ECN 4050 Macroéconomie honor

Cours 5: modèle néoclassique dynamique avec épargne en dette publique mais sans capital; équivalence de Ricardo, neutralité de la monnaie

Guillaume Sublet

Université de Montréal

Rappels sur le Cours 4

Résumé

Ajout du secteur public dans le modèle statique

- Multiplicateur fiscal est positif mais pas plus grand que 1
- Outil : théorème de la fonction implicite pour caractériser l'effet d'un changement des dépenses publiques sans même spécifier la fonction d'utilité

Cours 5 : Modèle dynamique avec choix d'épargne

- CPO intra et inter-temporelles
  État stationnaire, nécessairement $r = \rho$
- Horizon ∞ : contrainte « Pas de jeu de Ponzi »
- Équivalence contrainte budgétaire séquentielle et inter-temporelle
- Équation de Fisher : $i_t \approx r_t + \pi_{t+1}$
- Définition d'équilibre compétitif/concurrentiel
- Équivalence de Ricardo : neutralité du calendrier de financement des dépenses publiques.
- Exercice 6 : *non*-neutralité du calendrier des dépenses publiques (même pour une valeur escomptée donnée).
- Exercice 7 : neutralité de la monnaie dans le modèle néoclassique sans rigidité nominale.

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

- Jusqu'ici : modèle statique pour étudier les choix *intra*-temporels consommation-loisir :

$$\frac{u_2(c,\ell)}{u_1(c,\ell)} = w \qquad \text{(CPO (condition d'Euler) intra-temporelle)}$$

- Modèle dynamique permet d'étudier les choix *inter*-temporels d'épargne :

  à venir (CPO (condition d'Euler) inter-temporelle)

- Répétition du modèle statique avec ajout de choix d'épargne
  - instrument d'épargne dans modèle sans capital : dette publique
  - quel est le taux d'intérêt de la dette publique ?
  - quant aux dépenses publiques g
    - on a déjà étudié l'effet de g
    - on va pouvoir étudier le financement de g dans le temps
      Résultat à venir : Equivalence de Ricardo sur la neutralité du financement des dépenses publiques

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Consommateur

- Consommateurs à horizon de vie T fini ou infini ($T = \infty$ équivalent à horizon fini avec altruisme envers les générations futures, ou à incertitude sur l'horizon)

- Préférences du consommateur

$$U((c_t, \ell_t)_{t=0}^T) = \sum_{t=0}^{T} \beta^t \; u(c_t, \ell_t)$$

  avec facteur d'escompte $0 < \beta \equiv \frac{1}{1+\rho} < 1$. Taux d'escompte ρ

- Dotation d'une unité de temps chaque période (pas de capital)

- Richesse initial a_{-1} donnée.

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Contrainte budgétaire du consommateur

La contrainte budgétaire séquentielle du consommateur :

$$\tilde{p}_t c_t + \tilde{a}_t = \tilde{w}_t \,(1 - \ell_t) + (1 + i_{t-1})\, \tilde{a}_{t-1} - \tilde{p}_t T_t \quad \text{pour} \quad t = 0, 1, \ldots$$

ou $\tilde{w}_t, i_t$ sont le salaire *nominal* et le taux d'intérêt *nominal*, $\tilde{p}_t$ désigne le prix du bien final et T_t désigne la taxation forfaitaire réel.

