SERIES TEMPORALES
Clase 1

MÁSTER EN BIG DATA,

DATA SCIENCE E INTELIGENCIA ARTIFICIAL

Juan Antonio Guevara Gil

juanguev@ucm.es

1. Introducción.

- INTRODUCCIÓN.

- REPRESENTACIÓN DE UNA SERIE TEMPORAL.

- DESCOMPOSICIÓN ESTACIONAL DE UNA SERIE TEMPORAL.

- MÉTODOS DE SUAVIZADO.
    - El modelo de alisado simple.
    - Método de alisado doble de Holt.
    - Método de suavizado para series con estacionalidad: Holt-Winters.

1. Introducción.

❖ **¿Qué es una serie temporal?**

Una sucesión de datos medidos en determinados momentos que siguen un orden cronológico. O lo que es lo mismo, **una variable numérica presentada a lo largo del tiempo**.

❖ **¿Cuál es la misión del modelado de una serie temporal?**

Descomponer la sucesión de datos en dos partes: una que depende del pasado y otra impredecible, que trata sobre efectos no controlados por el observador. Se denomina residuo, y es deseable que sea lo más pequeño posible

1. Introducción.

❖ **¿Qué nos permite una serie temporal?**

1. **Entender el pasado**, analizando la evolución en el tiempo de los datos para así, intuir la tendencia.

2. **Entender la situación actual,** atendiendo a lo que ha pasado.

3. **Predecir el futuro** según el histórico de datos. Esta predicción va acompañada de un error de predicción.

1. Introducción.

Las series temporales nos permiten trabajar con datos cuya naturaleza no los hace aptos para su análisis mediante otras técnicas de estimación, como la regresión lineal o la logística.

¿POR QUÉ?

1. Introducción.

Las series temporales nos permiten trabajar con datos cuya naturaleza no los hace aptos para su análisis mediante otras técnicas de estimación, como la regresión lineal o la logística.

En una estructura de datos tradicional, se asume independencia entre observaciones (filas), las cuales representan características específicas del elemento de análisis (columnas).

En una serie temporal, cada fila representa la evolución de un elemento a lo largo de una unidad de tiempo.

1. Introducción.

El estudio de series temporales tiene por objeto analizar la evolución de una variable a través del tiempo.

La diferencia esencial entre las series temporales y los análisis no temporales (Estadística descriptiva, Diseño de experimentos o Regresión) es que, en estos últimos, no importa el orden en que están tomadas las observaciones y éste se podía variar sin problemas.

En series temporales el orden es muy importante y variarlo supone cambiar la información contenida en la serie.

1. Introducción.

Es muy importante conocer la periodicidad de los datos de las series que se están analizando. La periodicidad puede ser:

1. Anual: Se toma un dato cada año.
2. Mensual: Se toma un dato cada mes
3. Semanal: Se toma un dato cada semana
4. Diaria: Se toma un dato cada día
5. Etc.

1. Introducción.

❖Ejemplos de series temporales:

¿EJEMPLOS?

1. Introducción.

❖Ejemplos de series temporales:

- ❖ **IPC en España**. Esta serie puede ser anual o mensual. Por ejemplo la serie de IPC anual desde 1975-1997 tiene 22 datos.

- ❖ **Temperaturas** en Madrid. Esta serie suele ser mensual. Si fuera anual perderíamos mucha información, pues un invierno extremadamente frío puede compensarse con un verano muy cálido.

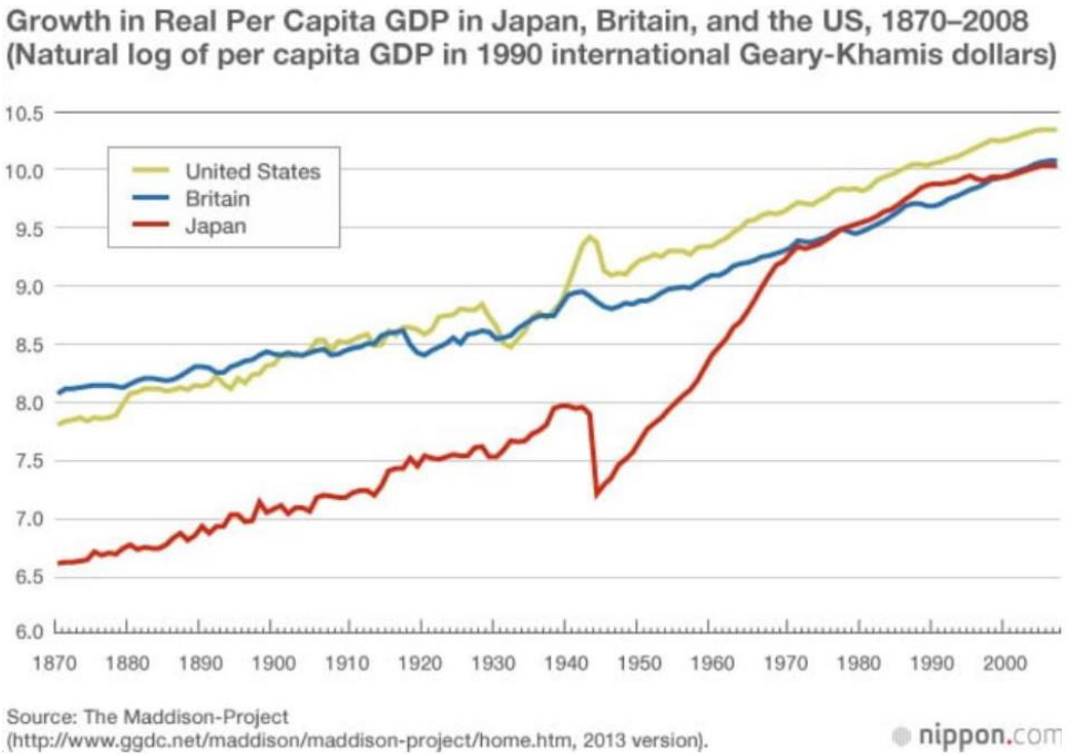
- ❖ **Ventas de una empresa:** Este tipo de series puede ser anual, mensual o semanal.

- ❖ **Demanda de energía eléctrica**: Este tipo de series se obtienen con periodicidad horaria.

- ❖ **Serie de cotizaciones en bolsa:** La serie se obtiene con distintas periodicidades.

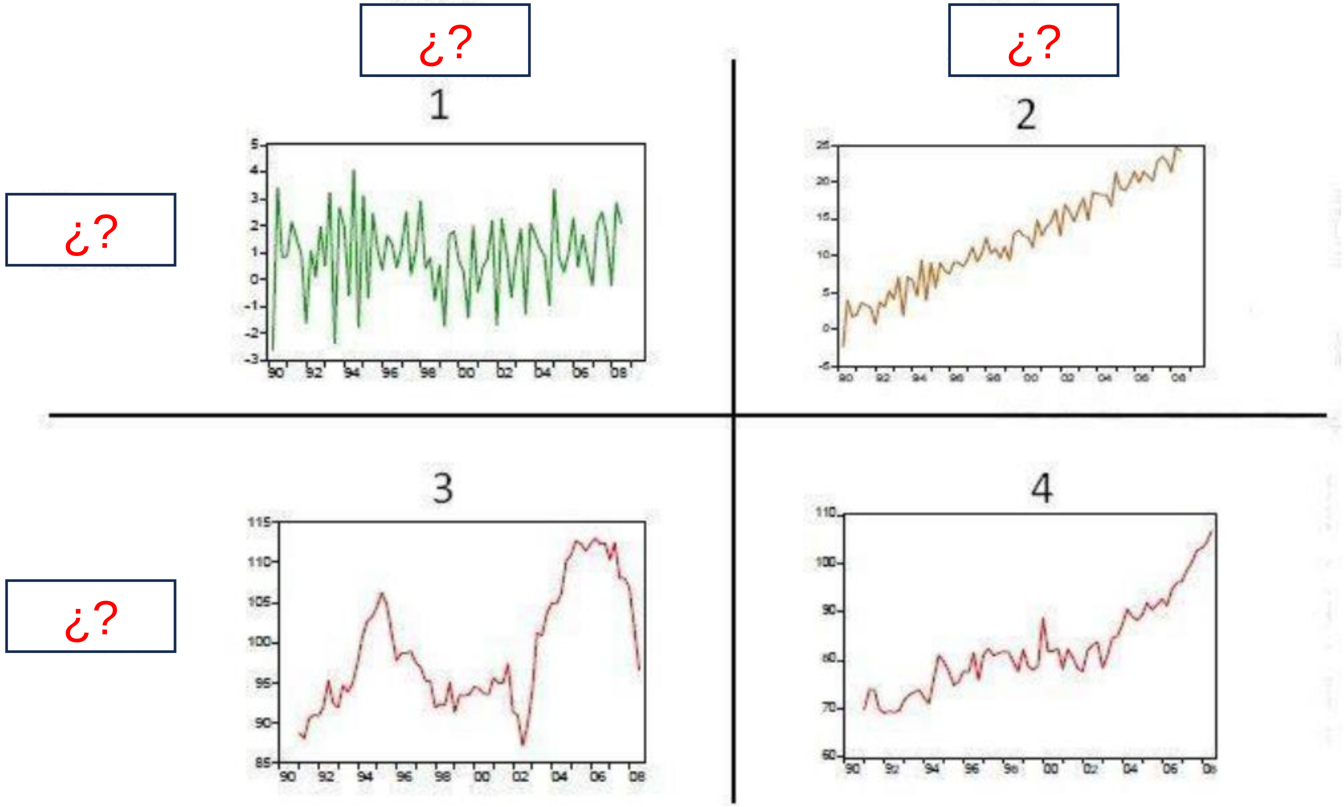
2. Características.

❖ En este gráfico se muestra cómo evolucionó el PIB de Japón, USA y UK durante el siglo XX. Por ejemplo, se puede observar cómo el PIB de Japón aumentó muy significativamente entre los años 50 y 70 justo después de la Segunda Guerra Mundial.



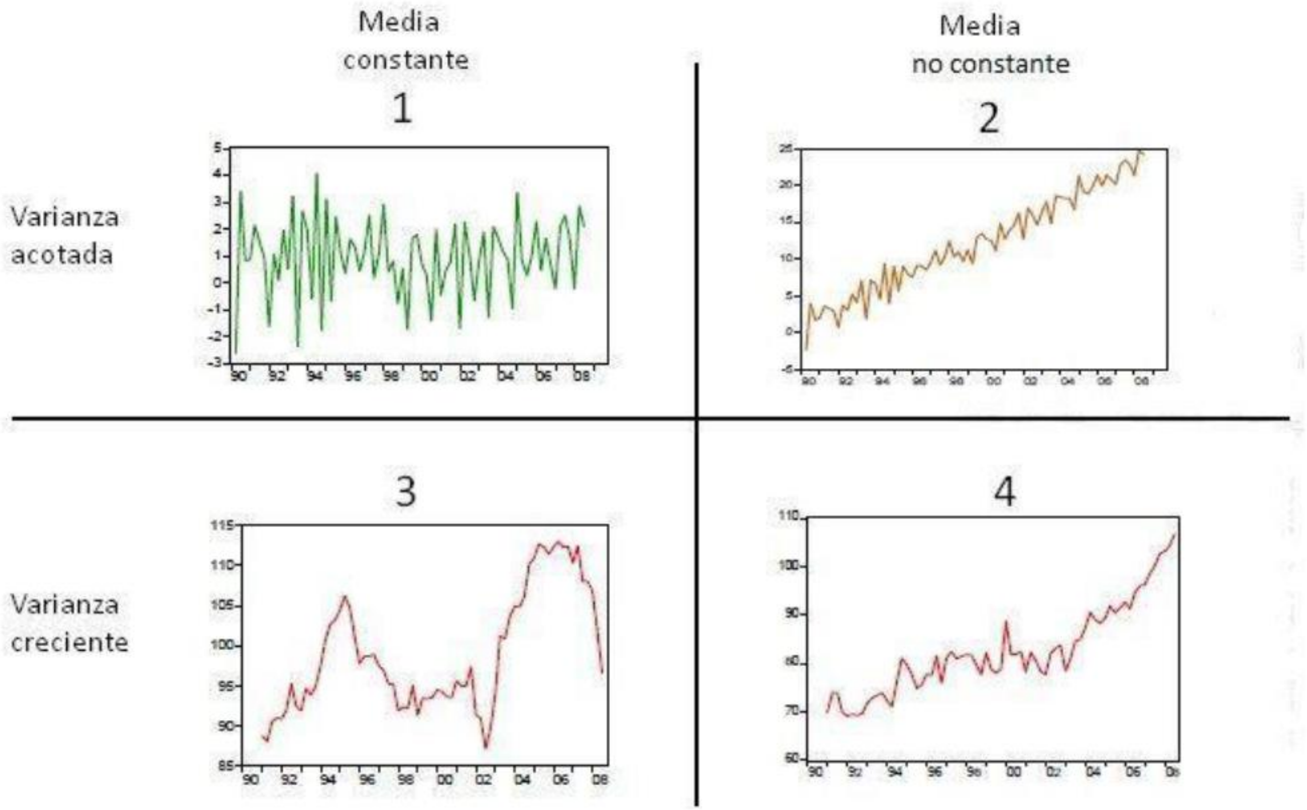
2. Características.

- Las series suelen representarse mediante un gráfico que muestra su evolución con el tiempo. Cuando se representa una serie, se suele prestar atención a una serie de características (Media y Varianza).



2. Características.

❖ Las series suelen representarse mediante un gráfico que muestra su evolución con el tiempo. Cuando se representa una serie, se suele prestar atención a una serie de características (Media y Varianza).

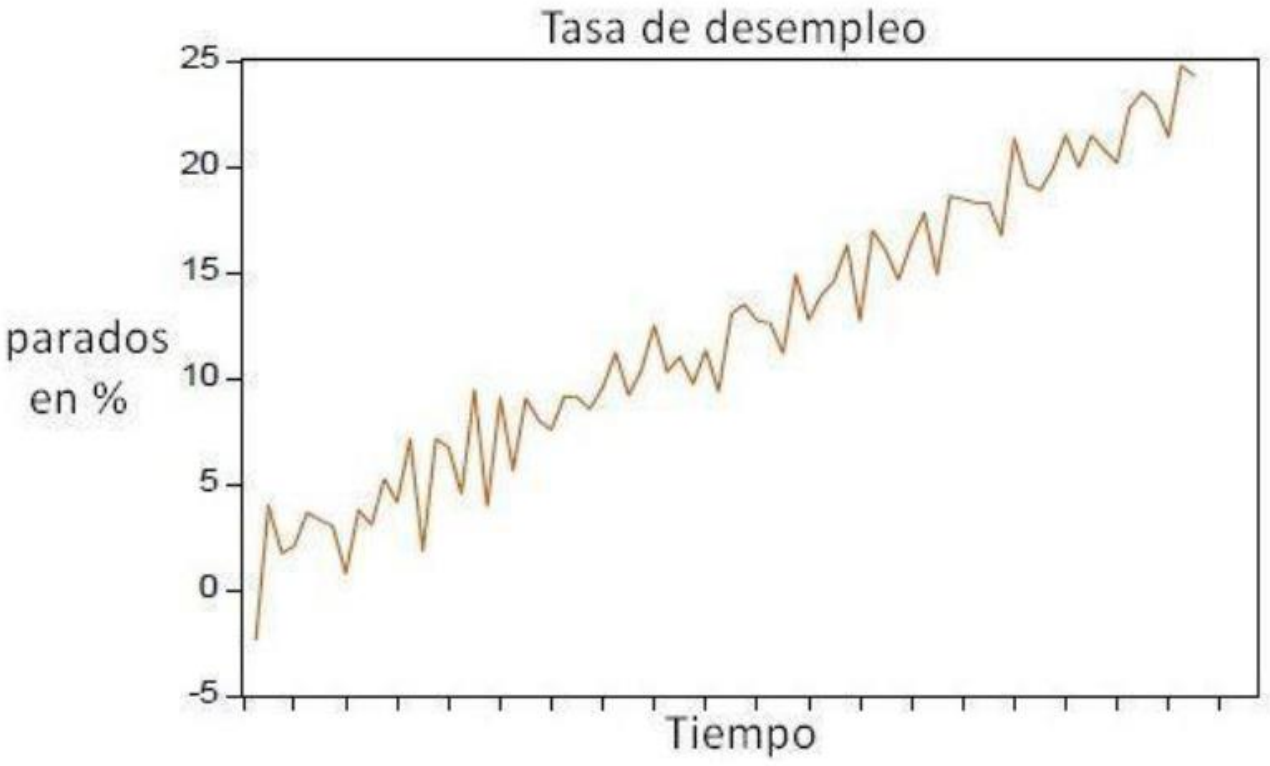


2. Características.

- **Media**: Se entiende en series temporales por **tendencia**.

