PROGRAMA EM LINGUAGEM C PARA O CÁLCULO COM INTEGRAIS TRIPLAS DO CENTRO DE MASSA DE UM FOGUETE

Sara Guimaraes Negreiros[1], Glaydson Francisco Barros de Oliveira[2], Marco Diego Aurélio Mesquita[3], Náthalee Cavalcanti de Almeida Lima[4]

[1] *Universidade Federal Rural do Semi-Árido, sguimaraaes@gmail.com*

[2] *Universidade Federal Rural do Semi-Árido, glaydson.barros@ufersa.edu.br*

[3] *Universidade Federal Rural do Semi-Árido, marco.mesquita@ufersa.edu.br*

[4] *Universidade Federal Rural do Semi-Árido, nathalee.almeida@ufersa.edu.br*

RESUMO

O artigo apresenta um programa desenvolvido em linguagem C para calcular o centro de massa de um foguete. Por ser classificado como um corpo rígido, o foguete não é formado por cargas pontuais, é preciso utilizar a definição de integrais triplas. Com o programa, os corpos que formam o foguete são ordenados em ordem crescente de massa e de acordo com sua localidade em relação ao centro de massa do foguete após a indicação deste ser, ou não, ideal. Assim, o usuário é orientado a modificar os parâmetros do foguete. A principal justificativa para o desenvolvimento deste programa é a dificuldade em adquirir um centro de massa ideal de início, sendo que essa etapa é crucial para garantir que o foguete percorra uma trajetória estável. Em termos funcionais, o programa irá permitir o cadastro dos corpos com forma, realizará a interpretação dos dados para conseguir listar as possíveis modificações e retornará uma conclusão para o usuário.

Palavras-chave: linguagem C, centro de massa, foguete, integral tripla.

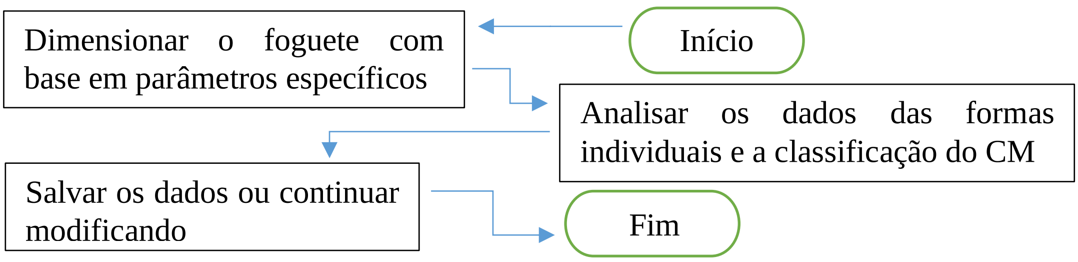
1. INTRODUÇÃO

Com o avanço tecnológico, diversas técnicas são desenvolvidas ou aprimoradas continuamente, de modo a garantir maior comodidade aos seus usuários. Os algoritmos de programação consistem em uma sequência de passos lógicos utilizados para resolver um dado problema e que podem ser aplicados em qualquer área do conhecimento, inclusive à Física.

No campo da Física, é possível analisar o movimento de um objeto, admitindo o fato de a massa estar concentrada em um único ponto, denominado centro de massa (CM). Para adquirir a massa pontual de um corpo, levando em conta sua forma, é preciso utilizar integrais triplas para o cálculo do CM (THOMAS, 2008). Tal procedimento é bastante utilizado no estudo de lançamento de projéteis realizados em trabalhos como o de Negreiros e Oliveira (2017).

Para evitar a necessidade de se realizar diversos cálculos repetitivos, esse artigo propõe um algoritmo em linguagem C[1] que calcula o CM de um foguete e permite que o usuário modifique as formas já inseridas conforme a lógica apresentada no Fluxograma 1.

Fluxograma 1: Obtenção do centro de massa de um foguete



Fonte: Autoria própria, 2019

A principal problemática em projetar um foguete é que de acordo com a posição do centro de massa o lançamento pode ser estável ou não (DE SOUZA, 2007). Para garantir um lançamento ideal é preciso que o CM esteja na linha central ao longo da altura do foguete.