- On va voir que le niveau des prix est indéterminé dans cette économie. Commençons pas réécrire la contrainte budgétaire :

$$c_t + \frac{\tilde{a}_t}{\tilde{p}_t} = \frac{\tilde{w}_t}{\tilde{p}_t}\,(1 - \ell_t) + \frac{(1 + i_{t-1})}{\tilde{p}_t}\, \tilde{p}_{t-1} \frac{\tilde{a}_{t-1}}{\tilde{p}_{t-1}} - T_t$$

- Définition des variables réels : $w_t = \frac{\tilde{w}_t}{\tilde{p}_t}$, $a_t = \frac{\tilde{a}_t}{\tilde{p}_t}$ et $1 + r_{t-1} = (1 + i_{t-1}) \frac{\tilde{p}_{t-1}}{\tilde{p}_t}$. On obtaint la contrainte budgétaire en variables réelles :

$$c_t + a_t = w_t \,(1 - \ell_t) + (1 + r_{t-1})\, a_{t-1} - T_t \quad \text{pour} \quad t = 0, 1, \ldots$$

- On vient de voir que dans ce modèle néoclassique (sans rigidité nominale) *le niveau des prix est indéterminé période par période*
- Example : supposons que le niveau des prix du bien final double lors de la période t, toutes les variables nominales de la période t peuvent doubler (car les prix ne sont pas rigides) et la contrainte budgétaire réelle reste inchangée (on va voir que cet argument est au coeur de la neutralité de la monnaie dans cette économie)

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Contrainte budgétaire du consommateur

Remarque :

- On vient de voir que pour obtenir la contrainte budgétaire réelle, le taux d'intérêt réel r_t est définit comme suit :

$$1 + r_{t-1} = (1 + i_{t-1})\frac{\tilde{p}_{t-1}}{\tilde{p}_t}$$

Definition du taux d'inflation π_t comme suit $1 + \pi_t \equiv \frac{\tilde{p}_t}{\tilde{p}_{t-1}}$

$$\ln(1 + r_{t-1}) = \ln(1 + i_{t-1}) - ln(1 + \pi_t)$$

On obtient la fameuse **équation de Fisher**

$$r_{t-1} \approx i_{t-1} - \pi_t$$

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Problème du consommateur

Horizon fini $T < \infty$

$$\max_{(c_t \geq 0,\ 0 \leq \ell_t \leq 1,\ a_t)_{t=0}^{T}} \sum_{t=0}^{T} \beta^t u(c_t, \ell_t)$$

sous les contraintes :

$$c_t + a_t = w_t\,(1 - \ell_t) + (1 + r_{t-1})\,a_{t-1} - T_t \text{ pour } t = 0, 1, \ldots, T$$

$$a_T = 0$$

Remarques :

- a_t est le choix d'épargne à $t - 1$ (endettement si $a_t < 0$)
- r_t est l'intérêt réel sur l'épargne (taux de rendement réel de la dette publique)
- contrainte budgétaire séquentielle : une contrainte par période
- le consommateur doit honorer sa dette, même en fin de vie

Horizon fini $T < \infty$:

$$\mathcal{L} = \sum_{t=0}^{T} \beta^t u(c_t, \ell_t) + \sum_{t=0}^{T} \lambda_t \big(w_t (1 - \ell_t) + (1 + r_{t-1}) a_{t-1} - T_t - c_t - a_t \big)$$

Les CPO sont :

$$\begin{aligned}
\beta^t \; u_1(c_t, \ell_t) - \lambda_t &= 0 && \text{(CPO } c_t\text{)} \\
\beta^t \; u_2(c_t, \ell_t) - \lambda_t \; w_t &= 0 && \text{(CPO } \ell_t\text{)} \\
-\lambda_t + \lambda_{t+1} \, (1 + r_t) &= 0 && \text{(CPO } a_t\text{, pour } t < T\text{)}
\end{aligned}$$

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Solution du problème du consommateur

On combine les CPO pour obtenir :

CPO (condition Euler) intra-temporelle

$$\frac{u_2(c_t, \ell_t)}{u_1(c_t, \ell_t)} = w_t$$

CPO (condition Euler) inter-temporelle

$$u_1(c_t, \ell_t) = (1 + r_t)\ \beta\ u_1(c_{t+1}, \ell_{t+1})$$

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Solution du problème du consommateur

Remarques sur la CPO (condition Euler) inter-temporelle

$$u_1(c_t, \ell_t) = (1 + r_t)\ \beta\ u_1(c_{t+1}, \ell_{t+1})$$

- La condition d'Euler inter-temporelle est l'équation de base de la théorie de la finance. Le rendement d'un actif financier r_t est déterminé par le facteur d'escompte β et l'utilité marginale relative entre $t + 1$ et t.
- À l'état stationnaire (c_t, l_t) sont constants. Ainsi à l'état stationnaire le taux de rendement est égal au taux d'escompte $1 = (1 + r)\ \beta$ donc $r = \rho$.

