BLOQUE III

Control intermedio de Inteligencia Artificial (EPS – UAM)
2020/04/29 (examen de prueba)

Calificaciones: 2020/05/XX

DECLARACIÓN DE AUTORÍA (rellenar e incluir esta cara en el pdf entregado):

Yo, D. / Da. <Nombre y apellidos> con pasaporte/NIE/DNI <número de identificación> declaro que he realizado el examen de manera individual, sin colaborar, prestar o recibir ayuda de otras personas.

Y para que así conste, lo rubrico en <lugar de realización del examen> con fecha 2020/04/29

Fdo: <Nombre y apellidos>

INSTRUCCIONES:

1. El examen tiene una duración de **dos horas.**
2. Responde de manera clara, completa y concisa detallando toda la información que se solicita de manera ordenada.
3. Las respuestas deben ser justificadas para recibir calificación. Es decir, una respuesta correcta sin explicación será considerada inválida.
4. Escanea las respuestas a las preguntas de este bloque en un solo pdf de nombre

   examen_IA_2020_04_29_<apellido1>_<apellido2>_<nombre>_B3.pdf

5. Realiza la entrega en Moodle en los siguientes 30 minutos de la realización del examen.
6. En caso de incidencias o dudas, por favor ponte en contacto con **alberto.suarez@uam.es**

---

1. **[4 puntos]** *Leave-one-out cross-validation* para estimar el error de generalización.

1.1 Explica brevemente la diferencia entre error de entrenamiento (E_{train}), error de validación simple (E_{val}), error para validación cruzada de tipo *leave-one-out* (E_{loo}), error de test (E_{test}) y error de generalización (E_{gen}).

1.2 Supongamos que, para un problema de predicción y método de predicción dados, se han calculado promedios de estos errores (E_{train}, E_{val}, E_{loo}, E_{gen}) en distintas realizaciones del problema. Ordena estos promedios de error de menor a mayor para un caso típico.

1.3 Para el siguiente problema de regresión, y el predictor "mediana" calcula E_{train}, E_{loo}, E_{test}

Función de error (mean absolute error): $E(h;\ \{(\boldsymbol{x}_n,\ y_n)\}_{n=1}^{N}) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} |\, y_n - h(y_n)|$

Conjunto de entrenamiento

n	x_{n1}	x_{n2}	x_{n3}	y_n
9	2.34	Sí	Rojo	2.0
5	3.21	Sí	Verde	-5.0
1	2.01	No	Rojo	3.0
4	2.77	Sí	Verde	20.0
7	3.08	Sí	Azul	-5.0
6	2.83	No	Rojo	0.0

Conjunto de test

n	x_{n1}	x_{n2}	x_{n3}	y_n
8	2.25	No	Verde	7.0
2	3.40	Sí	Verde	-2.5
3	2.69	Sí	Azul	4.3

Dado un conjunto de datos de entrenamiento, $\{(\boldsymbol{x}_n,\ y_n)\}_{n=1}^{N_{Train}}$, el predictor "mediana" predice una constant igual a la mediana de los valores de la variable dependiente en el conjunto de entrenamiento ($\{y_n\}_{n=1}^{N_{Train}}$).

2. **[6 puntos]** Adaptado de Alex Bello's Monday puzzle @ The Guardian (UK)
https://www.theguardian.com/science/2016/mar/28/can-you-solve-it-the-logic-question-almost-everyone-gets-wrong

En el examen de matemáticas nos han pedido demostrar si un número irracional elevado a un número irracional puede ser racional. Vamos a realizar la demostración utilizando lógica de predicados. Para ello utilizaremos la siguiente ontología:

Constantes: 2, $\sqrt{2}$, ${\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}$
Variables: x, y, z
Predicados: Pow^3 [ejemplo: Pow(x,y,r) evalúa a True si r es el resultado de elevar x a y, a False en caso contrario]
R^1 [ejemplo: R(x) evalúa a True si x es racional, a False si x es irracional]

2.1 Formaliza la siguiente base de conocimiento en lógica de predicados:
[1] 2 es un número racional.
[2] La raíz cuadrada de 2 es un número irracional.
[3] ${\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}$ es el resultado de elevar la raíz cuadrada de 2 a la raíz cuadrada de 2.
[4] 2 es el resultado de elevar ${\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}$ a la raíz cuadrada de 2.

2.2 Utilizando inferencia en lógica de predicados (no es posible utilizar razonamiento natural, por casos, o semiformal), proporciona una respuesta a la pregunta
¿Puede ser racional un número (z) que es el resultado de elevar un número irracional (x) a un número irracional (y)?
(las respuestas posibles a esta pregunta son sí, no, o no es posible determinarlo).

2.3 En caso de que la respuesta al apartado anterior fuera positiva ¿Cuáles serían los valores de x, y, z? Utiliza el truco de Green con un predicado de respuesta que dependa de tres variables para encontrar una cláusula que, al ser interpretadas proporcione la respuesta solicitada. Deriva por inferencia dicha cláusula y proporciona su interpretación en lenguaje natural.

