

# Heurística para el PRPP

Guillermo Palma

Universidad Simón Bolívar  
Departamento de Computación y T.I.

CI-5651: Diseño de Algoritmos I



# Plan

- 1 Introducción
- 2 Problema del Cartero Rural con Costos y Beneficios
- 3 Actividades a realizar



# Plan

1 Introducción

2 Problema del Cartero Rural con Costos y Beneficios

3 Actividades a realizar



# Introducción

- El Problema del Cartero Rural con Beneficios y Costos fue presentado en el 2006 por Aráoz, Fernández y Zoltán con el nombre *Privatized Rural Postman Problem* (PRPP)
- Los *Problemas de Enrutamientos por Arcos* consisten en encontrar el menor costo ó mayor beneficio de atravesar algunos lados, sujeto a una serie de restricciones. Ejemplos son el Problema del Cartero Chino (*The Chinese Postman Problem*), el Problema del Cartero Rural (*Rural Postman Problem*) y el El problema de Enrutamiento de Arcos con Capacidades (*The Capacitated Arc Routing Problem*)
- El PRPP pertenece a los Problemas de Enrutamiento por Arcos
- El PRPP es NP-hard.



# Definición del PRPP

*El Problema del Cartero Rural con Beneficios y Costos (PRPP):* Sea un grafo  $G(V, E)$  no dirigido, el cual posee un vértice distinguible  $d$  al cual llamamos depósito y sean dos funciones de  $E$  en  $\mathbb{R}_+$ , la función de ganancia  $b$  y la función de costo  $c$ . El PRPP consiste en encontrar un ciclo  $\mathcal{C}^*$  que maximice el valor de

$$\sum_{e \in E(\mathcal{C})} (b_e - t_e c_e)$$

donde:

- $\mathcal{C}$  es un ciclo que pasa por  $d$ , el cual no es necesariamente simple, es decir, puede tener lados repetidos
- $t_e$  es el número de veces que el lado  $e$  está en  $\mathcal{C}$
- $E(\mathcal{C})$  es el conjunto de lados de  $\mathcal{C}$



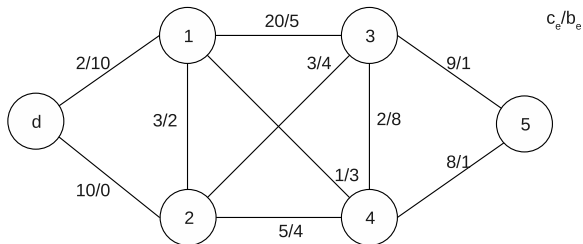


Figura: Ejemplo de una instancia del PRPP

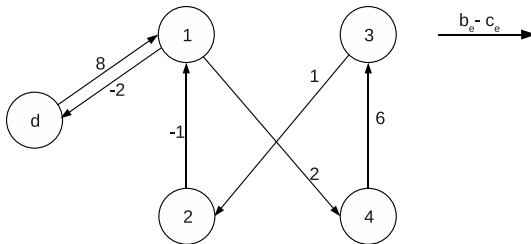


Figura: Solución óptima es  $d-1-4-3-2-1-d$  con beneficio 14

# Justificación e importancia

- Problemas de Enrutamiento por Arcos son encontrados en situaciones prácticas tales como mantenimiento de carreteras, recolección de basura, entrega de correo, enrutamientos de transportes, mantenimiento de redes, limpieza de nieve
- Cada año se gastan miles de millones de dólares en operaciones que pueden ser modeladas como Problemas de Enrutamientos por Arcos
- Diferentes trabajos en Problemas de Enrutamientos por Arcos con Beneficios y Costos presentados en los últimos años (2006-presente), puede ser tomado como una medida de la importancia que se le está dando a este tipo de problemas



# Primera Resolución del PRPP

- Primera solución algorítmica para el PRPP por Aráoz, Fernández y Meza en 2009.
- Proponen un algoritmo que genera una cota inferior y superior de la solución óptima.
- La cota superior se obtiene al resolver una serie de programas lineales que son relajaciones de un sistema entero de desigualdades lineales que modelan el problema
- Mientras sea posible ellos refuerzan la relajación mediante la generación de cortes
- La cota inferior es obtenida con una heurística, la cual es una adaptación de la heurística 3T, creada para el Problema del Cartero Rural (RPP)
- Utilizan un método de dos fases que usa diferentes mecanismos de resolución (*solvers*) en cada una de ellas.