Horizon infini $T = \infty$:

$$\max_{(c_t \geq 0,\ 0 \leq \ell_t \leq 1,\ a_t)_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, \ell_t)$$

sous les contraintes :

$$c_t + a_t = w_t\ (1 - \ell_t) + (1 + r_{t-1})\ a_{t-1} - T_t \quad \text{pour} \quad t = 0, 1, \ldots$$

$(a_t)_{t=0}^{\infty}$ est un séquence bornée

Remarques : Contrainte « Pas de jeu de Ponzi » : $(a_t)_{t=0}^{\infty}$ bornée. Sans cette contrainte, le problème du consommateur n'a pas de solution.

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Problème du consommateur

Importance de la contrainte de « Pas de jeu de Ponzi »pour que le problème du consommateur ait une solution. Sans cette contrainte le consommateur pourrait atteindre un niveau d'utilié toujours plus élevé en émettant plus de dette refinancer par de la dette (i.e. un jeu de Ponzi) :

- Disons que le consommateur emprunte $a < 0$ lors de la première période
- et refinance sa dette à l'aide de dette $a_t = (1 + r_{t-1})a_{t-1} < 0$.
- Ce jeu de Ponzi n'est pas en contradiction avec la contrainte budgétaire. Par contre la sequence d'endettement est sans borne : $\lim_{t\to\infty} a_t = -\infty$
- Pourquoi ne pas émettre plus de dette (a plus négatif) tant qu'il n'y a aucune limite à l'endettement du consommateur ?

C'est pour cela qu'on impose que la séquence de dette soit bornée.

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Solution du problème du consommateur

Horizon infini $T = \infty$:

$$\mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, \ell_t) +$$
$$\sum_{t=0}^{\infty} \lambda_t \big(w_t(1 - \ell_t) + (1 + r_{t-1}) a_{t-1} - T_t - c_t - a_t \big)$$

Les CPO sont :

$$\begin{aligned}
\beta^t \ u_1(c_t, \ell_t) - \lambda_t &= 0 && (\text{CPO } c_t) \\
\beta^t \ u_2(c_t, \ell_t) - \lambda_t \ w_t &= 0 && (\text{CPO } \ell_t) \\
-\lambda_{t+1} + \lambda_{t+2} \ (1 + r_{t+1}) &= 0 && (\text{CPO } a_{t+1}) \\
\lim_{t \to \infty} \lambda_t \ a_t &= 0 && (\text{condition de transversalité})
\end{aligned}$$

La condition transversale veut que le consommateur n'épargne pas trop à l'inifini. Elle impose aussi que le consommateur ne s'endette pas trop à l'infini et est donc assimilée à une contrainte « Pas de jeu de Ponzi ».

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Equivalence entre contrainte budgétaire séquentielle et intertemporelle

Contrainte budgétaire séquentielle :

$$c_t + a_t = w_t\ (1 - \ell_t) + (1 + r_{t-1})\ a_{t-1} - T_t \quad \text{pour} \quad t = 0, 1, \ldots$$