- **Varianza**: Se entiende por **variabilidad.**

La varianza es constante o acotada en el ejemplo, es decir, se mantiene en niveles muy parecidos en todo el periodo, pero la media se mantiene creciente. Si en lugar de la tasa de desempleo, hubiésemos escogido la tasa de empleo tendríamos la misma serie, pero decreciente.



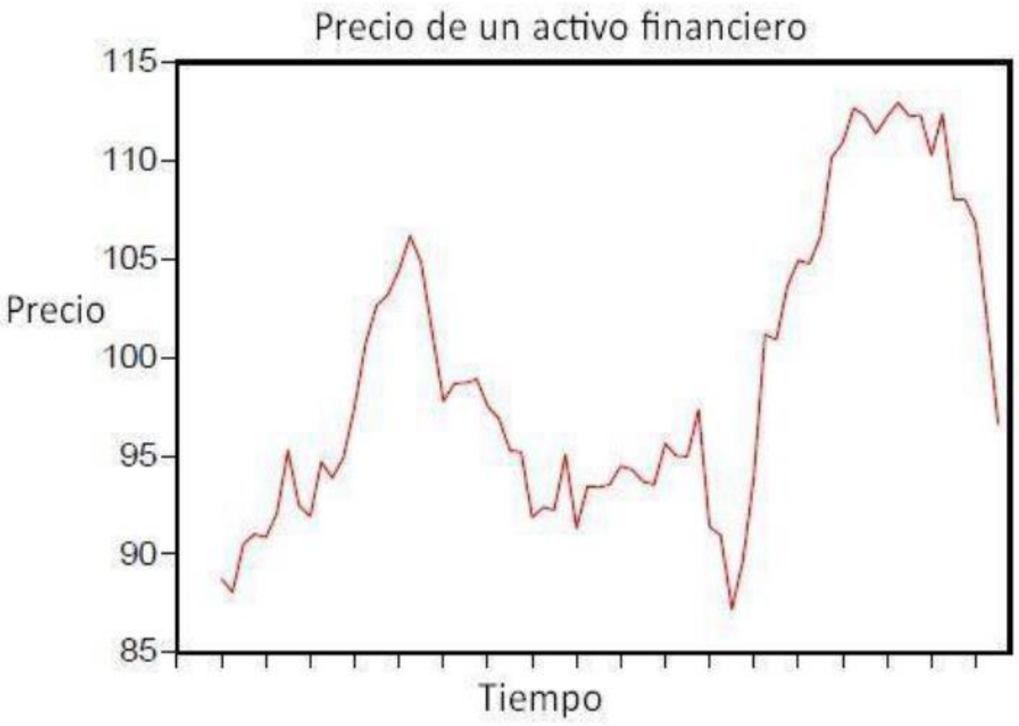
2. Características.

- El IBEX35 es un índice que mide la “salud” bursátil de España. En este gráfico se presenta cómo evolucionó entre los años 2013 y 2017.
- De forma sencilla, la **tendencia** se puede entender como el trazo que se dibujaría sin tener en cuenta los cambios rápidos (en rojo en el dibujo). La tendencia es una buena herramienta para entender cómo se “sube y baja” el valor de una variable numérica en el tiempo.

2. Características.

❖ Otra característica de las series es su variabilidad. Decimos que una serie es **HOMOCEDÁSTICA** si su variabilidad se mantiene constante a lo largo de la serie. Cuando la variabilidad de la serie aumenta o disminuye a lo largo del tiempo, decimos que la serie es **HETEROCEDÁSTICA.**

Ejemplo de serie temporal heterocedástica:
media "constante", pero con alta variabilidad.



2. Características.

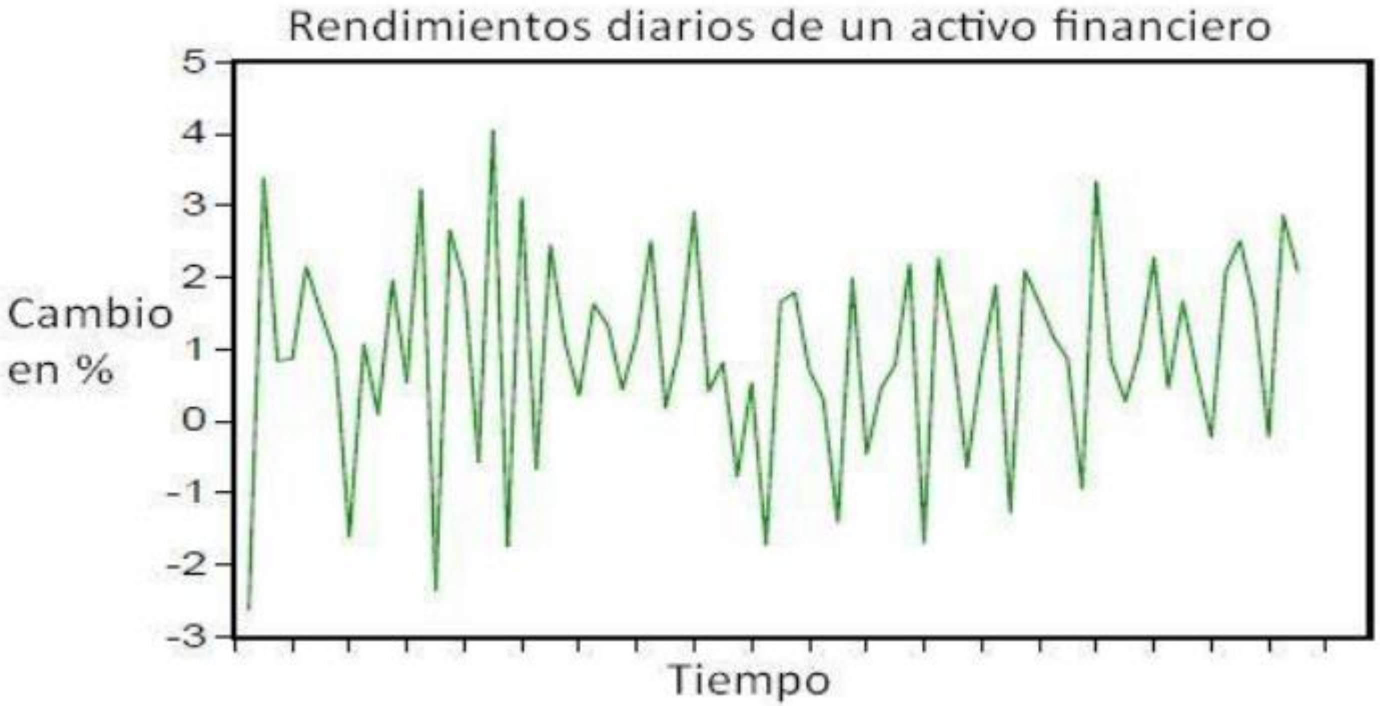
- **Una serie es estacionaria** cuando es estable, es decir, cuando **la media y la variabilidad son constantes a lo largo del tiempo**.

- Esto se refleja gráficamente en que los valores de la serie tienden a oscilar alrededor de **una media constante y la variabilidad con respecto a esa media también permanece constante** en el tiempo.

- Es una serie básicamente **estable a lo largo del tiempo**. Si la media y/o la variabilidad no son constantes la serie es no estacionaria.

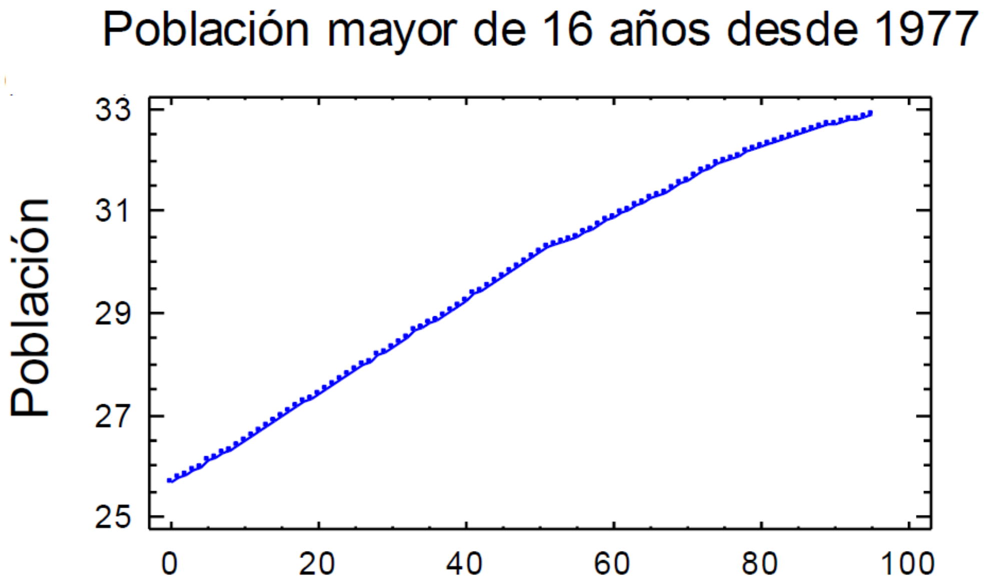
2. Características.

- Los rendimientos de los activos financieros en general, suelen ser series estacionarios. El gráfico representa el cambio porcentual diario de un activo financiero sin mucha variabilidad.



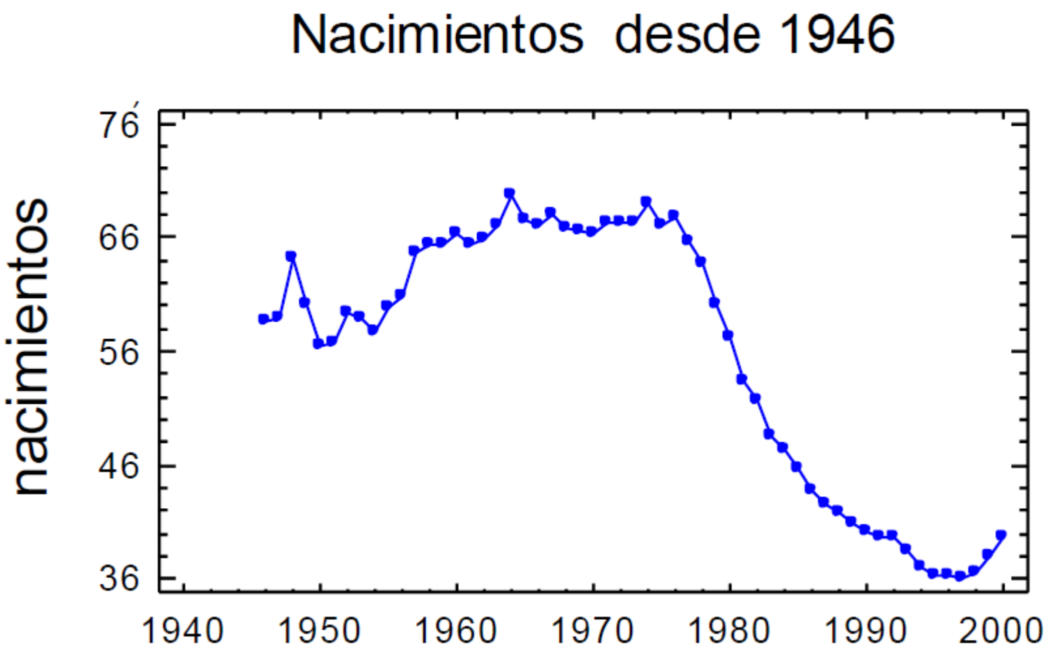
2. Características.

❖Algunas series **no son estacionarias y presentan una tendencia clara que podemos modelizar con alguna función matemática** (lineal, cuadrática, exp,..), como la población mayor de 16 años en España desde el primer cuatrimestre de 1977 al cuarto trimestre del 2000.



2. Características.

❖ Sin embargo, la serie siguiente que representa el número de nacimientos en España entre los años 1946 al 2000 **no es estacionaria y además no presenta una tendencia clara** en todo el periodo de estudio.



2. Características.

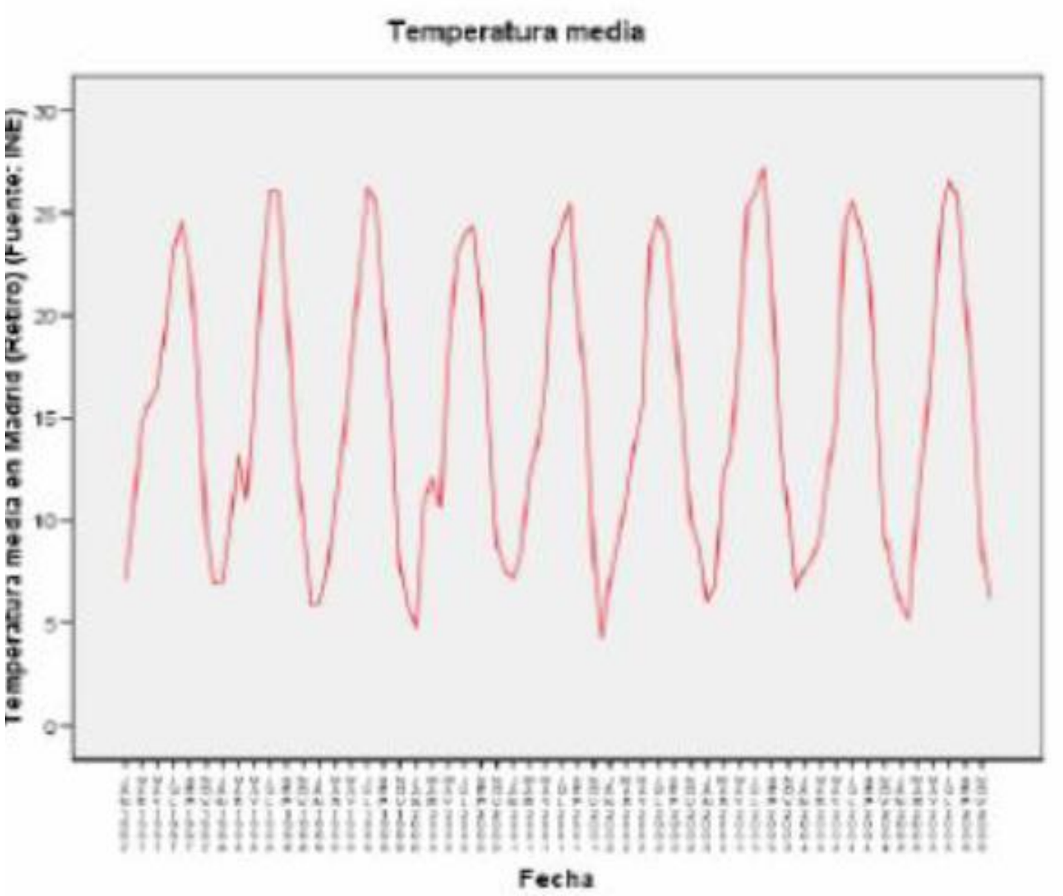
- Una serie es **estacional** cuando podemos observar en ella un patrón sistemático que **se repite periódicamente con periodos normalmente inferiores las unidades de tiempo en que vengan recogidos los datos**.

