LISTA DE EXERCÍCIOS - SEMANA 2

1. Os motores de um avião operam independentemente e cada um deles pode falhar durante o vôo com probabilidade p. Suponha que o vôo decorre com inteira segurança se pelo menos a metade dos motores funcionam. Nestas condições, é possível que um bimotor seja mais seguro do que um quadrimotor? Se sim, para quais valores de p isto acontece? Sugestão: Elabore um gráfico de função em Python para auxiliar a resolução.

2. Um quiosque vende milho cozido, água de coco e açaí numa praia do litoral norte de São Paulo. A dona do quiosque quer planejar melhor a preparação de milho cozido durante o verão. Ela pode preparar 5, 6 ou 7 dúzias de espigas, que custam a ela R$ 5,00 a dúzia. Sabe-se que a procura por espigas de milho cozidas (X), no seu ponto, é uma variável aleatória com a seguinte função de probabilidade:

X	4	5	6	7
f(x)	0,2	0,3	0,3	0,2

Cada dúzia é vendida a R$ 12,00 e aquelas espigas que não são vendidas vão para uma empresa que produz adubo orgânico que paga R$ 2,00 pela dúzia. Qual é o número de dúzias de espigas que devem ser preparadas de modo a maximizar o lucro médio da vendedora?

3. A variável aleatória contínua T é usada para modelar o número de dias, *t*, que um mosquito sobrevive depois de eclodir. A probabilidade de que o mosquito sobreviva por mais de *t* dias é: $\frac{225}{(t+15)^2}, t \geq 0$.

(a) Mostre que a função de distribuição acumulada de T é dada por:

$$F(t) = \begin{cases} 1 - \dfrac{225}{(t+15)^2}, t \geq 0 \\ 0, \text{em caso contrário} \end{cases}$$

(b) Encontre a probabilidade de que um mosquito morrer dentro de 3 dias após eclodir.
(c) Dado que um mosquito sobrevive por 3 dias, encontre a probabilidade de que ele sobreviva por pelo menos outros 5 dias adicionais.
(d) Considere que um grande número de mosquitos eclodiu no mesmo dia. Encontre o número de dias após o qual espera-se que apenas 10% desses mosquitos sobrevivam.

(e) Em Python, faça o gráfico das funções de distribuição acumulada e densidade de probabilidade, F(t) e f(t), respectivamente.

4. Suponha que X_1 e X_2 são variáveis aleatórias independentes com media 0 e variância σ^2.

(a) Qual é a covariância de X_1+2X_2 e $4X_1-3X_2$?

(b) Qual é a correlação entre essas variáveis?

(c) Calcule a correlação de uma simulação com 10^6 amostras aleatórias de U e V cada. Compare com o resultado obtido em (b).

Um exemplo prático da aplicação do raciocínio presente no exercício 4 é a nota media final, formada pela composição dos resultados de provas do vestibular. Na FUVEST, por exemplo, a media final é uma ponderação das notas das provas da fase 1, do 1º e 2º dias da fase 2 e da prova de habilidades específicas, quando houver. É interessante explorar a correlação dessa media final com a nota da 1ª fase ou com uma ponderação entre a 1ª fase e a prova do primeiro dia da fase 2. Correlações altas, podem estimular a simplificação do processo do vestibular.