2. CENTRO DE MASSA DO FOGUETE

Para efeito de cálculo é possível considerar todas as forças atuantes no objeto em um único ponto, denominado centro de gravidade. Desde que se trabalhe com altitudes cuja variação da aceleração da gravidade, consequentemente a força peso, seja invariante, o centro de gravidade coincidirá com o CM, z_i, (YOUNG; FREEDMAN, 2008). Para calcular cada coordenada z_i do centro de massa de um corpo D qualquer, utilizamos,

$$z_i = \frac{M_{xyi}}{M_i} \ , \tag{1}$$

[1] O código para cálculo do centro de massa é disponibilizado no diretório: https://github.com/guimaraaes/codigo-em-c-para-calculo-centro-de-massa

onde o momento de massa, M_{xyi}, é definido em três dimensões pelas integrais triplas (THOMAS, 2008),

$$M_{xyi} = \int \int \int_D z\delta_i(x, y, z)dV \qquad 1$$

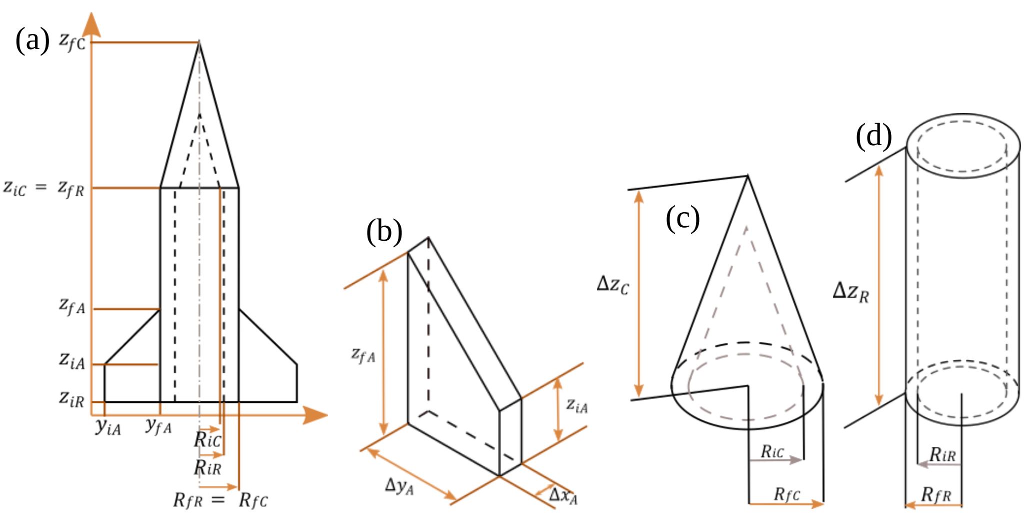
e a massa de cada parte do foguete, por,

$$M_i = \int \int \int_D \delta_i(x, y, z)dV. \qquad 3$$

O volume infinitesimal $dV = dzdydx$ descreve a forma do corpo D e a função de densidade (δ_i) assume o valor de uma constante, já que a distribuição da massa no foguete não varia. Antes de inserir os dados solicitados pelo programa, é preciso dimensionar o foguete (Figura 1 (a)) em elementos com formas geométricas conhecidas, conforme a Figura 1 (b) para a aleta, para o reservatório (Figura 1 (c)) e para a coifa (Figura 1 (d)).

Os limites da **Erro! Fonte de referência não encontrada.** e da **Erro! Fonte de referência não encontrada.** foram definidos para cada forma geométrica em que o foguete é dividido, ou seja, para a aleta, o reservatório e a coifa. A obtenção desses limites foi realizada com base nos parâmetros genéricos especificados na Figura 1.

Figura 1: Foguete: (a)Vista frontal; (b) Vista militar da empena; (c) Vista militar da coifa; (d) Vista militar do cilindro