SOLUCIÓN:

a. Base de conocimiento
[1] $R(2)$
[2] $\neg R(\sqrt{2})$.
[3] $Pow(\sqrt{2}, \sqrt{2}, {\sqrt{2}}^{\sqrt{2}})$

[4] $Pow({\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}, \sqrt{2}, 2)$

b. Meta: $\exists x,y,z\ Pow(x,y,z) \wedge \neg R(x) \wedge \neg R(y) \wedge R(z)$

Prueba por refutación
Negación de la meta
$\neg\exists x,y,z\ (Pow(x,y,z)) \wedge \neg R(x) \wedge \neg R(y) \wedge R(z)$
$\equiv\ \forall x,y,z\ [\neg Pow(x,y,z) \vee R(x) \vee R(y) \vee \neg R(z)]$

En FNC:

[5] $\neg$ Pow(x,y,z) $\vee$ R(x) $\vee$ R(y) $\vee$ $\neg$R(z)

[3] + [5] $\vdash$ [x:= $\sqrt{2}$; y:= $\sqrt{2}$; z:=$\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$; RES en Pow($\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$)]

R($\sqrt{2}$) $\vee$ $\neg$R($\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$) [6]

[6] + [2] $\vdash$ [RES en R($\sqrt{2}$)] $\neg$R($\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$) [7]

[4] + [5] $\vdash$ [x:= $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$; y:= $\sqrt{2}$; z:=2; RES en Pow($\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$, $\sqrt{2}$, 2)]

R($\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$) $\vee$ R($\sqrt{2}$) $\vee$ $\neg$R(2) [8]

[8] + [1] $\vdash$ [RES en R(2)] R($\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$) $\vee$ R($\sqrt{2}$) [9]

[9] + [2] $\vdash$ [RES en R($\sqrt{2}$)] R($\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$) [10]

[7] + [10] $\vdash$ [RES en R($\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$)] $\square$

Dado que la base de conocimiento ampliada con la negación de la meta es UNSAT, la meta es consecuencia lógica de la base de conocimiento. Por lo tanto, la respuesta es que sí, un numero irracional elevado a un número irracional puede dar un número racional.

c. Meta: $\exists$x,y,z (Pow(x,y,z)) $\wedge$ $\neg$R(x) $\wedge$ $\neg$R(y) $\wedge$ R(z)

<u>Prueba por refutación</u>
Negación de la meta

$\neg\exists$x,y,z (Pow (x,y,z)) $\wedge$ $\neg$R(x) $\wedge$ $\neg$R(y) $\wedge$ R(z)

$\equiv$ $\forall$x,y,z [$\neg$ Pow (x,y,z) $\vee$ R(x) $\vee$ R(y) $\vee$ $\neg$R(z)]

En FNC: [5] $\neg$(Pow (x,y,z)) $\vee$ R(x) $\vee$ R(y) $\vee$ $\neg$R(z)

Truco de Green: $\neg$(Pow (x,y,z)) $\vee$ R(x) $\vee$ R(y) $\vee$ $\neg$R(z) $\vee$ Ans(x,y,z)

[3] + [5] $\vdash$ [x:= $\sqrt{2}$; y:= $\sqrt{2}$; z:=$\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$; RES en $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$= Pow ($\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$)]

R($\sqrt{2}$) $\vee$ $\neg$R($\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$) $\vee$ Ans($\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$) [6]

[6] + [2] $\vdash$ [RES en R($\sqrt{2}$)]

$\neg$R($\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$) $\vee$ Ans($\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$) [7]

[4] + [5] $\vdash$ [x:= $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$; y:= $\sqrt{2}$; z:=2; RES en 2 = power($\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$, $\sqrt{2}$)]

R($\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$) $\vee$ R($\sqrt{2}$) $\vee$ $\neg$R(2) $\vee$ Ans($\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$, $\sqrt{2}$, 2) [8]

[8] + [1] $\vdash$ [RES en R(2)]

R($\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$) $\vee$ R($\sqrt{2}$) $\vee$ Ans($\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$, $\sqrt{2}$, 2) [9]

$[9] + [2] \vdash$ [RES en $R(\sqrt{2})$]

$R(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}) \vee Ans(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}, \sqrt{2}, 2)$ [10]

$[7] + [10] \vdash$ [RES en $R(\sqrt{2}^{\sqrt{2}})$] $Ans(\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}^{\sqrt{2}}) \vee Ans(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}, \sqrt{2}, 2)$

Hay dos posibilidades:

Si $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ fuera racional, entonces un número racional ($\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$) se obtendría elevando un irracional ($\sqrt{2}$) a un irracional ($\sqrt{2}$).