Peut être consolidée en contrainte budgétaire intertemporelle :

$$c_0 + a_0 = w_0\ (1 - \ell_0) + (1 + r_{-1})a_{-1} - T_0 \qquad (\text{pour t} = 0)$$

$$c_1 + a_1 = w_1\ (1 - \ell_1) + (1 + r_0)a_0 - T_1 \qquad (\text{pour t} = 1)$$

consolidons les deux premières periodes en substituant a_0 de c.b. $t = 1$ dans c.b. $t = 0$:

$$c_0 + \frac{c_1}{1 + r_0} + \frac{a_1}{1 + r_0} = w_0\ (1 - \ell_0) + \frac{w_1(1 - \ell_1)}{1 + r_0} + (1 + r_{-1})a_{-1} - T_0 - \frac{T_1}{1 + r_0}$$

Consolidons les trois premières periodes en substituant a_1 d'après la contraint budgétaire pour $t = 2$ réformulée ainsi :

$$\frac{c_2}{1+r_1} + \frac{a_2}{1+r_1} = \frac{w_2}{1+r_1}(1-\ell_2) + a_1 - \frac{T_2}{1+r_1}$$

On obtient :

$$\begin{aligned} c_0 + \frac{c_1}{1+r_0} + \frac{c_2}{(1+r_0)(1+r_1)} + \frac{a_2}{(1+r_0)(1+r_1)} = \\ w_0\ (1-\ell_0) + \frac{w_1(1-\ell_1)}{1+r_0} + \frac{w_2(1-\ell_2)}{(1+r_0)(1+r_1)} + (1+r_{-1})a_{-1} \\ - T_0 - \frac{T_1}{1+r_0} - \frac{T_2}{(1+r_0)(1+r_1)} \end{aligned}$$

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Equivalence entre contrainte budgétaire séquentielle et intertemporelle

En continuant à l'infini, on obtient :

$$\lim_{h\to\infty} \frac{1}{\prod_{i=0}^{h}(1+r_{i-1})} a_h + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{c_t}{\prod_{i=0}^{t}(1+r_{i-1})} = a_{-1} + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{w_t(1-\ell_t)}{\prod_{i=0}^{t}(1+r_{i-1})} - \sum_{t=0}^{\infty} \frac{T_t}{\prod_{i=0}^{t}(1+r_{i-1})}$$

La condition de transversalité peut être réecrite $\lim_{h\to\infty} \frac{1}{\prod_{i=0}^{h}(1+r_{i-1})} a_h = 0$. On obtient la **contrainte budgétaire intertemporelle** :

$$\sum_{t=0}^{\infty} \frac{c_t}{\prod_{i=0}^{t}(1+r_{i-1})} = a_{-1} + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{w_t(1-\ell_t)}{\prod_{i=0}^{t}(1+r_{i-1})} - \sum_{t=0}^{\infty} \frac{T_t}{\prod_{i=0}^{t}(1+r_{i-1})}$$

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Equivalence entre contrainte budgétaire séquentielle et intertemporelle

Remarque sur la contrainte budgétaire intertemporelle

$$\sum_{t=0}^{\infty} \frac{c_t}{\Pi_{i=0}^{t}(1+r_{i-1})} = a_{-1} + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{w_t(1-\ell_t)}{\Pi_{i=0}^{t}(1+r_{i-1})} - \sum_{t=0}^{\infty} \frac{T_t}{\Pi_{i=0}^{t}(1+r_{i-1})}$$

- le choix d'épargne n'apparaît plus explicitement

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Exercice 4

A. Formuler le problème du consommateur sous la contrainte budgétaire intertemporelle.
B. Dériver les CPO intra- et inter-temporelles. Celles-ci sont elles équivalentes à celles trouvées avec la formulation séquentielle du problème ?

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Firme

- Firme a une fonction de production linéaire

$$y_t = z_t \; n_t$$

- Maximisation du profit :

$$\max_{n_t} \; z_t n_t - w_t n_t$$

- Exercice en classe : Quelle est la solution du problème de la firme ?

- C'est le même problème que celui du modèle statique.