Fonte: Autoria própria, 2019

Para os cálculos quando houver uma variação de deslocamento este envolve as seguintes variáveis $\Delta u = u_f - u_i$. Conforme as definições das 1uações 2 e 3, para cada corpo que o foguete é constituído, são realizados os cálculos de suas respectivas massas. Para as aletas, o momento de massa e a massa são, respectivamente,

$$M_{xy1} = \frac{\Delta x}{2}\left\{\begin{matrix} (\mathrm{z_{fA}}^2 - \mathrm{z_{iA}}^2)\Delta \mathrm{y_A} + \\ + \left[\mathrm{z_{fA}}(\mathrm{y_{fA}}^2 - \mathrm{y_{iA}}^2) + \frac{(\mathrm{z_{fA}} - \mathrm{z_{0A}})}{3\Delta \mathrm{y_A}}(\mathrm{y_{fA}}^3 - \mathrm{y_{iA}}^3)\right]\frac{(\mathrm{z_{fA}} - \mathrm{z_{0A}})}{\Delta \mathrm{y_A}} \end{matrix}\right\} \quad 4$$

$$m_1 = \Delta \mathrm{x_A}\left[\Delta \mathrm{z_A}\Delta \mathrm{y_A} + \frac{(\mathrm{z_{fA}} - \mathrm{z_{0A}})}{2\Delta \mathrm{y_A}}(\mathrm{y_{fA}}^2 - \mathrm{y_{iA}}^2)\right] \quad 5$$

Para a coifa, utilizando coordenadas polares,

$$M_{xy2} = \pi\left[(\mathrm{z_{fC}}^2 - \mathrm{z_{iC}}^2)\frac{(\mathrm{R_f}^2 - \mathrm{R_i}^2)}{2} - \frac{2\mathrm{z_{fC}}(\mathrm{R_f}^3 - \mathrm{R_i}^3)}{3} + \frac{(\mathrm{R_f}^4 - \mathrm{R_i}^4)}{4}\right] \quad 6$$

$$m_2 = 2\pi\left[\Delta \mathrm{z_c}\frac{(\mathrm{R_f}^2 - \mathrm{R_i}^2)}{2} - \frac{(\mathrm{R_f}^3 - \mathrm{R_i}^3)}{3}\right] \quad 7$$

Para o reservatório,

$$M_{xy3} = \frac{(\mathrm{z_{fR}}^2 - \mathrm{z_{iR}}^2)}{2}\left[\pi\left(\mathrm{R_f}^2 - \mathrm{R_i}^2\right)\right] \quad 8$$

$$m_3 = \frac{\Delta \mathrm{z_R}}{2}\left[\pi\left(\mathrm{R_f}^2 - \mathrm{R_i}^2\right)\right] \quad 9$$

Observa-se que o valor obtido com as equações de 3 a 9 são todos dependente de constantes e variáveis genéricas. Os parâmetros que devem ser especificados pelo usuário para cada elemento são descritos na Tabela 1. Além disso, o usuário ainda deve especificar a quantidade de aletas distribuídas, de modo alinhado na parte inferior do foguete (DE SOUZA, 2007).

Tabela 1: Parâmetro para dimensionar o foguete

Forma	**Parâmetro**
Aleta	$z_{fA}, z_{iA}, z_{0A}, x_{fA}, x_{iA}, y_{fA}, y_{iA}, \delta_A$
Coifa	$z_{fC}, z_{iC}, R_{fC}, R_{iC}, \delta_C$
Reservatório	$z_{fR}, z_{iR} R_{fR}, R_{iR}, \delta_R$

Fonte: Autoria própria, 2019

Por se tratar de um projeto, é possível que para os primeiros parâmetros que o foguete tenha um centro de massa classificado como instável. Desse modo, o foguete deveria passar por uma mudança nos valores dos parâmetros e todos os cálculos são refeitos. Esse ciclo se repete até que o centro de massa seja classificado como ideal.

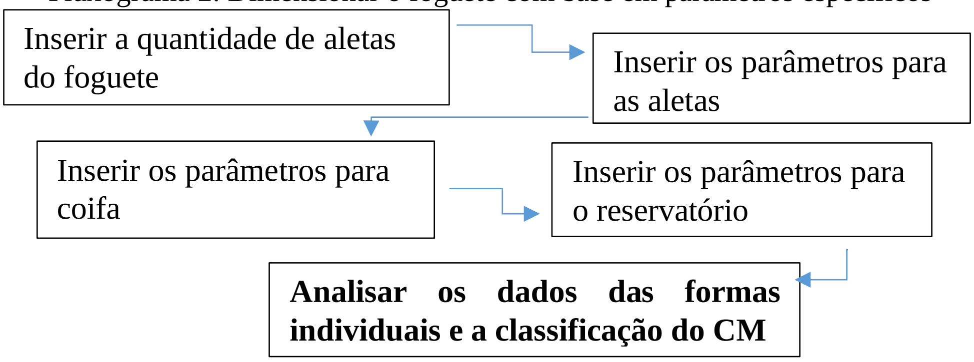
3. LINGUAGEM C PARA O CÁLCULO DO CENTRO DE MASSA