# Plan

1 Introducción

2 Problema del Cartero Rural con Costos y Beneficios

3 Actividades a realizar



## Algunas Propiedades del PRPP

$R = \{e \in E \mid b_e - 2c_e \geq 0\}$  Lados que dan beneficio después de cruzarlos dos veces

$G_R$ : Es el subgrafo  $G_R \equiv (V(R) \cup d, R)$  que se obtiene con el conjunto de lados  $R$  y el depósito  $d$ . Donde  $V(R)$  es el conjunto de vértices incidentes en lados de  $R$ .

### Dominancia 1

Ninguno de los lados  $e \in E$  se encuentra presente más de dos veces en la solución óptima  $\mathcal{C}^*$ .

### Dominancia 2

Sea  $C_k$  una de las componentes conexas del subgrafo  $G_R$ , se tiene que los lados de cada componente conexa  $C_k$ , o se encuentran todos en la solución óptima  $\mathcal{C}^*$  o ninguno de ellos está en  $\mathcal{C}^*$ .

# Plan

- 1 Introducción
- 2 Problema del Cartero Rural con Costos y Beneficios
- 3 Actividades a realizar**



# Instancias a resolver

- Se usarán las instancias del PRPP formuladas por Aráoz, Fernández y Meza que comprenden 118 instancias
- Las 118 instancias se dividen en 5 grupos
  - 1 ALBAIDA, contiene dos instancias ALBAIDAA y ALBAIDAB. Fue generado de las instancias de Coberán y Sanchis
  - 2 CHRISTOFIDES, contiene 24 instancias las cuales fueron generadas a partir de las instancias de Christofides et al
  - 3 DEGREE, esta compuesto de 36 instancias formada por grafos de grado 4. Por Hertz et al.
  - 4 GRID, contiene 36 instancias que corresponden a grafos tipo *grid*. Por Hertz et al
  - 5 RANDOM, lo integra 20 instancias generada aleatoriamente. Por Hertz et al.



Instancia	#inst.	$ V $	$ E $	# <b>Comp.</b> $b_e - c_e > 0$
AA	1	102	160	10
AB	1	40	144	11
P	24	7-50	13-184	3-8
D16	9	16	32	2-5
D36	9	36	72	4-11
D64	9	64	128	5-12
D100	9	100	200	9-22
G16	9	16	24	3-5
G36	9	36	60	5-9
G64	9	64	112	4-14
G100	9	100	180	4-20
R20	5	20	37-75	3-4
R30	5	30	70-111	4-6
R40	5	40	82-203	5-9
R50	5	50	130-203	7-12



Problema	$V_o$	%dPlanos	%dHeur	tHeur (seg)
AA	6266	0.30	*	*
AB	4372	<b>0.00</b>	*	*
P	2567	1.25	*	*
D16	2076	<b>0.00</b>	*	*
D36	5162	2.23	*	*
D64	8843	0.44	*	*
D100	11646	2.00	*	*
G16	20	<b>0.00</b>	*	*
G36	116	<b>0.00</b>	*	*
G64	280	<b>0.36</b>	*	*
G100	478	<b>1.05</b>	*	*
R20	47402	0.84	*	*
R30	54551	<b>0.00</b>	*	*
R40	89208	2.23	*	*
R50	97935	0.28	*	*
Totales	-	10.98	*	*