Si $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ fuera irracional, entonces un número racional (2) se obtendría elevando $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ (irracional) a $\sqrt{2}$ (irracional)

BLOQUE II

3. **[3 puntos]** Implementa en Prolog el predicado **find (Ls, E, Rs)**, que es verdadero si y sólo si **Rs** contiene las posiciones de **Ls** que tienen el elemento E. Ejemplos:

find ([‘c’,’a’,’a’,’d’,’a’,’z’,’c’,’z’], ‘a’, [2,3,5])	es verdadero
find ([‘c’,’a’,’a’,’d’,’a’,’z’,’c’,’z’], ‘b’, Rs)	da Rs = [ ]
find ([‘c’,’a’,’a’,’d’,’a’,’z’,’c’,’z’], ‘c’, Rs)	da Rs = [1,7]

Solución:

```
find(Ls, E, Rs) :- find_aux(Ls, E, Rs, 1).
find_aux([], _, [], _).
find_aux([E|Rs], E, [N|Ws], N) :- M is N+1, find_aux(Rs, E, Ws, M).
find_aux([A|Rs], E, Ws, N) :- A\=E, M is N+1, find_aux(Rs, E, Ws, M).
```

2. **[4 puntos]** Una empresa dedicada a streaming multimedia por internet quiere desarrollar un sistema automático de recomendación de películas. En concreto nos encarga desarrollar un modelo que prediga si a un usuario le interesan las películas de ciencia ficción o no. Disponemos de la siguiente tabla, donde cada fila representa un caso observado en el pasado:

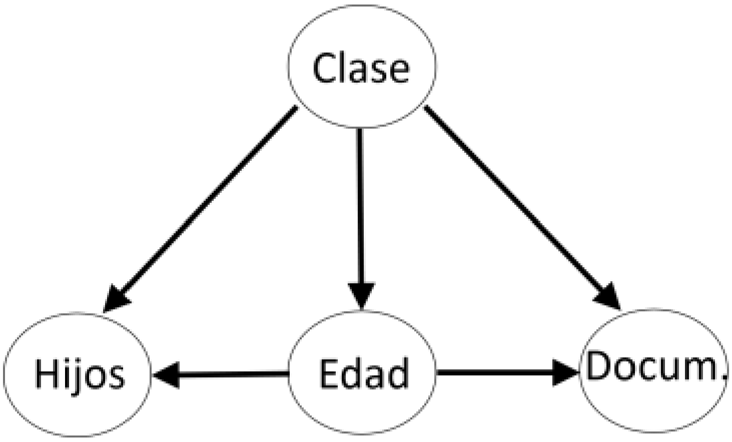
Franja edad	¿Tiene hijos?	¿Suele ver documentales?	¿le interesa la ciencia ficción?
1	no	no	sí
1	no	sí	sí
1	sí	no	no
2	no	no	sí
2	sí	no	no
2	sí	sí	sí
3	sí	no	no
3	no	sí	no

Considera un cliente que tiene hijos y no suele ver documentales.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que le interese la ciencia ficción?
P(c.f.=sí | edad=1, hijos=no) = 1/3

b) ¿Qué clase predice MAP para este cliente? ¿Y ML?
MAP predice que no le gusta. ML lo mismo, ya que los prioris de las clases son iguales.

Considera el siguiente modelo gráfico:



c) ¿Cuál es la probabilidad, según dicho modelo, de que a un cliente con franja de edad 2, con hijos y que no suele ver documentales, le interese la ciencia ficción?
Respuesta:
p(c.f.=sí)·p(edad=2|c.f.=sí)·p(doc=no|c.f.=sí,edad=2)·p(hijos=sí|c.f.=sí, edad=2)=
4/8·2/4·1/2·1/2 = 1/16
p(c.f.=no)·p(edad=2|c.f.=no)·p(doc=no|c.f.=no,edad=2)·p(hijos=sí|c.f.=no, edad=2)=
4/8·1/4·1/1·1/1 = 1/8
Según el modelo gráfico, la probabilidad de que le interese la ciencia ficción es 1/16 / (1/16 + 1/8) = 1/3

d) ¿Cuál es esa misma probabilidad, si se utilizara Naïve Bayes para calcularla?

Respuesta:
p(c.f.=sí)·p(edad=2|c.f.=sí)·p(doc=no|c.f.=sí)·p(hijos=sí|c.f.=sí) =
4/8·2/4·2/4·1/4 = 1/32
p(c.f.=no)·p(edad=2|c.f.=no)·p(doc=no|c.f.=no)·p(hijos=sí|c.f.=no)=
4/8·1/4·3/4·3/4 = 9/128
Según Naïve Bayes, la probabilidad de que le interese la ciencia ficción es 1/32 / (1/32 + 9/128) = 4 / (4+9) = 4/13

e) ¿La probabilidad obtenida por el modelo gráfico es igual que la obtenida por Naïve Bayes? ¿y la clase predicha? ¿por qué?

Las probabilidades no coinciden ya que el modelo probabilístico que asumen es diferente. En Naïve Bayes se asume que los atributos son independientes dada la clase. En el modelo gráfico proporcionado no. Por otra parte, la clase predicha, en este caso, sí coincide (podría ser que no).