Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - Universidade de São Paulo

Fundamentos de Probabilidade e Estatística para Ciência de Dados
Professor: Francisco A. Rodrigues

Exercícios Resolvidos: Aula 1

1 - Em uma sala, há 30 estudantes, dos quais:

- 18 gostam de matemática;
- 12 gostam de física;
- 8 gostam de ambas as disciplinas.

Um estudante é escolhido ao acaso. Determine:

a) A probabilidade de que o estudante goste de pelo menos uma das disciplinas (matemática ou física).

b) A probabilidade de que o estudante goste apenas de matemática.

c) A probabilidade de que o estudante não goste de nenhuma das disciplinas.

Solução:
O total de estudantes é igual a 30.
(a) Probabilidade de gostar de pelo menos uma das disciplinas:
Seja M o evento "gosta de matemática"e F o evento "gosta de física". A probabilidade de gostar de pelo menos uma das disciplinas é:

$$P(M \cup F) = P(M) + P(F) - P(M \cap F).$$

Os valores são:

$$P(M) = \frac{18}{30}, \quad P(F) = \frac{12}{30}, \quad P(M \cap F) = \frac{8}{30}.$$

Substituindo na fórmula:

$$P(M \cup F) = \frac{18}{30} + \frac{12}{30} - \frac{8}{30} = \frac{22}{30}.$$

Portanto, a probabilidade é:

$$P(M \cup F) = \frac{22}{30} = \frac{11}{15}.$$

(b) Probabilidade de gostar apenas de matemática:
O número de estudantes que gostam apenas de matemática é dado por:

$$|M \setminus F| = |M| - |M \cap F| = 18 - 8 = 10.$$

Logo, a probabilidade é:

$$P(M \setminus F) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}.$$

(c) Probabilidade de não gostar de nenhuma das disciplinas:
O número de estudantes que gostam de pelo menos uma das disciplinas é:

$$|M \cup F| = 22 \quad \text{(já calculado na letra (a))}.$$

Portanto, o número de estudantes que não gostam de nenhuma das disciplinas é:

$$30 - 22 = 8.$$

A probabilidade é:

$$P(\text{não gosta de nenhuma}) = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}.$$

---

2 - Um dado justo e uma moeda honesta serão lançados simultaneamente. Considere o seguinte experimento:

- O dado possui 6 faces numeradas de 1 a 6.
- A moeda possui dois lados: cara (C) e coroa (K).

O espaço amostral do experimento é formado pelos pares ordenados (x, y), onde x é o resultado do dado e y é o resultado da moeda. Sabendo que todos os eventos são igualmente prováveis, determine:

a) Qual é a probabilidade de que o resultado seja um número par no dado e coroa na moeda?

b) Qual é a probabilidade de que o resultado seja um número maior que 4 no dado ou cara na moeda?

c) Qual é a probabilidade de que o resultado seja um número ímpar no dado e cara na moeda?

Solução:
A definição clássica de probabilidade é dada por:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis a } A}{\text{número total de casos possíveis}}.$$

O espaço amostral total é dado por:

$$S = \{(1,C),(1,R),(2,C),(2,R),(3,C),(3,R),(4,C),(4,R),(5,C),(5,R),(6,C),(6,R)\}.$$

Portanto, o número total de casos possíveis é:

$$|S| = 6 \times 2 = 12.$$

(a) Probabilidade de número par no dado e coroa na moeda:
Os números pares no dado são $2,4,6$, e a moeda deve resultar em R (coroa). Os pares favoráveis são:

$$\{(2,R),(4,R),(6,R)\}.$$

Logo, o número de casos favoráveis é 3, e a probabilidade é:

$$P(\text{par e coroa}) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}.$$

(b) Probabilidade de número maior que 4 no dado ou cara na moeda:
Os números maiores que 4 no dado são $5,6$, e a moeda pode resultar em C (cara). Os pares favoráveis são:

$$\{(5,C),(5,R),(6,C),(6,R)\} \quad \text{(dados maiores que 4)},$$

$$\{(1,C),(2,C),(3,C),(4,C),(5,C),(6,C)\} \quad \text{(cara com qualquer número)}.$$

Note que os pares $(5,C)$ e $(6,C)$ foram contados duas vezes. Assim, o número de casos favoráveis é:

$$4+6-2=8.$$

Logo, a probabilidade é:

$$P(\text{maior que 4 ou cara}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$$

(c) Probabilidade de número ímpar no dado e cara na moeda:
Os números ímpares no dado são $1,3,5$, e a moeda deve resultar em C (cara). Os pares favoráveis são:

$$\{(1,C),(3,C),(5,C)\}.$$

Logo, o número de casos favoráveis é 3, e a probabilidade é:

$$P(\text{ímpar e cara}) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}.$$
