

LISTA DE EXERCÍCIOS - SEMANA 3

1. O número de ovos colocados na folha de uma árvore por um inseto é uma variável aleatória com distribuição de Poisson com parâmetro λ . Entretanto, tal variável aleatória pode ser observada apenas se for positiva, já que se ela é igual a zero, o inseto pode não ter passado por tal folha. Se Y denota o número de ovos, então $P(Y = i) = P(X = i | X > 0)$, onde X tem distribuição de Poisson com parâmetro λ . Encontre $E[Y]$.
2. Gafanhotos distribuem-se aleatoriamente em um vasto campo, de acordo com uma distribuição de Poisson, com parâmetro 2 por metro quadrado. Qual é o tamanho do raio R (em metros) de uma região amostral circular para que a probabilidade de se encontrar pelo menos um gafanhoto na região seja de 0,99? Use $\pi = 3,14$ e lembre que a área do círculo é πR^2 .
3. A quantidade de um certa substância em uma reação química pode ser representada por uma variável aleatória seguindo distribuição normal com média 12g. Qual deve ser o desvio padrão da quantidade da substância inserida na reação para que o técnico do experimento químico possa estabelecer que 99,9% delas contenham menos do que 13g da substância?
4. O tempo de espera, em horas, entre sucessivos motoristas flagrados por um radar que ultrapassam o limite de velocidade, é uma variável aleatória contínua com distribuição exponencial de média $1/8$ horas. Qual a probabilidade de o tempo de espera entre sucessivos motoristas ser menor que 12 minutos?
5. O número de vezes que um indivíduo tem gripe em determinado ano é uma variável aleatória de Poisson com $\lambda = 5$. Suponha que um novo medicamento reduz o parâmetro $\lambda = 3$ para 60% da população. Para os 40% restantes a droga não tem efeito. Se um indivíduo toma o medicamento durante um ano e tem duas gripes, qual a probabilidade de que o medicamento seja benéfico para ele?
6. Suponha que a probabilidade de que um item produzido por uma máquina seja defeituoso é de 0,01. Se 1000 itens produzidos por essa máquina são selecionados ao acaso, a probabilidade de que não mais do que dois itens defeituosos sejam encontrados foi calculada por três alunos de formas diferentes, listadas a seguir. (Defina X como o número de itens defeituosos encontrados.)
 - Solução do aluno 1: $P(X \leq 2) = P(Z \leq (2-10)/\sqrt{9,9}) = 0,0055$
 - Solução do aluno 2: $P(X \leq 2) = 0,99^{1000} + 1000 \cdot 0,01 \cdot 0,99^{999} + 499500 \cdot 0,01^2 \cdot 0,99^{998} = 0,0027$
 - Solução do aluno 3: $P(X \leq 2) = e^{-10}(1 + 10 + 50) = 0,0028$.Quais distribuições de probabilidade cada aluno está assumindo para a variável X ? As soluções estão corretas? Simule em Python cada distribuição e compare.