

Questão 1

Um banco lança um determinado fundo e avalia a rentabilidade segundo dois cenários econômicos.

- O primeiro cenário é o de aumento da taxa de juros e, nesse caso, a rentabilidade do fundo é certamente positiva.
- No segundo cenário, de queda ou de manutenção da taxa de juros, a probabilidade de a rentabilidade do fundo ser positiva é de 0,4.

Considere ainda que a probabilidade de a taxa de juros subir seja de 70%.

A probabilidade de que a rentabilidade do fundo seja positiva, é de:

Alternativas:

- (a) 70%
- (b) 78%
- (c) 74%
- (d) 98%
- (e) 82%

Solução: **Alternativa e.**

Considerando-se os eventos:

A : aumento da taxa de juros e R : rentabilidade positiva.

Tem-se que:

$$P(R|A) = 1$$

$$P(R|A^C) = 0,4$$

$$P(A) = 0,7.$$

Assim, basta fazer:

$$\begin{aligned} P(R) &= P(R \cap A) + P(R \cap A^C) \\ &= P(R|A)P(A) + P(R|A^C)P(A^C) \\ &= 1 * 0,7 + 0,4 * 0,3 \\ &= 0,7 + 0,12 \\ &= 0,82. \end{aligned}$$

Note que:

- (i) no primeiro cenário, a rentabilidade é positiva, pois há aumento da taxa de juros. Isto (evento) ocorre com probabilidade 0,7, segundo o enunciado;

- (ii) no segundo cenário, a rentabilidade é positiva com probabilidade 0,4, quando há queda ou manutenção da taxa de juros (evento complementar) — o que ocorre com probabilidade $1 - 0,7 = 0,3$. Assim, a probabilidade neste cenário é dada por $0,4 * 0,3 = 0,12$.

Desse modo, tem-se que a rentabilidade é positiva com probabilidade $(i) + (ii) = 0,7 + 0,12 = 0,82$.

Questão 2

Um equipamento é aprovado para uso quatro vezes mais frequentemente do que reprovado, quando testado todas as manhãs. Cada manhã o teste é realizado de modo independente. A probabilidade de que, em dois dias seguidos, o equipamento seja reprovado, pelo menos uma vez, é igual a:

Alternativas:

- (a) $\frac{1}{25}$
- (b) $\frac{4}{5}$
- (c) $\frac{6}{25}$
- (d) $\frac{9}{25}$
- (e) $\frac{1}{5}$

Solução: **Alternativa d.**

Considere

$$\begin{cases} A = \text{equipamento aprovado} \\ R = \text{equipamento reprovado.} \end{cases}$$

Sabe-se que A é 4 vezes mais frequente que R , isto é, A ocorre em 4 de cada 5 testes.

Temos, no espaço amostral desse experimento, os seguintes eventos: $\Omega = \{AA, AR, RA, RR\}$. Nosso interesse é na probabilidade de ocorrência dos eventos $\{AR, RA, RR\}$. Assim:

$$\begin{aligned} P(A \cap R) \cup P(R \cap A) \cup P(R \cap R) &= P(A) * P(R) + P(R) * P(A) + P(R) * P(R) \\ &= \frac{4}{5} * \frac{1}{5} + \frac{1}{5} * \frac{4}{5} + \frac{1}{5} * \frac{1}{5} \\ &= \frac{4}{25} + \frac{4}{25} + \frac{1}{25} \\ &= \frac{9}{25}. \end{aligned}$$

* eventos independentes

Questão 3

A porcentagem de álcool ($100X$) em certo composto pode ser considerada uma variável aleatória, onde X , $0 < x < 1$, tem a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(x) = 20x^3(1 - x).$$

Suponha que o preço de venda desse composto dependa do conteúdo de álcool. Especificamente, se $1/3 < x < 2/3$, o composto se vende por $C1$ reais o litro; caso contrário, ele se vende por $C2$ reais o litro. Se o custo for $C3$ reais por litro, qual o lucro líquido esperado por litro? Use uma casa decimal para os cálculos.

Alternativas:

- (a) $0,4C1 + 0,6C2 - C3$
- (b) $0,2C1 + 0,8C2 - C3$
- (c) $0,8C1 + 0,2C2 - C3$
- (d) $C1 + C2 - C3$
- (e) $0,3C1 + 0,7C2 - C3$

Solução: Alternativa a.

