

(2) Redes Neurais Convolucionais - CNNs

Redes Neurais e Arquiteturas Profundas

Moacir Ponti
CeMEAI/ICMC, Universidade de São Paulo
MBA em Ciência de Dados

www.icmc.usp.br/~moacir — moacir@icmc.usp.br

São Carlos-SP/Brasil – 2020

Redes Neurais Convolucionais (CNNs)

- Convolução

- Camada convolucional para redes neurais

- Exemplo

- Número de parâmetros

- Pooling

Redes Neurais Convolucionais (CNNs)

- Convolução

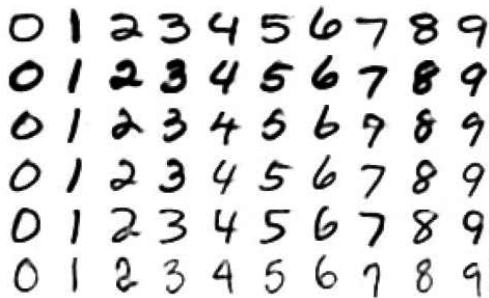
- Camada convolucional para redes neurais

- Exemplo

- Número de parâmetros

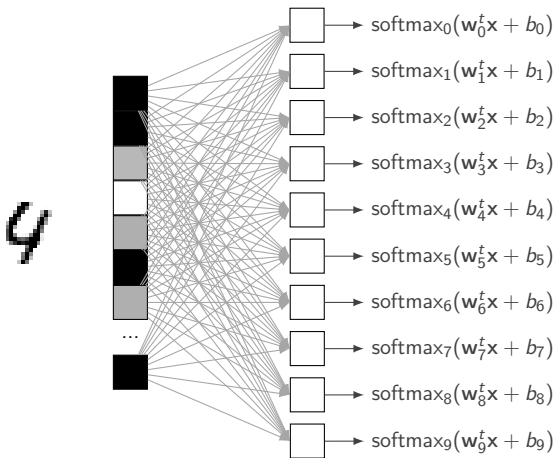
- Pooling

Exemplo de problema: classificação de dígitos



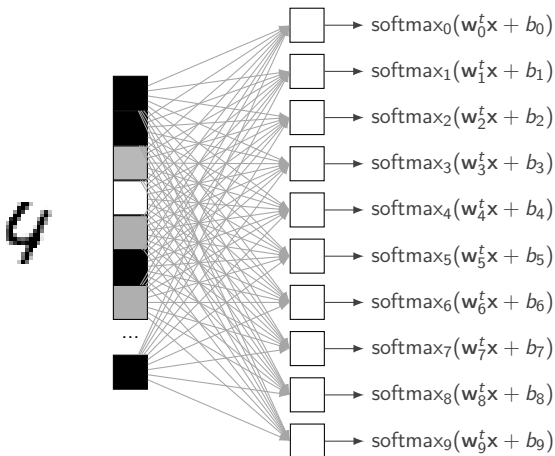
- Imagens com $28 \times 28 = 784$ pixels,

Questões importantes sobre as redes MLP (densas)



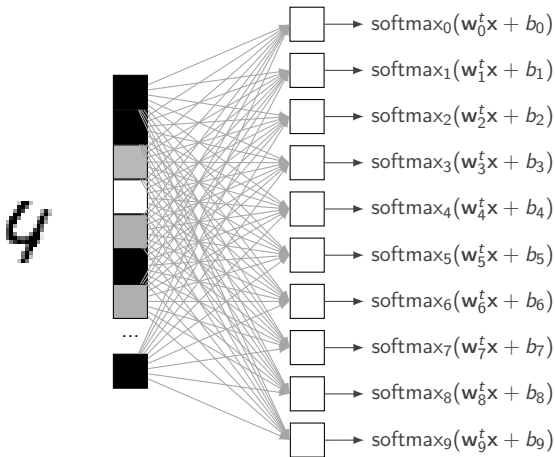
Questões importantes sobre as redes MLP (densas)

1. Valores de entrada (atributos) são considerados independentes



Questões importantes sobre as redes MLP (densas)

1. Valores de entrada (atributos) são considerados independentes
2. Não são aproveitadas relações locais entre os dados



Questões importantes sobre as redes MLP (densas)

1. Grande número de parâmetros: memória e processamento

Questões importantes sobre as redes MLP (densas)

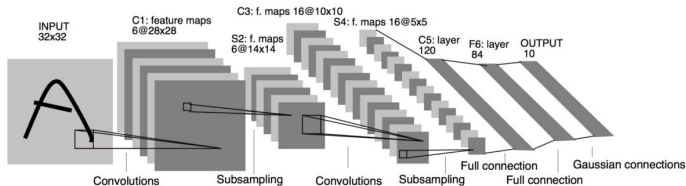
1. Grande número de parâmetros: memória e processamento
 - ▶ Exemplo: entrada imagem de $28 \times 28 = 784$
 - ▶ Uma camada com 100 neurônios teria..