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Gouvernement

- Gouvernement est engagé à dépenser $(g_t)_{t=0}^{\infty}$
- Dette initial b_{-1} donnée
- Financement par
  - dette publique b_t
  - taxation forfaitaire T_t
- Contrainte budgétaire séquentielle du gouvernement

$$g_t + (1 + r_{t-1})b_{t-1} = T_t + b_t$$

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Définition de l'équilibre compétitif

Un équilibre compétitif étant donné une politique fiscale $(g_t)_{t=0}^{\infty}, (b_{t-1}, T_t)_{t=0}^{\infty}$ et une dotation initiale a_{-1}

Un équilibre compétitif étant donné une politique fiscale $(g_t)_{t=0}^{\infty}, (b_{t-1}, T_t)_{t=0}^{\infty}$ et une dotation initiale a_{-1} est une allocation $(c_t, \ell_t, a_t, n_t)_{t=0}^{\infty}$ et un système de prix réels $(w_t, r_t)_{t=0}^{\infty}$ tels que :

- $(c_t, \ell_t, a_t)_{t=0}^{\infty}$ résout problème du consommateur étant donnés la politique de financement $(b_{t-1}, T_t)_{t=0}^{\infty}$ et les prix $(w_t, r_t)_{t=0}^{\infty}$
- $(n_t)_{t=0}^{\infty}$ résout problème des firmes étant donné prix $(w_t)_{t=0}^{\infty}$
- $(g_t)_{t=0}^{\infty}, (b_{t-1}, T_t)_{t=0}^{\infty}$ satisfait la contrainte budgétaire du gouvernement
- Marchés sont à l'équilibre à chaque $t = 0, \ldots$
  - travail : $n_t = 1 - \ell_t$
  - actifs financiers : $a_{t-1} = b_{t-1}$
  - biens : $c_t + g_t = z_t \; n_t$

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Exercice 5 : Loi de Walras

Montrer que si les marchés du travail et des actifs financiers sont à l'équilibre chaque période et que les contraintes budgétaires séquentielles du gouvernement et des consommateurs sont satisfaites, alors vu que $w_t = z_t$ *d'après le problème des firmes, le marché des biens est à l'équilibre chaque période.*

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Finance publique

On a déjà étudié l'effet des dépenses publiques sur l'équilibre dans le modèle statique.

Exercice en classe : *Quelle propriété du multiplicateur fiscal a-t-on trouvée ?*

Comment le gouvernement devrait-il *financer* ses dépenses publiques ?

- Les finances publiques entrent dans deux parties de la définition d'équilibre :
  - contrainte budgétaire du gouvernement et
  - contrainte budgétaire du consommateur

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Finance publique

- Dépenses publiques doivent satisfaire la contrainte budgétaire du gouvernement (séquentielle et intertemporelle sont équivalentes)

$$\sum_{t=0}^{\infty} \frac{g_t}{\Pi_{i=0}^{t}(1+r_{i-1})} + b_{-1} = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{T_t}{\Pi_{i=0}^{t}(1+r_{i-1})}$$

- Substituons $\sum_{t=0}^{\infty} \frac{T_t}{\Pi_{i=0}^{t}(1+r_{i-1})}$ dans la contrainte budgétaire intertemporelle du consommateur :

$$\sum_{t=0}^{\infty} \frac{c_t}{\Pi_{i=0}^{t}(1+r_{i-1})} = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{w_t(1-\ell_t)}{\Pi_{i=0}^{t}(1+r_{i-1})} - \sum_{t=0}^{\infty} \frac{g_t}{\Pi_{i=0}^{t}(1+r_{i-1})}$$

- On en déduit que les variables réelles de l'équilibre ne dépendent pas du calendrier de financement des dépenses publiques : c'est l'équivalence de Ricardo

Équivalence de Ricardo :
Dans le modèle néoclassique étudié dans cette section, étant donné une politique de dépenses publiques $(g_t)_{t=0}^{\infty}$, l'équilibre est indépendant du financement publique $(b_{t-1}, T_t)_{t=0}^{\infty}$ tant que celui-ci satisfait la contrainte budgétaire du gouvernement.