A principal motivação em desenvolver um programa para calcular o CM do foguete foi agilizar todas as etapas de parametrização que forem envolvidas. Em síntese, o código desenvolvido utiliza funções para obter os dados dos cálculos realizados com as equações de 3 a 9, conforme os parâmetros da Tabela 1. Para garantir que as mudanças sejam efetuadas enquanto o centro de massa não for ideal utiliza-se um laço do tipo *while* que apenas permite salvar os dados na condição de ideal.

Como método de organização utiliza-se um algoritmo denominado *Bubble Sort* para ordenar as massas em ordem crescente, além de segregar as que estavam acima ou abaixo do CM. A etapa responsável por adquirir os dados para montar o foguete é descrita conforme a lógica do

Fluxograma 2.

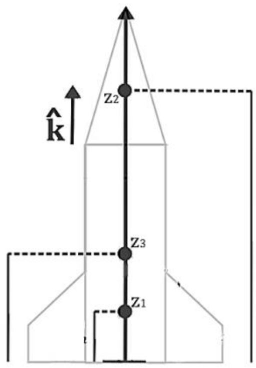
Fluxograma 2: Dimensionar o foguete com base em parâmetros específicos



Fonte: Autoria própria, 2019

Após essa etapa do programa o foguete já possui uma distribuição de massas pontuais, conforma a Figura 2. Cada elemento é representado por uma massa pontual.

Figura 2: O foguete definido por massas pontuais



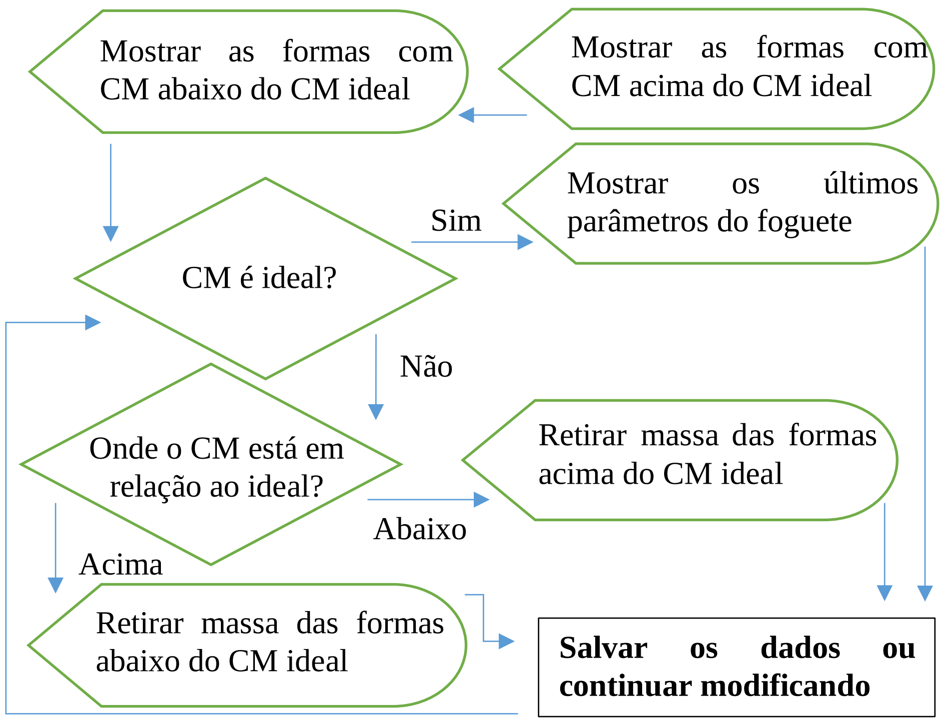
Fonte: Autoria própria, 2019

Nesta etapa são realizados cálculos para obter o CM do foguete conforme a **Erro! Fonte de referência não encontrada.** (YOUNG; FREEDMAN, 2008).

$$Z_f = \frac{\sum m_1 z_1 + m_2 z_2 \cdots m_n z_n}{\sum m_1 + m_2 \cdots m_n} \qquad 10$$

Entretanto, a facilidade em obter o centro de massa não garante que ele será ideal. Assim, o código, conforme o Fluxograma 3, deve analisar o resultado para o centro de massa do foguete e orientar o usuário para realizar as devidas modificações.