Questões importantes sobre as redes MLP (densas)

1. Grande número de parâmetros: memória e processamento

- ▶ Exemplo: entrada imagem de $28 \times 28 = 784$
- ▶ Uma camada com 100 neurônios teria..
- ▶ $78400 + 100 = 78500$ parâmetros a serem aprendidos e mantidos na memória durante o treinamento

Redes Neurais Convolucionais (CNNs)



(Arquitetura LeNet)

Nova terminologia:

- ▶ Camada convolucional (convolutional layer)
- ▶ Subamostragem (pooling)
- ▶ Mapas de Ativação (activation/feature maps)
- ▶ Camada densa (dense/fully connected, tipo MLP)

Convolução

- ▶ Operador que visa realizar uma combinação linear de valores locais da entrada
- ▶ Centrado em uma posição, e.g. (x, y) , gera como saída um único valor de saída

Convolução

	Volume de entrada 7 x 7													Volume de saída						
	0	1	2	3	4	5	6		Filtro W (3 x 3)					0	1	2	3	4	5	6
0	2	2	2	2	3	3	3		-1	0.5	1		0							
1	1	0	1	1	1	1	0		-1	0	0		1							
2	1	1	3	3	0	0	0		0	0	0.5		2							
3	1	1	3	2	0	0	3						3							
4	1	1	3	2	0	0	3						4							
5	1	3	3	2	0	0	3						5							
6	3	3	3	2	0	0	3						6							

Convolução

Volume de entrada 7 x 7								Volume de saída							
	0	1	2	3	4	5	6								
								Filtro W (3 x 3)							
0	2	2	2	2	3	3	3	-1	0.5	1	0				
1	1	0	1	1	1	1	0	-1	0	0	1				
2	1	1	3	3	0	0	0	0	0	0.5	2				
3	1	1	3	2	0	0	3				3				
4	1	1	3	2	0	0	3				4				
5	1	3	3	2	0	0	3				5				
6	3	3	3	2	0	0	3				6				

Convolução

Volume de entrada 7 x 7																Volume de saída				
	0	1	2	3	4	5	6	Filtro W (3 x 3)												
0	2	2	2	2	3	3	3	-1	0.5	1										
1	1	0	1	1	1	1	0	-1	0	0	0	0	1.5							
2	1	1	3	3	0	0	0	0	0	0.5										
3	1	1	3	2	0	0	3													
4	1	1	3	2	0	0	3													
5	1	3	3	2	0	0	3													
6	3	3	3	2	0	0	3													

Convolução

Volume de entrada 7 x 7								Volume de saída									
	0	1	2	3	4	5	6	Filtro W (3 x 3)									
0	2	2	2	2	3	3	3	-1	0.5	1			0	1	2	3	4
1	1	0	1	1	1	1	0	-1	0	0		0	1.5	2.5			
2	1	1	3	3	0	0	0	0	0	0.5							
3	1	1	3	2	0	0	3										
4	1	1	3	2	0	0	3										
5	1	3	3	2	0	0	3										
6	3	3	3	2	0	0	3										

Convolução

Volume de entrada 7 x 7								Volume de saída									
	0	1	2	3	4	5	6	Filtro W (3 x 3)									
0	2	2	2	2	3	3	3	-1	0.5	1			0	1	2	3	4
1	1	0	1	1	1	1	0	-1	0	0		0	1.5	2.5	1		
2	1	1	3	3	0	0	0	0	0	0.5							
3	1	1	3	2	0	0	3										
4	1	1	3	2	0	0	3										
5	1	3	3	2	0	0	3										
6	3	3	3	2	0	0	3										

Convolução

Volume de entrada 7 x 7								Volume de saída									
	0	1	2	3	4	5	6	Filtro W (3 x 3)									
0	2	2	2	2	3	3	3	-1	0.5	1			0	1	2	3	4
1	1	0	1	1	1	1	0	-1	0	0		0	1.5	2.5	1	1.5	
2	1	1	3	3	0	0	0	0	0	0.5		1					
3	1	1	3	2	0	0	3					2					
4	1	1	3	2	0	0	3					3					
5	1	3	3	2	0	0	3					4					
6	3	3	3	2	0	0	3										

Convolução

Volume de entrada 7 x 7								Volume de saída									
	0	1	2	3	4	5	6	Filtro W (3 x 3)									
0	2	2	2	2	3	3	3	-1	0.5	1			0	1	2	3	4
1	1	0	1	1	1	1	0	-1	0	0	0	1.5	2.5	1	1.5	0.5	
2	1	1	3	3	0	0	0	0	0	0.5							
3	1	1	3	2	0	0	3										
4	1	1	3	2	0	0	3										
5	1	3	3	2	0	0	3										
6	3	3	3	2	0	0	3										

Convolução

Volume de entrada 7 x 7								Volume de saída										
	0	1	2	3	4	5	6	Filtro W (3 x 3)										
0	2	2	2	2	3	3	3	-1	0.5	1			0	1	2	3	4	
1	1	0	1	1	1	1	0	-1	0	0			0	1.5	2.5	1	1.5	0.5
2	1	1	3	3	0	0	0	0	0	0.5			1	0.5				
3	1	1	3	2	0	0	3						2					
4	1	1	3	2	0	0	3						3					
5	1	3	3	2	0	0	3						4					
6	3	3	3	2	0	0	3											

Convolução

Volume de entrada 7 x 7								Volume de saída									
	0	1	2	3	4	5	6	Filtro W (3 x 3)									
0	2	2	2	2	3	3	3	-1	0.5	1			0	1	2	3	4
1	1	0	1	1	1	1	0	-1	0	0		0	1.5	2.5	1	1.5	0.5
2	1	1	3	3	0	0	0	0	0	0.5		1	0.5	1.5			
3	1	1	3	2	0	0	3					2					
4	1	1	3	2	0	0	3					3					
5	1	3	3	2	0	0	3					4					
6	3	3	3	2	0	0	3										