- Ce résultat dépend essentiellement de la taxation forfaitaire. (Lecture facultative : finances publiques dans modèle néoclassique quand le gouvernement doit financer ses dépenses par la taxation distortionnaire : Lucas and Stokey (1983) 'Optimal Fiscal and Monetary Policy in an Economy without Capital' *JME*.)
- Ce résultat dépend aussi des marchés complets (emprunt et épargne possibles), horizon de vie identique entre gouvernement et agents privés.

Intuition pour l'équivalence de Ricardo :

- Anticipations rationnelles. Dans la définition d'équilibre, les agents anticipent le future *étant donné la politique de financement* $(b_{t-1}, T_t)_{t=0}^{\infty}$ *et les prix* $(w_t, r_t)_{t=0}^{\infty}$.
- Supposons que le gouvernement tente une politique de relance et choisit de taxer moins aujourd'hui $\Delta T_0 < 0$.
- D'après la contraint budgétaire intertemporelle, les taxes devront augmenter dans le future pour financer les mêmes dépenses $(g_t)_{t=0}^{\infty}$.

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Finance publique

(suite)

- Les consommateurs ajustent leur épargne en anticipation de la hausse future de la taxation. Le gouvernement émet plus de dette : $\Delta a_t = \Delta b_t > 0$ (équilibre sur le marché des actifs).
- L'ajustement de l'épargne annule exactement l'effet de relance voulu par la baisse des taxes : $\Delta a_0 = -\Delta T_0 = \Delta b_0 > 0$
- La politique de financement forfaitaire est complètement neutre sur l'allocation réelle.

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Exercice 6. A Effet des dépenses publiques dans le modèle dynamique

Considérons un équilibre avec des dépenses publiques $(g_t)_{t=0}^{\infty}$ *et des prix* $(r_t)_{t=0}^{\infty}$*. Le gouvernement propose de changer le calendrier de ses dépenses publiques* $(\hat{g}_t)_{t=0}^{\infty}$ *« sans dépenser plus », c'est à dire que la valeur escomptée des dépenses reste la même :*

$$\sum_{t=0}^{\infty} \frac{g_t}{\prod_{i=0}^{t}(1+r_{i-1})} = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\hat{g}_t}{\prod_{i=0}^{t}(1+r_{i-1})}.$$

Le gouvernement vous consulte pour savoir si cette réforme affecterait l'allocation des resources à l'équilibre. Qu'en pensez-vous ?

Indice : pour développer votre intuition, commencez par raisonner sous l'hypothèse que $u(c_t, \ell_t)$ *ne dépend pas de* ℓ_t*. Quelle est l'offre de travail dans ce cas ? Y'a-t-il une ou plusieurs conditions d'équilibre qui vous permettent de déterminer l'effet de la réforme sur l'allocation réelle ?*

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Exercice 6. B Effet des dépenses publiques dans le modèle dynamique

On a vu que la politique de financement des dépenses publiques est neutre (équivalence de Ricardo), si vous trouvez que le calendrier des dépenses publiques n'est pas neutre, expliquez pourquoi.

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Efficience et résolution

Pour le modèle dynamique avec choix d'épargne en dette publique

- équilibre compétitif est efficient, même avec taxe forfaitaire.

- Résolution possible pour l'allocation d'équilibre via le problème du planificateur :

$$\max_{c_t, \ell_t} u(c_t, \ell_t)$$

$$\text{sous la contrainte :} \quad c_t + g_t = z_t(1 - \ell_t)$$

  Remarque : C'est un problème qu'on connaît déjà bien.

- Modèle sans capital n'a pas vraiment d'évolution dynamique intéressante ; c'est une répétition du modèle statique. L'équation inter-temporelle d'Euler (CPO) sert seulement à déterminer le rendement réel de la dette r_t (l'épargne disparait de la contrainte budgétaire inter-temporelle).

