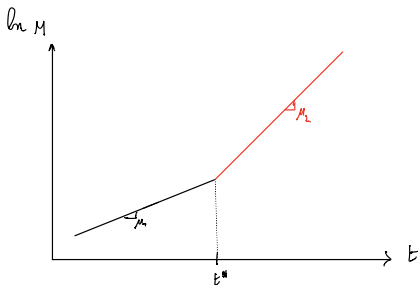
# Équilibre partiel du marché de la monnaie

Statique comparative : hausse du taux de croissance de la masse monétaire

Exercice de statique comparative : comment l'équilibre répond à un changement de politique monétaire ?

Changement de règle d'offre de monnaie à  $t^*$  :

- ▶  $(M_t)_{t=0}^{t^*}$  croît à un taux constant  $\mu_1\%$  jusqu'à la période  $t^*$
- ▶  $(M_t)_{t^*}^{\infty}$  taux de croissance de  $\mu_2\% > \mu_1\%$  à partir de  $t^*$



Règle d'offre de monnaie: hausse du taux de croissance de la masse monétaire

# Équilibre partiel du marché de la monnaie

Statique comparative : hausse du taux de croissance de la masse monétaire

Pour résoudre pour l'équilibre partiel du marché de la monnaie, on utilise la méthode « conjecture et vérification ». D'après l'équation

$$\frac{P_{t+1}}{P_t} = \frac{M_{t+1}}{M_t} \frac{L(y, r + \frac{P_{t+1}}{P_t})}{L(y, r + \frac{P_{t+2}}{P_{t+1}})}$$

on forme la conjecture suivante.

*Conjecture* : l'inflation est égale au taux de croissance de la masse monétaire :

$$\frac{P_{t+1}}{P_t} = \mu_1 \text{ pour } t < t^* \quad \text{et} \quad \frac{P_{t+1}}{P_t} = \mu_2 \text{ pour } t \geq t^*$$



# Équilibre partiel du marché de la monnaie

Statique comparative : hausse du taux de croissance de la masse monétaire

*Vérification :*

- ▶ les anticipations rationnelles et notre conjecture impliquent

$$E[\pi_t] = \mu_1 \text{ pour } t < t^* \quad \text{et} \quad E[\pi_t] = \mu_2 \text{ pour } t \geq t^*$$

- ▶ l'équation de Fisher et notre conjecture impliquent

$$i_t = r + \mu_1 \text{ pour } t < t^* \quad \text{et} \quad i_t = r + \mu_2 \text{ pour } t \geq t^*$$

- ▶ les marchés sont bien à l'équilibre avant et après  $t^*$

$$\mu_1 = \mu_1 \frac{L(y, r + \mu_1)}{L(y, r + \mu_1)} \quad \text{et} \quad \mu_2 = \mu_2 \frac{L(y, r + \mu_2)}{L(y, r + \mu_2)}$$

D'après l'équation

$$P_t = \frac{M_t}{L(y, r_t + \frac{P_{t+1}}{P_t})}.$$

le niveau des prix croît au taux de croissance de la masse monétaire et fait un saut à  $t^*$  quand  $\frac{P_{t+1}}{P_t}$  passe de  $\mu_1$  à  $\mu_2$ .

# Équilibre partiel du marché de la monnaie

Statique comparative : hausse du taux de croissance de la masse monétaire

*Vérification :*

- ▶ les anticipations rationnelles et notre conjecture impliquent

$$E[\pi_t] = \mu_1 \text{ pour } t < t^* \quad \text{et} \quad E[\pi_t] = \mu_2 \text{ pour } t \geq t^*$$

- ▶ l'équation de Fisher et notre conjecture impliquent

$$i_t = r + \mu_1 \text{ pour } t < t^* \quad \text{et} \quad i_t = r + \mu_2 \text{ pour } t \geq t^*$$

- ▶ les marchés sont bien à l'équilibre avant et après  $t^*$

$$\mu_1 = \mu_1 \frac{L(y, r + \mu_1)}{L(y, r + \mu_1)} \quad \text{et} \quad \mu_2 = \mu_2 \frac{L(y, r + \mu_2)}{L(y, r + \mu_2)}$$

D'après l'équation

$$P_t = \frac{M_t}{L(y, r_t + \frac{P_{t+1}}{P_t})}.$$

le niveau des prix croît au taux de croissance de la masse monétaire et fait un saut à  $t^*$  quand  $\frac{P_{t+1}}{P_t}$  passe de  $\mu_1$  à  $\mu_2$ .