Convolução

Volume de entrada 7 x 7																Volume de saída							
	0	1	2	3	4	5	6																
								Filtro W (3 x 3)									0	1	2	3	4		
0	2	2	2	2	3	3	3	-1	0.5	1						0	1.5	2.5	1	1.5	0.5		
1	1	0	1	1	1	1	0	-1	0	0						1	0.5	1.5	-2.5				
2	1	1	3	3	0	0	0	0	0	0.5						2							
3	1	1	3	2	0	0	3									3							
4	1	1	3	2	0	0	3									4							
5	1	3	3	2	0	0	3																
6	3	3	3	2	0	0	3																

Convolução

Volume de entrada 7 x 7								Volume de saída									
	0	1	2	3	4	5	6	Filtro W (3 x 3)									
0	2	2	2	2	3	3	3	-1	0.5	1			0	1	2	3	4
1	1	0	1	1	1	1	0	-1	0	0		0	1.5	2.5	1	1.5	0.5
2	1	1	3	3	0	0	0	0	0	0.5		1	0.5	1.5	-2.5	-2.5	
3	1	1	3	2	0	0	3					2					
4	1	1	3	2	0	0	3					3					
5	1	3	3	2	0	0	3					4					
6	3	3	3	2	0	0	3										

Convolução

Volume de entrada 7 x 7								Volume de saída										
	0	1	2	3	4	5	6	Filtro W (3 x 3)										
0	2	2	2	2	3	3	3	-1	0.5	1			0	1	2	3	4	
1	1	0	1	1	1	1	0	-1	0	0			0	1.5	2.5	1	1.5	0.5
2	1	1	3	3	0	0	0	0	0	0.5			1	0.5	1.5	-2.5	-2.5	1
3	1	1	3	2	0	0	3						2					
4	1	1	3	2	0	0	3						3					
5	1	3	3	2	0	0	3						4					
6	3	3	3	2	0	0	3											

Convolução

Volume de entrada 7 x 7								Volume de saída										
	0	1	2	3	4	5	6	Filtro W (3 x 3)										
0	2	2	2	2	3	3	3	-1	0.5	1			0	1	2	3	4	
1	1	0	1	1	1	1	0	-1	0	0			0	1.5	2.5	1	1.5	0.5
2	1	1	3	3	0	0	0	0	0	0.5			1	0.5	1.5	-2.5	-2.5	1
3	1	1	3	2	0	0	3						2	3				
4	1	1	3	2	0	0	3						3					
5	1	3	3	2	0	0	3						4					
6	3	3	3	2	0	0	3											

Convolução

Volume de entrada 7 x 7								Volume de saída									
	0	1	2	3	4	5	6	Filtro W (3 x 3)									
0	2	2	2	2	3	3	3	-1	0.5	1			0	1	2	3	4
1	1	0	1	1	1	1	0	-1	0	0		0	1.5	2.5	1	1.5	0.5
2	1	1	3	3	0	0	0	0	0	0.5		1	0.5	1.5	-2.5	-2.5	1
3	1	1	3	2	0	0	3					2	3	3.5	-4.5	-5	1.5
4	1	1	3	2	0	0	3					3	3	2.5	-5	-4	4.5
5	1	3	3	2	0	0	3					4	3	0.5	-5	-4	4.5
6	3	3	3	2	0	0	3										

- ▶ **Zero-padding:** para compensar a impossibilidade de computar todos os valores;

- ▶ **Zero-padding:** para compensar a impossibilidade de computar todos os valores;
 - ▶ Amplia-se a entrada de forma que o volume de saída seja igual ao de entrada

Convolução

Volume de entrada 7 x 7 + zero padding										Volume de saída									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	Filtro W (3 x 3)									
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0										
0	0	2	2	2	2	3	3	3	0	-1	0.5	1	0						
1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	-1	0	0	1						
2	0	1	1	3	3	0	0	0	0	0	0	0.5							
3	0	1	1	3	2	0	0	3	0										
4	0	1	1	3	2	0	0	3	0										
5	0	1	3	3	2	0	0	3	0										
6	0	3	3	3	2	0	0	3	0										
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0										

Convolução

Volume de entrada 7 x 7 + padding										Volume de saída 7 x 7										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	Filtro W (3 x 3)										
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					0	1	2	3	4	5	6
0	0	2	2	2	2	3	3	3	0	-1	0.5	1		0						
1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	-1	0	0		1						
2	0	1	1	3	3	0	0	0	0	0	0	0.5		2						
3	0	1	1	3	2	0	0	3	0					3						
4	0	1	1	3	2	0	0	3	0					4						
5	0	1	3	3	2	0	0	3	0					5						
6	0	3	3	3	2	0	0	3	0					6						
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0											

Convolução

Volume de entrada 7 x 7 + padding										Volume de saída										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	Filtro W (3 x 3)										
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					0	1	2	3	4	5	6
0	0	2	2	2	2	3	3	3	0	-1	0.5	1	0	0	-1.5					
1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	-1	0	0	1							
2	0	1	1	3	3	0	0	0	0	0	0	0.5		2						
3	0	1	1	3	2	0	0	3	0					3						
4	0	1	1	3	2	0	0	3	0					4						
5	0	1	3	3	2	0	0	3	0					5						
6	0	3	3	3	2	0	0	3	0					6						
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0											