Supposons que l'économie dure deux périodes : $T = 1$. L'économie étudiée est le modèle néoclassique avec choix d'épargne en dette publique et sans capital. L'horizon est de deux périodes : $T = 1$. La dotation initiale réelle est nulle $a_{-1} = 0$.

a) Définir le problème du consommateur en termes nominaux.
   Indice : ne pas normaliser le prix du bien final.
b) Définir le problème de la firme en termes nominaux.
c) Définir l'équilibre compétitif en termes nominaux.
d) Caractériser l'équilibre compétitif en termes nominaux.

Supposons que l'économie dure deux périodes : $T = 1$. L'économie étudiée est le modèle néoclassique avec choix d'épargne en dette publique et sans capital. L'horizon est de deux périodes : $T = 1$. La dotation initiale réelle est nulle $a_{-1} = 0$.

e) Montrer que si $(c_0, \ell_0, c_1, \ell_1, n_0, n_1)$, $(\tilde{a}_0, \tilde{a}_1)$ et $(\tilde{p}_0, \tilde{w}_0, \tilde{p}_1, \tilde{w}_1, i_0)$ est un équilibre compétitif, alors

$$(c_0, \ell_0, c_1, \ell_1, n_0, n_1), (\xi_0 \tilde{a}_0, \xi_1 \tilde{a}_1) \text{ et } \left(\xi_0 \ \tilde{p}_0, \xi_0 \tilde{w}_0, \xi_1 \tilde{p}_1, \xi_1 \tilde{w}_1, i_0 \frac{\xi_1}{\xi_0}\right)$$

est aussi un équilibre compétifif, quelque soit les paramètres $\xi_0 > 0$ et $\xi_1 > 0$.

f) Interpréter le résultat de la question e). (Maximum 5 lignes)

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Exercice 7 : Indétermination des valeurs nominales dans le modèle néoclassique

Supposons que l'économie dure deux périodes : $T = 1$. L'économie étudiée est le modèle néoclassique avec choix d'épargne en dette publique et sans capital. L'horizon est de deux périodes : $T = 1$. La dotation initiale réelle est nulle $a_{-1} = 0$.

g) Montrer que si $(c_0, \ell_0, c_1, \ell_1, n_0, n_1)$, $(\tilde{a}_0, \tilde{a}_1)$ et $(\tilde{p}_0, \tilde{w}_0, \tilde{p}_1, \tilde{w}_1, i_0)$ est un équilibre compétitif, alors

$$(c_0, \ell_0, c_1, \ell_1, n_0, n_1) \ , \left(\frac{(1+i_0)}{(1+\xi i_0)} \tilde{a}_0, \tilde{a}_1 \right)$$

et

$$\left(\frac{(1+i_0)}{(1+\xi i_0)} \ \tilde{p}_0, \frac{(1+i_0)}{(1+\xi i_0)} \tilde{w}_0, \tilde{p}_1, \tilde{w}_1, \xi \ \ i_0 \right)$$

est aussi un équilibre compétifif quelque soit le paramètre $\xi > 0$.

h) Interpréter le résultat de la question g). (Maximum 5 lignes)

Modèle dynamique sans capital : choix d'épargne

Résumé

- CPO intra et inter-temporelles
  État stationnaire, nécessairement $r = \rho$
- Horizon ∞ : contrainte « Pas de jeu de Ponzi »
- Équivalence contrainte budgétaire séquentielle et inter-temporelle
- Définition d'équilibre compétitif/concurrentiel
- Équivalence de Ricardo : neutralité du calendrier de financement des dépenses publiques.
- Exercice 6 : *non*-neutralité du calendrier des dépenses publiques (même pour une valeur escomptée donnée).
- Exercice 7 : neutralité de la monnaie dans le modèle néoclassique sans rigidité nominale.
  Équation de Fisher : $i_t \approx r_t + \pi_{t+1}$