- Un periodo es el tiempo que pasa entre un “pico” y otro, o entre la repetición de patrones. Diremos que la serie tiene estacionalidad.

- En **periodos superiores al año se suele hablar de ciclos**.

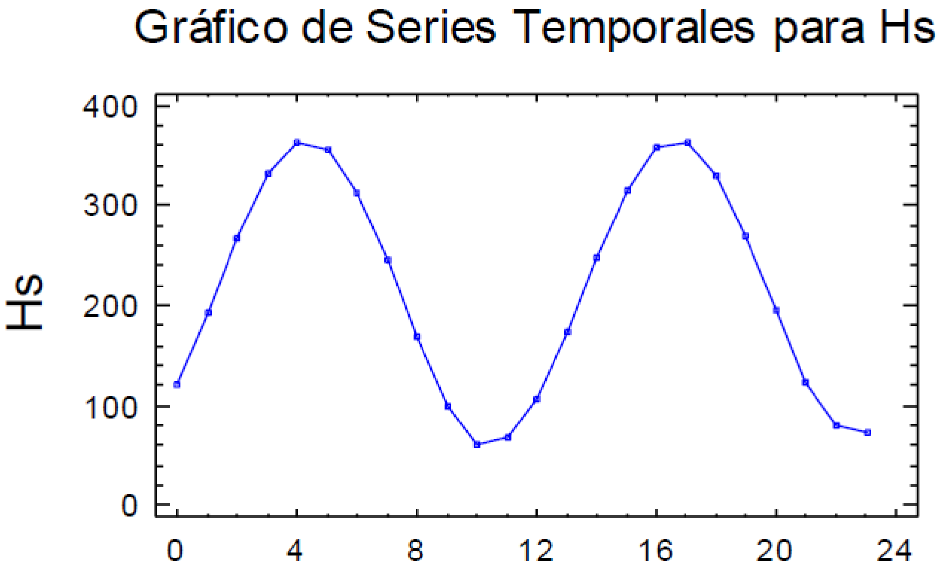
2. Características.

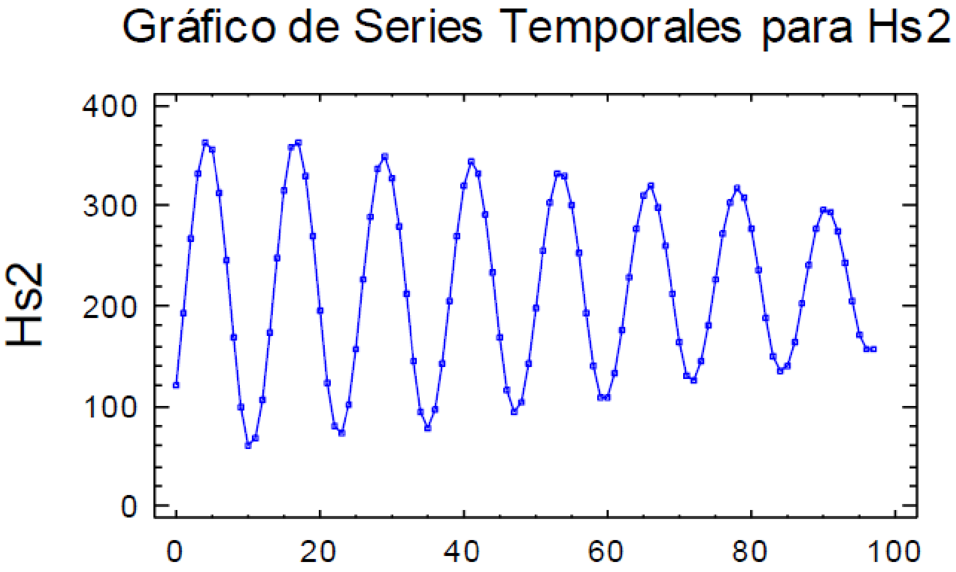
- Un claro ejemplo es el de las series relacionadas con el turismo, tales como número mensual de pernoctaciones hoteleras, número de viajeros en avión registrado por meses, etc.
- El periodo de la estación puede cambiar la estacionalidad no tiene por qué ser anual, algunas series tienen una estacionalidad cuyo periodo es de un mes, una semana, un día o incluso una hora.



2. Características.

❖Aun así, existen otras series con periodos de repetición aún más claros. Si representamos 24 horas de la variable nivel del mar en un puerto del Atlántico, como por ejemplo en el Ferrol, observamos claramente que presenta un comportamiento estacional cuyo periodo es de 12 horas.





2. Características.

- En ocasiones, además de la estacionalidad, se presenta **un patrón de oscilación** que revela cierta propensión de la serie a repetir a largo plazo (periodo superior a un año) una misma secuencia de comportamientos que se deben principalmente a la alternancia de etapas largas **que se denominan ciclos.**

- Los ciclos en una serie temporal es la más difícil de detectar pues a diferencia de la tendencia, que es un movimiento a largo plazo muy general, y de la estacionalidad, que tienen un período fijo, **las variaciones cíclicas tienen un período no fácilmente identificable** y en muchos casos incluso variable, siendo frecuente la existencia de ciclos que se superponen lo que hace todavía más difícil su identificación.

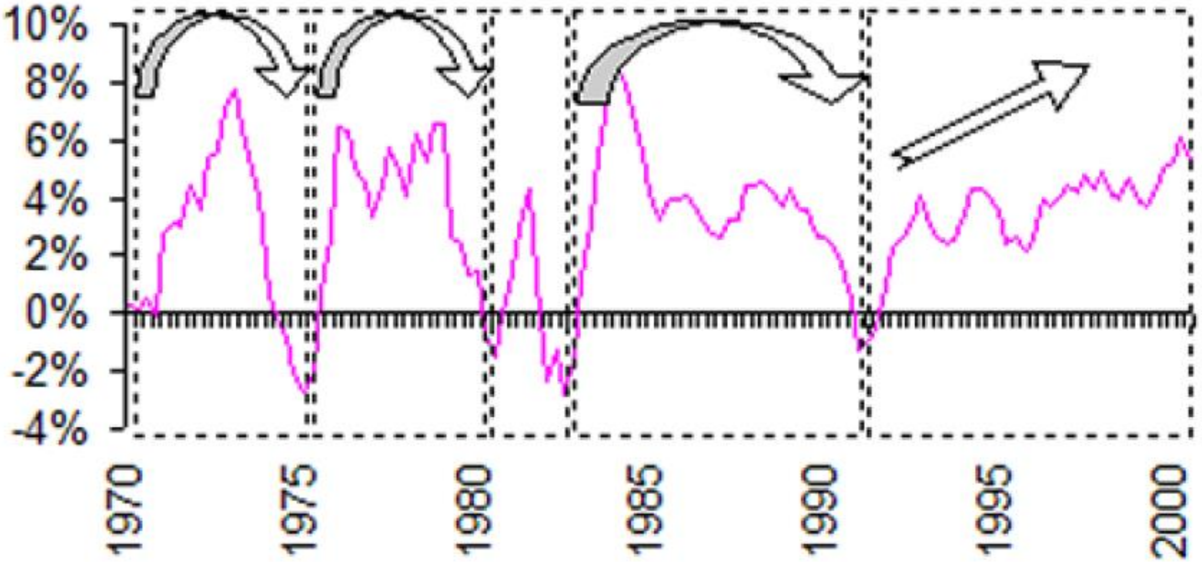
2. Características.

- En la práctica, para identificar un ciclo, **suele eliminarse de la serie la tendencia y la estacionalidad.**

- Se asume que un ciclo tiene una fase de crecimiento, otra estable y luego decrece, aunque no tiene que ser de forma estacional. No se conocen cuánto duran estas fases. Es decir, las series cíclicas no tienen por qué ser estacionales.

2. Características.

❖ En este ejemplo se presenta un análisis de los ciclos de crecimiento de la economía americana. En el año 83 se observa un acortamiento en el ciclo, que pasa de 5 a 3 años, para luego ampliarse a los 10 años. Por tanto, a principios de 2000 el ciclo económico de crecimiento no habría terminado, y duraría aproximadamente hasta el año 2003.



2. Características.

❖Cargar archivo y visualizar una serie temporal en Python:

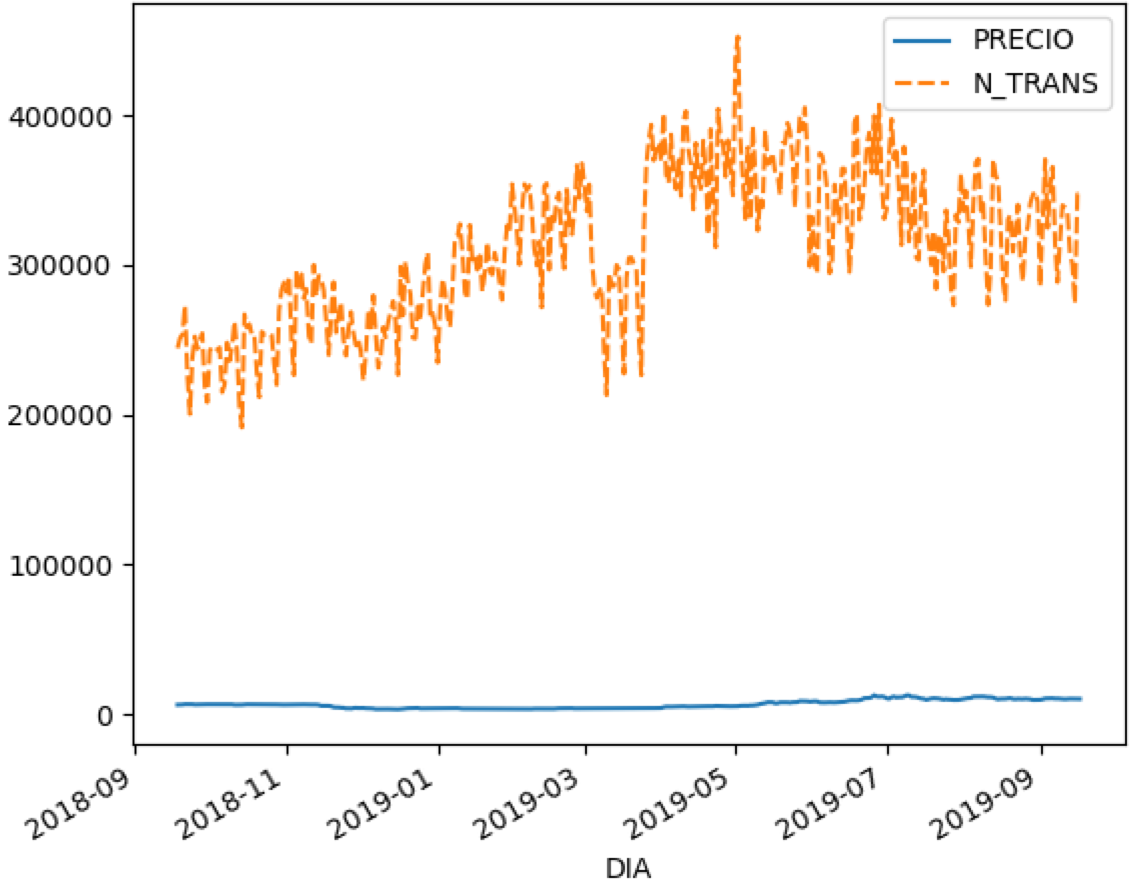
```
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import seaborn as sns

Bitcoin_A = pd.read_excel("…")
Bitcoin_A['DIA'] = pd.to_datetime(Bitcoin_A['DIA'], format='%Y-%m-%d')
Bitcoin_A.head()
---
print(f'\nRango de fechas: {Bitcoin_A.DIA.min()}/{ Bitcoin_A.DIA.max()}')
```

2. Características.

❖Cargar archivo y visualizar una serie temporal en Python:

```
# se establece la columna fecha como índice y se elimina
Bitcoin_A.index = Bitcoin_A['DIA']
del Bitcoin_A['DIA']
print(Bitcoin_A.head())

sns.lineplot(Bitcoin_A)
plt.xticks(rotation=30, ha='right’)
```

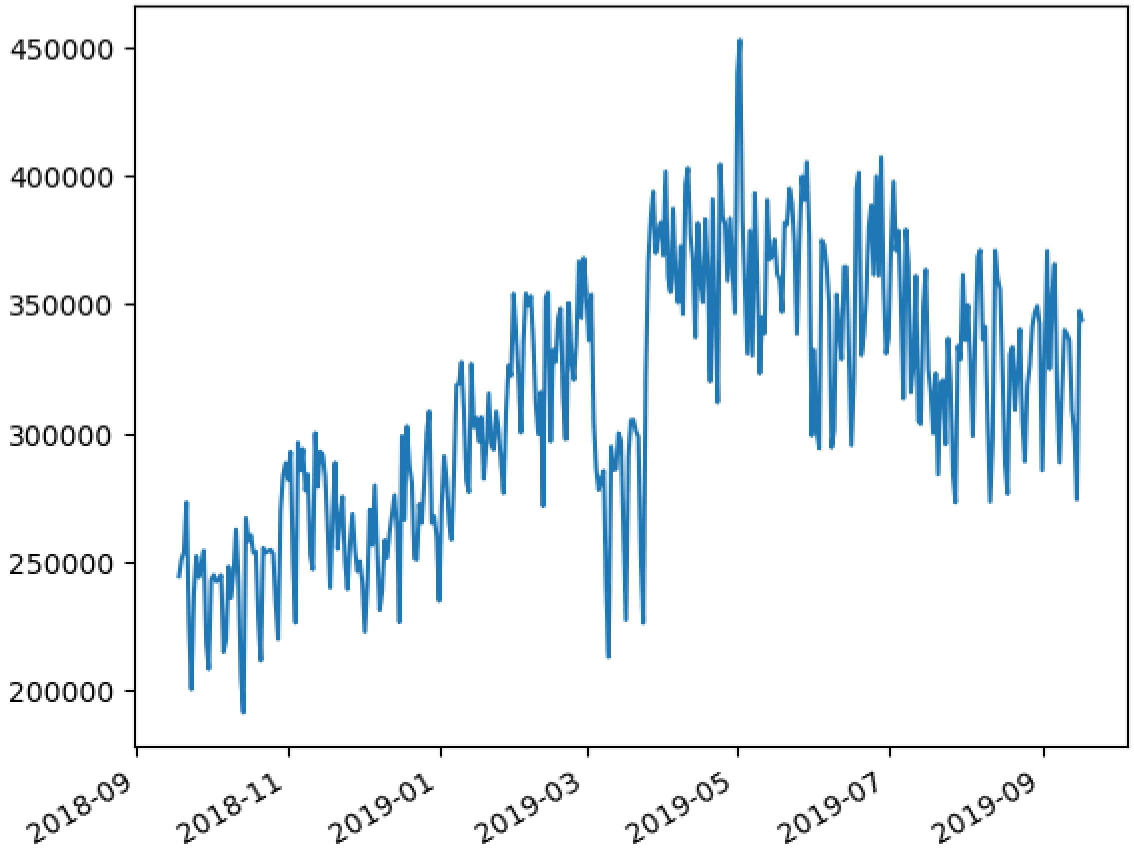
¿Problema? La diferencia de escalas impide la correcta visualización.