Convolução

Volume de entrada 7 x 7 + padding										Volume de saída									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	Filtro W (3 x 3)									
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0										
0	0	2	2	2	2	3	3	3	0	-1	0.5	1	0	0	-1.5	-1.5			
1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	-1	0	0	1						
2	0	1	1	3	3	0	0	0	0	0	0	0.5							
3	0	1	1	3	2	0	0	3	0										
4	0	1	1	3	2	0	0	3	0										
5	0	1	3	3	2	0	0	3	0										
6	0	3	3	3	2	0	0	3	0										
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0										

Convolução

Volume de entrada 7 x 7 + padding										Volume de saída									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	Filtro W (3 x 3)									
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				0	1	2	3	4	5	6
0	0	2	2	2	2	3	3	3	0	-1	0.5	1	0	0	-1.5	-1.5	-1.5		
1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	-1	0	0	1						
2	0	1	1	3	3	0	0	0	0	0	0	0.5	2						
3	0	1	1	3	2	0	0	3	0				3						
4	0	1	1	3	2	0	0	3	0				4						
5	0	1	3	3	2	0	0	3	0				5						
6	0	3	3	3	2	0	0	3	0				6						
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0										

Convolução

Volume de entrada 7 x 7 + padding										Volume de saída									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	Filtro W (3 x 3)									
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0										
0	0	2	2	2	2	3	3	3	0	-1	0.5	1	0	0	-1.5	-1.5	-1.5	-3	-3
1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	-1	0	0	1						
2	0	1	1	3	3	0	0	0	0	0	0	0.5							
3	0	1	1	3	2	0	0	3	0										
4	0	1	1	3	2	0	0	3	0										
5	0	1	3	3	2	0	0	3	0										
6	0	3	3	3	2	0	0	3	0										
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0										

Convolução

Volume de entrada 7 x 7 + padding										Volume de saída									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	Filtro W (3 x 3)									
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0										
0	0	0	2	2	2	2	3	3	3	-1	0.5	1	0	0	-1.5	-1.5	-1.5	-1.5	-3
1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	-1	0	0	1	3.5	1.5	2.5	1	1.5	0.5
2	0	1	1	3	3	0	0	0	0	0	0	0.5		2	1	0.5	1.5	-2.5	-2.5
3	0	1	1	3	2	0	0	0	3					3	2	3	3.5	-4.5	-5
4	0	1	1	3	2	0	0	0	3					4	3	3	2.5	-5	-4
5	0	1	3	3	2	0	0	0	3					5	3	3	0.5	-5	-4
6	0	3	3	3	2	0	0	0	3					6	3.5	0.5	-2.5	-5	-4
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0										

- ▶ **Convolução em profundidade:** quando a entrada possui mais do que 1 canal

- ▶ **Convolução em profundidade:** quando a entrada possui mais do que 1 canal
 - ▶ O filtro terá $k \times k \times p$, onde p é a quantidade de canais de entrada

Convolução

Volume de entrada 6 x 6 x 3 (RGB) + zero padding									Filtro W (3 x 3 x 3)			Volume de saída 6 x 6						
	0	1	2	3	4	5	6	7										
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0.5	1							
0	0	2	2	2	2	3	3	0	-1	0	0							
1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0.5							
2	0	1	1	3	3	0	0	0		1	0	1						
3	0	1	1	3	2	0	0	0		-1	1	0						
4	0	1	1	3	2	0	0	0		0	0	-0.5						
5	0	1	3	3	2	0	0	0			1	0	1					
7	0	0	0	0	0	0	0	0			1	0.5	-1					
											0	1	0					
	0	1	2	3	4	5	6	7										
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	3	3	1	1	1	1	0	0	0	3	2	2	3	2	0		
1	0	3	0	3	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0		
2	0	3	3	3	3	0	0	0	0	1	2	3	3	0	0	0		
3	0	1	0	3	2	0	0	0	0	1	2	0	2	0	0	0		
4	0	0	0	3	2	0	0	0	0	1	2	3	1	1	1	0		
5	0	1	2	2	2	0	0	0	0	1	3	3	2	1	1	0		
6	0	2	2	2	2	0	0	0	0	3	3	0	2	0	2	0		
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		

Convolução

The diagram illustrates the convolution process for a 6x6x3 RGB image with zero padding, a 3x3x3 filter, and a 6x6x3 output volume.

Volume de entrada 6 x 6 x 3 (RGB) + zero padding: The input image is a 6x6x3 volume. The top-left 3x3x3 sub-volume is highlighted with a red dashed box, representing the input for the first convolution operation. The rest of the input is zero-padded.

Filtro W (3 x 3 x 3): The filter is a 3x3x3 volume. The top-left 3x3x3 sub-volume is highlighted with a green dashed box, representing the filter used for the first convolution operation.

Volume de saída 6 x 6 x 3: The output is a 6x6x3 volume. The top-left 3x3x3 sub-volume is highlighted with a yellow dashed box, representing the output of the first convolution operation.

The diagram shows the spatial relationship between the input, filter, and output volumes, with dashed lines indicating the convolution operation. The input and output volumes are shown in a 3D perspective, while the filter is shown in a 2D perspective.