(i) Vamos calcular a função de distribuição acumulada:

$$F_X = P(X \leq x) = \int_0^x 20t^3(1-t)dt = 5x^4 + 4x^5, \quad 0 < x < 1.$$

Assim

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 5x^4 + 4x^5, & 0 < x < 1, \\ 1, & x \geq 1. \end{cases}$$

(ii) Note que definindo-se a variável aleatória L para o lucro líquido por galão, esta é discreta, dada por:

$$L = \begin{cases} C1 - C3, & \text{com } F_X(2/3) - F_X(1/3) \cong 0,4 \\ C2 - C3, & \text{com } 1 - (F_X(2/3) - F_X(1/3)) \cong 0,6. \end{cases}$$

Dessa forma:

$$\mathbb{E}(L) = \sum_i L_i * f_L(l) = (C1 - C3) * 0,4 + (C2 - C3) * 0,6 = 0,4C1 + 0,6C2 - C3.$$

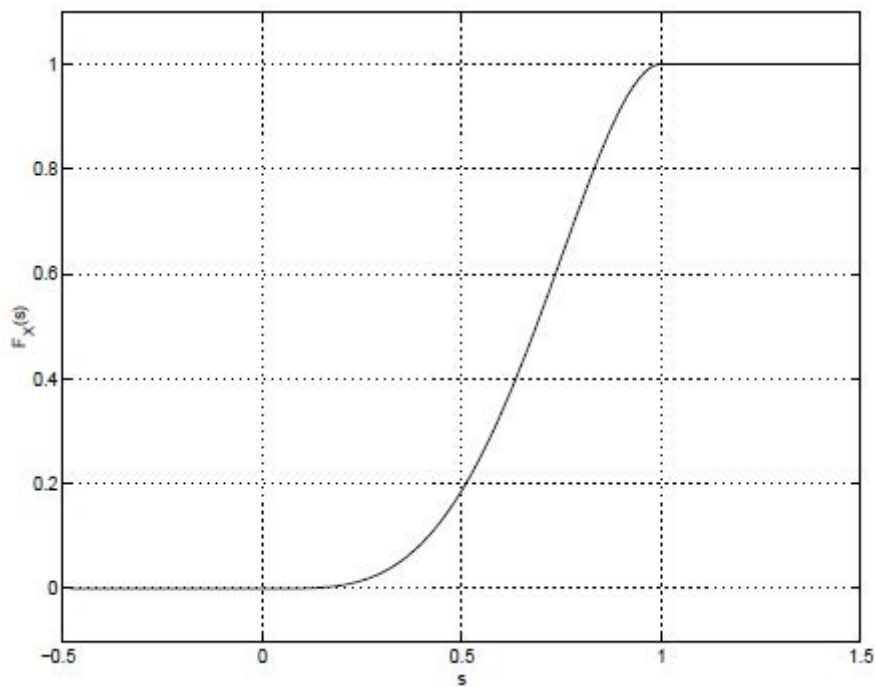


Figure 1: Função distribuição acumulada F_X .

Questão 4

Qual das alternativas descreve eventos dependentes?

Alternativas:

- O número de carros que passam em duas cabines de pedágio posicionadas uma ao lado da outra.
- Os tempos de duração de duas músicas tocadas no rádio.
- Os resultados das seleções de duas cartas de um baralho, com reposição.
- Os resultados do lançamento de uma moeda e da seleção de uma carta de um baralho.
- Os resultados dos lançamentos de duas moedas.

Solução: Alternativa a.

Questão 5

Peças saem de uma linha de produção e são marcadas como defeituosas (D) ou não-defeituosas (N). As peças são inspecionadas e sua condição registrada. Isto é feito até que duas peças defeituosas consecutivas sejam fabricadas ou que quatro peças tenham sido inspecionadas (o que ocorrer em primeiro lugar). Quantos elementos tem o espaço amostral desse experimento?

Alternativas:

- (a) 10
(b) 12
(c) 8
(d) 16
(e) 9

Solução: Alternativa b.

Podemos verificar, pelo diagrama de árvore das possibilidades para o experimento, que os eventos possíveis são:

$$\Omega = \{DD, DNDD, DNDN, DNNN, DNND, NDD, NDND, NDNN, NNND, NNNN, NNDN, NNDD\}.$$

