Questão 1
Uma empresa decidiu fazer uma pesquisa sobre vacinação entre seus funcionários, após a ocorrência de vários casos de sarampo em um de seus departamentos.

Com relação à vacina tríplice viral (sarampo, rubéola e caxumba), identificou-se que a maioria dos funcionários havia tomado 2 doses (uma dose com um ano de idade e uma dose de reforço, após 5 anos de idade), conforme orientação do ministério da saúde. No entanto, identificou-se que 140 funcionários nunca haviam tomado nenhuma dose e que alguns haviam tomado uma única dose (ou seja, não tomaram a dose de reforço).

Sabendo que a média do número de doses tomadas pelos funcionários foi de 1,2, qual o número de funcionários que tomou apenas 1 dose e que tomou 2 doses, respectivamente?

Alternativas:

(a) 40 e 320

(b) 100 e 325

(c) 200 e 260

(d) 60 e 225

(e) 240 e 270

Solução:
Seja A o número de funcionários que tomaram 2 doses e B o número de funcionários que tomaram 1 dose. Sabendo que a média de doses dos funcionários é igual a $1,2$, podemos escrever a seguinte média ponderada:

$$1,2 = \frac{2.A + 1.B + 140.0}{A + B + 140}.$$

Isolando a variável A, temos que

$$A = \frac{B}{4} + 210.$$

Assim, concluímos que B deve ser divisível por 4 para que A assuma uma valor inteiro.

Outra informação relevante oferecida pelo enunciado é o fato da maioria dos funcionários haver tomado as 2 doses, ou seja, $A > 140 + B$. Assim, juntando os dois fatos, temos que

$$A > 140 + B \Longrightarrow \frac{B}{4} + 210 > 140 + B \Longrightarrow B < \frac{4}{3}.70 = 93,\bar{3}.$$

Como B é um inteiro positivo divisível por 4, está entre os valores 4 e 92. Podemos escrevê-lo como $B = 4.k$, com $k = 1, \ldots, 23$. Assim, o conjunto das 23 soluções possíveis é denotado por

$(A, B) = (210 + k, 4.k)$, com $k = 1, \ldots, 23$.

Em princípio, apenas os itens (a) e (d) são possíveis observando apenas os valores de B. Para $k = 10$, temos $(A, B) = (220, 40)$. Já para $k = 15$, temos $(A, B) = (225, 60)$ caracterizando a alternativa (d).

Questão 2

O presidente da câmara dos deputados defende a redução dos salários dos servidores para minimizar o impacto econômico causado pela pandemia do coronavírus.

O texto inicial do projeto prevê uma redução de 30% para todos os servidores federais. Em relação às estatísticas dos novos salários, considere as afirmativas abaixo:

I - A média diminui em 30%

II - A variância diminui em 30%

III - O coeficiente de variação não se altera

É correto o que se afirma em:
Escolha uma:

(a) II e III, apenas

(b) I, apenas

(c) I e III, apenas

(d) II, apenas

(e) I, II e III

Solução: Seja $x_1, \ldots, x_n$ o valor dos salários do n servidores. A modificação percentual dos salários pode ser vista como uma mudança de escala dos valores, ou seja, $y_i = a.x_i$, com $i = 1, \ldots, n$. No caso específico de uma redução de 30%, temos $a = 0,70$. Entretanto, para obtermos resultados generalizados, continuamos a usar a constante a para confirmar ou refutar as afirmações do enunciado.

A afirmação I é verdadeira, pois, seja $\mu_x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ a média salarial antes da redução. Logo, após a redução temos

$$\mu_y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a.x_i = a\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = a.\mu_x.$$

Em outras palavras, a nova média sofre a mesma redução que sofreram os salários individuais.

Já a afirmação II é falsa, pois, seja $\sigma_x^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu_x)^2$ a variância amostral dos salários antes da redução. Logo, após a redução temos

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \mu_y)^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(a.x_i - a.\mu_x)^2 = a^2\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu_x)^2 = a^2.\sigma_x^2.$$

Como $a^2 = 0,49$, ocorreu uma redução de 51% na variância.