Convolução

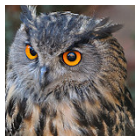
Volume de entrada 6 x 6 x 3 (RGB) + zero padding									Filtro W (3 x 3 x 3)									Volume de saída 6 x 6									
	0	1	2	3	4	5	6	7																			
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0.5	1									0	1	2	3	4	5		
0	0	2	2	2	2	3	3	0	-1	0	0									0	1	-2.5					
1	0	1	0	1	1	1	1	0				1	0	1						1							
2	0	1	1	3	3	0	0	0				-1	1	0						2							
3	0	1	1	3	2	0	0	0				0	0	-0.5						3							
4	0	1	1	3	2	0	0	0							1	0	1			4							
5	0	1	3	3	2	0	0	0							1	0.5	-1			5							
7	0	0	0	0	0	0	0	0							0	1	0										
	0	1	2	3	4	5	6	7				0	1	2	3	4	5	6	7								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	3	3	1	1	1	1	0	0	0	0	0	3	2	2	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1	0	3	0	3	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	
2	0	3	3	3	3	0	0	0	2	0	1	2	3	3	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	
3	0	1	0	3	2	0	0	0	3	0	1	2	0	2	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	
4	0	0	0	3	2	0	0	0	4	0	1	2	3	1	1	1	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	
5	0	1	2	2	2	0	0	0	5	0	1	3	3	2	1	1	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	
6	0	2	2	2	2	0	0	0	6	0	3	3	0	2	0	2	0	0	0	6	0	0	0	0	0	0	
7	0	0	0	0	0	0	0	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	0	0	0	0	0	0	

Convolução

Volume de entrada 6 x 6 x 3 (RGB) + zero padding									Filtro W (3 x 3 x 3)									Volume de saída 6 x 6								
	0	1	2	3	4	5	6	7																		
0	0	0	0	0	0	0	0	0		-1	0.5	1								0	1	2	3	4	5	
0	0	2	2	2	2	3	3	0		-1	0	0							0	1	-2.5	-1	-1	0.5	2	
1	0	1	0	1	1	1	1	0											1	11.5	5.5	16.5	9.5	8	3	
2	0	1	1	3	3	0	0	0											2	4.5	8	4	10	1.5	1.5	
3	0	1	1	3	2	0	0	0											3	7.5	14.5	19.5	2.5	2	1	
4	0	1	1	3	2	0	0	-2											4	3.5	9	16	1.5	-0.5	2.5	
5	0	1	3	3	2	0	0	-1											5	4	11	6	7	-0.5	4.5	
7	0	0	0	0	0	0	0	0																		
	0	1	2	3	4	5	6	7																		
0	0	0	0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	0	0									
0	0	3	3	1	1	1	1	0		0	0	3	2	2	3	2	0									
1	0	3	0	3	1	1	1	0		1	0	1	1	1	1	1	0									
2	0	3	3	3	3	0	0	0		2	0	1	2	3	3	0	0									
3	0	1	0	3	2	0	0	0		3	0	1	2	0	2	0	0									
4	0	0	0	3	2	0	0	0		4	0	1	2	3	1	1	1									
5	0	1	2	2	2	0	0	0		5	0	1	3	3	2	1	1	0								
6	0	2	2	2	2	0	0	0		6	0	3	3	0	2	0	2	0								
7	0	0	0	0	0	0	0	0		7	0	0	0	0	0	0	0	0								

Camada convolucional

Entrada ($m \times n \times p$)



e.g. $32 \times 32 \times 3$

Filtro (kernel ou neurônio convolucional) w com tamanho $k \times k \times p$, e.g. $5 \times 5 \times 3$

- ▶ Cada neurônio realiza a convolução da entrada e gera um volume (matriz/tensor) de saída

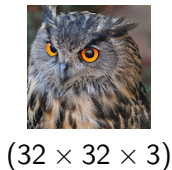
Centrado em um pixel específico, temos, matematicamente

$$\mathbf{w}^t \mathbf{x} + b$$

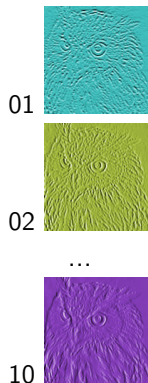
- sim, há a soma de **bias** para além dos pesos da convolução.

Camada convolucional

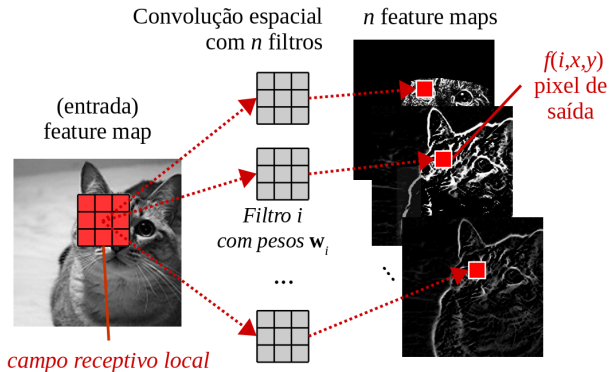
- ▶ Mapas de ativação (ou características) são obtidos após convolução e função de ativação (e.g. ReLU);
- ▶ Empilhados formam um tensor que será a entrada da próxima camada.