2. Características.

❖Cargar archivo y visualizar una serie temporal en Python:

```
plt.plot(Bitcoin_A["N_TRANS"])
plt.xticks(rotation=30, ha='right')
```

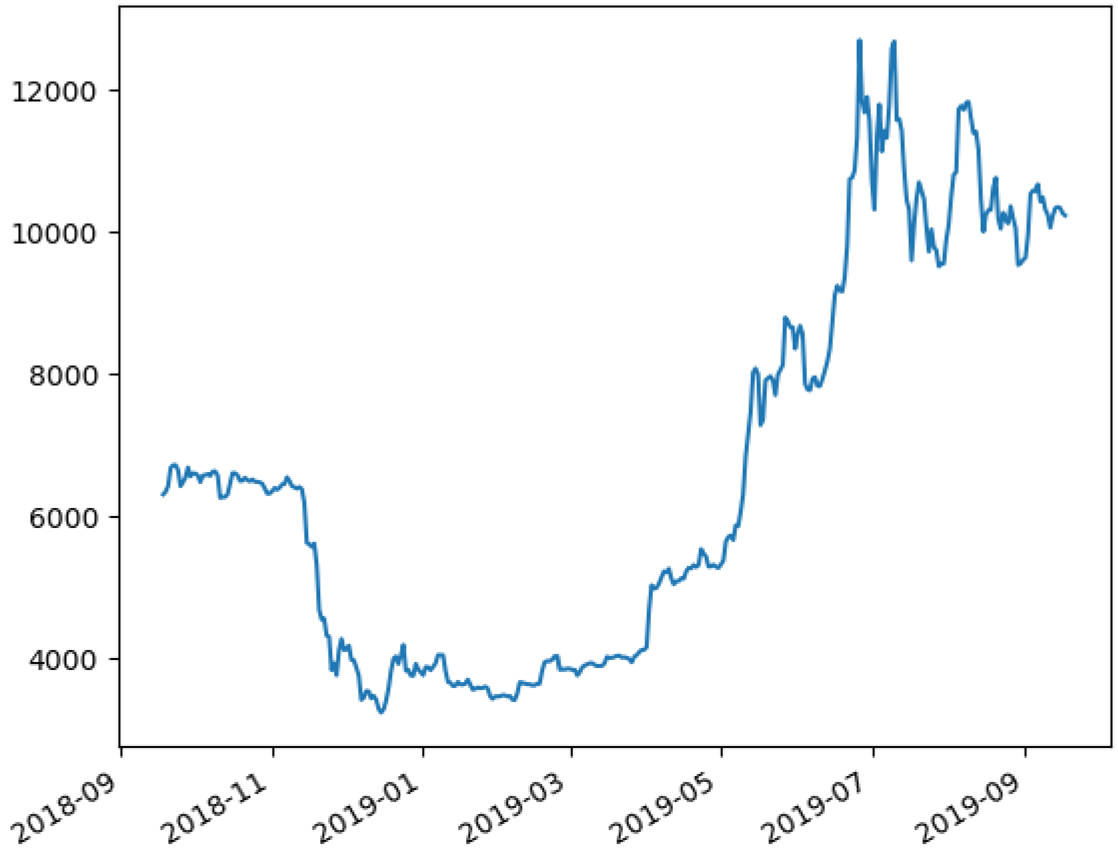


2. Características.

❖Cargar archivo y visualizar una serie temporal en Python:

sns.lineplot(Bitcoin_A[“PRECIO"])

plt.xticks(rotation=30, ha='right')



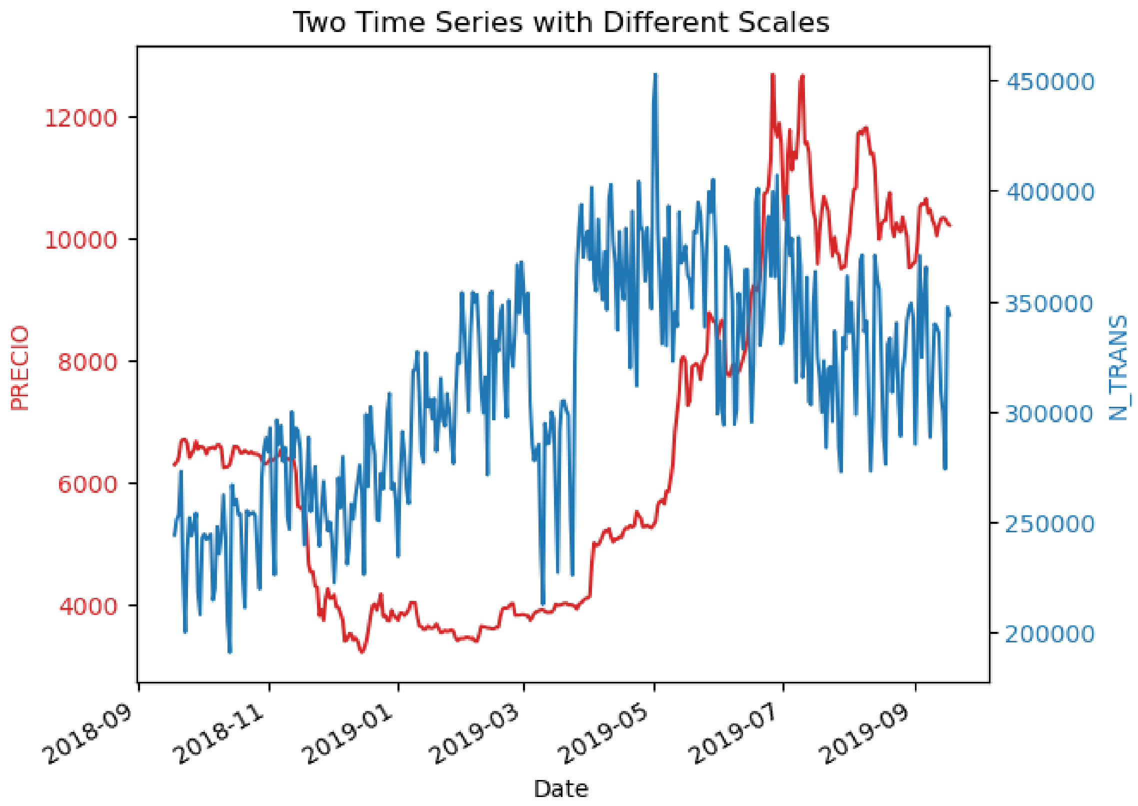
2. Características.

- Cargar archivo y visualizar una serie temporal en Python:

```
# 1. Crear un gráfico con dos ejes y
compartir el eje x

fig, ax1 = plt.subplots()

# 2. Primera serie en el eje izquierdo (ax1)

color = 'tab:red'
ax1.set_xlabel('Date')
ax1.set_ylabel('PRECIO', color=color)
ax1.plot(Bitcoin_A['PRECIO'], color=color)
ax1.tick_params(axis='y', labelcolor=color)

# 3. Segunda serie en el eje derecho (ax2)

ax2 = ax1.twinx()  # Compartir el eje x
color = 'tab:blue'
ax2.set_ylabel('N_TRANS', color=color)
ax2.plot(Bitcoin_A['N_TRANS'],
color=color)
ax2.tick_params(axis='y', labelcolor=color)

# 4. Ajustes de diseño
plt.title('Two Time Series with Different
Scales')
plt.show()
```

2. Características.

❖Cargar archivo y visualizar una serie temporal en Python:



3. Descomposición de una Serie Temporal.

- Una serie temporal puede descomponerse en una serie de componentes parciales que, agregadas conforme a un esquema aditivo o multiplicativo, configuran el aspecto global de la serie. Estas componentes son: **tendencia, componente estacional, componente cíclica y componente aleatoria.**

$$X_t = \underbrace{T_t}_{\text{Tendencia}} + \underbrace{S_t}_{\text{Componente Estacional}} + \underbrace{C_t}_{\text{Componente Cíclica}} + \underbrace{Z_t}_{\text{Componente Irregular o Aleatoria}} \qquad X_t = T_t \cdot S_t \cdot C_t \cdot Z_t$$

- Debido a que el **comportamiento cíclico de una serie no suele tener periodos tan claros** como el estacional e involucra grandes periodos de tiempo, esta componente se suele incluir dentro de la tendencia.

$$X_t = T_t + S_t + Z_t \qquad X_t = T_t * S_t * Z_t$$

3. Descomposición de una Serie Temporal.

- No hay una norma objetiva para establecer si la serie se ajusta mejor a un esquema aditivo o multiplicativo.
- Una primera forma de distinguir entre esquema aditivo o multiplicativo está basada en la **amplitud de la componente estacional**.

  - Una **variabilidad constante alrededor de la tendencia** o **patrón regular de las fluctuaciones** es más compatible con un esquema aditivo.
  - Si la variabilidad **crece (o decrece)** en el tiempo, parece más apropiado un **esquema multiplicativo.**
  - Si el esquema es **aditivo**, las **diferencias entre periodos consecutivos** tienden a presentar valores muy **homogéneos**, mientras que los **cocientes entre esos periodos** varían más.
  - Si el esquema es **multiplicativo**, los **cocientes entre periodos consecutivos serán muy parecidos**, mientras que las **diferencias variarán** mucho más.

3. Descomposición de una Serie Temporal.

- ANTE LA DUDA, HAY QUE PROBAR LOS DOS ESQUEMAS Y ELEGIR EL MEJOR

- ESTA DIFERENCIACIÓN ENTRE ESQUEMAS SÓLO HAY QUE HACERLA CUANDO HAY **ESTACIONALIDAD Y TENDENCIA**

4. Análisis de Tendencia.

- En algunos casos , se puede suponer una **relación determinista entre T_t (componente tendencia) y t (instante t)** por ejemplo, una tendencia lineal que se estima mediante el método de mínimos cuadrados, por ejemplo, donde:

$$T_t = a + b \cdot t$$

$T_t =$ el valor de la serie en el instante t. Es la variable dependiente.

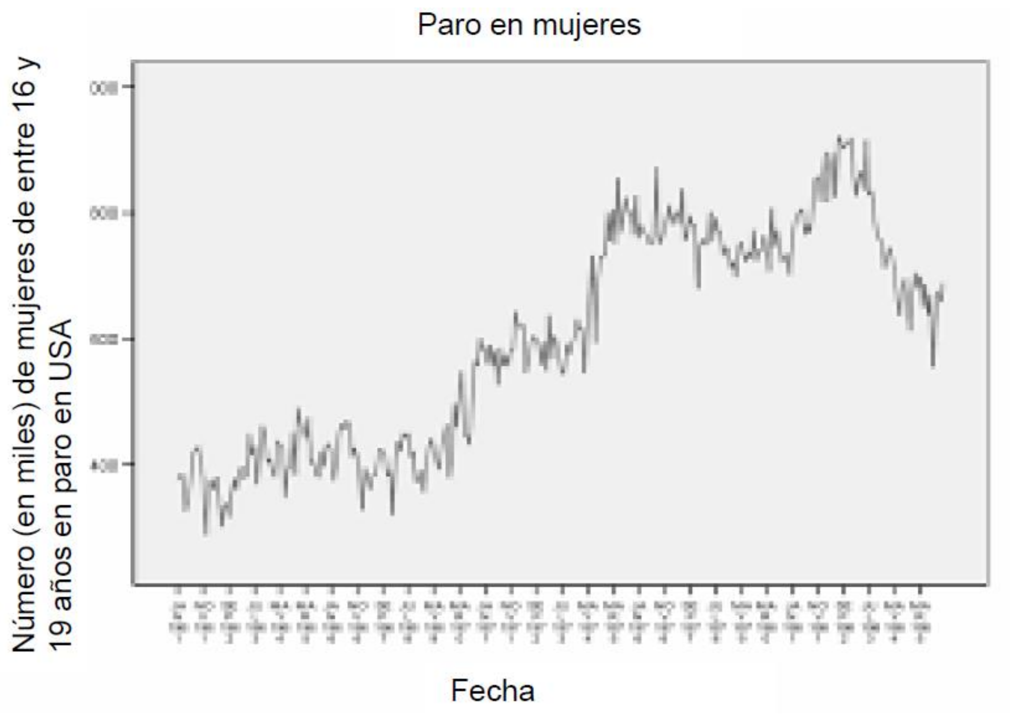
$a =$ la intersección. Es el valor de la serie cuando $t = 0$.

$b =$ pendiente. Es la tasa de cambio de la serie con respecto al tiempo t.

$t =$ variable independiente, que representa el tiempo.

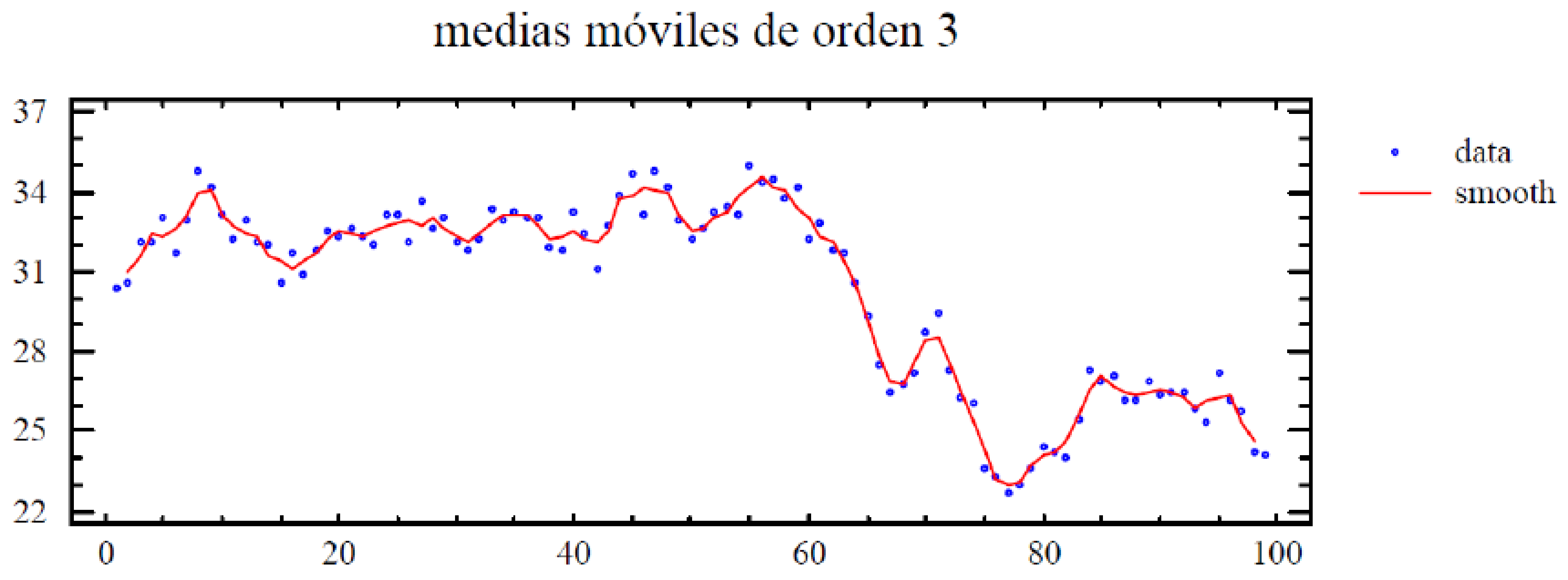
4. Análisis de Tendencia.