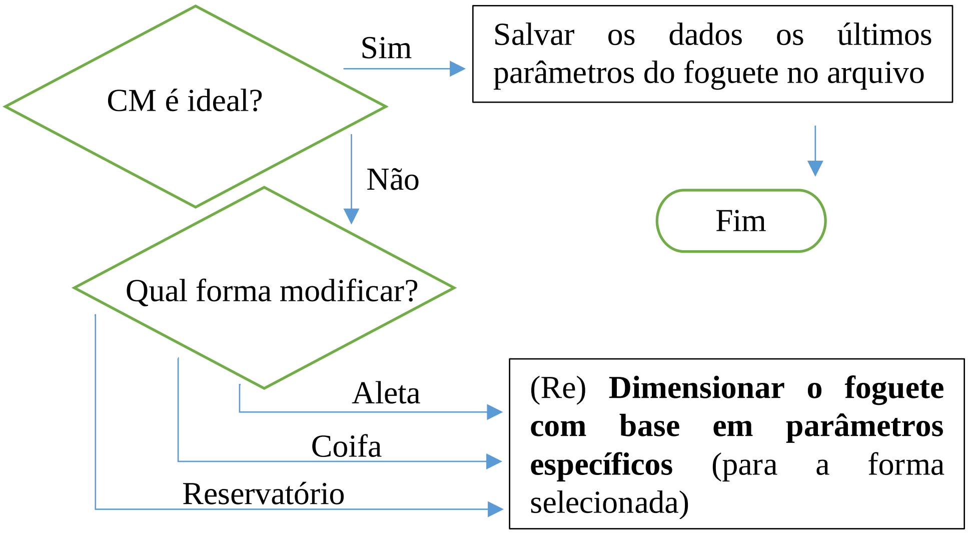
Fluxograma 3: Analisar os dados das formas individuais (z_n) e a classificação do Z_f



Fonte: Autoria própria, 2019

Ao permitir que o usuário modifique as massas já inseridas e busque o Z_f ideal (Fluxograma 4), sem realizar cálculos demasiados, ele torna-se fundamental para facilitar o projeto do devido projétil.

Fluxograma 4: Salvar os dados ou continuar modificando



Fonte: Autoria própria, 2019

4. CONCLUSÃO

Desse modo, conclui-se que o uso do programa eliminou o trabalho para recalcular todas as formas do foguete com o intuito de adquirir um centro de massa ideal. Além disso, por utilizar uma das primeiras linguagens de programação de alto nível o programa garante que um maior número de pessoas possa utilizá-los. Entretanto, a linguagem do programa também pode ser modificada com facilidade, pois a lógica para os cálculos e interpretação dos dados é mesma.

REFERÊNCIAS

[1] DE FIGUEIREDO, D. G.; NEVES, A. F. **Equações Diferenciais Aplicadas**. 3ª edição. IMPA, 2015.

[2] DEITEL, Paul J.; DEITEL, Havey. **C: como programar**. 6.ed. São Paulo: Pearson Pretince Hall, 2011.

[3] DE SOUZA, J.A. **Um foguete de garrafa PET**. Física na Escola volume 8, nº 2, 4 2007.

[4] Freire et al. **Lançamento oblíquo com resistência do ar: Uma análise qualitativa**. Revista Brasileira de Ensino de Física, volume 38, nº 1, 1306 (2016)

[5] MIZRAHI, Victorine Viviane**. Treinamento em linguagem C**. 2.ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

[6] NEGREIROS, S. G.; DE OLIVEIRA, G. F. B. **Proposta para o lançamento de foguetes de garrafa PET utilizando uma base automatizada**. Física na Escola, volume 15, n° 2, 63 2017.

[7] THOMAS, G. B. **Cálculo**. Volume 2. 11ª edição. São Paulo: Addison Wesley, 2008.

[8] YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. A. **Física I: Mecânica**. Volume 1. 12ª edição. São Paulo: Addison Wesley, 2008.