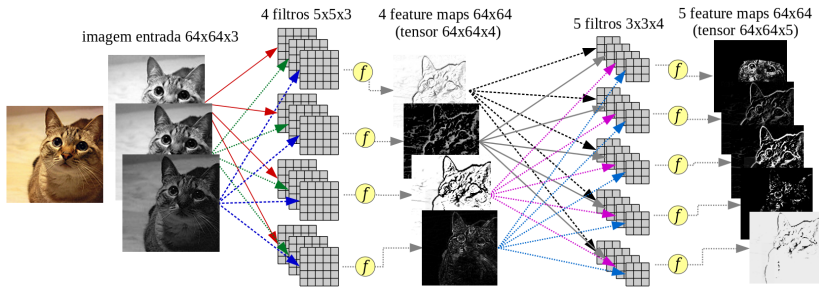
camada convolucional
10 filtros 5 × 5 × 3



Camada convolucional: campo receptivo local



Camada convolucional: feature maps



Camada convolucional: entrada, filtro, passo

A camada convolucional tem que levar em conta:

- ▶ tamanho da entrada (largura, altura, profundidade)
- ▶ tamanho do filtro
 - ▶ a profundidade deve ser igual à da entrada
 - ▶ altura e largura afetam o *campo receptivo local*

Camada convolucional: entrada, filtro, passo

A camada convolucional tem que levar em conta:

- ▶ tamanho da entrada (largura, altura, profundidade)
- ▶ tamanho do filtro
 - ▶ a profundidade deve ser igual à da entrada
 - ▶ altura e largura afetam o *campo receptivo local*
- ▶ stride (passo)
 - ▶ 1 : todos os pixels são filtrados pelo neurônio
 - ▶ > 1 : salta um número de pixels em determinada direção, a cada convolução.
 - ▶ nesse caso o volume de saída tem tamanho reduzido, ex. com passo 2

Convolução com stride > 1

Entrada 6 x 6 x 3 (RGB) + zero padding + **stride** (2,2)

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	2	2	2	2	3	3	0
1	0	1	0	1	1	1	1	0
2	0	1	1	3	3	0	0	0
3	0	1	1	3	2	0	0	0
4	0	1	1	3	2	0	0	0
5	0	1	3	3	2	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0

Filtro W (3 x 3 x 3)

-1	0.5	1
-1	0	0
0	0	0.5
1	0	1
-1	1	0
0	0	-0.5
1	0	1
1	0.5	-1
0	1	0

Volume de saída 3 x 3

	0	1	2
0			
1			
2			

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	3	3	1	1	1	1	0
1	0	3	0	3	1	1	1	0
2	0	3	3	3	3	0	0	0
3	0	1	0	3	2	0	0	0
4	0	0	0	3	2	0	0	0
5	0	1	2	2	2	0	0	0
6	0	2	2	2	2	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	3	2	2	3	2
1	0	1	1	1	1	1	1	0
2	0	1	2	3	3	0	0	0
3	0	1	2	0	2	0	0	0
4	0	1	2	3	1	1	1	0
5	0	1	3	3	2	1	1	0
6	0	3	3	0	2	0	2	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0

Convolução com stride > 1

Entrada 6 x 6 x 3 (RGB) + zero padding + stride (2,2)										Filtro W (3 x 3 x 3)			Bias	Volume de saída 3 x 3					
	0	1	2	3	4	5	6	7		-1	0.5	1	0.5						
0	0	0	0	0	0	0	0	0		-1	0	0							
0	0	2	2	2	2	3	3	0		0	0	0.5				0	1	2	
1	0	1	0	1	1	1	1	0			1	0	1			0	1.5		
2	0	1	1	3	3	0	0	0			-1	1	0			1			
3	0	1	1	3	2	0	0	0			0	0	-0.5			2			
4	0	1	1	3	2	0	0	0				1	0	1					
5	0	1	3	3	2	0	0	0				1	0.5	-1					
7	0	0	0	0	0	0	0	0				0	1	0					
	0	1	2	3	4	5	6	7		0	1	2	3	4	5	6	7		
0	0	0	0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	0	0		
0	0	3	3	1	1	1	1	0		0	0	3	2	2	3	2	0		
1	0	3	0	3	1	1	1	0		1	0	1	1	1	1	1	0		
2	0	3	3	3	3	0	0	0		2	0	1	2	3	3	0	0		
3	0	1	0	3	2	0	0	0		3	0	1	2	0	2	0	0		
4	0	0	0	3	2	0	0	0		4	0	1	2	3	1	1	1		
5	0	1	2	2	2	0	0	0		5	0	1	3	3	2	1	1		
6	0	2	2	2	2	0	0	0		6	0	3	3	0	2	0	2		
7	0	0	0	0	0	0	0	0		7	0	0	0	0	0	0	0		

Convolução com stride > 1

Volume de entrada 6 x 6 x 3 (RGB) + zero padding									Filtro W (3 x 3 x 3)			Bias	Volume de saída 3 x 3			
	0	1	2	3	4	5	6	7	-1	0.5	1	0.5				
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0					
0	0	2	2	2	2	3	3	0	0	0	0.5					
1	0	1	0	1	1	1	1	0						0	1.5	-0.5
2	0	1	1	3	3	0	0	0	1	0	1			1		
3	0	1	1	3	2	0	0	0	-1	1	0			2		
4	0	1	1	3	2	0	0	0	0	0	-0.5					
5	0	1	3	3	2	0	0	0								
7	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1					
									1	0.5	-1					
									0	1	0					
	0	1	2	3	4	5	6	7								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	3	3	1	1	1	1	0	0	0	3	2	2	3	2	0
1	0	3	0	3	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0
2	0	3	3	3	3	0	0	0	2	0	1	2	3	3	0	0
3	0	1	0	3	2	0	0	0	3	0	1	2	0	2	0	0
4	0	0	0	3	2	0	0	0	4	0	1	2	3	1	1	1
5	0	1	2	2	2	0	0	0	5	0	1	3	3	2	1	1
6	0	2	2	2	2	0	0	0	6	0	3	3	0	2	0	2
7	0	0	0	0	0	0	0	0	7	0	0	0	0	0	0	0