- A menudo, la tendencia de la serie **no sigue una recta y evoluciona** a lo largo del tiempo. En ese caso, un método general de estimar T_t es **suponer que evoluciona lentamente** en el tiempo, y que se puede **aproximar con una función sencilla** para intervalos cortos del tiempo.



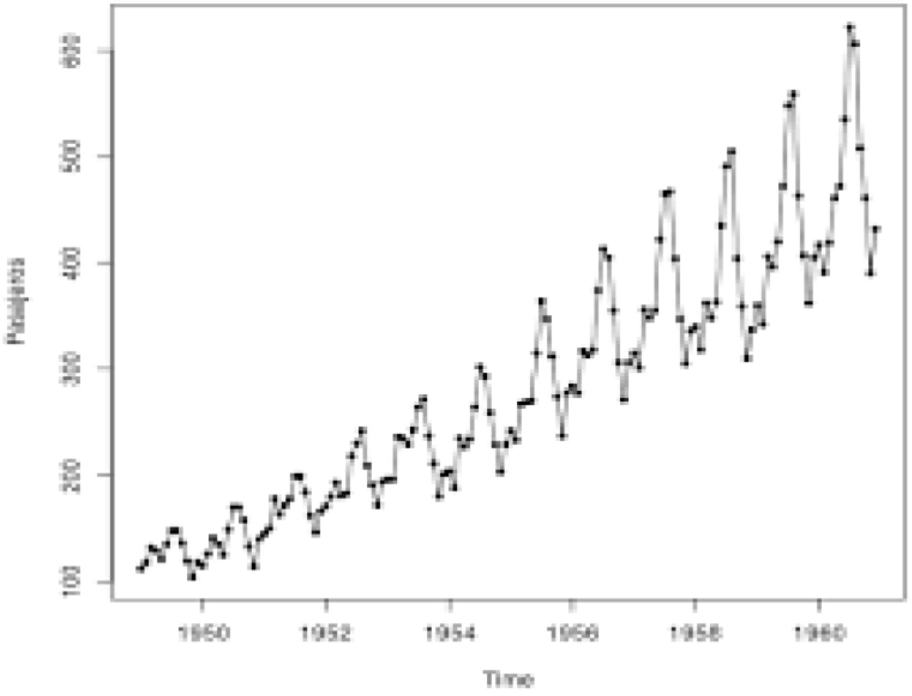
4. Análisis de Tendencia.

❖ Si, por ejemplo, una recta es una representación válida para tres periodos consecutivos. Si se realiza la media de las tres observaciones consecutivas $m_t = \frac{x_{t-1}+x_t+x_{t+1}}{3}$ descubriríamos la tendencia subyacente. **Esta media se le denomina media móvil** de orden 3. De modo que **la media móvil recoge fundamentalmente la tendencia de la serie en el instante t.**



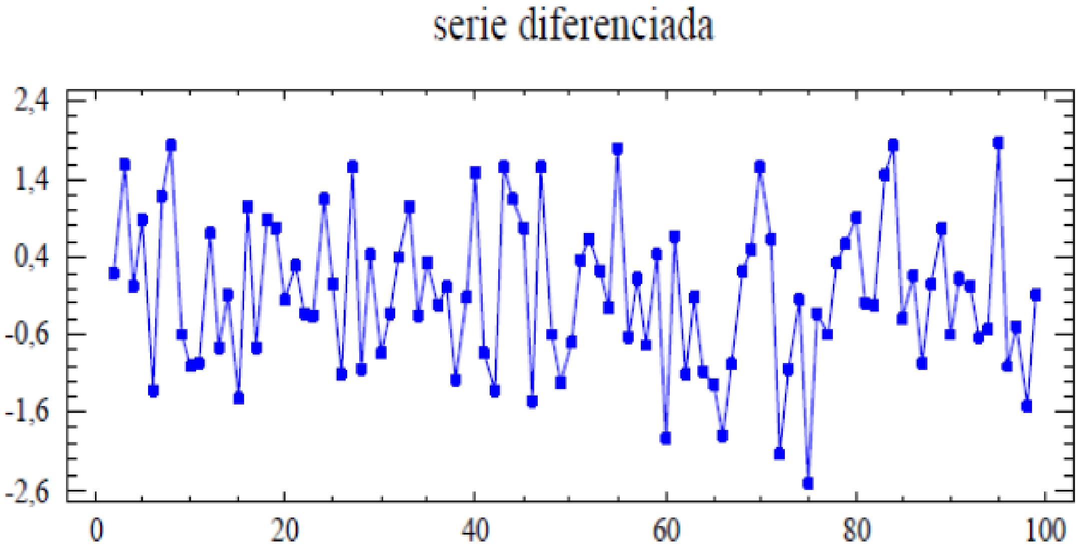
4. Análisis de Tendencia.

❖ En el gráfico se puede observar que la tendencia de la serie también presenta un comportamiento estacional. Con **medias móviles de órdenes altos suavizamos los efectos estacionales.**



4. Análisis de Tendencia.

- Se suele usar también un método más general que consiste en no hacer ninguna hipótesis sobre la forma de la tendencia a corto plazo y suponer simplemente que evoluciona lentamente en el tiempo.
- Asumimos que la tendencia en el instante t es muy próxima a la tendencia en el instante t_1 y construimos una nueva serie $z_t = x_t - x_{t-1}$ que denominamos **Serie Diferenciada**.



5. Análisis de la Estacionalidad.

- Un método de estimar el efecto estacional (por ejemplo, mensual) es considerar cómo varía la media del período “mes” con respecto a la media global.

Años

Meses	1	2	$\cdots$	n	Medias	S
enero	x_{11}	x_{12}	$\cdots$	x_{1n}	$\boxed{\bar{x}_{1\cdot}}$	$\boxed{S_1}$
febrero	x_{21}	x_{22}	$\cdots$	x_{2n}	$\bar{x}_{2\cdot}$	S_2
:	:	:	$\cdots$	:	:	:
noviembre	$x_{11\,1}$	$x_{11\,2}$	$\cdots$	$x_{11\,n}$	$\bar{x}_{11\cdot}$	S_{11}
diciembre	$x_{12\,1}$	$x_{12\,2}$	$\cdots$	$x_{12\,n}$	$\bar{x}_{12\cdot}$	S_{12}
Medias	$\boxed{\bar{x}_{\cdot 1}}$	$\bar{x}_{\cdot 2}$	$\cdots$	$\bar{x}_{\cdot n}$	$\boxed{\bar{x}_{\cdot\cdot}}$	

Media de todos los meses de enero considerados, desde enero del año 1, x_{11}, hasta enero del año *n*, x_{1n}. **Media del periodo**

Coeficiente estacional periodo 1

Media global

Media de todos los meses del año 1, desde enero del año 1, x_{11}, hasta diciembre del año *1*, x_{121}.

- **Los coeficientes estacionales son:**
- $s_i = \bar{x}_i - \bar{x}$ para $i = 1, \ldots, 12$. En el caso en el que el esquema es aditivo.

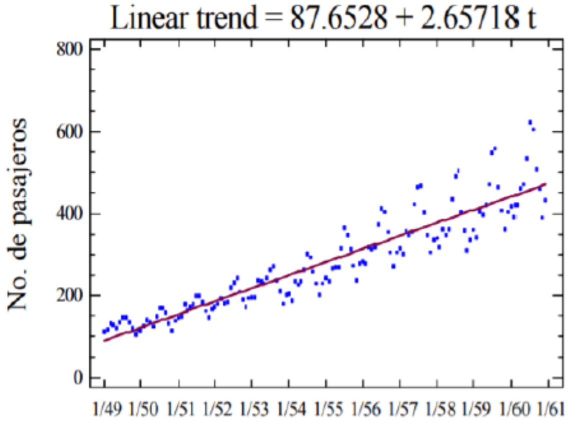
Suponemos que el efecto estacional S_i satisface:

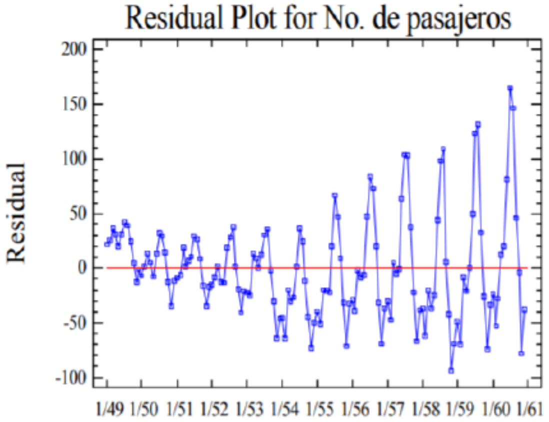
$S_i = S_{i+12} = S_{i+24} = \ldots$

Esto quiere decir que el coeficiente estacional del periodo *i* (mes *i*), se repite en 12 periodos (*i+12*, un año), en 24 periodos (i+*24*, 2 años), etc.

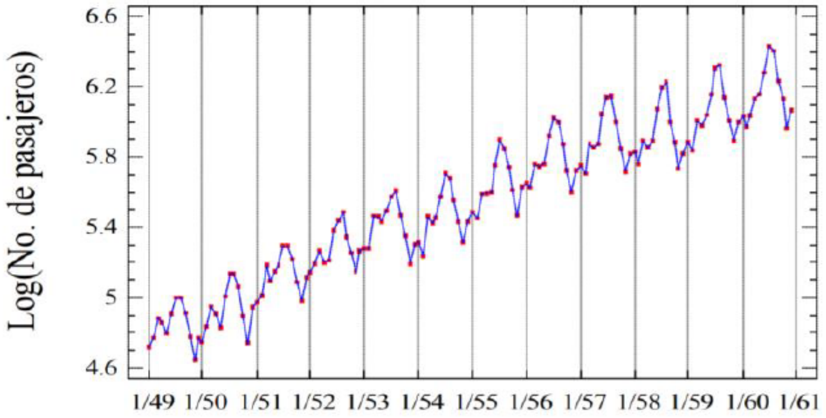
5. Análisis de la Estacionalidad.

En este gráfico se presenta una serie sobre el número de pasajeros de un avión





a la que se le ha aplicado la función *logaritmo* para eliminar la heterocedasticidad.



5. Análisis de la Estacionalidad.

- Aquí hay algunas razones clave para aplicar el logaritmo en el contexto de la eliminación de la heterocedasticidad:

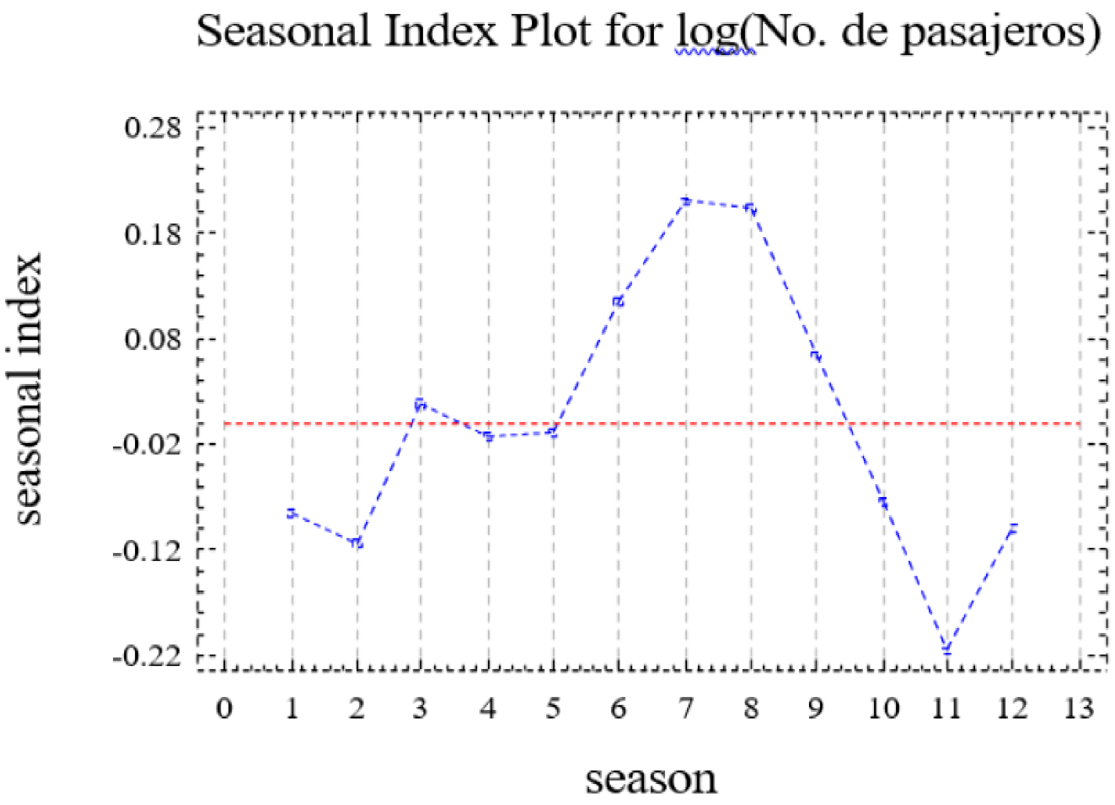
  - **Estabilización de la Varianza:** La aplicación del logaritmo puede estabilizar la varianza, ya que tiene el efecto de reducir las diferencias relativas entre los valores más grandes y más pequeños. Esto puede ser beneficioso para modelar la serie temporal de manera más efectiva.

  - **Linealización de las Tasas de Cambio:** En algunos casos, las series temporales pueden representar tasas de crecimiento o tasas de cambio. Tomar el logaritmo transforma estas tasas en incrementos absolutos, lo cual puede ser útil para la interpretación y modelado.

  - **Facilita la Interpretación:** La interpretación de las diferencias porcentuales en lugar de las diferencias absolutas puede ser más intuitiva en algunos contextos. El logaritmo transforma las diferencias porcentuales en diferencias absolutas, facilitando la interpretación de los cambios relativos.