Para finalizar, os resultados acima nos permitem constatar que a afirmação III é verdadeira, pois, seja $CV_x = \frac{\sqrt{\sigma_x^2}}{\mu_x}$ o coeficiente de variação dos salários antes da redução. Logo, após a redução temos

$$CV_y = \frac{\sqrt{\sigma_y^2}}{\mu_y} = \frac{\sqrt{a^2.\sigma_x^2}}{a.\mu_x} = \frac{\sqrt{\sigma_x^2}}{\mu_x} = CV_x.$$

Questão 3
Uma loja de aluguel de roupas mantém um histórico do número de roupas de festa alugadas nos últimos 80 dias, como mostrado abaixo:

Nº de roupas	Nº de dias
0 - 19	5
20 - 39	15
40 - 59	30
60 - 79	20
80 - 99	10
Total	80

Se o aluguel de cada roupa gera um lucro de $R\$50,00$ por dia, o lucro da loja nesse período de 80 dias será:

(a) da ordem de $R\$213.000,00$

(b) $R\$4.260,00$

(c) Sem os valores individuais, não é possível fazer nenhuma aproximação para esse lucro

(d) $R\$4.000,00$

(e) acima de $R\$251.000,00$

Solução: Como o número de roupas é dado por intervalos, temos uma perda de informação em relação a uma tabela de frequência. Por outro lado, o uso desses intervalos podem simplificar a compreensão em situações com um número grande de valores de frequências. O cálculo do que pede o enunciado é feito utilizando o ponto médio dos intervalos. Assim, o número total de roupas vezes dias é aproximado por

$$Rpd = 9,50.5 + 29,50.15 + 49,50.30 + 69,50.20 + 89,50.10 = 4260,00\text{roupa.dia}.$$

Do enunciado, sabemos que o aluguel é dado pela taxa $t = R\$50,00\frac{1}{\text{roupa.dia}}$. Assim, o lucro total é dado por

$$Total = Rpd.t = 4260,00.50,00 = R\$213000,00.$$

Segue que (a) é a alternativa correta.

Questão 4
Em Estatística, tomar decisões sobre a população baseando-se em informações de amostras é chamado:
Escolha uma:

(a) Estatística de amostras

(b) Tomada de decisão estatística

(c) Inferência probabilística

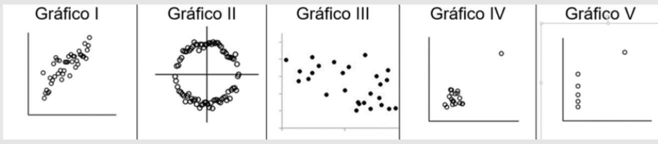
(d) Tomada de decisão probabilística

(e) Inferência estatística

Solução: A alternativa (e) é correta.

Questão 5

é adequado | é inadequado | 0,8 | -0,5 | 0



Indique (arraste e solte) qual dos valores se aproxima mais do coeficiente de correlação de Pearson dos dados representados nos gráficos I a V e se o uso desse coeficiente para quantificar a associação é adequado ou inadequado em cada situação.

Observação: ao invés de mostrar as lacunas vazias (como está o exercício antes de ser resolvido), preferimos já posicionar as respostas em negrito como se vê abaixo.

Solução: .

No gráfico I, o coeficiente de correlação de Pearson é igual a **0,8** e seu uso para quantificar tal associação **é adequado** .

No gráfico II, o coeficiente de correlação de Pearson é igual a **0** e seu uso para quantificar tal associação **é inadequado** .

No gráfico III, o coeficiente de correlação de Pearson é igual a **-0,5** e seu uso para quantificar tal associação **é adequado** .

No gráfico IV, o coeficiente de correlação de Pearson é igual a **0,8** e seu uso para quantificar tal associação **é inadequado** .

No gráfico V, o coeficiente de correlação de Pearson é igual a **0,8** e seu uso para quantificar tal associação **é inadequado** .