Convolução com stride > 1

Entrada 6 x 6 x 3 (RGB) + zero padding + stride (2,2)									Filtro W (3 x 3 x 3)				Bias	Volume de saída 3 x 3				
	0	1	2	3	4	5	6	7	-1	0.5	1	0.5						
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0							
0	0	2	2	2	2	3	3	0	0	0	0.5				0	1	2	
1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1				0	1.5	-0.5	1
2	0	1	1	3	3	0	0	0	-1	1	0				1			
3	0	1	1	3	2	0	0	0	0	0	-0.5				2			
4	0	1	1	3	2	0	0	0	1	0	1							
5	0	1	3	3	2	0	0	0	1	0.5	-1							
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0							
	0	1	2	3	4	5	6	7	0	1	2	3	4	5	6	7		
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
0	0	3	3	1	1	1	1	0	0	0	3	2	2	3	2	0		
1	0	3	0	3	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0			
2	0	3	3	3	3	0	0	0	2	0	1	2	3	0	0	0		
3	0	1	0	3	2	0	0	0	3	0	1	2	0	2	0	0		
4	0	0	0	3	2	0	0	0	4	0	1	2	3	1	1	1	0	
5	0	1	2	2	2	0	0	0	5	0	1	3	3	2	1	1	0	
6	0	2	2	2	2	0	0	0	6	0	3	3	0	2	0	2	0	
7	0	0	0	0	0	0	0	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	

Convolução com stride > 1

Entrada 6 x 6 x 3 (RGB) + zero padding + **stride (2,2)**

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	2	2	2	2	3	3	0
1	0	1	0	1	1	1	1	0
2	0	1	1	3	3	0	0	0
3	0	1	1	3	2	0	0	0
4	0	1	1	3	2	0	0	0
5	0	1	3	3	2	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0

Filtro W (3 x 3 x 3)

-1	0.5	1
-1	0	0
0	0	0.5

Bias

0.5

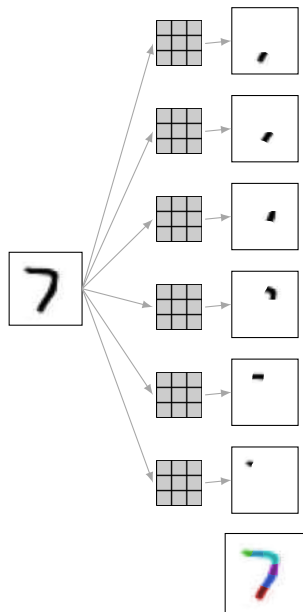
Volume de saída 3 x 3

	0	1	2
0	15	-0.5	1
1	5		
2			

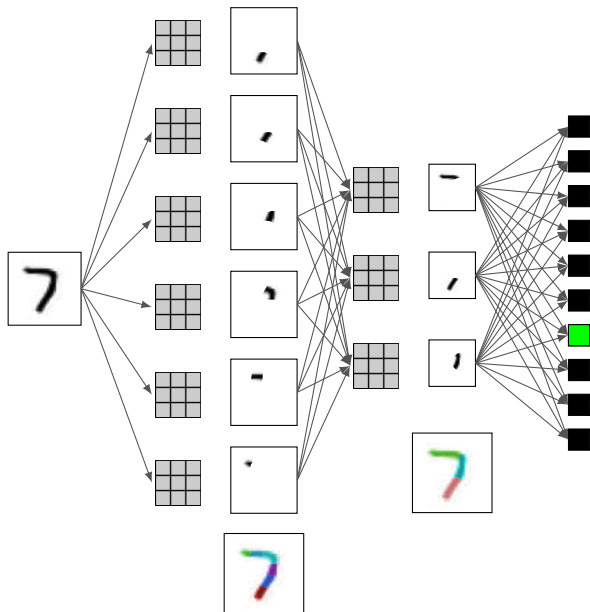
	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	3	3	1	1	1	1	0
1	0	3	0	3	1	1	1	0
2	0	3	3	3	3	0	0	0
3	0	1	0	3	2	0	0	0
4	0	0	0	3	2	0	0	0
5	0	1	2	2	2	0	0	0
6	0	2	2	2	2	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	3	2	2	3	2	0
1	0	1	1	1	1	1	1	0
2	0	1	2	3	3	0	0	0
3	0	1	2	0	2	0	0	0
4	0	1	2	3	1	1	1	0
5	0	1	3	3	2	1	1	0
6	0	3	3	0	2	0	2	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0

Classificação de dígitos com conv.layers



Classificação de dígitos com conv.layers



Número de parâmetros em CNNs

$$[(k \times k \times p) + 1] \times d:$$

- ▶ pesos dos filtros: $k \times k \times p$, p é dado pela profundidade da entrada
- ▶ número de filtros/neurônios: d (cada um gera um mapa de ativação)
- ▶ $+1$ é o termo bias de cada filtro

Ex: entrada $32 \times 32 \times 3$ e 3 camadas:

Número de parâmetros em CNNs

$[(k \times k \times p) + 1] \times d$:

- ▶ pesos dos filtros: $k \times k \times p$, p é dado pela profundidade da entrada
- ▶ número de filtros/neurônios: d (cada um gera um mapa de ativação)
- ▶ $+1$ é o termo bias de cada filtro

Ex: entrada $32 \times 32 \times 3$ e 3 camadas:

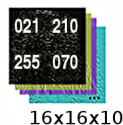
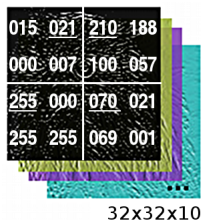
- ▶ Conv.Layer 1: $k = 5$, $d = 8$
- ▶ Conv.Layer 2: $k = 3$, $d = 16$
- ▶ Conv.Layer 3: $k = 1$, $d = 32$
- ▶ # parametros Conv.layer 1: $[(5 \times 5 \times 3) + 1] \times 8 = 608$
- ▶ # parameters Conv.layer 2: $[(3 \times 3 \times 8) + 1] \times 16 = 1168$
- ▶ # parameters Conv.layer 3: $[(1 \times 1 \times 16) + 1] \times 32 = 544$

Subamostragem: Pooling layer

Opera sobre cada mapa de ativação, reduzindo a dimensão lateral

- ▶ max pooling: aplica a operação de máximo local
- ▶ average pooling: aplica operação de média local

Ex.: max pooling com tamanho de pool 2 e passo 2.

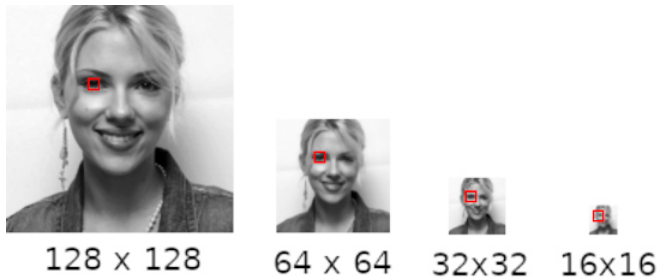


Usar camadas convolucionais com passo/stride > 1 pode substituir pooling

Pooling layer

Reduzir o tamanho da entrada permite que o filtro opere em regiões maiores da imagem.

Empilhamento de camadas convolucionais aumenta o campo receptivo local não necessitando manter a resolução de entrada



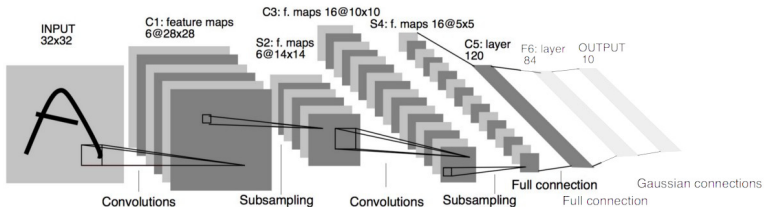
(uso de filtro de mesmo tamanho em imagens progressivamente menores)

Global pooling

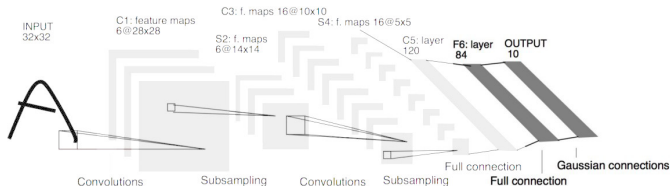
Obtém um valor por canal, como se o tamanho de pool fosse igual às dimensões laterais

Ex. numa entrada com $40 \times 40 \times 100$, a saída será 100 dimensões.

Voltando à arquitetura



Camadas densas e saída



Dense/fully connected (FC) layer:

- ▶ similar à de uma MLP
- ▶ pode ser vista como uma **projeção** dos dados em uma dimensionalidade arbitrária

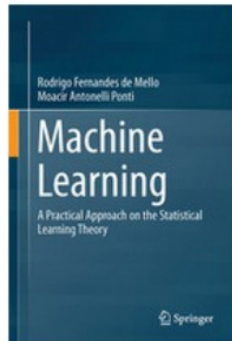
Saída: comumente densa (ex: classificação e regressão)

- ▶ pode ser vista como um vetor de distribuição de probabilidades
- ▶ não é densa em redes completamente convolucionais (Fully Convolutional Networks)

Bibliography I



Rodrigo Mello, Moacir A. Ponti. **Machine Learning: a practical approach on the statistical learning theory**
Springer, 2018.



Bibliography II



Moacir A. Ponti, Gabriel Paranhos da Costa. **Como funciona o Deep Learning**

SBC, 2017. Book chapter.

<https://arxiv.org/abs/1806.07908>



Moacir A. Ponti, Leo Ribeiro, Tiago Nazaré, Tu Bui, John Collomosse. **Everything You Wanted to Know About Deep Learning for Computer Vision but were Afraid to Ask.**

SIBGRAPI-T, 2017. Tutorial.



Moacir A. Ponti, **Introduction to Deep Learning (Code).**

Github Repository:

https://github.com/maponti/deeplearning_intro_datascience

CNN notebook: [https://colab.research.google.com/drive/](https://colab.research.google.com/drive/1EnNjtzdW8ftI07I9xCUhb-ovq1iNy4pf)

[1EnNjtzdW8ftI07I9xCUhb-ovq1iNy4pf](https://colab.research.google.com/drive/1EnNjtzdW8ftI07I9xCUhb-ovq1iNy4pf)