5. Análisis de la Estacionalidad.

❖Se calculan los coeficientes estacionales y se representan:



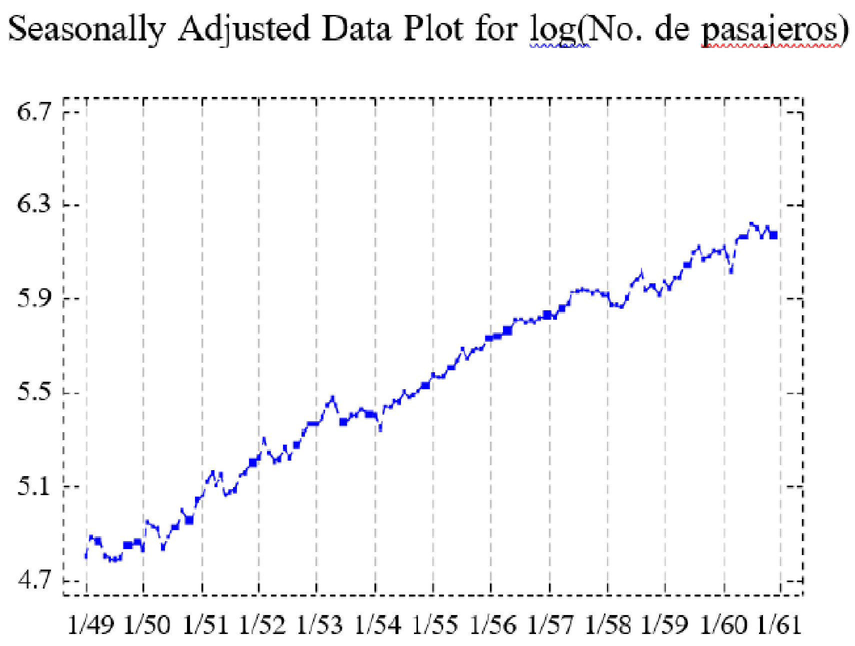
5. Análisis de la Estacionalidad.

- Para obtener la **serie desestacionalizada** se resta a cada valor de la serie el coeficiente estacional correspondiente $X_i - S_i$ **en el caso del esquema aditivo**:

  - Se observa que esta serie ya no presenta los efectos estacionales.

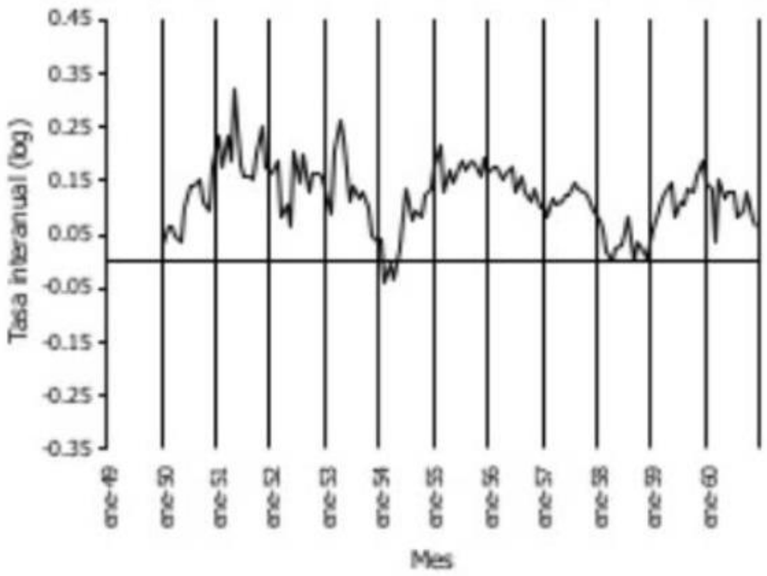
  - El interés de obtener una serie desestacionalizada es poder llegar a obtener un comportamiento estacionario.

  - **NOTA: Para el esquema multiplicativo se desestacionaliza con el cociente: $\frac{X_i}{S_i}$**



5. Análisis de la Estacionalidad.

- Se denomina **Diferenciación Estacional** al método a través del cual no se hace ninguna hipótesis sobre la forma general de la estacionalidad a corto plazo y suponer simplemente que evoluciona lentamente en el tiempo.
- Así, si se considera una estacionalidad de orden s, la serie con diferenciación estacional quedaría: $z_t = x_t - x_{t-s}$, denominada **Serie Diferenciada Estacionalmente.**



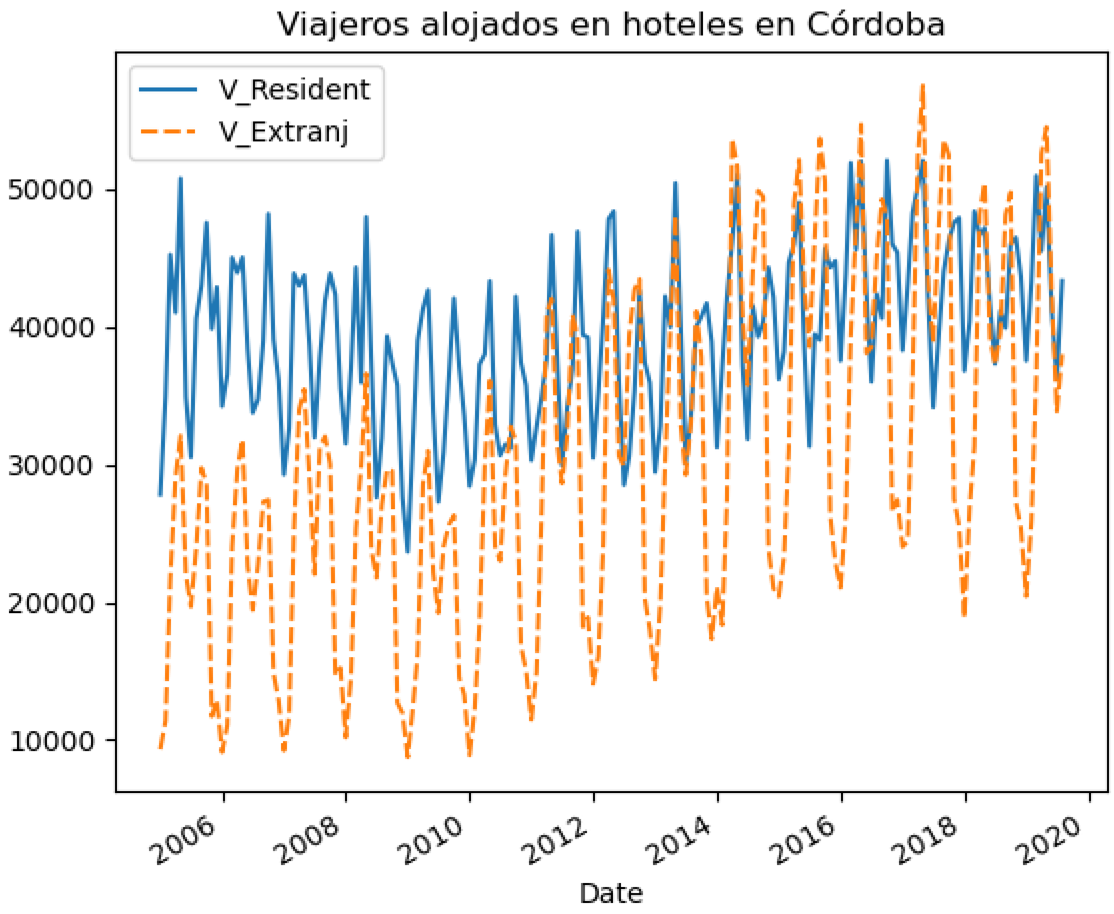
5. Análisis de la Estacionalidad.

- Usemos el fichero “Córdoba”, el cual contiene datos mensuales de viajeros alojados en hoteles de Córdoba.

```
v_cordoba = pd.read_excel("C:/Users/…/Cordoba.xlsx")
v_cordoba.head()
-----
#Se observa que la columna de las fechas no tiene nombre, por lo que:
v_cordoba.columns=['Date','V_Resident','V_Extranj’]
-----
v_cordoba['Date'] = pd.to_datetime(v_cordoba['Date'], format='%YM%m')
v_cordoba.index = v_cordoba['Date']
del v_cordoba['Date']
print(v_cordoba.head())
```

5. Análisis de la Estacionalidad.

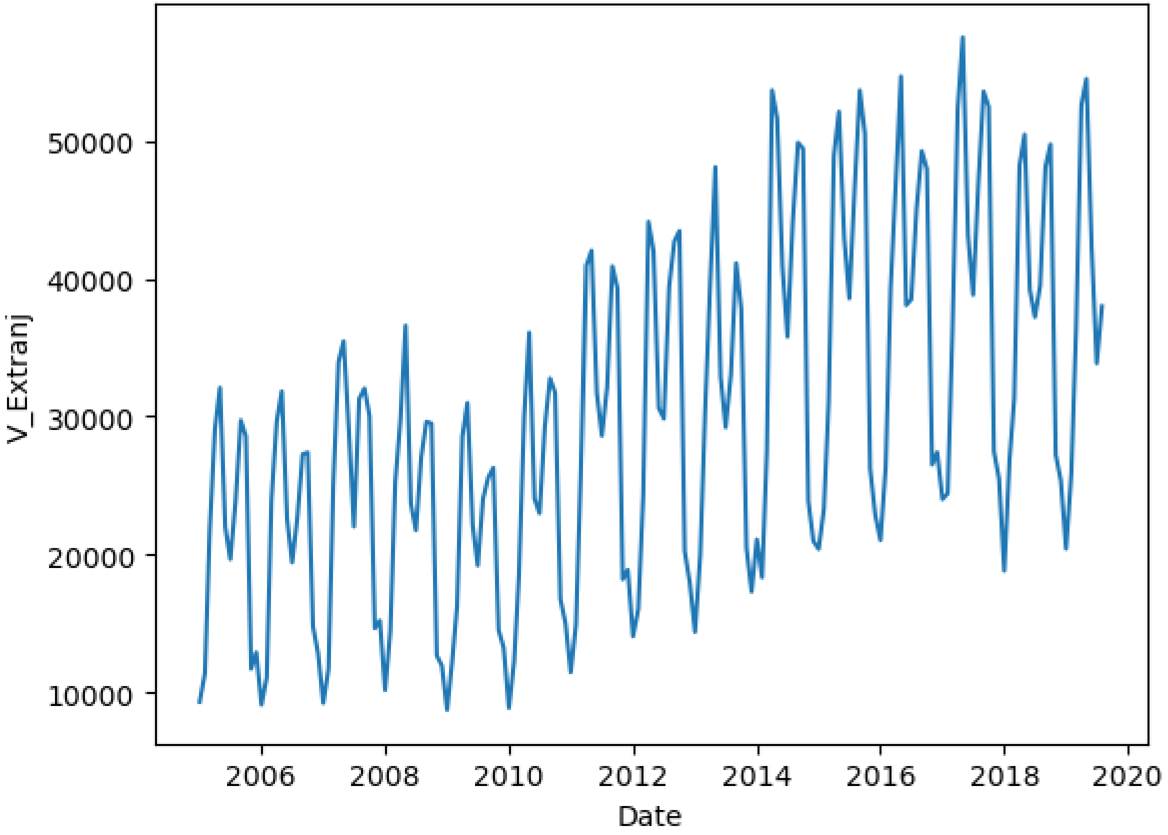
```
sns.lineplot(v_cordoba)
plt.xticks(rotation=30, ha='right')
# Ajustes de diseño
plt.title('Viajeros alojados en hoteles en Córdoba')
```



5. Análisis de la Estacionalidad.

#Nos centramos en la variable “V_Extranj”.

sns.lineplot(v_cordoba['V_Extranj'])



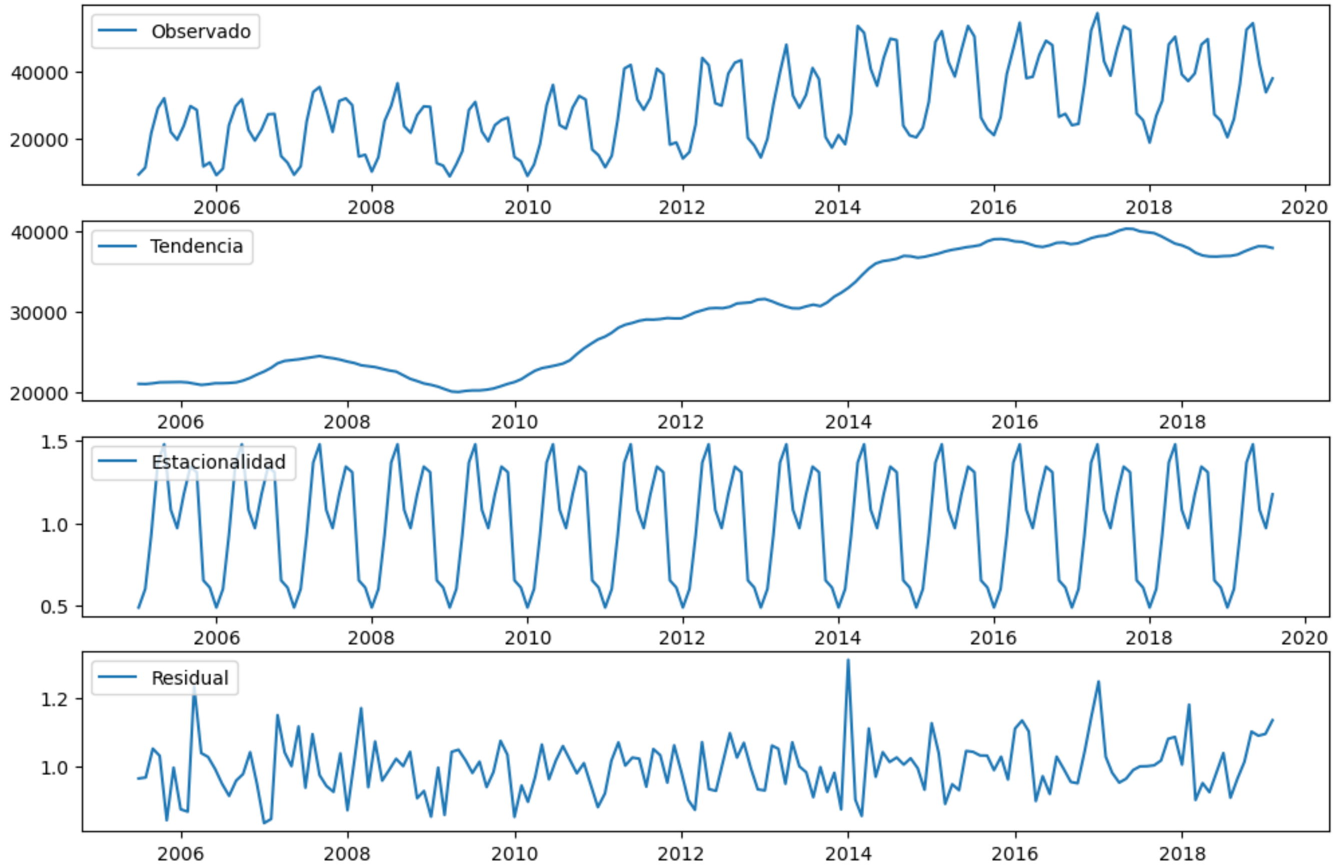
5. Análisis de la Estacionalidad.

```
#Descompondremos la serie temporal para conocer su estacionalidad, tendencia y residuos:
from statsmodels.tsa.seasonal import seasonal_decompose
# Realizar la descomposición estacional
result = seasonal_decompose(v_cordoba['V_Extranj'], model='multiplicative’)

# Visualizar las componentes
plt.figure(figsize=(12, 8))
plt.subplot(4, 1, 1)
plt.plot(result.observed, label='Observado')
plt.legend(loc='upper left')
plt.subplot(4, 1, 2)
plt.plot(result.trend, label='Tendencia')
plt.legend(loc='upper left')
```

```
plt.subplot(4, 1, 3)
plt.plot(result.seasonal,
label='Estacionalidad')
plt.legend(loc='upper left')
plt.subplot(4, 1, 4)
plt.plot(result.resid,
label='Residual')
plt.legend(loc='upper left')
plt.show()
```

5. Análisis de la Estacionalidad.

Como alternativa, también está, simplemente: result.plot()



5. Análisis de la Estacionalidad.

❖Gracias a haber creado “result” (la TS descompuesta), podemos acceder directamente a la estacionalidad o la tendencia.