# Équilibre partiel du marché de la monnaie

Statique comparative : hausse du taux de croissance de la masse monétaire

*Vérification :*

- ▶ les anticipations rationnelles et notre conjecture impliquent

$$E[\pi_t] = \mu_1 \text{ pour } t < t^* \quad \text{et} \quad E[\pi_t] = \mu_2 \text{ pour } t \geq t^*$$

- ▶ l'équation de Fisher et notre conjecture impliquent

$$i_t = r + \mu_1 \text{ pour } t < t^* \quad \text{et} \quad i_t = r + \mu_2 \text{ pour } t \geq t^*$$

- ▶ les marchés sont bien à l'équilibre avant et après  $t^*$

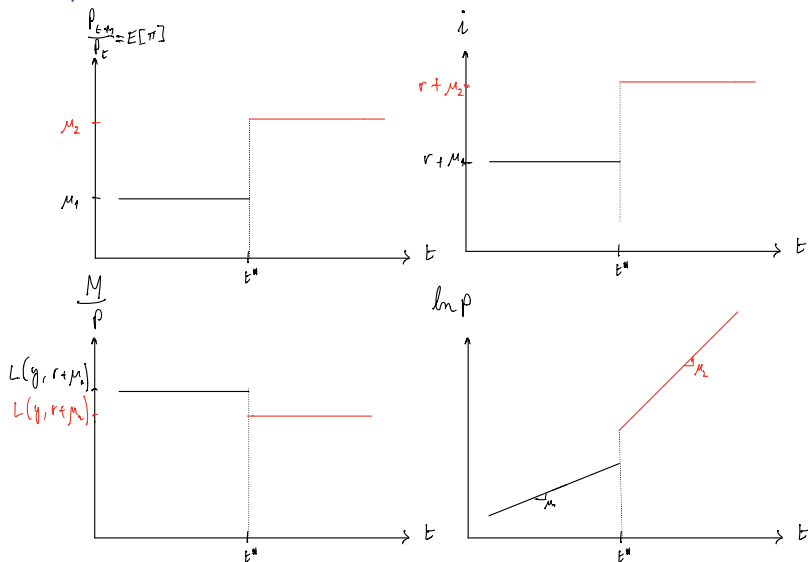
$$\mu_1 = \mu_1 \frac{L(y, r + \mu_1)}{L(y, r + \mu_1)} \quad \text{et} \quad \mu_2 = \mu_2 \frac{L(y, r + \mu_2)}{L(y, r + \mu_2)}$$

Notre conjecture est donc bien un équilibre partiel.

D'après l'équation  $P_t = \frac{M_t}{L(y, r_t + \frac{P_{t+1}}{P_t})}$ , le niveau des prix croît au taux de croissance de la masse monétaire et fait un saut à  $t^*$  quand  $\frac{P_{t+1}}{P_t}$  passe de  $\mu_1$  à  $\mu_2$ .

# Équilibre partiel du marché de la monnaie

Statique comparative : hausse du taux de croissance de la masse monétaire



Équilibre partiel du marché de la monnaie avec une hausse du taux de croissance de la masse monétaire à  $t^*$

# Équilibre partiel du marché de la monnaie

Statique comparative : hausse du taux de croissance de la masse monétaire

Leçons de l'exercice de statique comparative suite à un changement du taux de croissance de la masse monétaire.

1. Le taux d'inflation est égale au taux de croissance de la masse monétaire
2. Le taux d'intérêt nominal  $i$  change dans la même mesure que l'inflation change. Ça s'appelle *l'effet de Fisher* car ça découle directement de l'équation de Fisher avec  $r$  constant :  $r = i - \pi$
3. Une hausse du taux de croissance de la masse monétaire (et donc du taux d'intérêt nominal) augmente la masse monétaire nominale ( $M$ ) mais la masse monétaire réelle ( $M/P$ ) diminue.
4. Ces leçons sont plutôt pertinentes pour l'effet de la politique monétaire à long terme (voir diapo suivante)

# Équilibre partiel du marché de la monnaie

Statique comparative : hausse du taux de croissance de la masse monétaire

Deux hypothèses font que ces leçons sont plutôt pertinentes pour l'effet de la politique monétaire à long terme.

1. Équilibre partiel : on fait l'hypothèse que  $Y$  et  $r$  sont constants et déterminés indépendamment du marché de la monnaie. C'est une hypothèse de neutralité de la monnaie est plus plausible dans le long terme que dans le court terme. On interprète donc les conclusions suivantes comme des conclusions théoriques pour l'effet dans le long terme.
2. Les prix sont flexibles, c'est à dire qu'ils s'ajustent instantanément

## Conclusion du cours 9

1. Introduction de la monnaie qui est un actif dont le coût d'opportunité est le taux d'intérêt nominal  $i$
2. Calcul de la demand réelle de monnaie comme la solution du problème d'un ménage avec monnaie dans la fonction d'utilité « MiU »

$$\ln \left( \frac{M_t}{P_t} \right) = \ln Y_t - \eta i_t \quad (\text{Demande de monnaie})$$

3. Équilibre partiel du marché de la monnaie suggère que dans le long terme :
  - 3.1 Inflation est égale au taux de croissance de la masse monétaire
  - 3.2 Effet de Fisher : changement du taux de croissance de la monnaie et changement du taux d'intérêt nominal sont égaux
  - 3.3 Masse de monnaie *réelle* diminue suite à une hausse du taux de croissance de la masse monétaire