Para poder observar la tasa de viajeres por mes con respecto a la media global:

print(result.seasonal)

```
Date
2005-01-01    0.489635
2005-02-01    0.601963
2005-03-01    0.927655
2005-04-01    1.366617
2005-05-01    1.476760
```

En mayo del 2005 se registró un 47% más de viajeros extranjeros con respecto a la media global.

5. Análisis de la Estacionalidad.

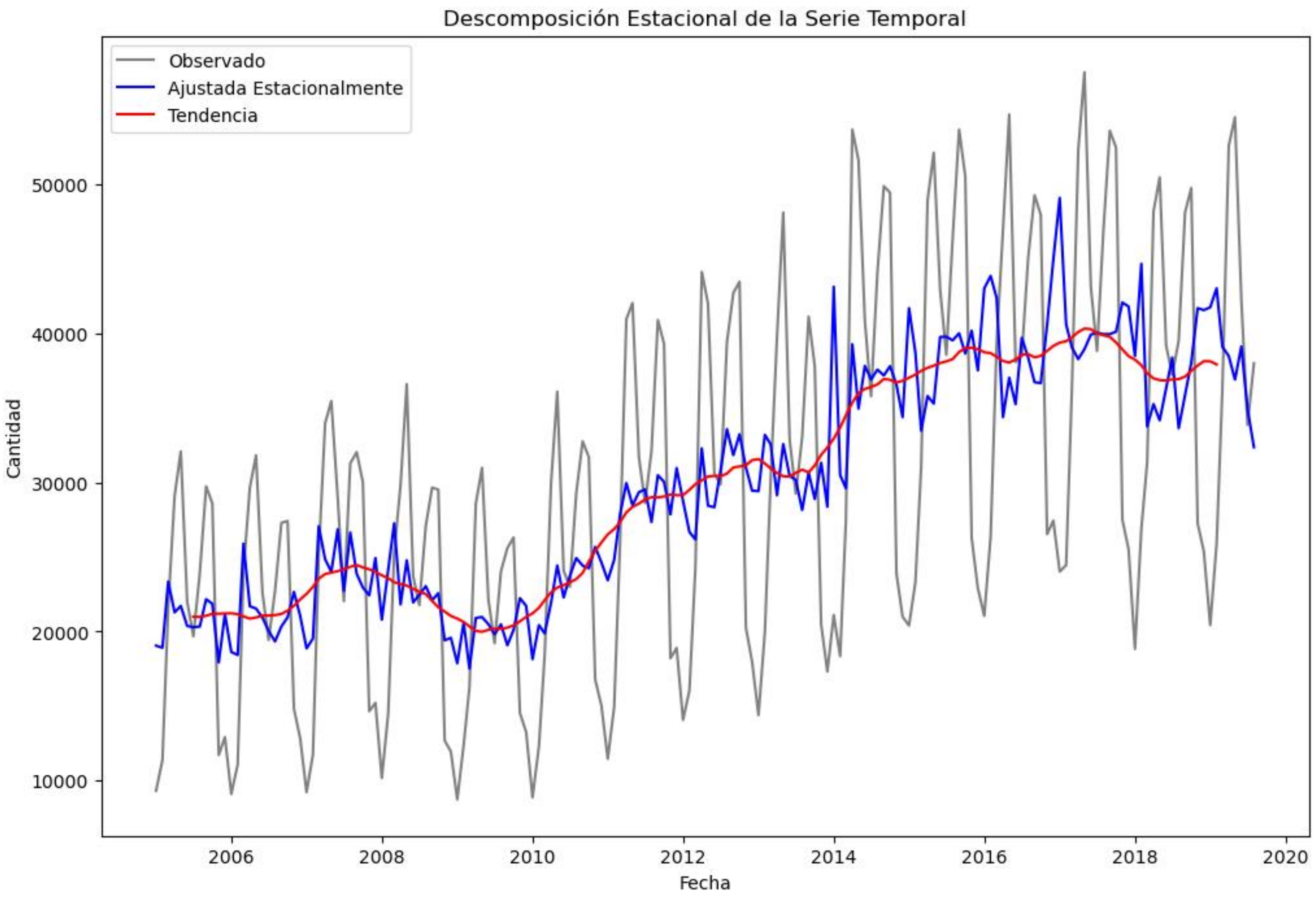
Para el esquema multiplicativo se desestacionaliza con el cociente: $\frac{X_i}{S_i}$

- # Crear un gráfico que muestre las componentes
- plt.figure(figsize=(12, 8))

- plt.plot(result.observed, label='Observado', color='grey')
- plt.plot(result.observed/result.seasonal, label='Ajustada Estacionalmente', color='blue')
- plt.plot(result.trend, label='Tendencia', color='red')

- # Añadir leyendas y título
- plt.legend()
- plt.title('Descomposición Estacional de la Serie Temporal')
- plt.xlabel('Fecha')
- plt.ylabel('Cantidad')

- # Mostrar el gráfico
- plt.show()



5. Análisis de la Estacionalidad.

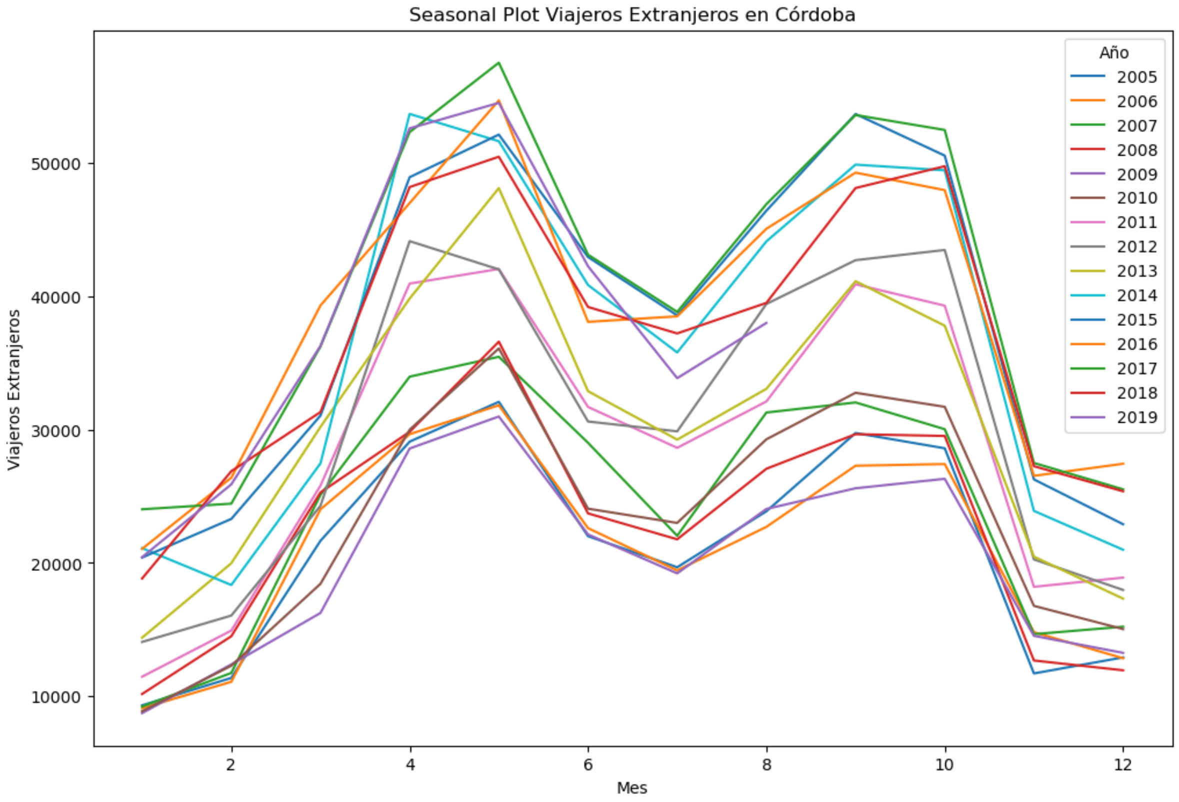
- Para estudiar el comportamiento estacional puede resultar útil la representación gráfica de los valores de la serie, dibujando cada año en un color diferente.

- v_cordoba['Año'] = pd.to_datetime(v_cordoba.index, format='%YM%m').year
- plt.figure(figsize=(12, 8))
- for Año, datos_año in v_cordoba.groupby('Año'):
  plt.plot(datos_año.index.month, datos_año['V_Extranj'], label=str(Año))
- # Añadir leyendas y título
- plt.legend(title='Año')
- plt.title('Seasonal Plot Viajeros Extranjeros en Córdoba')
- plt.xlabel('Mes')
- plt.ylabel('Viajeros Extranjeros')

- # Mostrar el gráfico
- plt.show()

5. Análisis de la Estacionalidad.

- Para estudiar el comportamiento estacional puede resultar útil la representación gráfica de los valores de la serie, dibujando cada año en un color diferente.



6. Predicción de Series Temporales.

- Una vez que hemos obtenido la descomposición de la serie temporal:

$$X_t = T_t + S_t + Z_t$$

- Podemos obtener predicciones de los valores futuros mediante los valores para t + 1, t + 2, . . . , t + h de las componentes T_t y S_t.

Ejemplo . *Si* T_t = *a* + *bt y* S_t *se* obtuvo mediante índices estacionales trimestrales, i.e., tenemos S_1, S_2, S_3, y S_4, entonces:

$$T_{t+1} = a + bt \qquad y \qquad S_{t+1} = \begin{cases} S_1 & si\ t+1 = Q1 \quad \text{Trimestre 1} \\ S_2 & si\ t+1 = Q2 \quad \text{Trimestre 2} \\ S_3 & si\ t+1 = Q3 \quad \text{Trimestre 3} \\ S_4 & si\ t+1 = Q4 \quad \text{Trimestre 4} \end{cases}$$

predicción de la tendencia en el instante posterior (*t+1*), usando para ello el instante inmediatamente anterior, *t*

Las predicciones para t + 2, t + 3, . . . , t + h se obtienen de manera análoga.

6. Predicción de Series Temporales.

- Métodos de suavizado:

Otra alternativa para la predicción de una serie temporal. Se basan en modelos que se ajustan a la evolución de la serie. Las observaciones **más recientes tienen más peso** en la predicción que las más alejadas.

- **Modelo de alisado simple:**

Este método se utiliza para series que **no presentan tendencia ni estacionalidad.**

$$\hat{x}_{t+1} = \alpha \sum_{k=0}^{\infty} (1-\alpha)^k x_{t-k}$$

α: factor de ponderación. Su variación se hace de acuerdo a la necesidad de darle más peso a datos recientes (α más elevado) o a datos anteriores (α más bajo).

Es la media ponderada de las observaciones anteriores con pesos decrecientes que suman uno.

6. Predicción de Series Temporales.

❖ **Modelo de alisado simple:**

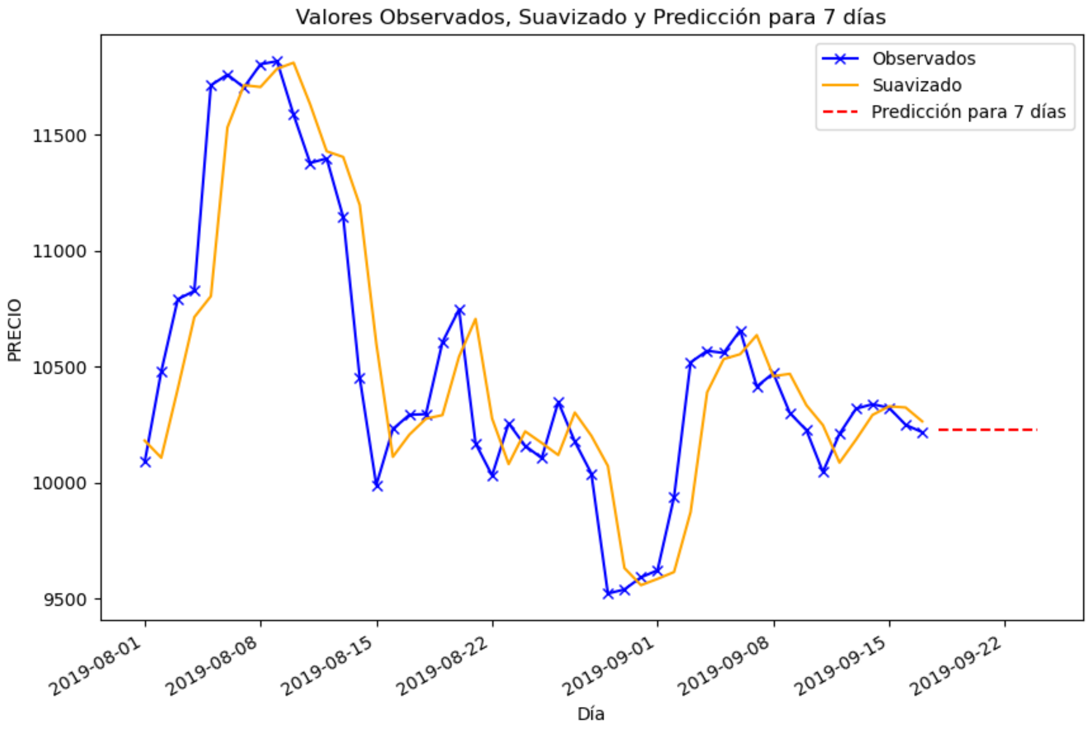
Ejemplo práctico, con el data frame Bitcoin_A:

```
import statsmodels.api as sm
precio_R = Bitcoin_A.PRECIO.loc['2019-08-01':]
precio_R.index.freq = 'D'
# Aplicar suavizado exponencial simple.
modelo_ses = sm.tsa.SimpleExpSmoothing(precio_R , initialization_method="estimated").fit()
# Para seleccionar distintas alphas, fit(smoothing_level=alpha)
# Calcular la predicción para 7 días.
precio_s1 = modelo_ses.forecast(steps=7)
# Para ver parámetros, e.g.: alpha = 0.995
modelo_ses.summary()
```

6. Predicción de Series Temporales.

❖ **Modelo de alisado simple:**

```
# Crear un gráfico con matplotlib
plt.figure(figsize=(10, 6))
# Valores observados
plt.plot(precio_R.index, precio_R, label='Observados', marker='x', linestyle='-', color='blue')
# Valores suavizados (fitted)
plt.plot(precio_R.index, modelo_ses.fittedvalues, label='Suavizado', linestyle='--', color='orange')
# Predicción para 7 días
plt.plot(precio_s1.index, precio_s1, label='Predicción para 7 días', linestyle='--', marker='o', color='green')
plt.xlabel('Día')
plt.ylabel('PRECIO')
plt.title('Valores Observados, Suavizado y Predicción para 7 días')
plt.legend()
plt.xticks(rotation=30, ha='right')
plt.show()
```



6. Predicción de Series Temporales.

❖ **Modelo de alisado doble:**

Como se puede observar, cuando los datos tienen tendencia, el alisado simple no presenta buenos resultados. Como alternativa, se presenta el **método de alisado doble de Holt, indicado para series con tendencia y sin estacionalidad**.

$$x_t = L_t + b_t t + z_t$$

De la serie original, se obtiene la serie suavizada mediante las siguientes ecuaciones:

Estimación de la tendencia:

$$L_t = \alpha x_t + (1-\alpha)(L_{t-1} + b_{t-1}) \qquad L_1 = x_1$$

Estimación de la pendiente:

$$b_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta) b_{t-1} \qquad b_1 = x_2 - x_1$$

Modela la sensibilidad a los cambios de tendencia

La **ecuación de predicción** para valores futuros supuesto que hemos observado hasta el tiempo *n* es:

$\hat{X}_{n+m} = L_n + b_n m \qquad m \geq 1$, siendo *m* el número de períodos hacia el futuro.

6. Predicción de Series Temporales.

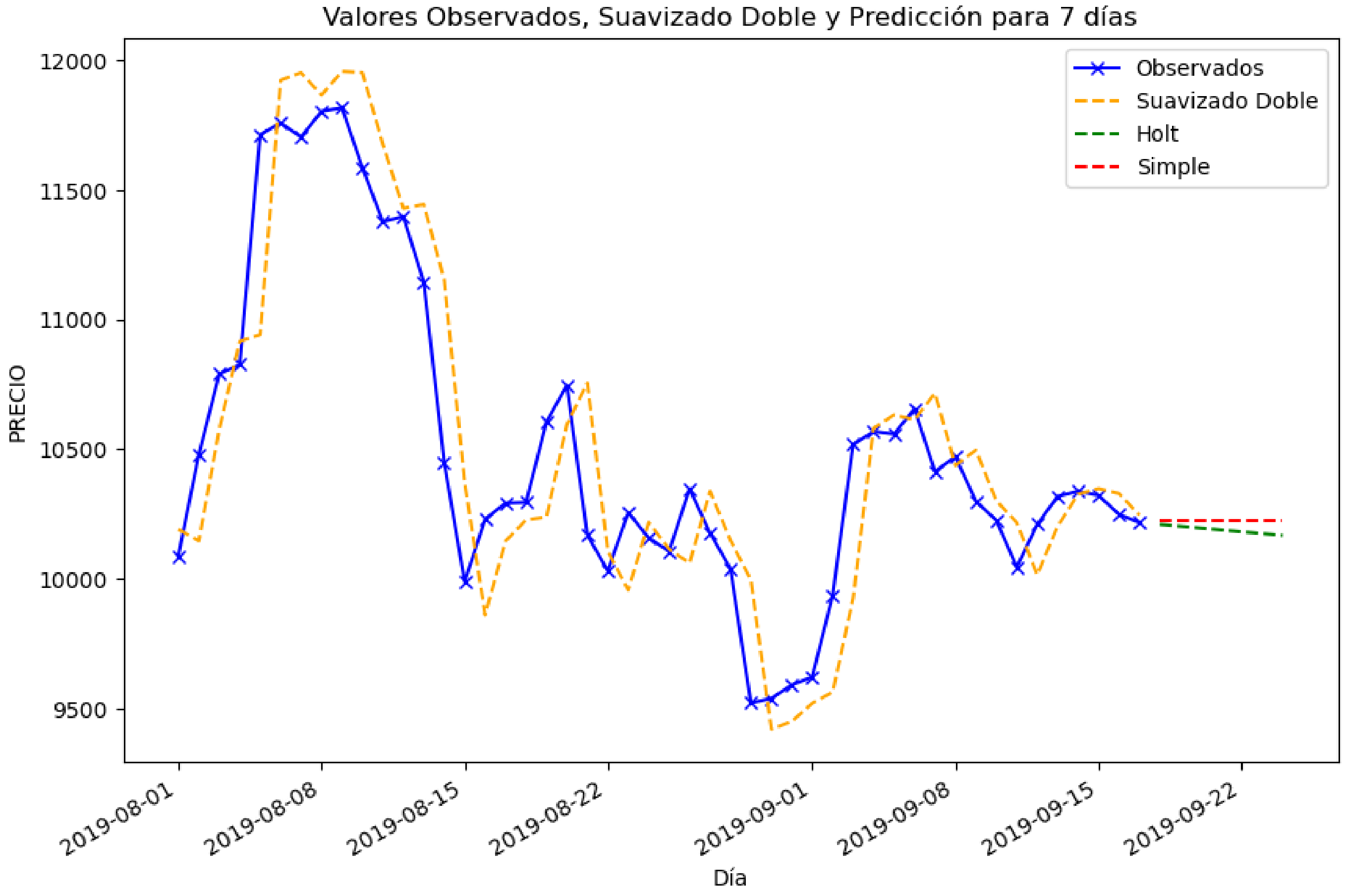
❖ **Modelo de alisado doble:**

```
# Aplicar suavizado exponencial doble (Holt).
modelo_holt = sm.tsa.ExponentialSmoothing(precio_R, trend='add', damped=False).fit()
# Obtener predicciones para 7 días
predicciones = modelo_holt.forecast(steps=7)
# Mostrar la descripción del modelo
modelo_holt.summary()

# para controlar los valores de alpha y beta: .fit(smooothing_level = alpha, smoothing_slope = beta, optimized = False)
```

6. Predicción de Series Temporales.

❖ Modelo de alisado doble:

```
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(precio_R.index, precio_R, label='Observados', marker='x', linestyle='-', color='blue')
plt.plot(precio_R.index, modelo_holt.fittedvalues, label='Suavizado Doble', linestyle='--', color='orange')
plt.plot(predicciones.index, predicciones, label='Holt', linestyle='--',color='green')
plt.plot(precio_s1.index, precio_s1, label='Simple', linestyle='--', color='red')

plt.xlabel('Día')
plt.ylabel('PRECIO')
plt.title('Valores Observados, Suavizado Doble y Predicción para 7 días')
plt.legend()
plt.xticks(rotation=30, ha='right')
plt.show()
```



6. Predicción de Series Temporales.

❖ Modelo de alisado Holt-Winters :

Indicado para series con tendencia y estacionalidad.

$X_t = (L_t + b_t) + S_t + z_t$ si la incidencia de la estacionalidad no aumenta con el tiempo.

$X_t = (L_t + b_t) \cdot S_t + z_t$ si las variaciones estacionales aumentan con el tiempo.

La serie suavizada para los modelos multiplicativo y aditivo se obtienen:

Modelo Multiplicativo

$$L_t = \alpha \frac{x_t}{S_{t-s}} + (1-\alpha)(L_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta) b_{t-1}$$

$$S_t = \gamma \frac{x_t}{L_t} + (1-\gamma) S_{t-s}$$

modela la estacionalidad

$$\hat{x}_{t+1} = (L_t + b_t) S_{t+1-s}$$

Modelo Aditivo

$$L_t = \alpha(x_t - S_{t-s}) + (1-\alpha)(L_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta) b_{t-1}$$

$$S_t = \gamma(x_t - L_t) + (1-\gamma) S_{t-s}$$

$$\hat{x}_{t+1} = (L_t + b_t) + S_{t+1-s}$$

6. Predicción de Series Temporales.

En este modelo, los valores iniciales se estiman a partir de la media de los valores del primer ciclo.

$$L_0 = \frac{x_1 + \ldots\ldots + x_s}{s}$$

Necesitamos conocer al menos dos ciclos completos para b_0 se inicia con:

$$b_0 = \frac{1}{s}\left(\frac{(x_{s+1} - x_1)}{s} + \frac{(x_{s+2} - x_2)}{s} + \ldots + \frac{(x_{s+s} - x_s)}{s}\right)$$

Finalmente **los índices estacionales se estiman con los valores del primer periodo:**

En el modelo multiplicativo:

$$S_1 = \frac{x_1}{L_0}, S_2 = \frac{x_2}{L_0}, \ldots S_s = \frac{x_s}{L_0},$$

En el modelo aditivo:

$$S_1 = x_1 - L_0, S_2 = x_2 - L_0, \ldots, S_s = x_s - L_0$$

Las ecuaciones de predicción para valores futuros son:

$$\hat{x}_{n+m} = (L_n + b_n m) S_{n+m-S} \quad m \geq 1$$

$$\hat{x}_{n+m} = (L_n + b_n m) + S_{n+m-s} \quad m \geq 1$$

6. Predicción de Series Temporales.

En el ejemplo de viajeros de córdoba

```
# Aplicar suavizado Holt-Winters. .fit(smoothing.seasonal = gamma).
modelo_holt_winters = sm.tsa.ExponentialSmoothing(v_cordoba['V_Extranj'], trend='add',
seasonal='multiplicative', seasonal_periods=12).fit()
# Obtener predicciones para 1 año
predicciones_hw = modelo_holt_winters.forecast(steps=12)
# Mostrar la descripción del modelo
modelo_holt_winters.summary()
```

6. Predicción de Series Temporales.

En el ejemplo de viajeros de córdoba

Dep. Variable:	V_Extranj	**No. Observations:**	176
Model:	ExponentialSmoothing	**SSE**	1235445343.678
Optimized:	True	**AIC**	2806.502
Trend:	Additive	**BIC**	2857.229
Seasonal:	Multiplicative	**AICC**	2810.858
Seasonal Periods:	12	**Date:**	Mon, 11 Dec 2023
Box-Cox:	False	**Time:**	13:14:00
Box-Cox Coeff.:	None		

	coeff	code	optimized
smoothing_level	0.2525000	alpha	True
smoothing_trend	0.0001	beta	True
smoothing_seasonal	0.3289000	gamma	True
initial_level	21100.631	l.0	True
initial_trend	-1.3782828	b.0	True
initial_seasons.0	0.4220459	s.0	True
initial_seasons.1	0.5630675	s.1	True
initial_seasons.2	1.0235636	s.2	True
initial_seasons.3	1.3897006	s.3	True
initial_seasons.4	1.5338851	s.4	True
initial_seasons.5	1.1045829	s.5	True
initial_seasons.6	0.9331465	s.6	True
initial_seasons.7	1.1754426	s.7	True
initial_seasons.8	1.3389071	s.8	True
initial_seasons.9	1.3081797	s.9	True
initial_seasons.10	0.6091915	s.10	True
initial_seasons.11	0.5982869	s.11	True

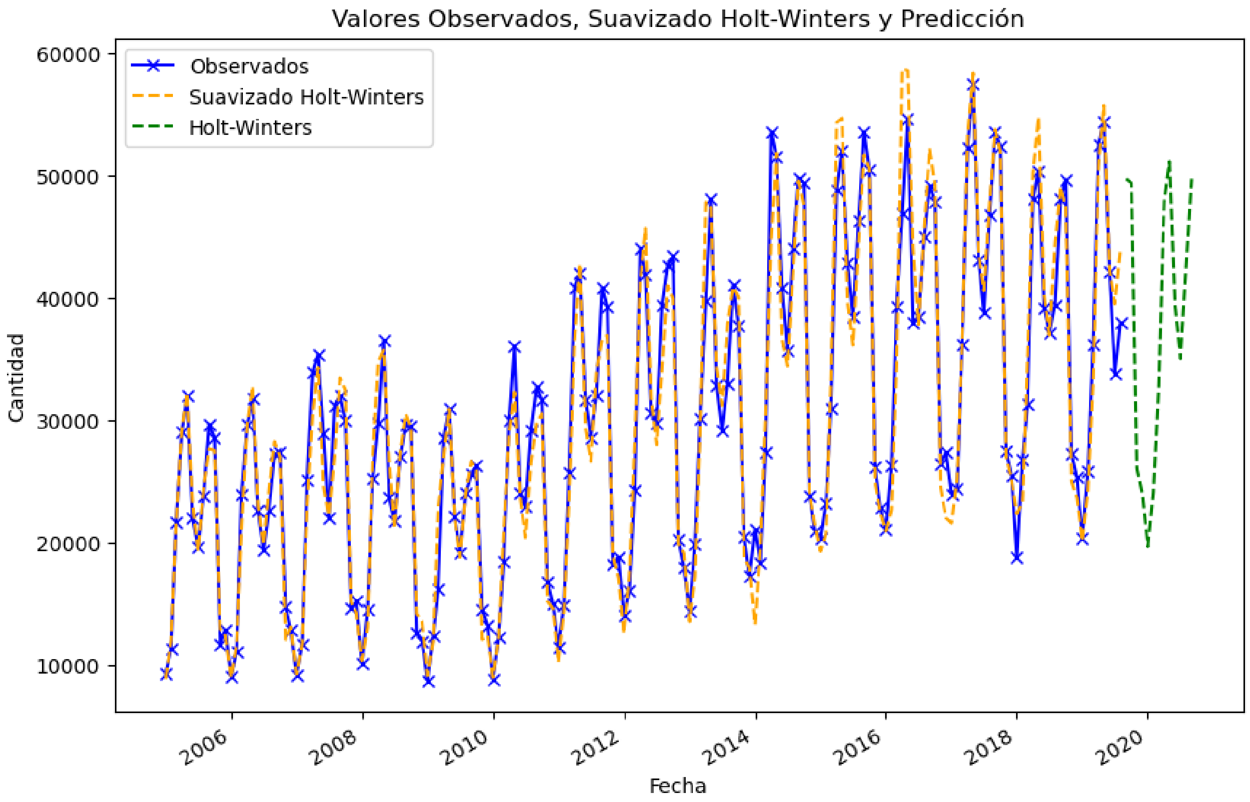
6. Predicción de Series Temporales.

En el ejemplo de viajeros de córdoba

```
# Crear un gráfico con matplotlib
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(v_cordoba.index, v_cordoba['V_Extranj'], label='Observados', marker='x', linestyle='-', color='blue')
plt.plot(v_cordoba.index, modelo_holt_winters.fittedvalues, label='Suavizado Holt-Winters', linestyle='--', color='orange')
plt.plot(predicciones_hw.index, predicciones_hw, label='Holt-Winters', linestyle='--',color='green')

plt.xlabel('Fecha')
plt.ylabel('Cantidad')
plt.title('Valores Observados, Suavizado Holt-Winters y Predicción')
plt.legend()
plt.xticks(rotation=30, ha='right')
plt.show()
```

6. Predicción de Series Temporales.

En el ejemplo de viajeros de córdoba



7. Bibliografía

- Librería statsmodels de Python
- Análisis de series temporales. Daniel Peña. ISBN:978-84-206-6945-8